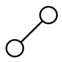
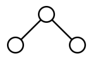
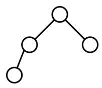
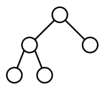
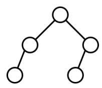
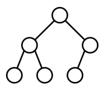
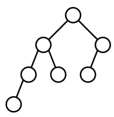
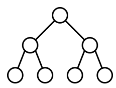
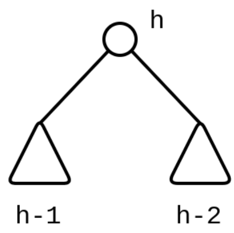
N. di nodi	**Albero**		**AVL minimo**
0	$\emptyset$		✓
1			✓
2			✓
3			✗
4			✓
5			✗
6			✗
7			✓ (sinistra)

Si nota come i sottoalberi di un AVL minimo, siano i due AVL minimi precedenti.

Ad esempio l'AVL minimo con 7 nodi, ha il sottoalbero sinistro che è l'AVL minimo precedente, ovvero quello con 4 nodi; e il sottoalbero destro è quello ancora precedente, ovvero quello con 2 nodi.

Sembra ricordare la sequenza di Fibonacci, di conseguenza possiamo dire che la struttura sia di questo tipo:



$$\begin{cases} N_h & = 1 + N_{h-1} + N_{h-2} \\ N_{-1} & = 0 \\ N_0 & = 1 \end{cases}$$

N_h : Numero di nodi di un albero alto h

h	-1	0	1	2	3	4	5
N_h	0	1	2	4	7	12	20

Si può osservare che

$N_h = Fib(h+3) - 1$

Fib(i)	0	1	1	2	3	5	8	13	21
i	0	1	2	3	4	5	6	7	8

Dimostrazione (induzione)

Si vuole dimostrare che $N_h = Fib(h+3) - 1$

Caso base

$h = -1 \qquad N_h = N_{-1} = 0 = Fib(h+3) - 1 = Fib(2) - 1 = 1 - 1 = 0$

$h = 0 \qquad N_h = N_0 = 1 = Fib(h+3) - 1 = Fib(3) - 1 = 2 - 1 = 1$

Caso Induttivo $\quad h \geq 1$:

$N_h = 1 + N_{h-1} + N_{h-2}$

Ipotesi induttiva: $\begin{cases} N_{h-1} = Fib((h-1)+3) - 1 = Fib(h+2) - 1 \\ N_{h-2} = Fib((h-2)+3) - 1 = Fib(h+1) - 1 \end{cases}$

$N_h = 1 + [Fib(h+2) - 1] + [Fib(h+1) - 1]$

$N_h = \underbrace{[Fib(h+2) + Fib(h+1)]}_{Fib(h+3)} - 1$

$N_h = Fib(h+3) - 1$

$Fib(h+2) + Fib(h+1) = Fib(h+3)$ perché, per definizione, la sequenza di fibonacci è la somma dei due valori precedenti