Analisi dell'algoritmo ricorsivo

In termini di tempo, impiega anch'esso $\Theta(n^2)$

Cambia però in termini di spazio, a causa dello stack di sistema che viene riempito dalle chiamate ricorsive.
Occupa spazio lineare, rispetto a quello costante dell'algoritmo iterativo.

$$T_{insert\_ric}(A,n) = \begin{cases} \Theta(1) & \text{se } n \leq 1 \\ T_{insert\_ric}(A,n-1) + \Theta(k^A_{n-1}) & \text{altrimenti} \end{cases} =$$

$$= \begin{cases} '' \\ T_{insert\_ric}(A,n-1) + c_1\ k^A_{n-1} \end{cases} \leq \circ \leq \begin{cases} '' \\ T_{insert\_ric}(A,n-1) + c_2\ k^A_{n-1} \end{cases}$$

Semplificando le notazioni: $T^A(n) = \begin{cases} a \quad \text{(una certa costante)} & \text{se } n \leq 1 \\ T^A(A,n-1) + c\ k^A_{n-1} & \text{altrimenti} \end{cases}$

$$\begin{cases} T^A(n) = T^A(n-1) + c\ k^A_{n-1} \\ T^A(n-1) = T^A(n-2) + c\ k^A_{n-2} \\ \vdots \\ T^A(2) = T^A(1) + c\ k^A_1 \\ T^A(1) = a \end{cases}$$

$$\sum_{i=0}^{n-1} (T^A(n-i)) =$$

$$\sum_{i=1}^{n-1} [T^A(n-i) + c\ k^A_{n-i}] + a = \quad \text{attenzione, ora } i \text{ parte da } 1$$

> $\sum_{i=1}^{n-1} (i)$ e $\sum_{i=1}^{n-i} (n-i)$ sono la stessa cosa,
> con la differenza che il primo scorre "dal basso verso l'alto" e il secondo "dall'alto verso il basso"
> per comodità riscriviamo il tutto come la prima forma

$$\sum_{i=1}^{n-1} [T^A(i) + c\ k^A_i] + a =$$

$$\sum_{i=1}^{n-1} [T^A(i)] + c \sum_{i=1}^{n-1} k^A_i + a =$$

$$T^A(n) = \sum_{i=1}^{n} T^A(i) = \sum_{i=1}^{n-1} [T^A(i)] + c \sum_{i=1}^{n-1} k^A_i + a$$

$$T^A(n) = \sum_{i=1}^{n} T^A(i) - \sum_{i=1}^{n-1} [T^A(i)] = c \sum_{i=1}^{n-1} k^A_i + a$$

$$T^A(n) = c \sum_{i=1}^{n-1} k^A_i + a$$

Ci basta dunque sapere il valore di k^A_i

Come abbiamo visto prima:

- Se $k_i^A = 1$ è il caso migliore

  $$\sum_{i=1}^{n-1} 1 = n-1$$

  Abbiamo quindi $c\ (n-1) + a = \Theta(n)$

- Se $k_i^A = i$ è il caso peggiore

  $$\sum_{i=1}^{n-1} i = \frac{n(n-1)}{2}$$

  Abbiamo quindi $c\ \dfrac{n(n-1)}{2} + a = \Theta(n^2)$