

**Analisi dell'algoritmo ricorsivo**

In termini di tempo, impiega anch'esso  $\Theta(n^2)$

Cambia però in termini di spazio, a causa dello stack di sistema che viene riempito dalle chiamate ricorsive.

Occupava spazio lineare, rispetto a quello costante dell'algoritmo iterativo.

$$T_{insert\_ric}(A, n) = \begin{cases} \Theta(1) & \text{se } n \leq 1 \\ T_{insert\_ric}(A, n-1) + \Theta(k_{n-1}^A) & \text{altrimenti} \end{cases} =$$

$$= \begin{cases} '' & \\ T_{insert\_ric}(A, n-1) + c_1 k_{n-1}^A & \end{cases} \leq o \leq \begin{cases} '' & \\ T_{insert\_ric}(A, n-1) + c_2 k_{n-1}^A & \end{cases}$$

Semplificando le notazioni:  $T^A(n) = \begin{cases} a \text{ (una certa costante)} & \text{se } n \leq 1 \\ T^A(A, n-1) + c k_{n-1}^A & \text{altrimenti} \end{cases}$

$$\begin{cases} T^A(n) = T^A(n-1) + c k_{n-1}^A \\ T^A(n-1) = T^A(n-2) + c k_{n-2}^A \\ \vdots \\ T^A(2) = T^A(1) + c k_1^A \\ T^A(1) = a \end{cases}$$

$$\sum_{i=0}^{n-1} (T^A(n-i)) =$$

$$\sum_{i=1}^{n-1} [T^A(n-i) + c k_{n-i}^A] + a = \quad \text{attenzione, ora } i \text{ parte da } 1$$

$$\sum_{i=1}^{n-1} (i) \text{ e } \sum_{i=1}^{n-1} (n-i) \text{ sono la stessa cosa,}$$

con la differenza che il primo scorre "dal basso verso l'alto" e il secondo "dall'alto verso il basso"  
per comodità riscriviamo il tutto come la prima forma

$$\sum_{i=1}^{n-1} [T^A(i) + c k_i^A] + a =$$

$$\sum_{i=1}^{n-1} [T^A(i)] + c \sum_{i=1}^{n-1} k_i^A + a =$$

$$T^A(n) = \sum_{i=1}^n T^A(i) = \sum_{i=1}^{n-1} [T^A(i)] + c \sum_{i=1}^{n-1} k_i^A + a$$

$$T^A(n) = \sum_{i=1}^n T^A(i) - \sum_{i=1}^{n-1} [T^A(i)] = c \sum_{i=1}^{n-1} k_i^A + a$$

$$T^A(n) = c \sum_{i=1}^{n-1} k_i^A + a$$

Ci basta dunque sapere il valore di  $k_i^A$

Come abbiamo visto prima:

- Se  $k_i^A = 1$  è il caso migliore

$$\sum_{i=1}^{n-1} 1 = n-1$$

Abbiamo quindi  $c(n-1) + a = \Theta(n)$

- Se  $k_i^A = i$  è il caso peggiore

$$\sum_{i=1}^{n-1} i = \frac{n(n-1)}{2}$$

Abbiamo quindi  $c \frac{n(n-1)}{2} + a = \Theta(n^2)$