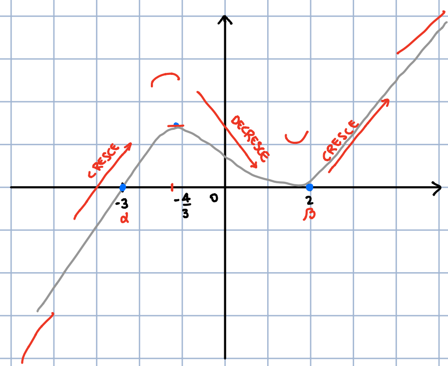
ESAME 23/07/2020

3.1: $f(x) = x^3 - x^2 - 8x + 12$ metodo di NEWTON

a. disegna il grafico: $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$



$f'(x) = 3x^2 - 2x - 8$, $x_{1,2}$ di $f'(x) = 2, -\frac{4}{3}$

$f(2) = 0 \to$ e anche $f'(2) = 0 \to$ 2 è RADICE DOPPIA $\to \beta$

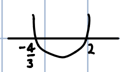
$f(-\frac{4}{3}) = \ldots > 0$

$x_1 = -\frac{4}{3}$ $x_2 = 2$

$f'(x) > 0$ sse $x < x_1 \vee x > x_2$

$= 0$ sse $x = x_1 \vee x = x_2$

< 0 sse $x_1 < x < x_2$



$f''(x) = 6x - 2$

→ se $f(a) = -f(b)$ allora per forza in qualche punto si azzera

α è compreso tra $(-4/3, ?)$ e $-\infty$ (per TEO)

$f''(x) > 0$ sse $x > 1/3$

$= 0$ sse $x = 1/3$

< 0 sse $x < 1/3$

$\alpha < -\frac{4}{3}$ $f(x) = x^3 - x^2 - 8x + 12$

provo $f(-2) = 16 > 0$ $f(-3) = 0 \to$ radice α

$g(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)}$

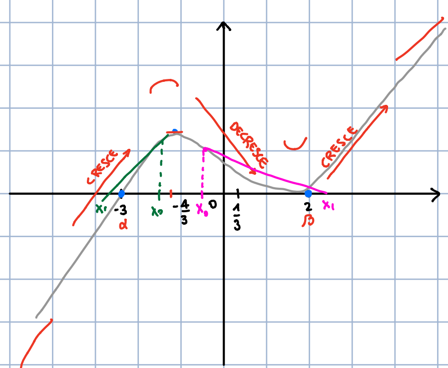
$g'(x) = \frac{f(x) \cdot f''(x)}{f'(x)^2}$

$g''(x) = \frac{[f'(x) f''(x) + f(x) \cdot f'''(x)] \cdot f'(x)^2 - [f(x) \cdot f''(x)] \cdot 2 f''(x) \cdot f(x)}{f'(x)^4}$ ($f(x) \to 0$, $f'(x)^2 \to \neq 0$, $f(x) \to 0$, $f(x) \to 0$; $f'(x)^4 \to \neq 0$)

$= \frac{\cancel{f'(x)^3} f''(x)}{\cancel{f'(x)^4}} = \frac{f''(x)}{f'(x)}$ e in $\alpha \neq 0 \Rightarrow p = 2$

b. le radici α e β, studia il metodo di convergenza di Newton.

(uso TEO: $J_\alpha = [\alpha, \alpha + r]$ (o $[\alpha - r, \alpha]$), $f(x) \cdot f''(x) > 0$ $\forall x \in J_\alpha \setminus \{\alpha\}$, $f'(x) \neq 0$ $\Rightarrow \forall x_0 \in J_\alpha$ il metodo di Newton converge in modo MONOTONO)



la f'' è NEGATIVA con ∩

f'' è POSITIVA con U

$f' \neq 0$ $\forall x \neq \{-\frac{4}{3}, 2\}$

$x_0 \in]-\infty; -3[$ per TEO (dato che $f \cdot f'' > 0$) il metodo di Newton converge (→ α) in modo MONOTONO QUADRATICAMENTE ($p=2$)

↳ $g'(\alpha) = 0$, $g''(\alpha) \neq 0$

$x_0 \in]2, +\infty[$ converge (→ β) in modo MONOTONO lineare $p = 1$ perché è RADICE MULTIPLA

α $x_0 = -3$ è già la radice, converge in un passo solo

β $x_0 = 2$ è già radice ma il metodo di Newton non si può applicare

$x_0 \in]1/3, 2[$ converge in modo monotono e linearmente (RADICE DOPPIA) per TEO

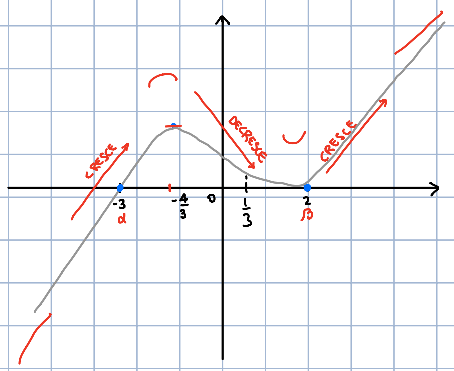
anche se le condiz. del TEO non sono rispettate, può esserci altro → • $x_0 \in]-3, -\frac{4}{3}[$ la prima iteraz. mi porta in $]-\infty; -3[$ e converge in maniera monotona dal primo passo

$X_0 = -\frac{4}{3}$ il metodo non è applicabile

- $X_0 \in \left]-\frac{4}{3}, \frac{1}{3}\right]$ la prima iteraz. mi porta in $]2,+\infty[$ e converge in maniera monotona dal primo passo

c.

$X_0 \to$	-2	$-0{,}5$	$-\frac{4}{3}$	$\frac{1}{3}$	3	0
	↓ converge	↓ converge	↓ non applicabile			↓ convergenza lineare



3.2 $f(x) = x^3 - x^2 - 8x + 12$ metodo a PENDENZA COSTANTE

$$g(x) = x - \frac{f(x)}{m}$$

verifica che α, β sono p. FISSI : $g(\alpha) = \alpha - \frac{\overset{0}{f(\alpha)}}{m} = \alpha$ ok

$g(\beta) = \beta - \frac{\overset{0}{f(\beta)}}{m} = \beta$ ok

a. - convergenza MONOTONA ad α con fattore ASINTOTICO $\overset{\neq p}{1/4}$, ovvero $g'(\alpha) = 1/4$

$$g'(x) = 1 - \frac{f'(x)}{m}$$

$f'(x) = 3x^2 - 2x - 8$

$f'(\alpha) = f'(-3) = 25$

$g'(\alpha) = 1 - \frac{25}{m}$ e deve essere $= 1/4$

$$\Rightarrow 1 - \frac{25}{m} = \frac{1}{4} \Rightarrow m = \frac{25 \cdot 4}{3} = \frac{100}{3}$$

- la successione che parte da $x_0 = -2$, converge o no? $\left(e_{k+1} = g(x_k) - g(\alpha) = g'(\xi_k) e_k,\ \xi_k \in]\alpha, x_k[\right)$

il segno di g' in $[-3,-2]$ $g'(-2) = 1 - \overset{8}{f'(-2)} \cdot \frac{3}{100} = 1 - \frac{24}{100} = \frac{76}{100} < 1$

$g'(-3) < 1$

$$g''(x) = \frac{-f''(x)}{m} = -\frac{6x-2}{100} \cdot 3 = -\frac{6}{100}(3x-1)$$

$g''(x) > 0 \iff x < 1/3$

$= 0 \iff x = 1/3$

$< 0 \iff x > 1/3$

$\Rightarrow$ se $x \in [-3,-2]$, $g'(x) \in \left[1/4, \frac{76}{100}\right]$

- Determina m per avere convergenza LOCALE ad α con $p=2$

$$g'(\alpha)=0 \Rightarrow 1-\frac{\overset{f'(\alpha)}{25}}{m}=0 \Rightarrow \frac{25}{m}=1 \Rightarrow m=25$$

$g''(\alpha)$ dovrebbe essere $\neq 0 \Rightarrow g''(\alpha)=-\frac{f''(\alpha)}{m}= -\frac{(6\alpha-2)}{25}= -\frac{(-18-2)}{25}=\frac{4}{5}\neq 0$ ok

$x_0=-2 \qquad [-3,-2]$

$$g'(x)=1-\frac{f'(x)}{25} \qquad g''(x)=-\frac{f''(x)}{25}=-\frac{(6x-2)}{25}=-\frac{2}{25}(3x-1)$$

$$g'(-2)=\frac{17}{25}<1 \qquad g''(x)>0 \iff x<1/3$$
$$=0 \iff x=1/3$$
$$<0 \iff x>1/3$$

se $x\in[-3,-2]$ $\quad g'(x)\in\left[0,\frac{17}{25}\right]$

b. $m=-\infty$, studia la CONVERGENZA LOCALE a β

$$g'(x)=1-\frac{f'(x)}{8} \qquad g'(\beta)=1-\frac{\overset{0}{f'(\beta)}}{8}=1$$ CONVERGENZA SUBLINEARE MONOTONA

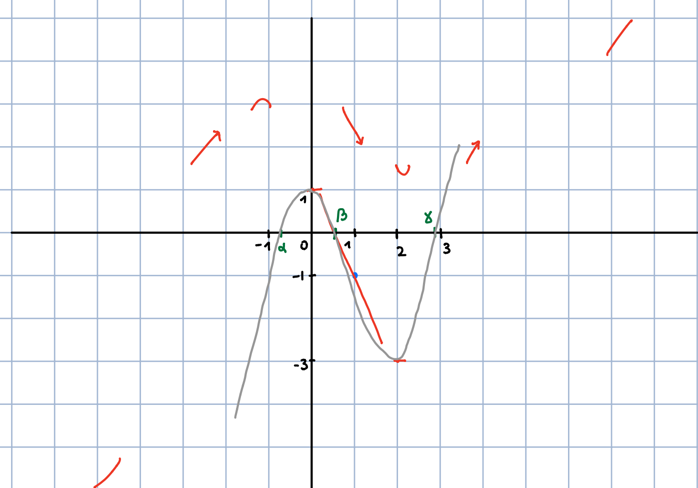
$x_0=1$

$g'(1)=\frac{1-f'(1)}{8}=\frac{15}{8}>1 \rightarrow$ potrebbe non esserci la convergenza $\rightarrow$ calcola la prima iteraz per vedere se cambia intervallo

$$x_1=g(x_0)=x_0-\frac{f(x_0)}{8}=1-\frac{1-1-8+12}{8}=\frac{1}{2}$$ $\rightarrow$ mi sto allontanando da β

ESAME 22/01/2018

3. $f(x)=x^3-3x^2+1 \qquad \alpha<\beta<\gamma$



$\lim_{x\to\pm\infty} f(x)=\pm\infty$

$f'(x)=3x^2-6x=3x(x-2)$, $x_{1,2}=\overset{max}{0},\underset{MIN}{2}$

$f(0)=1$

$f(2)=-3$

$f'(x)>0 \iff x<0 \vee x>2$
$=0 \iff x=0 \vee x=2$
$<0 \iff 0<x<2$

$f''(x)=6x-6=6(x-1) \qquad x=1$ FLESSO

$f''(x)>0 \iff x>1$
$<0 \iff x<1$

$f(1)=-1 \qquad f'(-1)=-3 \rightarrow$ pendenza

$\Rightarrow \alpha<0, \quad 0<\beta<1, \gamma>2$

$f(-1)=-3<0 \Rightarrow -1<\alpha<0$

$f(3)=1>0 \Rightarrow 2<\gamma<3$

$f(2)<0$

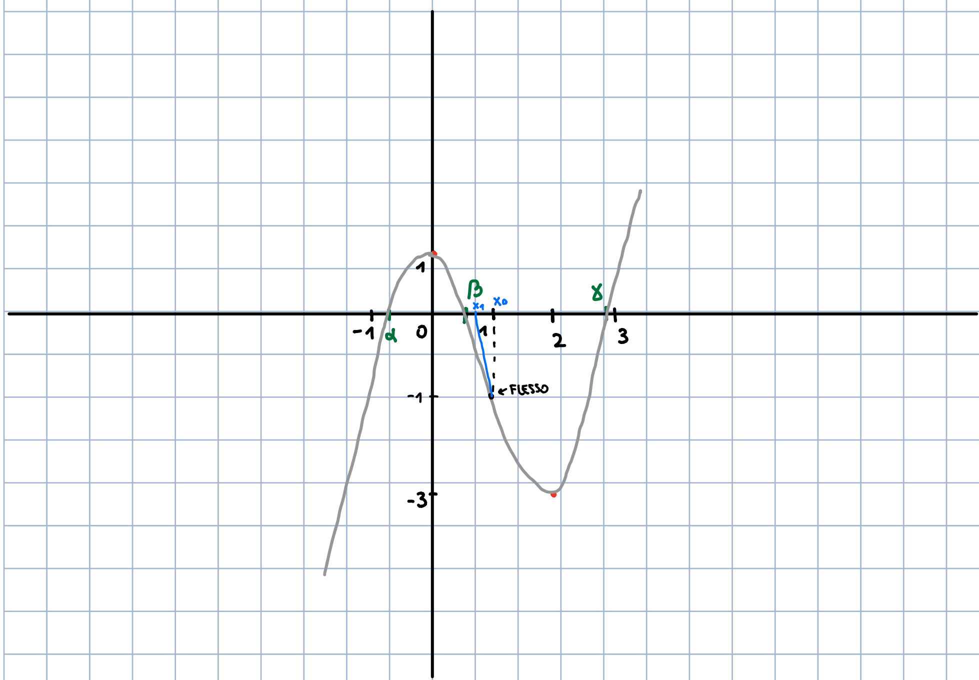
ordine di conv. QUADRATICO per α, β, γ perché RADICI semplici

nell'intervallo $]\beta, 1[$, $f(x) \cdot f''(x) > 0 \Rightarrow$ ho la CONVERGENZA MONOTONA a β

-) $x_0 = -0{,}5$, la successione converge ad α? $\rightarrow$ CONVERGENZA QUADRATICA ad α, MONOTONA a partire da x_1

$x_0 = 3$, la successione converge a γ? $\rightarrow$ CON. QUADRATICA MONOTONA a γ

$x_0 = 1$, la successione converge a β? $\rightarrow$ CONV. QUADRATICA MONOTONA a β



-) $g(x) = 3 - \frac{1}{x^2}$, verifica che α, β, γ sono punti fissi di g.

$x = g(x) = 3 - \frac{1}{x^2} \Rightarrow x^3 = 3x^2 - 1 \Rightarrow x^3 - 3x^2 + 1 = 0$ che è $f(x) = 0$

$x_{k+1} = g(x_k)$ $\quad g'(x) = \frac{2}{x^3}$ $\quad g'(\alpha) \Rightarrow$ non conosciamo α!!

$g'(x) \neq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$|g'(x)| = 1$ $\quad |x^3| = 2$ $\quad x^3 = 2 \vee x^3 = -2$

$\downarrow$

$\frac{2}{|x^3|}$

$x = \sqrt[3]{2} \vee x = -\sqrt[3]{2}$

se una delle radici è $\pm\sqrt[3]{2}$ si ha convergenza SUBLINEARE

negli altri casi, se si ha la convergenza, questa è lineare

ESERCITAZIONE 2

Errori di ARROTONDAMENTO (spiegaz)

$$\tilde{x}_{k+1} = g(\tilde{x}_k) + \delta_k \quad e \quad |\delta_k| \leq \delta$$

$$\underbrace{|\tilde{x}_{k+1} - \alpha|}_{\tilde{e}_{k+1}} = |g(\tilde{x}_k) - g(\alpha) + \delta_k|$$

$$= |\underbrace{g'(\xi_k)}_{\leq \lambda} \underbrace{(\tilde{x}_k - \alpha)}_{\tilde{e}_k} + \underbrace{\delta_k}_{\leq \delta}|$$

$\max\limits_{x \in I_\alpha} |g'(x)| = \lambda < 1$ → questa condiz. ci garantisce la CONVERGENZA

$$|\tilde{e}_{k+1}| \leq \lambda |\tilde{e}_k| + \delta$$
$$\leq \lambda(\lambda|\tilde{e}_{k-1}| + \delta)$$
$$\leq \lambda^2 |\tilde{e}_{k-1}| + (1+\lambda)\delta$$
$$\vdots$$
$$\leq \lambda^{k+1} |\tilde{e}_0| + (1+\lambda \ldots + \lambda^k)\delta$$
$$\leq \underbrace{\lambda^{k+1}}_{\substack{\downarrow \\ 0 \\ k \to +\infty}} |\tilde{e}_0| + \underbrace{\frac{1-\lambda^{k+1}}{1-\lambda}}_{\substack{\downarrow \\ \frac{1}{1-\lambda}}} \delta$$

$$|\tilde{e}_{k+1}| \simeq \frac{1}{1-\lambda}\delta \quad \forall k \gg 0$$

0 ——— $\delta/_{1-\lambda}$

---

3. Sia $f(x) = x^3 + x^2 - 8x - 12$.

20.1.20

- ⋆ Disegna il grafico di f. Determina le radici α, β, con $\alpha < \beta$.
- ⋆⋆ Studia la convergenza ad α del metodo di Newton. La successione ottenuta con $x_0 = -1$ è convergente ad α? Se convergente, qual è l'ordine di convergenza? Giustifica le risposte.
- ⋆⋆ Studia la convergenza a β del metodo di Newton. La successione ottenuta con $x_0 = 2$ è convergente a β? Se convergente, qual è l'ordine di convergenza? Giustifica le risposte.

Sia $g(x) = x - \frac{f(x)}{m}$. Verifica che α, β sono punti fissi di g.

- ⋆⋆ Sia $m = -16$. Studia la convergenza ad α del metodo iterativo $x_{k+1} = g(x_k), k = 0, 1, \ldots$ con $x_0 = -1$. Se convergente, qual è l'ordine di convergenza? Giustifica la risposta.
- ⋆⋆ Determina m in modo che il metodo iterativo $x_{k+1} = g(x_k), k = 0, 1, \ldots,$ sia localmente convergente a β in maniera monotona e con fattore di riduzione asintotica pari a $1/4$. Giustifica la risposta.

Supponi che la successione $\{x_k\}_{k \geq 0}$ ottenuta applicando un metodo di iterazione funzionale sia convergente alla radice α della funzione f per $k \to +\infty$.

- ⋆ Proponi un criterio d'arresto e analizzane la stima dell'errore risultante.

$$f(x) = x^3 + x^2 - 8x - 12$$

- disegna grafico e determina le radici α, β con $\alpha < \beta$

Studia la CONVERGENZA ad α e β con metodo di NEWTON

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty \qquad \lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$$

$f'(x) = 3x^2 + 2x - 8$

$f'(x) = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+24}}{3} <$ $4/3$ MIN, -2 MAX

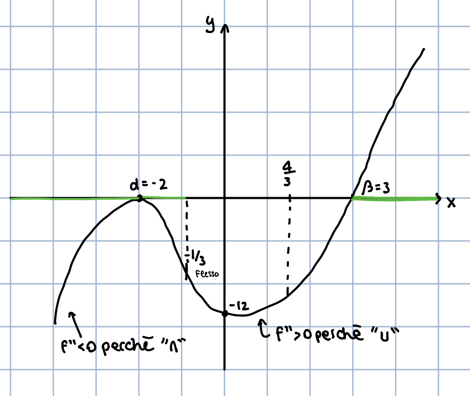
$f''(x) = 6x + 2$

$f''(x) = 0 \Rightarrow x_{1,2} = -1/3$ FLESSO

$f(0) = -12$

$f(-2) = 0$ → il p.MAX è anche ZERO (ovvero ha molteplic.2)

$f\left(\frac{4}{3}\right) = \ldots < 0$



USO RUFFINI:

	1	1	-8	-12
-2		-2	+2	+12
	1	-1	-6	0

$x^2 - x - 6 \Rightarrow x_{1,2} = 3, -2$

$\alpha = -2 \quad \beta = 3$

$$\Rightarrow f(x) = (x+2)^2(x^2 - x - 6)$$

TEO: se $J_\alpha = [\alpha, \alpha + r)$ oppure $(\alpha - r, \alpha]$ tale che

$\forall x \in J_\alpha,\ x \neq \alpha$ vale $f'(x) \neq 0$
$f(x) f''(x) > 0$

allora $\forall x_0 \in J_\alpha$
$\Rightarrow x_k \to \alpha$, per $k \to +\infty$

CONVERGENZA ad α: $-\alpha$ ha molteplicità $\mu = 2$ ↗ è radice sia di $f(x)$ che di $f'(x)$

RIPASSO

- $J = (-\infty, -1/3)$ (cambio FLESSO) allora $x_0 \in J \Rightarrow x_k \to \alpha$ per $k \to +\infty$ in maniera MONOTONA

$J_\alpha = (-\infty, \alpha] \Rightarrow x_k \nearrow \alpha$

$J_\alpha = [\alpha, -1/3] \Rightarrow x_k \searrow \alpha$

con ORDINE $p = 1$, $\ell = \frac{1}{2}$ (FATTORE ASINTOTICO DI CONVERGENZA) — perchè ho MOLTEPLICITA' = 2

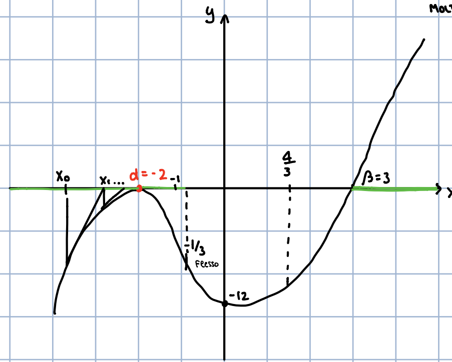
$\ell = 1 - \frac{1}{\mu} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ perchè è rad. multipla

$$\left[\lim_{k\to+\infty} \frac{|x_{k+1} - \alpha|}{|x_k - \alpha|} = \ell \quad \begin{array}{l} \ell = 1 \text{ sublineare} \\ 0 < \ell < 1 \text{ lineare} \\ \ell = 0 \text{ superlineare} \end{array}\right]$$

$$\lim_{k\to+\infty} \frac{|x_{k+1} - \alpha|}{|x_k - \alpha|^p} = L < +\infty \quad \text{ORDINE } p$$

Newton RADICE MULTIPLA $p = 1$ e $\ell = 1 - \frac{1}{\mu}$

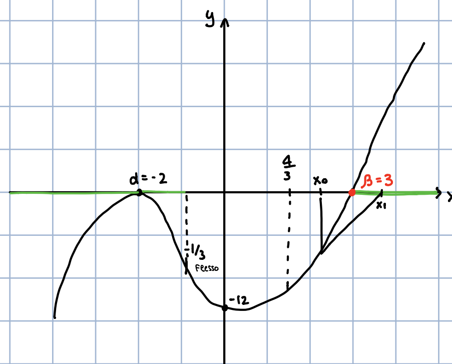
RADICE SEMPLICE $p \geq 2$



Se $x_0 = -1$ converge ad α? $\to$ $x_0 \in [\alpha, -1/3)$ quindi $x_k \searrow \alpha$ con ordine $p = 1$ e $\ell = 1/2$

CONVERGENZA a β: Dal TEO segue che $\forall x_0 \in [\beta, +\infty)$, la successione converge a β, $x_k \searrow \beta$ ordine $p = 2$ (derivata seconda in $\beta \neq 0$)

Ricordando il sig. geometrico del METODO DI NEWTON, $x_0 \in \left(\frac{4}{3}, \beta\right] \Rightarrow x_1 \in [\beta, +\infty)$ e quindi la successione converge (in maniera MONOTONA dopo la prima iterata) a β con ordine $p = 2$ $\forall x_0 \in (4/3, \beta]$



Se $x_0 = 2$ la SUCCESSIONE CONVERGE a β con $p = 2$ in maniera MONOTONA dopo la 1ª iterata

3. Sia $f(x) = x^3 + x^2 - 8x - 12$.

20.1.20

- ⋆ Disegna il grafico di f. Determina le radici α, β, con $\alpha < \beta$.
- ⋆⋆ Studia la convergenza ad α del metodo di Newton. La successione ottenuta con $x_0 = -1$ è convergente ad α? Se convergente, qual è l'ordine di convergenza? Giustifica le risposte.
- ⋆⋆ Studia la convergenza a β del metodo di Newton. La successione ottenuta con $x_0 = 2$ è convergente a β? Se convergente, qual è l'ordine di convergenza? Giustifica le risposte.

Sia $g(x) = x - \frac{f(x)}{m}$. Verifica che α, β sono punti fissi di g.

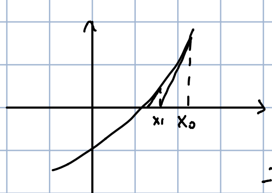
- ⋆⋆ Sia $m = -16$. Studia la convergenza ad α del metodo iterativo $x_{k+1} = g(x_k)$, $k = 0, 1, \ldots$ con $x_0 = -1$. Se convergente, qual è l'ordine di convergenza? Giustifica la risposta.
- ⋆⋆ Determina m in modo che il metodo iterativo $x_{k+1} = g(x_k)$, $k = 0, 1, \ldots$, sia localmente convergente a β in maniera monotona e con fattore di riduzione asintotica pari a $1/4$. Giustifica la risposta.

Supponi che la successione $\{x_k\}_{k\geq 0}$ ottenuta applicando un metodo di iterazione funzionale sia convergente alla radice α della funzione f per $k \to +\infty$.

- ⋆ Proponi un criterio d'arresto e analizzane la stima dell'errore risultante.

es. METODO a PENDENZA COSTANTE

$g(x) = x - \frac{f(x)}{m}$, verifica che α, β sono p. fissi



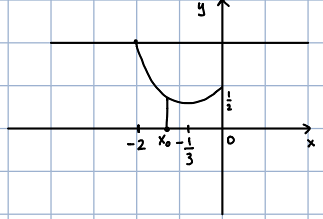
-) verificare che α, β sono punti fissi: $\alpha \to g(\alpha) = \alpha - \frac{\overset{=0 \text{ perchè è radice}}{f(\alpha)}}{m} = \alpha$ ok $\quad \beta \to g(\beta) = \beta - \frac{\overset{=0}{f(\beta)}}{m} = \beta$ ok

-) $m = -16$ $\quad x_0 = -1$ $\quad x_{k+1} = g(x_k)$ $\quad \alpha = -2$:

TEO: $I_\alpha = [\alpha + r, \alpha - r]$ tale che $|g'(x)| < 1$ $\forall x \in I_\alpha (\neq \alpha)$ allora preso $x_0 \in I_\alpha \Rightarrow x_k \to \alpha$ $k \to +\infty$

$g'(x) = 1 + \frac{f'(x)}{16}$ $\qquad g''(x) = \frac{f''(x)}{16}$

$g'(\alpha) = g'(-2) = 1 + \frac{\overset{=0}{f'(-2)}}{16} = 1$ se CONVERGE, $\ell = |g'(\alpha)| = 1 \Rightarrow$ SUBLINEARE



$x_0 = -1$?

$g'(-1/3) = 1 + \frac{f'(-1/3)}{16}$

$= 1 +$

$f'(0) = -8$

$f'(-1) = -7 \Rightarrow g'(-1) = 1 - 7/16$

$f'(-1/3) = -\frac{25}{3}$ $\quad g'(-\frac{25}{3}) = 1 - \frac{25}{16 \cdot 3}$

$x_1 - \alpha = g'(\xi_1)(x_0 - \alpha) \quad \xi_1 \in (\alpha, x_0)$

poichè $0 < g'(\xi_1) < 1 \Rightarrow x_1 < x_0$ e $|x_1 - \alpha| < |x_0 - \alpha|$

La CONVERGENZA è assicurata per $x_0 = -1$ e CONVERGE in maniera SUBLINEARE

-) Determina m in modo che

- $|g'(\beta)| = \ell = 1/4$

  $\beta = 3 \qquad f'(x) = 3x^2 + 2x - 8$

  $f'(3) = 25$

$g'(x) = 1 - \frac{f'(x)}{m} \Rightarrow g'(\beta) = 1 - \frac{25}{m} = \frac{1}{4} \Rightarrow 1 - \frac{25}{m} = \frac{1}{4} \Rightarrow m = 25 \cdot \frac{4}{3} = \frac{100}{3}$

In generale: $0 < g'(\alpha) < 1 \Rightarrow I_\alpha$ t.c. $\forall x \in I_\alpha$ $0 < g'(x) < 1 \rightarrow$ CON. LINEARE $p = 1$ con $\ell = g'(\alpha)$ MONOTONO

$-1 < g'(\alpha) < 0 \Rightarrow I_\alpha$ t.c. $\forall x \in I_\alpha$ $-1 < g'(x) < 0 \rightarrow$ CON. LINEARE $p = 1$ con $\ell = g'(\alpha)$ ALTERNATO

$|g'(\alpha)| = 1$ posso avere la CONVERGENZA se esiste un INTORNO t.c. $|g'(x)| < 1$ $\forall x \in I_\alpha$ SUBLINEARE

$g'(\alpha) = 0$ $\quad \exists I_\alpha$ t.c. $\forall x \in I_\alpha$ risulta $|g'(x)| < 1$ SUPERLINEARE

---

esercizio CS 07/02/2019

3. Sia $f(x) = e^{-2x^3+9x^2-1} - 1$.

   - Determina una funzione F la cui valutazione non utilizza la funzione esponenziale in modo che $F(x) = 0$ sia equivalente al problema $f(x) = 0$. Disegna il grafico di F e localizza le tre radici α, β, γ con $\alpha < \beta < \gamma$.
   - Determina il massimo intervallo di convergenza ad α del metodo di Newton per F. Qual è l'ordine di convergenza? Giustifica le risposte.
   - Determina il massimo intervallo di convergenza a γ del metodo di Newton per F. Qual è l'ordine di convergenza? Giustifica le risposte.

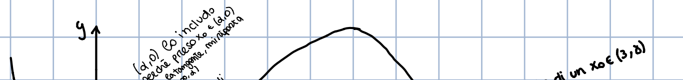
$f(x) = e^{-2x^3+9x^2-1} - 1 = 0 \overset{?}{\Leftrightarrow} F(x) = 0 \quad \Rightarrow$ l'esponenziale $e^x - 1 = 0$ sse $e^x = 1 \Rightarrow x = 0$

$\Rightarrow F(x) = -2x^3 + 9x^2 - 1 \qquad \alpha < \beta < \gamma$

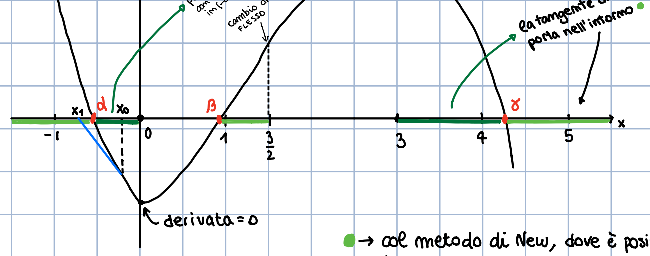
$F'(x) = -6x^2 + 18x = 6x(-x+3) \qquad x_{1,2} = 3, 0$ (MAX/MIN)

$F''(x) = -12x + 18 = 6(-2x+3) \qquad x_{1,2} = \frac{3}{2}$ (FLESSO)

$\lim_{x \to +\infty} F(x) = -\infty \qquad \lim_{x \to -\infty} F(x) = +\infty$



VALORI:



$F(0) = -1$
$F(3) = 26$
$F(-1) = 10 > 0$
$F(4) = > 0$
$F(5) = -1 < 0$

● → col metodo di New, dove è positiva ($f \cdot f'' > 0$)

$\alpha \in (-1,0)$
$\beta \in (0,1)$
$\gamma \in (4,5)$

$f'(\alpha) \neq 0 \rightarrow$ RAD. SEMPLICE $\rightarrow p \geq 2$ e se anche $f''(\alpha) \neq 0$ allora $p = 2$,
se $f''(\alpha) = 0$ $p > 2$

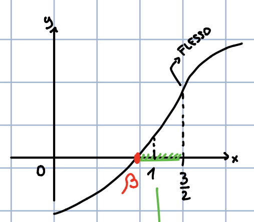
α: $\forall x_0 \in (-\infty, 0)$ la successione del metodo di Newton CONVERGE ad α con ordine $p = 2$
↳ QUADRATICO

Inoltre $x_0 < \alpha \Rightarrow x_k \overset{\text{converge}}{\nearrow} \alpha$ monotona crescente
$x_0 \in (\alpha, 0) \Rightarrow x_k \nearrow \alpha$ " " , $k \geq 1$

γ: $\forall x_0 \in (3, +\infty)$ la successione del metodo di Newton CONVERGE a γ con $p = 2$

Inoltre $x_0 > \gamma \Rightarrow x_k \overset{\text{converge}}{\searrow} \gamma$ monotona decrescente
$x_0 \in (3, \gamma) \Rightarrow x_k \searrow \gamma$ " " , $k \geq 1$

β:



↳ $f \cdot f'' > 0$ → CONVERGENZA ASSICURATA

$x_0 \in (\beta, 3/2) \Rightarrow x_k \searrow \beta$, $k \to +\infty$ con ordine $p = 2$

RIPASSO: per determinare p → col metodo di Newton

RADICE SEMPLICE α t.c. $g'(\alpha) = \dfrac{f(\alpha) f''(\alpha)}{[f'(\alpha)]^2} = 0$ se $g''(\alpha) \neq 0$ allora $p = 2$

se $f''(\alpha) \neq 0$