

Corso di laurea in Informatica - Università di Udine  
**CALCOLO DELLE PROBABILITÀ E STATISTICA**

Sei esercizi – parte 1 – 25 gennaio 2021

Nel seguito  $a, b, c$  sono, rispettivamente, la terza, la quarta, la quinta cifra del Tuo numero di matricola; ad esempio, matricola 142431  $\implies a = 2, b = 4, c = 3$

**Nota bene:** il tempo disponibile per questa parte della prova è di 45 minuti.

**1.** Un'urna contiene  $5 + a$  palline nere e  $95 - a$  bianche. Una seconda urna contiene 50 palline nere e 50 bianche. Una terza urna contiene 95 palline nere e 5 bianche. Uno sperimentatore sceglie a caso un'urna fra le tre con equiprobabilità, poi estrae a caso, con reinserimento, quattro palline dall'urna scelta. Si determini la probabilità che l'urna scelta sia stata quella con 95 nere, se le palline estratte risultano, senza tener conto dell'ordine di estrazione, tre nere e una bianca.

**2.** Sia  $X$  una variabile casuale con supporto  $S_X = [b, b + 1]$  e funzione di densità di probabilità di forma  $p_X(x) = k$  per  $x \in S_X$  e 0 altrove. Si completi la definizione della funzione di densità di  $X$ , determinando il valore della costante di normalizzazione  $k$ . Si calcoli la funzione di ripartizione di  $X$ , esplicitandola in tutti i suoi tratti. Si ottengano valore atteso e varianza di  $X$ . Sia infine  $T = X - b$ . Si ottengano il supporto e la funzione di ripartizione di  $T$  e si calcoli  $P(T = 0.5)$ .

**3.** Sia  $(X, Y)$  una variabile casuale bivariata con componente marginale  $X \sim Bi(1, 1/4)$  (legge binomiale con indice  $n = 1$  e parametro  $p = 1/4$ ) e distribuzioni condizionate binomiali  $Y|X = x \sim Bi(1, (c + 1)/(c + 2))$ , per  $x \in S_X$ . Si determinino il supporto congiunto di  $(X, Y)$ , la funzione di probabilità congiunta di  $(X, Y)$ , il supporto marginale di  $Y$ , la funzione di probabilità marginale di  $Y$ . Si dica, motivando, se  $(X, Y)$  ha componenti indipendenti. Si calcoli infine  $P(X = Y)$ .

*Buon lavoro!*