

I problemi sono alternativi (ma con difficoltà e voti diversi) e la soluzione esatta ad uno qualsiasi di loro garantisce il superamento della prova. Esistono varie versioni delle domande, che cambiano solo a seconda del valore di alcuni parametri in gioco. Qui diamo una delle varie versioni.

## 1 Domanda 1

In una città ci sono degli appezzamenti rettangolari di terreni in vendita. Per ognuno di questi rettangoli, la differenza fra la base  $b$  e l'altezza  $h$  (esprese in metri, con  $b > h$  sempre) è pari a 1. Sapendo che una persona ha comprato 20 terreni, in cui i valori delle basi  $b_1, \dots, b_{20}$ , sono numeri naturali consecutivi (i.e.,  $b_2 = b_1 + 1$ ,  $b_3 = b_2 + 1$ , ecc.), e sapendo che il terreno più grande da lui acquistato ha area  $2256 m^2$ , a quanto ammonta l'area complessiva dei terreni da lui acquistati?

## 2 Domanda 2

Un numero intero è *palindromo* se letto da sinistra a destra è lo stesso che da destra a sinistra, altrimenti è *non-palindromo*. Sia  $S = \{1000, 1001, \dots, 9999\}$ . Quanti dei numeri non-palindromi in  $S$  hanno la terza cifra diversa da 0?

## 3 Domanda 3

Quante sono le soluzioni intere non-negative dell'equazione

$$x_1 + x_2 + x_3 = 100$$

tali che  $x_1 = \min\{x_1, x_2, x_3\}$ ?

## 4 Domanda 4

Siano  $A = \{1, \dots, 5\}$  e  $B = \{1, \dots, 6\}$ . Detti  $X$  il numero di funzioni non-iniettive di  $A$  in  $B$  e  $Y$  il numero di funzioni biettive di  $A$  in  $B$ , quanto vale  $X - Y$ ?

## 5 Domanda 5

Sia  $G_n = (V, E)$  il grafo di nodi  $V = \{1, \dots, 2n\}$  in cui c'è un arco  $ij \in E$  per ogni coppia di nodi  $ij$  tali che  $i \times j$  è pari. Un *triangolo* in  $G$  è un sottografo completo di 3 nodi. Supponiamo  $n = 10$ . Detti  $X$  il numero di triangoli in  $G_n$  e  $Y$  il numero di funzioni biettive  $f : \{1, 3, \dots, 2n - 1\} \mapsto \{2, 4, \dots, 2n\}$  tali che  $f(1) = 2n$ , quanto vale  $X + Y$ ?