BTU Cottbus-Senftenberg
Lehrstuhl für Wahrscheinlichkeitsrechnung & Statistik
Lorenz Richter

4. September 2017

Angewandte mathematische Statistik

1. Aufgabenblatt

1. Aufgabe (erste einfache Datenanalyse)

Wir interessieren uns für das Alter der Kursteilnehmer. Gegeben seien folgende Daten: $21, 19, 26, 31, 22, 21, 43, 23, 22, 24$.

(a) Bestimmen Sie die jüngste Person, das durchschnittliche Alter sowie die Varianz und Standardabweichung.

(b) Eine Woche später hat die zweite Person Geburtstag. Korrigieren Sie die Werte und wiederholen Sie die vorherige Aufgabe.

(c) Außerdem sei angegeben, in welchem Studiensemester sich die Teilnehmer befinden: $4, 1, 10, 9, 1, 3, 3, 4, 3, 7$. Berechnen Sie die Kovarianz und Korrelation zwischen Alter und Semester jeweils mit einer selbst implementieren Funktion und vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit den R-Funktionen `cov()` und `cor()`. Wiederholen Sie die Analyse ohne den 43-jährigen Ausreißer.

2. Aufgabe (Deskriptive Statistiken)

Laden Sie sich Wetter-Daten der letzten 10 Jahre von der Seite `https://www.meteoblue.com/en/weather/archive/export/basel_switzerland_2661604` herunter. Schauen Sie sich das Datenformat an und laden Sie die Daten in einen R-Data-Frame mit adäquaten Spaltenüberschriften. Schaffen Sie sich anschießend einen deskriptiven Überblick über die Daten, indem Sie etwa Mittelwerte, Streuungsmaße und Zusammenhangsmaße zwischen verschiedenen Variablen ausrechnen. Visualisieren Sie die Daten anhand von Zeitreihen-Plots, Histogrammen und Boxplots (z.B. separat für verschiedene Jahre).

3. Aufgabe (mehrdimensionale Normalverteilung)

(a) Wählen Sie ein $\lambda \in (-1, 1)$ und definieren Sie den Vektor $\rho = (\sqrt{\lambda}, \dots, \sqrt{\lambda})^\top \in \mathbb{R}^d$.

(b) Erzeugen Sie die Matrix $\Sigma = (1 - \lambda)\mathbb{1} + \rho\rho^\top \in \mathbb{R}^{d \times d}$ und bestimmen Sie die Determinante, die Spur und die Singulärwertzerlegung der Matrix Σ.

(c) Die Dichte der d-variaten Normalverteilung $\mathcal{N}(\mu, \Sigma)$ ist gegeben durch

$$\frac{1}{\sqrt{\det(\Sigma)(2\pi)^d}} \exp\left(-\frac{1}{2}(x - \mu)^\top \Sigma^{-1}(x - \mu)\right)$$

mit $x \in \mathbb{R}^d$. Plotten Sie die Dichte für $d = 2$ und Kovarianzmatrix Σ für ein beliebiges μ mittels der Befehle `persp` und `contour` für verschiedene Werte λ.

4. Aufgabe (Gamma-Verteilung)

Gegeben sei die Funktion $p(x; \alpha, \beta) = \frac{\beta^\alpha x^{\alpha-1} e^{-\beta x}}{\Gamma(\alpha)}$ für $x > 0$ sowie $\alpha, \beta > 0$, wobei $\Gamma(\alpha)$ die in R vordefinierte Gamma-Funktion ist.

(a) Plotten Sie die Funktion für einen beliebigen Wert von α und β und vergeben Sie einen Titel sowie Achsenbeschriftungen.

(b) Fügen Sie in dasselbe Plot-Fenster Plots für andere α- und β-Werte in verschiedenen Farben hinzu.

(c) Berechnen Sie numerisch das Integral $\int_{\mathbb{R}} x p(x; \alpha, \beta) \mathrm{d}x$.