

# Cálculo Numérico de 1 variable. Curso 2019-20.

## PRÁCTICA 2: CONDICIONAMIENTO Y ESTABILIDAD

### 1. Introducción

El objetivo de esta segunda práctica es entender mejor el comportamiento de los números en el ordenador y la inestabilidad numérica que su manejo puede ocasionar.

### 2. Ejercicios

1. Las siguientes ecuaciones en diferencias pueden usarse para generar recursivamente los términos de la sucesión  $\{1/3^n\}_{n=0}^{\infty}$  (si las operaciones se hicieran exactamente)

$$\begin{aligned}r_0 &= 1, & r_n &= \frac{1}{3} r_{n-1}, & n &= 1, 2, \dots \\p_0 &= 1, & p_1 &= \frac{1}{3} & \text{y} & p_n = \frac{4}{3} p_{n-1} - \frac{1}{3} p_{n-2}, & n &= 2, 3, \dots \\q_0 &= 1, & q_1 &= \frac{1}{3} & \text{y} & q_n = \frac{10}{3} q_{n-1} - q_{n-2}, & n &= 2, 3, \dots\end{aligned}$$

Genera las cincuenta primeras aproximaciones numéricas de cada una de las ecuaciones en diferencias (trabaja con toda la precisión de la máquina). Compara los resultados anteriores con el valor de  $\{1/3^n\}_{n=0}^{\infty}$  calculado con doble precisión. Presenta tus resultados en una tabla. ¿Qué comportamiento observas? Haz un estudio del error (absoluto) cometido en cada caso. Dibuja en gráficas el error absoluto para analizar la estabilidad de los algoritmos (usa el comando `plot(·)`). Sacar conclusiones.

Introduce un pequeño error en los datos de entrada de las tres sucesiones (por ejemplo toma  $1 - 10^{-7}$  y  $1/3 - 10^{-7}$  y analiza que ocurre en ese caso).

2. Se desea evaluar la expresión  $A = (\sqrt{2} - 1)^6$ , tomando como valor aproximado de  $\sqrt{2}$  el valor 1.4. Matemáticamente, la evaluación de A se podría hacer mediante cualquiera de las seis expresiones alternativas siguientes (compruébalo):

$$\begin{array}{lll}a) (\sqrt{2} - 1)^6 & b) \frac{1}{(\sqrt{2}+1)^6} & c) (3 - 2\sqrt{2})^3 \\d) \frac{1}{(3+2\sqrt{2})^3} & e) 99 - 70\sqrt{2} & f) \frac{1}{99+70\sqrt{2}}\end{array}$$

Sin embargo, numéricamente hay una de las expresiones que, partiendo de la aproximación  $\sqrt{2} = 1.4$ , permite obtener el valor de A con menor error. Determinar cuál es esta expresión óptima.

**Ayuda:** La sintaxis para definir una función (interna al script) es la siguiente

$$f = @(variables)formula$$

Por ejemplo para introducir la función del apartado a) escribimos:

$$f_1 = @(x)(x - 1)^6;$$

$$\text{condicion}(f, x) = \text{abs}((x f'(x))/f(x))$$

Para la derivada usamos la aproximación con tres puntos

$$df(x)_{\text{aprox}} = (f(x+h) - f(x-h))/(2 * h)$$

fijando un incremento pequeño ( $h = 0.001$ ). Hay que introducir todas las funciones y todas las derivadas. Luego hay que calcular los números de condición.

3. Dibuja las funciones  $f(x) = (x-1)^4$  y  $g(x) = 1 - 4x + 6x^2 - 4x^3 + x^4$  para  $x \in [1 - 3 * 10^{-4}, 1 + 3 * 10^{-4}]$ . Utiliza los comandos `linspace` y `plot`. Saca conclusiones.