Cálculo Numérico de 1 variable. Curso 2019-20.

PRÁCTICA 4: INTERPOLACIÓN Y SPLINES

1. Introducción El objetivo de esta cuarta práctica es trabajar la interpolación polinomial de Hermite y los splines cúbicos naturales y sujetos. Los ficheros que podéis utilizar son
`diferencias_divididas.m`,
`diferencias_divididas_Hermite.m`,
`coef_polinomio_interpolador.m`
`splineNatural.m`
`splineSujeto.m`
`splineEval.m`
`splineTabla.m`.

2. Ejercicios

1. Un automóvil realiza un recorrido en una carretera recta y se cronometra la distancia recorrida y la velocidad en distintos momentos, con los siguientes resultados:

Tiempo (segundos)	0	3	5	9	12
Distancia (metros)	0	99	165	290	380
Velocidad (metros/segundo)	30	33	30	25	33

   Utiliza interpolación de Hermite para predecir la distancia recorrida y la velocidad en $t = 10$ segundos y estima la cota de error.

2. Se considera la función $f(x) = \frac{1}{(1+x^2)}$ definida en el intervalo $[-5, 5]$.

   a) Dibuja el spline cúbico natural correspondiente a n nodos equiespaciados para $n = 2, 5, 15$ y 20. Compara el dibujo del spline con los dibujos de los polinomios interpoladores en nodos equiespaciados y en los nodos de Chebyshev que se realizaron en la práctica 3.

   b) Dibuja el spline cúbico sujeto con derivadas nulas (con derivadas +/- 1, o derivadas +/- 100) correspondiente a n nodos equiespaciados para $n = 2, 5, 15$ y 20. Compara los resultados.

   c) Dibuja el error absoluto cometido al aproximar f por el spline sujeto y por el spline natural.

3. Se considera la función $f(x) = x^{5/2}$ definida en el intervalo $[0, 1]$.

   a) Dibuja el error absoluto cometido al aproximar f por el spline cúbico natural y por el spline cúbico sujeto con 11 nodos equiespaciados.

   b) Dibuja el error absoluto cometido al aproximar f por el spline cúbico natural y por el spline cúbico sujeto con 11 nodos no equiespaciados $x(i) = \left(\frac{i}{n}\right)^2$, $i = 1, \ldots, 11$.

   c) Saca conclusiones.

4. Escribe un programa que dada una función f, el intervalo de trabajo y los coeficientes a, b, c, d del spline construya una tabla con los máximos de los errores absolutos $|f(x) - S(x)|$ en cada subintervalo.

5. Considera la lista de puntos del plano $(x_i, y_i)_{i=0}^{7}$ dada por los puntos $A = (0, 0); B = (1, -1); C = (4, 5); D = (5, 3); E = (7, 5); F = (7, 0); G = (8, -1); H = (9, 0)$ Utilizando splines cúbicos construye dos funciones $x(t)$ e $y(t)$ que interpolen las listas $(i, x_i)_{i=0}^{7}$ e $(i, y_i)_{i=0}^{7}$ en el intervalo $[0, 7]$ en los dos casos siguientes

   (i) Splines cúbicos naturales

   (ii) Splines cúbicos sujetos con $x'(0) = y'(0) = 1$ y $x'(7) = y'(7) = 1$.

   Representa gráficamente las curvas de coordenadas parámetricas $x(t)$ e $y(t)$.

6. Se quiere aproximar la parte superior del dibujo de un pato en vuelo y se tienen los siguientes puntos por los que debe pasar la curva

   $x = [0.9, 1.3, 1.9, 2.1, 2.6, 3.0, 3.9, 4.4, 4.7, 5.0, 6.0, 7.0, 8.0, 9.2, 10.5, 11.3, 11.6, 12.0, 12.6, 13.0, 13.3]$

   y

   $f(x) = [1.3, 1.5, 1.85, 2.1, 2.6, 2.7, 2.4, 2.15, 2.05, 2.1, 2.25, 2.3, 2.25, 1.95, 1.4, 0.9, 0.7, 0.6, 0.5, 0.4, 0.25]$.

   (i) Utiliza interpolación polinomial de Lagrange para aproximar la curva. Dibuja la gráfica.

   (ii) Utiliza splines cúbicos naturales para aproximar la curva. Dibuja la gráfica.

   Compara los resultados.

En el libro de R. Burden y J. Faires, página 157, estń las coordenadas para dibujar la parte superior de un perrito.

También podéis comparar las funciones splines que os hemos dado con la función de Matlab spline.