

Ejercicio 25:

Tenemos un sistema formado por cables y vigas (líneas horizontales de la estructura) conectados, con cargas actuando sobre distintos puntos de las vigas

Nuestro objetivo es determinar la carga total admisible que puede soportar el sistema (despreciamos el peso de los cables y las vigas)

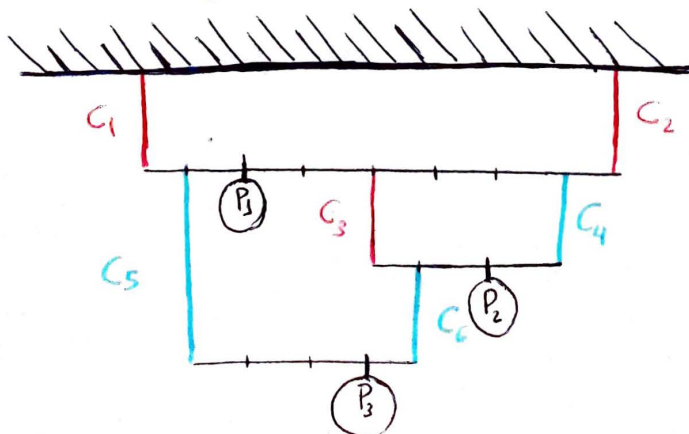
Variables de decisión

P_i = el peso de la carga situada en la posición P_i

Función objetivo: El problema consiste en maximizar la carga total

$$\max \sum_{i=1}^3 P_i$$

Restricciones: Observando el dibujo, podemos comprobar que se trata de un ejercicio de proporciones.



Mostramos ahora la fuerza que tiene que ejercer cada uno de los cables:

$$C_6 : \quad \frac{3}{4} P_3 \leq 50$$

$$C_5 : \quad \frac{1}{4} P_3 \leq 50$$

$$C_4 : \quad \frac{2}{3} P_2 + \frac{1}{3} \left(\frac{3}{4} P_3 \right) \leq 50$$

$$C_3 : \quad \frac{1}{3} P_2 + \frac{2}{3} \left(\frac{3}{4} P_3 \right) \leq 100$$

$$C_2 : \quad \frac{2}{8} P_1 + \frac{1}{2} C_3 + \frac{7}{8} C_4 + \frac{1}{8} C_5$$

$$C_1 : \quad \frac{6}{8} P_1 + \frac{1}{2} C_3 + \frac{1}{8} C_4 + \frac{7}{8} C_5$$

Simplificando todas estas expresiones:

$$C_6^* : \quad \boxed{3P_3 \leq 200}$$

$$C_5^* : \quad \boxed{P_3 \leq 200}$$

$$C_4^* : \quad \frac{2}{3} P_2 + \frac{1}{4} P_3 \leq 50 \iff \boxed{8P_2 + 3P_3 \leq 600}$$

$$C_3^* : \quad \frac{1}{3} P_2 + \frac{1}{2} P_3 \leq 100 \iff \boxed{2P_2 + 3P_3 \leq 600}$$

$$\begin{aligned}
 C_2^* : \quad & \frac{1}{4} P_1 + \frac{1}{2} C_3 + \frac{7}{8} C_4 + \frac{1}{8} C_5 = \\
 & = \frac{1}{4} P_1 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} P_2 + \frac{1}{2} P_3 \right) + \frac{7}{8} \left(\frac{1}{4} P_3 + \frac{2}{3} P_2 \right) + \frac{1}{8} \left(\frac{1}{4} P_3 \right) \\
 & = \frac{1}{4} P_1 + \frac{3}{4} P_2 + \frac{1}{2} P_3 \leq 100 \Leftrightarrow \boxed{P_1 + 3P_2 + 2P_3 \leq 400}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C_1^* : \quad & -P_1 + \frac{1}{2} C_3 + \frac{1}{8} C_4 + \frac{7}{8} C_5 = \\
 & = \frac{3}{4} P_1 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} P_2 + \frac{1}{2} P_3 \right) + \frac{1}{8} \left(\frac{2}{3} P_2 + \frac{1}{4} P_3 \right) + \frac{7}{8} \left(\frac{1}{4} P_3 \right) \\
 & = \frac{3}{4} P_1 + \frac{1}{4} P_2 + \frac{1}{2} P_3 \leq 100 \Leftrightarrow \boxed{3P_1 + P_2 + 2P_3 \leq 400}
 \end{aligned}$$

En realidad de entre todas estas condiciones hay algunas que son más restrictivas que otras. Por tanto, las restricciones anteriores pueden reducirse al conjunto de restricciones siguiente :

$$\left. \begin{array}{l}
 3P_3 \leq 200 \\
 8P_2 + 3P_3 \leq 600 \\
 2P_2 + 3P_3 \leq 600 \\
 P_1 + 3P_2 + 2P_3 \leq 400 \\
 3P_1 + P_2 + 2P_3 \leq 400
 \end{array} \right\} P_i \geq 0 \quad \forall i = 1, 2, 3$$