

1、判定下述向量组是线性相关还是线性无关

(1)

$$\alpha_1=(2 \ 0 \ -1 \ 2), \alpha_2=(0 \ -2 \ 1 \ 3), \alpha_3=(3 \ -1 \ 2 \ 1), \alpha_4=(-2 \ 4 \ -7 \ 5)$$

(2)

$$\alpha_1=(1 \ -1 \ 0 \ 0), \alpha_2=(0 \ 1 \ -1 \ 0), \alpha_3=(0 \ 0 \ 1 \ -1), \alpha_4=(-1 \ 0 \ 0 \ 1)$$

2、设三维几何空间中建立了直角坐标系，判定如下四个点是否共面

(1) $A(1,1,1), B(1,2,3), C(1,4,9), D(1,8,27)$

(2) $A(1,1,1), B(1,2,3), C(2,5,8), D(3,7,15)$

3、举例说明若干个两两线性无关的向量，其全体不一定线性无关。

4、若 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ 线性无关，问 $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \dots, \alpha_{n-1} + \alpha_n, \alpha_n + \alpha_1$ 是否一定线性无关，为什么？

5、若 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ 线性相关，问 $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \dots, \alpha_{n-1} + \alpha_n, \alpha_n + \alpha_1$ 是否一定线性相关，为什么？

6、设复数域上的向量 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ 线性无关， λ 取什么复数值时，向量 $\alpha_1 - \lambda\alpha_2, \alpha_2 - \lambda\alpha_3, \dots, \alpha_{n-1} - \lambda\alpha_n, \alpha_n - \lambda\alpha_1$ 线性无关。

7、设 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ 是一组 n 维数组向量，已知标准向量 e_1, e_2, \dots, e_n 可被 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ 线性表示，证明 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ 线性无关。