

Formulario di Optoelettronica

Lorenzo Rossi - lgorenzo14.rossi@mail.polimi.it

AA 2020/2021

Email: lorenzo14.rossi@mail.polimi.it

GitHub: <https://github.com/lorossi>

Quest'opera è distribuita con Licenza Creative Commons Attribuzione

Non commerciale 4.0 Internazionale 

Versione aggiornata al 11/06/2021

Indice

1	Riguardo al formulario	1
2	Richiami di base	1
3	Onde elettromagnetiche e pacchetti d'onda	2
3.1	Leggi di Snell	2
3.2	Riflessione e trasmissione	2
3.3	Tunneling ottico	2
3.4	Sfasamento	3
3.5	Coerenza	3
3.6	Interferenza	3
3.7	Riflettore di Bragg	4
3.8	Strato antiriflesso	4
4	Cavità di Fabry-Perot	5
5	Guida d'onda	6
6	Fibra ottica	7
6.1	Fibra step index	7
6.2	Fibra GRIN	7
7	Laser	8
7.1	Laser a gas	8
7.1.1	Effetto Doppler	8
7.2	Laser a stato solido	8
8	Semiconduttori	9
9	LED	9
9.1	Emettitore lambertiano	9
9.2	Efficienza	9
10	Fotodiodi	10
10.1	Fotodiodo a valanga - APD	10
10.2	Diodo fotovoltaico	10

1 Riguardo al formulario

Quest'opera è distribuita con Licenza Creative Commons - Attribuzione Non commerciale 4.0 Internazionale 

Questo formulario verrà espanso (ed, eventualmente, corretto) periodicamente fino a fine corso (o finché non verrà ritenuto completo).

Link repository di GitHub: <https://github.com/lorossi/formulario-optoelettronica>

L'ultima versione può essere scaricata direttamente cliccando [su questo link](#).

In questo formulario ho cercato prima di tutto di mettere le formule importanti per la risoluzione degli esercizi, preferendole a quelle utili alla comprensione della materia.

2 Richiami di base

- Angolo solido:
 - Assume valori nell'intervallo $[0, 4\pi]$
 - Elemento infinitesimo $d\Omega = 2\pi \sin(\theta)d\theta$
 - Integrale $\Omega = \int_0^{2\pi} = 2\pi [1 - \cos(\theta)]$
 - Unità di misura *steradiane*
- Spettro di luce visibile:

Colore	Lunghezza d'onda [nm]	Frequenza Thz
Viola	380 - 450	670 - 790
Blu	450 - 485	620 - 670
Ciano	485 - 500	600 - 620
Verde	500 - 565	530 - 600
Giallo	565 - 590	510 - 530
Arancione	590 - 625	480 - 510
Rosso	625 - 700	400 - 480

3 Onde elettromagnetiche e pacchetti d'onda

- Velocità di gruppo $v = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{c}{N_g}$
- Velocità di fase $v_f = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{n}$
- Indice di gruppo $N_g = n - \lambda_0 \frac{\partial n}{\partial \lambda_0}$
- Variazione della lunghezza d'onda $\Delta \lambda = \frac{c}{\nu^2} |\Delta \nu|$

3.1 Leggi di Snell

- Angoli (rispetto alla normale della superficie):
 - Fascio incidente θ_i
 - Fascio riflesso θ_r
 - Fascio trasmesso θ_t
- Prima legge $\theta_i = \theta_r$
- Seconda legge $n_1 \sin(\theta_i) = n_2 \sin(\theta_t)$
- Total internal reflection $\theta_c = \arcsin \frac{n_2}{n_1}$

3.2 Riflessione e trasmissione

- Coefficiente di riflessione $R = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2$
- Coefficiente di trasmissione $T = \left(\frac{2n_2}{n_2 + n_1} \right)^2$

3.3 Tunneling ottico

- Campo evanescente $\vec{E} \propto \exp \{-\alpha_2 z\} \exp \{i\omega t\}$
- Coefficiente di attenuazione $\alpha = \frac{2\pi n}{\lambda} \sqrt{\left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 \sin^2(\theta_i) - 1}$
- Penetrazione $\delta = \frac{1}{\alpha}$

3.4 Sfasamento

- Dovuto alla riflessione interna $\phi = 0$
- Dovuto alla riflessione esterna $\phi = \pi$
- Dovuto all'attraversamento di un mezzo $\Delta\phi = \frac{2\pi n}{\lambda_0} l$
- Della componente riflessa all'interfaccia:
 - Coefficiente perpendicolare $r_{\perp} = \frac{\cos(\theta_i) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\theta_i)}}{\cos(\theta_i) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\theta_i)}}$
 - Sfasamento perpendicolare $\Phi_{\perp} = 2 \arctan \left[\frac{\sqrt{\sin^2(\theta_i) - (n_2/n_1)^2}}{\cos(\theta_i)} \right]$
 - Relazione degli sfasamenti $\tan \left(\frac{1}{2} \Phi_{\perp} + \frac{\pi}{2} \right) = \frac{1}{n^2} \tan \left(\frac{1}{2} \Phi_{\perp} \right)$

3.5 Coerenza

- Spaziale $l_c = c \cdot \Delta\nu$
- Temporale $t_c = \frac{1}{\Delta\nu}$

3.6 Interferenza

- Campo totale $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$
- Modulo quadro $|\vec{E}|^2 = |\vec{E}_1|^2 + |\vec{E}_2|^2 + 2\vec{E}_1 \times \vec{E}_2$
- Intensità $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\delta)$ con $\delta = k(r_2 - r_1) + \phi_2 - \phi_1$
- Interferenza costruttiva $\delta = 2m\pi$, $I = 4I_1 = 4I_2$ *in fase*
- Interferenza distruttiva $\delta = 2(m+1)\pi$, $I = 0$ *in quadratura*
- Interferometro di Young:
 - Picchi di interferenza costruttiva $y = \frac{L}{S} \lambda m$
 - Intensità dei picchi $I = I_0 \left[1 + \cos \left(k \frac{S}{L} y \right) \right]$
 - Figure di interferenza:
 - * Massimi $k = \frac{S}{L} y = 2m\pi$
 - * Minimi $k = \frac{S}{L} y = 2(m+1)\pi$

3.7 Riflettore di Bragg

- Spessore $d = \frac{\lambda_0}{n \cdot 2} = \frac{\lambda}{4}$
- Riflettanza di un riflettore a N strati $R = \left(\frac{n_1^{2N} - n_0/n_3}{n_1^{2N} + n_0/n_3} \frac{n_2^{2N}}{n_2^{2N}} \right)^2$
- Larghezza a metà altezza dello spettro delle lunghezze d'onda $\Delta\lambda_{1/2} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{4}{\pi} \arcsin \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)$

3.8 Strato antiriflesso

- Spessore $d = \frac{\lambda_0}{n \cdot 4} = \frac{\lambda}{4}$
- Indice di rifrazione $n_2 = \sqrt{n_1 n_3}$
- Riflettività $\left(\frac{n_0 n_1 - n_2}{n_0 n_1 + n_2} \right)^2$

4 Cavit  di Fabry-Perot

- Frequenze ammesse $\nu = m \frac{c}{2L}$, m numero intero positivo, indice del modo
- Free spectral range $\Delta\nu_{\text{FSR}} = \nu_m - \nu_{m-1} = \frac{c}{2L}$
- Campo elettrico totale $\vec{E} = \frac{A_0}{1 - R \cdot e^{j2kl}}$
- Intensit  totale $I = |E|^2 = \frac{A_0^2}{(1 - R)^2 + 4R \sin(kL)^2}$
- Massima ampiezza $I_{\text{max}} = \frac{I_0}{(1 - R)^2}$
- Finezza spettrale $F = \frac{\pi\sqrt{R}}{1 - R}$
- Larghezza a met  altezza dello spettro della frequenza $\Delta\nu_{1/2} = \frac{\frac{c}{2L}}{\frac{\pi\sqrt{R}}{1 - R}}$
- Larghezza a met  altezza dello spettro dell'intensit  $\Delta I_{1/2} = \sin(kL) = \frac{1 - R}{2\sqrt{R}}$
- Fattore qualit  $Q = \frac{\nu_m}{\Delta\nu} = mF$

5 Guida d'onda

- Angolo caratteristico del modo $\theta_m = \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}$
- Condizione di guida d'onda $\frac{2\pi n_1(2a)}{\lambda} \cos(\theta_m) - \Phi_m = m\pi$
- Componenti del modo
 - Componente viaggiante $\beta_m = k_1 \sin(\theta_m)$
 - Componente stazionaria $\kappa_m = k_1 \cos(\theta_m)$
- Numero di modi
 - V-number $V = \frac{2\pi a n_1}{\lambda} \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}$
 - Numero di modi $m < \frac{2V - \Phi_m}{\pi}$
 - Numero totale di modi $\text{int}\left(\frac{2V}{\pi}\right) + 1$
 - Propagazione monomodale $V < \frac{\pi}{2}$
 - Lunghezza di cut-off $\lambda_c = 4a\sqrt{n_1^2 - n_2^2}$
- Dispersione
 - Intermodale $\frac{\Delta\tau}{L} \approx \frac{n_1 - n_2}{c}$
 - Di materiale $\frac{\Delta\tau}{L} \approx D_m \Delta\lambda$, con $D_m = \left| -\frac{\lambda}{c} \frac{\partial^2}{\partial \lambda^2} \right|$
 - Intramodale $\Delta\omega = \frac{2\pi}{\Delta\tau}$

6 Fibra ottica

6.1 Fibra step index

- Differenza di indice relativa $\Delta = \frac{n_1 - n_2}{n_1}$
- Numero di modi $M \approx \frac{V^2}{2}$
- Dispersione
 - Intermodale $\frac{\Delta\tau}{L} \approx \frac{n_1 - n_2}{c} = \frac{n_1\Delta}{c}$
 - Di materiale $\frac{\Delta\tau}{L} \approx D_m\Delta\lambda$, con $D_m = \left| -\frac{\lambda}{c} \frac{\partial^2}{\partial\lambda^2} \right|$
 - Cromatica $\frac{\Delta\tau}{L} = |D_m + D_w|\Delta\lambda = |D_{Cr}|\Delta\lambda$
- Apertura numerica (NA)
 - $\text{NA} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$
 - Angolo di accettazione massimo $\alpha = \arcsin\left(\frac{\text{NA}}{n_0}\right)$
 - V-Number $V = \frac{2\pi a}{\lambda} \text{NA}$
 - Per $V < 2.405$ ho fibra monomodale.

6.2 Fibra GRIN

- $n \sin(\theta) = \text{cost}$ in tutta la sezione di fibra

7 Laser

- Guadagno $g = \frac{c^2}{8\pi\nu^2 c^2 \tau_{sp} \Delta\nu} (N_2 - N_1)$
- Condizione di soglia $g_{th} = \alpha_t = \alpha_s + \frac{1}{2L} \ln \left(\frac{1}{R_1 R_2} \right)$, α_s perdite interne
- Guadagno di soglia $g_{th} = \frac{1}{2L} \ln \left(\frac{1}{R_1 R_2} \right)$
- Guadagno del laser (sopra soglia) $g = \frac{c^2}{8\pi\nu^2 n^2 \tau_{sp} \Delta\nu} (N_2 - N_1)$
- Potenza di uscita $P_{out} = \frac{N_{ph}}{2} \frac{c}{n} h\nu (1 - R_1) A$, A area della superficie del laser
 - In funzione del flusso fotonico $P_{out} = \frac{1}{2} \Phi_{ph} A h\nu_0 (1 - R_2)$
- Tempo di spegnimento del laser $\tau_{ph} = \frac{n}{c \cdot \alpha_t}$

7.1 Laser a gas

7.1.1 Effetto Doppler

- Periodo apparente $T' = T \left(1 + \frac{v_x}{c} \right)$
- Frequenza apparente $\nu' \approx \nu \left(1 - \frac{v_x}{c} \right)$
- Allargamento Doppler $\Delta\nu_{FWHM} = 2\nu_0 \sqrt{\frac{2KT \log(2)}{mc^2}}$
- Numero di modi in cavità $m = \frac{\nu_{FWHM}}{\nu_{FSR}}$

7.2 Laser a stato solido

- Equazione del diodo $\frac{I}{qwld} = \frac{n}{\tau_r} + C \cdot n \cdot N_{ph}$
- Numero di fotoni $N_{ph} = \frac{\tau_{ph}}{qwld} (I - I_{th})$
- Slope efficiency $SE = \frac{hc^2 \tau_{ph}}{2n\lambda qL}$
- Potenza in uscita $P_0 = SE \cdot (I - I_{th})$

8 Semiconduttori

- Legge dell'azione di massa $n = p = n_i^2 = N_c N_v \exp \frac{E_g}{kT}$
- Corrente di deriva $J = qF(n\mu_n + p\mu_p)$
- Corrente di diffusione $J = qD_n \frac{\partial n}{\partial x} - qD_p \frac{\partial p}{\partial x}$

9 LED

- Energia massima dei fotoni $E_{\text{MAX}} = E_G + \frac{KT}{2}$
- Legge di Varshni $E_G(T) = E_G(0) - \frac{AT^2}{B + T}$
- Brillanza $\Phi_V = P_{\text{out}} \cdot 683 \frac{\text{lm}}{\text{W}} \cdot V(\lambda)$

9.1 Emettitore lambertiano

- Intensità $I(\theta) = I_0 \cos(\theta)$
- Potenza emessa $P_0 = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_0 \cos(\theta) d\Omega = \int_0^{\pi/2} 2\pi \sin(\theta) d\theta$

9.2 Efficienza

- Quantica interna $\eta_{\text{iqe}} = \frac{\text{tasso ricombinazione radiativa}}{\text{tasso ricombinazione}} = \frac{1/\tau_r}{1/\tau_r + 1/\tau_{nr}} = \frac{\Phi_{ph}}{I/q} = \frac{P_{\text{in}}/h\nu}{I/q}$
- Quantica esterna $\eta_{\text{eqe}} = \frac{P_{\text{out}}/h\nu}{I/q}$
- Di estrazione $\eta_{\text{ee}} = \eta_{\text{eqe}}/\eta_{\text{iqe}} \leq 1$
- Di conversione di potenza $\eta_{\text{pce}} = \frac{P_{\text{out}}}{VI} = \eta_{\text{eqe}} \cdot \frac{h\nu}{qV}$
- Luminosa $\eta_{\text{le}} = \frac{\Phi_v}{VI}$
- Larghezza spettro di emissione $\Delta\nu_{1/2} = \frac{mkT}{h}$, $m \approx 3$
- Larghezza spettro di emissione $\Delta\lambda_{1/2} = \frac{mkT\lambda_0^2}{hc}$, $m \approx 3$

10 Fotodiodi

- Efficienza quantica $\eta = \frac{I_{ph}/q}{P_0/h\nu}$
- Responsività $R = \frac{I_{ph}}{P_0} = \eta \frac{q}{h\nu} = \eta \frac{q\lambda}{hc}$
- Capacità di svuotamento $C = \epsilon_{Si} \frac{A}{wd}$
- Tensione di built-in $\Phi_{bi} = \frac{KT}{q} \ln \left(\frac{N_A N_D}{n_i^2} \right)$
- Lunghezza zona di svuotamento $w = \sqrt{\frac{2\epsilon_{Si}}{q} (V_R + \Phi_{bi}) \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right)}$

10.1 Fotodiodo a valanga - APD

- Coefficienti di assorbimento:
 - degli elettroni $\alpha_e = A_e \cdot \exp \left(\frac{B_e}{F} \right)$
 - delle lacune $\alpha_h = A_h \cdot \exp \left(\frac{B_h}{F} \right)$
 - rapporto $k = \frac{\alpha_e}{\alpha_h}$
 - Fattore di guadagno $M = \frac{1 - k}{e^{-(1-k)\alpha_e w} - k}$
- Fattore di guadagno $M = \frac{I_{ph}}{I_{ph0}} \approx \left[1 - \left(\frac{V}{V_{BD}} \right)^m \right]^9$

10.2 Diodo fotovoltaico

- Corrente $I = -I_{ph} + I_D \left[\exp \left(\frac{qV}{kT} \right) - 1 \right]$
- Fill factor $FF = \frac{V_m I_m}{V_{oc} I_{cc}}$