

Formulario di Optoelettronica

Lorenzo Rossi - lgorenzo14.rossi@mail.polimi.it

AA 2020/2021

Email: lorenzo14.rossi@mail.polimi.it

GitHub: <https://github.com/lorossi>

Quest'opera è distribuita con Licenza Creative Commons Attribuzione

Non commerciale 4.0 Internazionale 

Versione aggiornata al 03/05/2021

Indice

1	Riguardo al formulario	1
2	Richiami di base	1
3	Onde elettromagnetiche e pacchetti d'onda	1
3.1	Leggi di Snell	1
3.2	Riflessione e trasmissione	2
3.3	Tunneling ottico	2
3.4	Sfasamento	2
3.5	Coerenza	2
3.6	Interferenza	3
4	Riflettore di Bragg	3
5	Cavità di Fabry-Perot	3
6	Guida d'onda	4
7	Fibra ottica	5
7.1	Fibra step index	5
7.2	Fibra GRIN	5
8	Laser	5
8.1	Effetto Doppler	6

1 Riguardo al formulario

Quest'opera è distribuita con Licenza Creative Commons - Attribuzione Non commerciale 4.0 Internazionale 

Questo formulario verrà espanso (ed, eventualmente, corretto) periodicamente fino a fine corso (o finché non verrà ritenuto completo).

Link repository di GitHub: <https://github.com/lorossi/formulario-optoelettronica>

L'ultima versione può essere scaricata direttamente cliccando [su questo link](#).

In questo formulario ho cercato prima di tutto di mettere le formule importanti per la risoluzione degli esercizi, preferendole a quelle utili alla comprensione della materia.

2 Richiami di base

- Angolo solido:
 - Assume valori nell'intervallo $[0, 4\pi]$
 - Elemento infinitesimo $d\Omega = 2\pi \sin(\theta)d\theta$
 - Integrale $\Omega = \int_0^{2\pi} = 2\pi [1 - \cos(\theta)]$
 - Unità di misura *steradiane*

3 Onde elettromagnetiche e pacchetti d'onda

- Velocità di gruppo $v = \frac{\partial\omega}{\partial k} = \frac{c}{N_g}$
- Velocità di fase $v_f = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{n}$
- Indice di gruppo $N_g = n - \lambda_0 \frac{\partial n}{\partial \lambda_0}$
- Variazione della lunghezza d'onda $\Delta\lambda = \frac{c}{\nu^2} |\Delta\nu|$

3.1 Leggi di Snell

- Angoli (rispetto alla normale della superficie):
 - Fascio incidente θ_i
 - Fascio riflesso θ_r
 - Fascio trasmesso θ_t
- Prima legge $\theta_i = \theta_r$
- Seconda legge $n_1 \sin(\theta_i) = n_2 \sin(\theta_t)$
- Total internal reflection $\theta_c = \arcsin \frac{n_2}{n_1}$

3.2 Riflessione e trasmissione

- Coefficiente di riflessione $R = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}\right)^2$
- Coefficiente di trasmissione $T = \left(\frac{2n_2}{n_2 + n_1}\right)^2$
- Strato antiriflesso:
 - Spessore $d = \frac{\lambda_0}{4n_2} = \frac{\lambda}{4}$
 - Indice di riflessione $n_2 = \sqrt{n_1 n_3}$
 - Riflettività $\left(\frac{n_0 n_1 - n_2}{n_0 n_1 + n_2}\right)^2$

3.3 Tunneling ottico

- Campo evanescente $\vec{E} \propto \exp\{-\alpha_2 z\} \exp\{i\omega t\}$
- Coefficiente di attenuazione $\alpha = \frac{2\pi n}{\lambda} \sqrt{\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \sin^2(\theta_i) - 1}$
- Penetrazione $\delta = \frac{1}{\alpha}$

3.4 Sfasamento

- Dovuto alla riflessione interna $\phi = 0$
- Dovuto alla riflessione esterna $\phi = \pi$
- Dovuto all'attraversamento di un mezzo $\partial\phi = \partial\frac{2\pi n}{\lambda_0}$
- Della componente riflessa all'interfaccia:
 - Coefficiente perpendicolare $r_{\perp} = \frac{\cos(\theta_i) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\theta_i)}}{\cos(\theta_i) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\theta_i)}}$
 - Sfasamento perpendicolare $\Phi_{\perp} = 2 \arctan \left[\frac{\sqrt{\sin^2(\theta_i) - (n_2/n_1)^2}}{\cos(\theta_i)} \right]$
 - Relazione degli sfasamenti $\tan\left(\frac{1}{2}\Phi_{\perp} + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{n^2} \tan\left(\frac{1}{2}\Phi_{\perp}\right)$

3.5 Coerenza

- Spaziale $l_c = c \cdot \Delta\nu$
- Temporale $t_c = \frac{1}{\Delta\nu}$

3.6 Interferenza

- Campo totale $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$
- Modulo quadro $|\vec{E}|^2 = |\vec{E}_1|^2 + |\vec{E}_2|^2 + 2\vec{E}_1 \times \vec{E}_2$
- Intensità $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\delta)$ con $\delta = k(r_2 - r_1) + \phi_2 - \phi_1$
- Interferenza costruttiva $\delta = 2m\pi$, $I = 4I_1 = 4I_2$ in fase
- Interferenza distruttiva $\delta = 2(m+1)\pi$, $I = 0$ in quadratura
- Interferometro di Young:
 - Picchi di interferenza costruttiva $y = \frac{L}{S}\lambda m$
 - Intensità dei picchi $I = I_0 \left[1 + \cos \left(k \frac{S}{L} y \right) \right]$
 - Figure di interferenza:
 - * Massimi $k = \frac{S}{L} y = 2m\pi$
 - * Minimi $k = \frac{S}{L} y = 2(m+1)\pi$

4 Riflettore di Bragg

- Riflettanza di un riflettore a N strati $R = \left(\frac{n_1^{2N} - n_0/n_3 \ n_2^{2N}}{n_1^{2N} + n_0/n_3 \ n_2^{2N}} \right)^2$
- FWHM $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{4}{\pi} \arcsin \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)$

5 Cavità di Fabry-Perot

- Frequenze ammesse $\nu = m \frac{c}{2L}$, m numero intero positivo
- Free spectral range $\Delta\nu = \nu_m - \nu_{m-1} = \frac{c}{2L}$
- Campo elettrico totale $\vec{E} = \frac{A_0}{1 - R \cdot e^{j2kl}}$
- Intensità totale $I = |E|^2 = \frac{A_0^2}{(1 - R)^2 + 4R \sin(kL)^2}$
- Massima ampiezza $I_{max} = \frac{I_0}{(1 - R)^2}$
- Full width half maximum (FWHM) dell'intensità $\sin(kL) = \frac{1 - R}{2\sqrt{R}}$
- Finezza spettrale $F = \frac{\pi\sqrt{R}}{1 - R}$

- Full width half maximum (FWHM) della frequenza $\Delta\nu = \frac{\frac{C}{2L}}{\frac{\pi\sqrt{R}}{1-r}}$
- $\Delta\nu_{\text{FWHM}} = \frac{C}{2n_s L}$
- Fattore qualità $Q = \frac{\nu_m}{\Delta\nu} = mF$

6 Guida d'onda

- Angolo caratteristico del modo $\theta_m = \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}$
- Condizione di guida d'onda $\frac{2\pi n_1(2a)}{\lambda} \cos(\theta_m) - \Phi_m = m\pi$
- Componenti del modo
 - Componente viaggiante $\beta_m = k_1 \sin(\theta_m)$
 - Componente stazionaria $\kappa_m = k_1 \cos(\theta_m)$
- Numero di modi
 - V-number $V = \frac{2\pi a n_1}{\lambda} \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}$
 - Numero di modi $m < \frac{2V - \Phi_m}{\pi}$
 - Numero totale di modi $\text{int}\left(\frac{2V}{\pi}\right) + 1$
 - Propagazione monomodale $V < \frac{\pi}{2}$
 - Lunghezza di cut-off $\lambda_c = 4a\sqrt{n_1^2 - n_2^2}$
- Dispersione
 - Intermodale
 - * Stima della dispersione intermodale $\Delta\tau = \frac{Ln_1}{c} - \frac{Ln_2}{c}$
 - * Dispersione per unità di lunghezza $\frac{\Delta\tau}{L} = \frac{n_1 - n_2}{c}$
 - Intramodale
 - * In presenza di un solo modo ($\omega < \omega_{\text{cutoff}}$) il pacchetto si distribuisce su un range di frequenze angolari
 - * $\Delta\omega = \frac{2\pi}{\Delta\tau}$
 - Di materiale
 - * Prescinde dalla propagazione in guida e discende dalla dipendenza di n dalla lunghezza d'onda
 - * $D_m = \frac{\Delta t}{L\Delta\lambda} = \left| -\frac{\lambda}{c} \frac{\partial^2}{\partial\lambda^2} \right|$

7 Fibra ottica

7.1 Fibra step index

- Differenza di indice relativa $\Delta = \frac{n_1 - n_2}{n_1}$
- Numero di modi $M \approx \frac{V^2}{2}$
- Attenuazione in fibra $\alpha = -\frac{1}{P} \frac{dP}{dx} \rightarrow P = P_0 e^{-\alpha L}, E = E_0 e^{-\alpha L/2}$
- Dispersione
 - Intermodale $\frac{\Delta\tau}{L} \approx \frac{n_1 - n_2}{c} = \frac{n_1 \Delta}{c}$
 - Di materiale $\frac{\Delta\tau}{L} = |D_m| \Delta\lambda$ con $D_m = -\frac{\lambda}{c} \frac{d^2 n}{d\lambda^2}$
 - Di guida/cromatica $\frac{\Delta\tau}{L} = |D_w| \Delta\lambda$
 - Sommando D_m e D_w si ottiene la dispersione cromatica $\frac{\Delta\tau}{L} = |D_m + D_w| \Delta\lambda = |D_{Cr}| \Delta\lambda$
- Apertura numerica (NA)
 - $\text{NA} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$
 - Angolo di accettazione massimo $\alpha = \arcsin\left(\frac{\text{NA}}{n_0}\right)$
 - V-Number $V = \frac{2\pi a}{\lambda} \text{NA}$
 - Per $V < 2.405$ ho fibra monomodale.

7.2 Fibra GRIN

- $n \sin(\theta) = \text{cost}$ in tutta la sezione di fibra

8 Laser

- Guadagno $g = \frac{c^2}{8\pi\nu^2 c^2 \tau_{sp} \Delta\nu} (N_2 - N_1)$
- Condizione di soglia $e^{2lg} = e^{2\alpha_s} \frac{1}{R_1 R_2}$
- Guadagno di soglia $g_t h = \frac{1}{2L} \ln\left(\frac{1}{R_1 R_2}\right) + \alpha_s$
- Guadagno del laser (sopra soglia) $g = \frac{c^2}{8\pi\nu^2 n^2 \tau_{sp} \Delta\nu} (N_2 - N_1)$
- Potenza di uscita $P_{out} = \frac{N_{ph}}{2} \frac{c}{n} h\nu (1 - R_1) A$, A area della superficie del laser

– In funzione del flusso fotonico $P_{out} = \frac{1}{2}\Phi_{ph}Ah\nu_0(1 - R_2)$

- Tempo di spegnimento del laser $\tau_{ph} = \frac{n}{c}\alpha_t$

8.1 Effetto Doppler

- Periodo apparente $T' = T \left(1 + \frac{v_x}{c}\right)$
- Frequenza apparente $\nu' \approx \nu \left(1 - \frac{v_x}{c}\right)$
- Allargamento Doppler $\Delta\nu_{FWHM} = 2\nu_0\sqrt{\frac{2KT\log(2)}{mc^2}}$ solo per i laser a gas