

# Formulario di Optoelettronica

Lorenzo Rossi - [lorenzo14.rossi@mail.polimi.it](mailto:lorenzo14.rossi@mail.polimi.it)

AA 2020/2021

Email: [lorenzo14.rossi@mail.polimi.it](mailto:lorenzo14.rossi@mail.polimi.it)

GitHub: <https://github.com/lorossi>

Quest'opera è distribuita con Licenza Creative Commons Attribuzione

Non commerciale 4.0 Internazionale 

Versione aggiornata al 11/06/2021

# Indice

<b>1</b>	<b>Riguardo al formulario</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Richiami di base</b>	<b>1</b>
<b>3</b>	<b>Onde elettromagnetiche e pacchetti d'onda</b>	<b>2</b>
3.1	Leggi di Snell . . . . .	2
3.2	Riflessione e trasmissione . . . . .	2
3.3	Tunneling ottico . . . . .	2
3.4	Sfasamento . . . . .	3
3.5	Coerenza . . . . .	3
3.6	Interferenza . . . . .	3
3.7	Riflettore di Bragg . . . . .	4
3.8	Strato antiriflesso . . . . .	4
<b>4</b>	<b>Cavità di Fabry-Perot</b>	<b>5</b>
<b>5</b>	<b>Guida d'onda</b>	<b>6</b>
<b>6</b>	<b>Fibra ottica</b>	<b>7</b>
6.1	Fibra step index . . . . .	7
6.2	Fibra GRIN . . . . .	7
<b>7</b>	<b>Laser</b>	<b>8</b>
7.1	Laser a gas . . . . .	8
7.1.1	Effetto Doppler . . . . .	8
7.2	Laser a stato solido . . . . .	8
<b>8</b>	<b>Semiconduttori</b>	<b>9</b>
<b>9</b>	<b>LED</b>	<b>9</b>
9.1	Emettitore lambertiano . . . . .	9
9.2	Efficienza . . . . .	9
<b>10</b>	<b>Fotodiodi</b>	<b>10</b>
10.1	Fotodiodo a valanga - APD . . . . .	10
10.2	Diodo fotovoltaico . . . . .	10

## 1 Riguardo al formulario

Quest'opera è distribuita con Licenza Creative Commons - Attribuzione Non commerciale 4.0 Internazionale 

Questo formulario verrà espanso (ed, eventualmente, corretto) periodicamente fino a fine corso (o finché non verrà ritenuto completo).

Link repository di GitHub: <https://github.com/lorossi/formulario-optoelettronica>

L'ultima versione può essere scaricata direttamente cliccando [su questo link](#).

In questo formulario ho cercato prima di tutto di mettere le formule importanti per la risoluzione degli esercizi, preferendole a quelle utili alla comprensione della materia.

## 2 Richiami di base

- Angolo solido:
  - Assume valori nell'intervallo  $[0, 4\pi]$
  - Elemento infinitesimo  $d\Omega = 2\pi \sin(\theta)d\theta$
  - Integrale  $\Omega = \int_0^{2\pi} = 2\pi [1 - \cos(\theta)]$
  - Unità di misura *steradiane*
- Spettro di luce visibile:

Colore	Lunghezza d'onda [nm]	Frequenza Thz
Viola	380 - 450	670 - 790
Blu	450 - 485	620 - 670
Ciano	485 - 500	600 - 620
Verde	500 - 565	530 - 600
Giallo	565 - 590	510 - 530
Arancione	590 - 625	480 - 510
Rosso	625 - 700	400 - 480

### 3 Onde elettromagnetiche e pacchetti d'onda

- Velocità di gruppo  $v = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{c}{N_g}$
- Velocità di fase  $v_f = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{n}$
- Indice di gruppo  $N_g = n - \lambda_0 \frac{\partial n}{\partial \lambda_0}$
- Variazione della lunghezza d'onda  $\Delta \lambda = \frac{c}{\nu^2} |\Delta \nu|$

#### 3.1 Leggi di Snell

- Angoli (rispetto alla normale della superficie):
  - Fascio incidente  $\theta_i$
  - Fascio riflesso  $\theta_r$
  - Fascio trasmesso  $\theta_t$
- Prima legge  $\theta_i = \theta_r$
- Seconda legge  $n_1 \sin(\theta_i) = n_2 \sin(\theta_t)$
- Total internal reflection  $\theta_c = \arcsin \frac{n_2}{n_1}$

#### 3.2 Riflessione e trasmissione

- Coefficiente di riflessione  $R = \left( \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2$
- Coefficiente di trasmissione  $T = \left( \frac{2n_2}{n_2 + n_1} \right)^2$

#### 3.3 Tunneling ottico

- Campo evanescente  $\vec{E} \propto \exp \{ -\alpha_2 z \} \exp \{ i\omega t \}$
- Coefficiente di attenuazione  $\alpha = \frac{2\pi n}{\lambda} \sqrt{\left( \frac{n_1}{n_2} \right)^2 \sin^2(\theta_i) - 1}$
- Penetrazione  $\delta = \frac{1}{\alpha}$

### 3.4 Sfasamento

- Dovuto alla riflessione interna  $\phi = 0$
- Dovuto alla riflessione esterna  $\phi = \pi$
- Dovuto all'attraversamento di un mezzo  $\Delta\phi = \frac{2\pi n}{\lambda_0} l$
- Della componente riflessa all'interfaccia:
  - Coefficiente perpendicolare  $r_{\perp} = \frac{\cos(\theta_i) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\theta_i)}}{\cos(\theta_i) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\theta_i)}}$
  - Sfasamento perpendicolare  $\Phi_{\perp} = 2 \arctan \left[ \frac{\sqrt{\sin^2(\theta_i) - (n_2/n_1)^2}}{\cos(\theta_i)} \right]$
  - Relazione degli sfasamenti  $\tan \left( \frac{1}{2}\Phi_{\perp} + \frac{\pi}{2} \right) = \frac{1}{n^2} \tan \left( \frac{1}{2}\Phi_{\perp} \right)$

### 3.5 Coerenza

- Spaziale  $l_c = c \cdot \Delta\nu$
- Temporale  $t_c = \frac{1}{\Delta\nu}$

### 3.6 Interferenza

- Campo totale  $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$
- Modulo quadro  $|\vec{E}|^2 = |\vec{E}_1|^2 + |\vec{E}_2|^2 + 2\vec{E}_1 \times \vec{E}_2$
- Intensità  $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\delta)$  con  $\delta = k(r_2 - r_1) + \phi_2 - \phi_1$
- Interferenza costruttiva  $\delta = 2m\pi$ ,  $I = 4I_1 = 4I_2$  in fase
- Interferenza distruttiva  $\delta = 2(m+1)\pi$ ,  $I = 0$  in quadratura
- Interferometro di Young:
  - Picchi di interferenza costruttiva  $y = \frac{L}{S} \lambda m$
  - Intensità dei picchi  $I = I_0 \left[ 1 + \cos \left( k \frac{S}{L} y \right) \right]$
  - Figure di interferenza:
    - \* Massimi  $k = \frac{S}{L} y = 2m\pi$
    - \* Minimi  $k = \frac{S}{L} y = 2(m+1)\pi$

### 3.7 Riflettore di Bragg

- Spessore  $d = \frac{\lambda_0}{n \cdot 2} = \frac{\lambda}{4}$
- Riflettanza di un riflettore a N strati  $R = \left( \frac{n_1^{2N} - n_0/n_3}{n_1^{2N} + n_0/n_3} \frac{n_2^{2N}}{n_2^{2N}} \right)^2$
- Larghezza a metà altezza dello spettro delle lunghezze d'onda  $\Delta\lambda_{1/2} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{4}{\pi} \arcsin \left( \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)$

### 3.8 Strato antiriflesso

- Spessore  $d = \frac{\lambda_0}{n \cdot 4} = \frac{\lambda}{4}$
- Indice di rifrazione  $n_2 = \sqrt{n_1 n_3}$
- Riflettività  $\left( \frac{n_0 n_1 - n_2}{n_0 n_1 + n_2} \right)^2$

## 4 Cavit  di Fabry-Perot

- Frequenze ammesse  $\nu = m \frac{c}{2L}$ ,  $m$  numero intero positivo, indice del modo
- Free spectral range  $\Delta\nu_{\text{FSR}} = \nu_m - \nu_{m-1} = \frac{c}{2L}$
- Campo elettrico totale  $\vec{E} = \frac{A_0}{1 - R \cdot e^{j2kl}}$
- Intensit  totale  $I = |E|^2 = \frac{A_0^2}{(1 - R)^2 + 4R \sin(kL)^2}$
- Massima ampiezza  $I_{\text{max}} = \frac{I_0}{(1 - R)^2}$
- Finezza spettrale  $F = \frac{\pi\sqrt{R}}{1 - R}$
- Larghezza a met  altezza dello spettro della frequenza  $\Delta\nu_{1/2} = \frac{\frac{c}{2L}}{\frac{\pi\sqrt{R}}{1 - R}}$
- Larghezza a met  altezza dello spettro dell'intensit   $\Delta I_{1/2} = \sin(kL) = \frac{1 - R}{2\sqrt{R}}$
- Fattore qualit   $Q = \frac{\nu_m}{\Delta\nu} = mF$

## 5 Guida d'onda

- Angolo caratteristico del modo  $\theta_m = \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}$
- Condizione di guida d'onda  $\frac{2\pi n_1(2a)}{\lambda} \cos(\theta_m) - \Phi_m = m\pi$
- Componenti del modo
  - Componente viaggiante  $\beta_m = k_1 \sin(\theta_m)$
  - Componente stazionaria  $\kappa_m = k_1 \cos(\theta_m)$
- Numero di modi
  - V-number  $V = \frac{2\pi a n_1}{\lambda} \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}$
  - Numero di modi  $m < \frac{2V - \Phi_m}{\pi}$
  - Numero totale di modi  $\text{int}\left(\frac{2V}{\pi}\right) + 1$
  - Propagazione monomodale  $V < \frac{\pi}{2}$
  - Lunghezza di cut-off  $\lambda_c = 4a\sqrt{n_1^2 - n_2^2}$
- Dispersione
  - Intermodale  $\frac{\Delta\tau}{L} \approx \frac{n_1 - n_2}{c}$
  - Di materiale  $\frac{\Delta\tau}{L} \approx D_m \Delta\lambda$ , con  $D_m = \left| -\frac{\lambda}{c} \frac{\partial^2}{\partial \lambda^2} \right|$
  - Intramodale  $\Delta\omega = \frac{2\pi}{\Delta\tau}$



## 6 Fibra ottica

### 6.1 Fibra step index

- Differenza di indice relativa  $\Delta = \frac{n_1 - n_2}{n_1}$
- Numero di modi  $M \approx \frac{V^2}{2}$
- Dispersione
  - Intermodale  $\frac{\Delta\tau}{L} \approx \frac{n_1 - n_2}{c} = \frac{n_1\Delta}{c}$
  - Di materiale  $\frac{\Delta\tau}{L} \approx D_m\Delta\lambda$ , con  $D_m = \left| -\frac{\lambda}{c} \frac{\partial^2}{\partial\lambda^2} \right|$
  - Cromatica  $\frac{\Delta\tau}{L} = |D_m + D_w|\Delta\lambda = |D_{Cr}|\Delta\lambda$
- Apertura numerica (NA)
  - $\text{NA} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$
  - Angolo di accettazione massimo  $\alpha = \arcsin\left(\frac{\text{NA}}{n_0}\right)$
  - V-Number  $V = \frac{2\pi a}{\lambda} \text{NA}$
  - Per  $V < 2.405$  ho fibra monomodale.

### 6.2 Fibra GRIN

- $n \sin(\theta) = \text{cost}$  in tutta la sezione di fibra

## 7 Laser

- Guadagno  $g = \frac{c^2}{8\pi\nu^2 c^2 \tau_{sp} \Delta\nu} (N_2 - N_1)$
- Condizione di soglia  $g_{th} = \alpha_t = \alpha_s + \frac{1}{2L} \ln \left( \frac{1}{R_1 R_2} \right)$ ,  $\alpha_s$  perdite interne
- Guadagno di soglia  $g_{th} = \frac{1}{2L} \ln \left( \frac{1}{R_1 R_2} \right)$
- Guadagno del laser (sopra soglia)  $g = \frac{c^2}{8\pi\nu^2 n^2 \tau_{sp} \Delta\nu} (N_2 - N_1)$
- Potenza di uscita  $P_{out} = \frac{N_{ph}}{2} \frac{c}{n} h\nu (1 - R_1) A$ ,  $A$  area della superficie del laser
  - In funzione del flusso fotonico  $P_{out} = \frac{1}{2} \Phi_{ph} A h\nu_0 (1 - R_2)$
- Tempo di spegnimento del laser  $\tau_{ph} = \frac{n}{c \cdot \alpha_t}$

### 7.1 Laser a gas

#### 7.1.1 Effetto Doppler

- Periodo apparente  $T' = T \left( 1 + \frac{v_x}{c} \right)$
- Frequenza apparente  $\nu' \approx \nu \left( 1 - \frac{v_x}{c} \right)$
- Allargamento Doppler  $\Delta\nu_{FWHM} = 2\nu_0 \sqrt{\frac{2KT \log(2)}{mc^2}}$
- Numero di modi in cavità  $m = \frac{\nu_{FWHM}}{\nu_{FSR}}$

### 7.2 Laser a stato solido

- Equazione del diodo  $\frac{I}{qwld} = \frac{n}{\tau_r} + C \cdot n \cdot N_{ph}$
- Numero di fotoni  $N_{ph} = \frac{\tau_{ph}}{qwld} (I - I_{th})$
- Slope efficiency  $SE = \frac{hc^2 \tau_{ph}}{2n\lambda qL}$
- Potenza in uscita  $P_0 = SE \cdot (I - I_{th})$

## 8 Semiconduttori

- Legge dell'azione di massa  $n = p = n_i^2 = N_c N_v \exp \frac{E_g}{kT}$
- Corrente di deriva  $J = qF(n\mu_n + p\mu_p)$
- Corrente di diffusione  $J = qD_n \frac{\partial n}{\partial x} - qD_p \frac{\partial p}{\partial x}$

## 9 LED

- Energia massima dei fotoni  $E_{\text{MAX}} = E_G + \frac{KT}{2}$
- Legge di Varshni  $E_G(T) = E_G(0) - \frac{AT^2}{B + T}$
- Brillanza  $\Phi_V = P_{\text{out}} \cdot 683 \frac{\text{lm}}{\text{W}} \cdot V(\lambda)$

### 9.1 Emettitore lambertiano

- Intensità  $I(\theta) = I_0 \cos(\theta)$
- Potenza emessa  $P_0 = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_0 \cos(\theta) d\Omega = \int_0^{\pi/2} 2\pi \sin(\theta) d\theta$

### 9.2 Efficienza

- Quantica interna  $\eta_{\text{iqe}} = \frac{\text{tasso ricombinazione radiativa}}{\text{tasso ricombinazione}} = \frac{1/\tau_r}{1/\tau_r + 1/\tau_{nr}} = \frac{\Phi_{ph}}{I/q} = \frac{P_{\text{in}}/h\nu}{I/q}$
- Quantica esterna  $\eta_{\text{eqe}} = \frac{P_{\text{out}}/h\nu}{I/q}$
- Di estrazione  $\eta_{\text{ee}} = \eta_{\text{eqe}}/\eta_{\text{iqe}} \leq 1$
- Di conversione di potenza  $\eta_{\text{pce}} = \frac{P_{\text{out}}}{VI} = \eta_{\text{eqe}} \cdot \frac{h\nu}{qV}$
- Luminosa  $\eta_{\text{le}} = \frac{\Phi_v}{VI}$
- Larghezza spettro di emissione  $\Delta\nu_{1/2} = \frac{mkT}{h}$ ,  $m \approx 3$
- Larghezza spettro di emissione  $\Delta\lambda_{1/2} = \frac{mkT\lambda_0^2}{hc}$ ,  $m \approx 3$

## 10 Fotodiodi

- Efficienza quantica  $\eta = \frac{I_{ph}/q}{P_0/h\nu}$
- Responsività  $R = \frac{I_{ph}}{P_0} = \eta \frac{q}{h\nu} = \eta \frac{q\lambda}{hc}$
- Capacità di svuotamento  $C = \epsilon_{Si} \frac{A}{wd}$
- Tensione di built-in  $\Phi_{bi} = \frac{KT}{q} \ln \left( \frac{N_A N_D}{n_i^2} \right)$
- Lunghezza zona di svuotamento  $w = \sqrt{\frac{2\epsilon_{Si}}{q} (V_R + \Phi_{bi}) \left( \frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right)}$

### 10.1 Fotodiodo a valanga - APD

- Coefficienti di assorbimento:
  - degli elettroni  $\alpha_e = A_e \cdot \exp \left( \frac{B_e}{F} \right)$
  - delle lacune  $\alpha_h = A_h \cdot \exp \left( \frac{B_h}{F} \right)$
  - rapporto  $k = \frac{\alpha_e}{\alpha_h}$
  - Fattore di guadagno  $M = \frac{1 - k}{e^{-(1-k)\alpha_e w} - k}$
- Fattore di guadagno  $M = \frac{I_{ph}}{I_{ph0}} \approx \left[ 1 - \left( \frac{V}{V_{BD}} \right)^m \right]^9$

### 10.2 Diodo fotovoltaico

- Corrente  $I = -I_{ph} + I_D \left[ \exp \left( \frac{qV}{kT} \right) - 1 \right]$
- Fill factor  $FF = \frac{V_m I_m}{V_{oc} I_{cc}}$