

Formulario di Optoelettronica

Lorenzo Rossi - lorenzo14.rossi@mail.polimi.it

AA 2019/2020

Email: lorenzo14.rossi@mail.polimi.it

GitHub: <https://github.com/lorossi>

Quest'opera è distribuita con Licenza Creative Commons Attribuzione

Non commerciale 4.0 Internazionale 

Versione aggiornata al 30/04/2021

Indice

1	Riguardo al formulario	1
2	Onde elettromagnetiche e pacchetti d'onda	1
2.1	Leggi di Snell	1
2.2	Riflessione e trasmissione	1
2.3	Tunneling ottico	2
2.4	Sfasamento	2
2.5	Coerenza	2
2.6	Interferenza	2
3	Bragg Reflector - DBR	3
4	Cavità di Fabry-Perot	3
5	Guida d'onda	4
6	Fibra ottica	5
6.1	Fibra step index	5

1 Riguardo al formulario

Quest'opera è distribuita con Licenza Creative Commons - Attribuzione Non commerciale 4.0 Internazionale 

Questo formulario verrà espanso (ed, eventualmente, corretto) periodicamente fino a fine corso (o finché non verrà ritenuto completo).

Link repository di GitHub: <https://github.com/lorossi/formulario-optoelettronica>

L'ultima versione può essere scaricata direttamente cliccando [su questo link](#).

In questo formulario ho cercato prima di tutto di mettere le formule importanti per la risoluzione degli esercizi, preferendole a quelle utili alla comprensione della materia.

2 Onde elettromagnetiche e pacchetti d'onda

- Velocità di gruppo $v = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{c}{N_g}$
- Velocità di fase $v_f = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{n}$
- Indice di gruppo $N_g = n - \lambda_0 \frac{\partial n}{\partial \lambda_0}$

2.1 Leggi di Snell

- Angoli (rispetto alla normale della superficie):
 - Fascio incidente θ_i
 - Fascio riflesso θ_r
 - Fascio trasmesso θ_t
- Prima legge $\theta_i = \theta_r$
- Seconda legge $n_1 \sin(\theta_i) = n_2 \sin(\theta_t)$
- Total internal reflection $\theta_c = \arcsin \frac{n_2}{n_1}$

2.2 Riflessione e trasmissione

- Coefficiente di riflessione $R = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2$
- Coefficiente di trasmissione $T = \left(\frac{2n_2}{n_2 + n_1} \right)^2$
- Strato antiriflesso:
 - Spessore $d = \frac{\lambda_0}{4n_2} = \frac{\lambda}{4}$
 - Indice di riflessione $n_2 = \sqrt{n_1 n_3}$
 - Riflettività $\left(\frac{n_0 n_1 - n_2}{n_0 n_1 + n_2} \right)^2$

2.3 Tunneling ottico

- Campo evanescente $\vec{E} \propto \exp\{-\alpha_2 z\} \exp\{i\omega t\}$
- Coefficiente di attenuazione $\alpha = \frac{2\pi n}{\lambda} \sqrt{\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \sin^2(\theta_i) - 1}$
- Penetrazione $\delta = \frac{1}{\alpha}$

2.4 Sfasamento

- Dovuto alla riflessione interna $\phi = 0$
- Dovuto alla riflessione esterna $\phi = \pi$
- Dovuto all'attraversamento di un mezzo $\partial\phi = \partial\frac{2\pi n}{\lambda_0}$
- Della componente riflessa all'interfaccia:
 - Coefficiente perpendicolare $r_{\perp} = \frac{\cos(\theta_i) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\theta_i)}}{\cos(\theta_i) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\theta_i)}}$
 - Sfasamento perpendicolare $\Phi_{\perp} = 2 \arctan \left[\frac{\sqrt{\sin^2(\theta_i) - (n_2/n_1)^2}}{\cos(\theta_i)} \right]$
 - Relazione degli sfasamenti $\tan\left(\frac{1}{2}\Phi_{\perp} + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{n^2} \tan\left(\frac{1}{2}\Phi_{\perp}\right)$

2.5 Coerenza

- Spaziale $l_c = c \cdot \Delta\nu$
- Temporale $t_c = \frac{1}{\Delta\nu}$

2.6 Interferenza

- Fasci individuali $\vec{E}_1 = \vec{E}_{10} \exp j(kr_1 - \omega t + \phi_1)$, $\vec{E}_2 = \vec{E}_{20} \exp j(kr_2 - \omega t + \phi_2)$
- Campo totale $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$
- Modulo quadro $|\vec{E}|^2 = |\vec{E}_1|^2 + |\vec{E}_2|^2 + 2\vec{E}_1 \times \vec{E}_2$
- Intensità $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\delta)$ con $\delta = k(r_2 - r_1) + \phi_2 - \phi_1$
- Interferenza costruttiva $\delta = 2m\pi$, $I = 4I_1 = 4I_2$ in fase
- Interferenza distruttiva $\delta = 2(m+1)\pi$, $I = 0$ in quadratura
- Interferometro di Young:
 - Picchi di interferenza costruttiva $y = \frac{L}{S} \lambda m$
 - Intensità dei picchi $I = I_0(1 + \cos\left(k\frac{S}{L}y\right))$

– Figure di interferenza:

* Massimi $k = \frac{S}{L}y = 2m\pi$

* Minimi $k = \frac{S}{L}y = 2(m+1)\pi$

3 Bragg Reflector - DBR

• Riflettanza di un riflettore a N strati $R = \left(\frac{n_1^{2N} - n_0/n_3 \ n_2^{2N}}{n_1^{2N} + n_0/n_3 \ n_2^{2N}} \right)^2$

• FWHM $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{4}{\pi} \arcsin \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)$

4 Cavità di Fabry-Perot

• Interferenza costruttiva per $\nu = m \frac{c}{2L}$, $L = m \frac{\lambda}{2}$

• Spettro massimo per $L = m \frac{\lambda}{2}$

• Campo elettrico totale $\vec{E} = \frac{A_0}{1 - R \cdot e^{j2kl}}$

• Intensità totale $I = |E|^2 = \frac{A_0^2}{(1 - R)^2 + 4R \sin(kL)^2}$

• Massima ampiezza $I_{max} = \frac{I_0}{(1 - R)^2}$

• Mezza larghezza a metà altezza $\frac{I_{max}}{2} = \frac{I_0}{(1 - R)^2 + 4R \sin(kL)^2} \Rightarrow \sin(kL) = \frac{1 - R}{2\sqrt{R}}$

• Finezza spettrale $F = \frac{\pi\sqrt{R}}{1 - R}$

• Assunto $R \approx 1$ si ottiene $kL \approx \frac{1 - R}{2\sqrt{R}} = \frac{2L}{c} \pi \nu \Rightarrow \nu = \frac{1}{2} \frac{\frac{c}{2L}}{\frac{\pi\sqrt{R}}{1 - R}}$

• Full width half maximum (FWHM) $\Delta\nu = \frac{\frac{C}{2L}}{\frac{\pi\sqrt{R}}{1 - R}}$

• $\Delta\nu_{FWHM} = \frac{C}{2n_s L}$

• Fattore qualità $Q = \frac{\nu_m}{\Delta\nu} = mF$

5 Guida d'onda

- Angolo caratteristico del modo $\theta_m = \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}$
- Condizione di guida d'onda $\frac{2\pi n_1(2a)}{\lambda} \cos(\theta_m) - \Phi_m = m\pi$
- Componenti del modo
 - Componente viaggiante $\beta_m = k_1 \sin(\theta_m)$
 - Componente stazionaria $\kappa_m = k_1 \cos(\theta_m)$
- Numero di modi
 - V-number $V = \frac{2\pi a n_1}{\lambda} \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}$
 - Numero di modi $m < \frac{2V - \Phi_m}{\pi}$
 - Numero totale di modi $\text{int}\left(\frac{2V}{\pi}\right) + 1$
 - Propagazione monomodale $V < \frac{\pi}{2}$
 - Lunghezza di cut-off $\lambda > \lambda_c = 4a\sqrt{n_1^2 - n_2^2}$
- Dispersione
 - Intermodale
 - * Stima della dispersione intermodale $\Delta\tau = \frac{Ln_1}{c} - \frac{Ln_2}{c}$
 - * Dispersione per unità di lunghezza $\frac{\Delta\tau}{L} = \frac{n_1 - n_2}{c}$
 - Intramodale
 - * In presenza di un solo modo ($\omega < \omega_{cutoff}$) il pacchetto si distribuisce su un range di frequenze angolari
 - * $\Delta\omega = \frac{2\pi}{\Delta\tau}$
 - Di materiale
 - * Prescinde dalla propagazione in guida e discende dalla dipendenza di n dalla lunghezza d'onda
 - * $D_m = \frac{\Delta t}{L\Delta\lambda} \left| -\frac{\lambda}{c} \frac{\partial^2}{\partial \lambda^2} \right|$

6 Fibra ottica

6.1 Fibra step index

- Differenza di indice relativa $\Delta = \frac{n_1 - n_2}{n_1}$
- V-number $V = \frac{2\pi a n_1}{\lambda} \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}$ con $n = \frac{n_1 + n_2}{2}$. Per $V < 2.405$ ho fibra monomodale.
- Numero di modi $M \approx \frac{V^2}{2}$
- Attenuazione in fibra $\alpha = -\frac{1}{P} \frac{dP}{dx} \rightarrow P = P_0 e^{-\alpha L}, E = E_0 e^{-\alpha L/2}$
- Dispersione
 - Intermodale $\frac{\Delta\tau}{L} \approx \frac{n_1 - n_2}{c} = \frac{n_1 \Delta}{c}$
 - Di materiale $\frac{\Delta\tau}{L} = |D_m| \Delta\lambda$ con $D_m = -\frac{\lambda}{c} \frac{d^2 n}{d\lambda^2}$
 - Di guida/cromatica $\frac{\Delta\tau}{L} = |D_w| \Delta\lambda$
 - Sommando D_m e D_w si ottiene la dispersione cromatica $\frac{\Delta\tau}{L} = |D_m + D_w| \Delta\lambda = |D_{Cr}| \Delta\lambda$
- Apertura numerica (NA)
 - $\text{NA} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$
 - Angolo di accettazione massimo $\alpha = \arcsin\left(\frac{\text{NA}}{n_0}\right)$
 - V-Number $V = \frac{2\pi a}{\lambda} \text{NA}$