# Formulario di Optoelettronica

Lorenzo Rossi - lorenzo14.rossi@mail.polimi.it

AA 2019/2020

## 1 Riguardo al formulario


Questo formulario verrà espanso (ed, eventualmente, corretto) periodicamente fino a fine corso. Link repository di GitHub: https://github.com/lorossi/formulario-optoelettronica link diretto qua.

## 2 Richiami di elettromagnetismo

- Velocità pacchetto d'onda (velocità di gruppo) $v = \dfrac{\partial \omega}{\partial k} = \dfrac{c}{N_g}$
- Velocità di fase $v_f = \dfrac{\omega}{k} = \dfrac{c}{n}$
- Indice di gruppo $N_g = n - \lambda_0 \dfrac{dn}{d\lambda_0}$
- Angoli $\theta_i \rightarrow$ fascio incidente, $\theta_r \rightarrow$ fascio riflesso, $\theta_t \rightarrow$ fascio trasmesso
- Leggi di Snell, con $n_1 > n_2$
  1. $\theta_i = \theta_r$
  2. $n_1 \sin(\theta_i) = n_2 \sin(\theta_t)$
  3. Per $\theta_i > \theta_c$ si ha riflessione interna totale (TIR), $\theta_c = \arcsin \dfrac{n_2}{n_1}$
- Tunneling ottico
  1. Campo evanescente $\vec{E}_t(y, z, t) \propto \exp -\alpha_2 y \exp j(\omega t - k_{iz} z)$
  2. Coefficiente di attenuazione $\alpha_2 = \dfrac{2\pi n_2}{\lambda_0} \left[ \left( \dfrac{n_1}{n_2} \right)^2 \sin(\theta_i)^2 - 1 \right]^{1/2} = \dfrac{2\pi n_2}{\lambda_0} \left( \dfrac{\sin(\theta_i)^2}{\sin(\theta_c)^2} - 1 \right)^{1/2}$
  3. Se $\theta_i > \theta_c$, $\alpha_2$ aumenta
- Perdita dovuta alla riflessione $r = \dfrac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$, $R = r^2$
- Perdita dovuta alla trasmissione $t = \dfrac{2n_1}{n_1 + n_2}$
- Sfasamento
  - Dovuto alla riflessione interna $\phi = 0$
  - Dovuto alla riflessione esterna $\phi = \pi$
  - Dovuto all'attraversamento di un mezzo di lunghezza $d\phi = d\dfrac{2\pi n}{\lambda_0}$

- Dovuto alla riflessione interna totale (TIR) $\tan\left(\frac{1}{2}\Phi_\perp\right) = \frac{\left(\sin(\theta_1)^2 - (d\frac{n_1}{n_2})^2\right)}{\cos(\theta_i)}$, $\tan(\frac{1}{2}\Phi_\parallel + \frac{1}{2}\pi) = (\frac{n_1}{n_2})^2 \tan(\Theta_\perp)$

- Coerenza
  - Spaziale $l_c = c \cdot \Delta\nu$
  - Temporale $t_c = \frac{1}{\Delta\nu}$
- Interferenza
  - Fasci individuali $\vec{E_1} = \vec{E_{10}} \exp j(kr_1 - \omega t + \phi_1$, $\vec{E_2} = \vec{E_{20}} \exp j(kr_2 - \omega t + \phi_2)$
  - Campo totale $\vec{E} = \vec{E_1} + \vec{E_2}$
  - Modulo quadro $|\vec{E}|^2 = |\vec{E_1}|^2 + |\vec{E_2}|^2 + 2\vec{E_1} \times \vec{E_2}$
  - Intensità $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\delta)$ con $\delta = k(r_2 - r_1) + \phi_2 - \phi_1$
- Interferenza costruttiva $\delta = 2m\pi$, $I = 4I_1 = 4I_2$
- Interferenza distruttiva $\delta = 2(m+1)\pi$, $I = 0$

# 3 Cavità di Fabry-Perot

- Interferenza costruttiva per $\nu = m\frac{c}{2L}$, $L = m\frac{\lambda}{2}$
- Spettro massimo per $L = m\frac{\lambda}{2}$
- Campo elettrico totale $\vec{E} = \frac{A_0}{1 - R \cdot e^{j2kl}}$
- Intensità totale $I = |E|^2 = \frac{A_0^2}{(1-R)^2 + 4R\sin(kL)^2}$
- Massima ampiezza $I_{max} = \frac{I_0}{(1-R)^2}$
- Mezza larghezza a metà altezza $\frac{I_{max}}{2} = \frac{I_0}{(1-R)^2 + 4R\sin(kL)^2} \Rightarrow \sin(kL) = \frac{1-R}{2\sqrt{R}}$
- Finezza spettrale $F = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R}$
- Assumento $R \approx 1$ si ottiene $kL \approx \frac{1-R}{2\sqrt{R}} = \frac{2L}{c}\pi\nu \Rightarrow \nu = \frac{1}{2}\frac{\frac{c}{2L}}{\frac{\pi\sqrt{R}}{1-R}}$
- Full width half maximum (FWHM) $\Delta\nu = \frac{\frac{C}{2L}}{\frac{\pi\sqrt{R}}{1-r}}$
- $\Delta\nu_{\text{FWHM}} = \frac{C}{2n_s L}$
- Fattore qualità $Q = \frac{\nu_m}{\Delta\nu} = mF$

# 4 Guida d'onda

- Angolo caratteristico del modo $\theta_m = \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}$
- Condizione di guida d'onda $\frac{2\pi n_1(2a)}{\lambda}\cos(\theta_m) - \Phi_m = m\pi$
- Componenti del modo
  1. Componente viaggiante $\beta_m = k_1 \sin(\theta_m)$
  2. Componente stazionaria $\kappa_m = k_1 \cos(\theta_m)$
- Numero di modi
  - V-number $V = \frac{2\pi a n_1}{\lambda}\sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}$
  - Numero di modi $m < \frac{2V - \Phi_m}{\pi}$
  - Numero totale di modi $int\left(\frac{2V}{\pi}\right) + 1$
  - Propagazione monomodale $V < \frac{\pi}{2}$
  - Lunghezza di cut-off $\lambda > \lambda_c = 4a\sqrt{n_1^2 - n_2^2}$
- Dispersione
  1. Intermodale
     - Stima della dispersione intermodale $\Delta\tau = \frac{Ln_1}{c} - \frac{Ln_2}{c}$
     - Dispersione per unità di lunghezza $\frac{\Delta\tau}{L} = \frac{n_1 - n_2}{c}$
  2. Intramodale
     - In presenza di un solo modo ($\omega < \omega_{cutoff}$) il pacchetto di distribuisce su un range di frequenze angolari
     - $\Delta\omega = \frac{2\pi}{\Delta\tau}$
  3. Di materiale
     - Prescinde dalla propagazione in guida e discende dalla dipendenza di n dalla lunghezza d'onda
     - $v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{c}{n - \lambda_0 \frac{dn}{d\lambda_0}} = \frac{c}{N_g}$

# 5 Bragg reflector

- Massima riflettanza $R_N = \left(\frac{n_1^{2N} - (n_0/n_3)\cdot n_2^{2N}}{n_1^{2N} + (n_0/n_3)\cdot n_2^{2N}}\right)^2$ con $N$ numero di doppi strati utilizzati
- Riflettanza $R = \sqrt{R_1 R_2}$
- Larghezza di banda $\Delta\lambda \approx \frac{4}{\pi}\arcsin\left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}\right)$

# 6 Fibra ottica

## 6.1 Fibra step index

- Differenza di indice relativa $\Delta = \dfrac{n_1 - n_2}{n_1}$
- V number $V = \dfrac{2\pi a}{\lambda}\sqrt{n_1^2 - n_2^2} = \dfrac{2\pi a}{\lambda}\sqrt{2nn_1\Delta}$ con $n = \dfrac{n_1 + n_2}{2}$. Per $V < 2.405$ ho fibra monomodale.
- Numero di modi $M \approx \dfrac{V^2}{2}$
- Attenuazione in fibra $\alpha = -\dfrac{1}{P}\dfrac{dP}{dx} \to P = P_0 e^{-\alpha L}$, $E = E_0 e^{-\alpha L/2}$
- Dispersione
  1. Intermodale $\dfrac{\Delta\tau}{L} \approx \dfrac{n_1 - n_2}{c} = \dfrac{n_1\Delta}{c}$
  2. Di materiale $\dfrac{\Delta\tau}{L} = |D_m|\Delta\lambda$ con $D_m = -\dfrac{\lambda}{c}\dfrac{d^2n}{d\lambda^2}$
  3. Di guida/cromatica $\dfrac{\Delta\tau}{L} = |D_w|\Delta\lambda$
  4. Sommando $D_m$ e $D_w$ si ottiene la dispersione cromatica $\dfrac{\Delta\tau}{L} = |D_m + D_w|\Delta\lambda = |D_{Cr}|\Delta\lambda$
- Apertura numerica (NA)
  1. $\mathrm{NA} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$
  2. Angolo di accettanza massimo $\alpha = \arcsin\left(\dfrac{\mathrm{NA}}{n_0}\right)$
  3. V-Number $V = \dfrac{2\pi a}{\lambda}\mathrm{NA}$