Norbert Błaszczyk 195563
Bartosz Kluchciński 195615

Rok akademicki 2015/16
Środa, 8:30

METODY NUMERYCZNE – LABORATORIUM

Zadanie 4 – Całkowanie Numeryczne

Opis rozwiązania

W zadaniu została wykorzystana metoda całkowania numerycznego: złożona kwadratura Newtona-Cotesa oraz Wariant 4: całkowanie na przedziale [a,b) (wielomiany Legendre'a) całek postaci $\int_a^b f(x)dx$. Kwadratury złożone Newtona-Cotesa obliczane są z dokładnością podaną przez użytkownika w sposób iteracyjny.

Wyniki

Wyniki uzyskane metodą Newtona-Cotesa:

Eps=0.1

Funkcja	Przedział [a,b)	Wynik kwadratura Newtona Cotesa	Ilość iteracji	Wartość oczekiwana	różnica
x^2	[0,2)	2,7	3	2.(6)	0.0(3)
x^2	[2,10)	332.4	15	330.67	1.73
$\frac{1}{1+x^2}$	[0,2)	1.5	4	1.1071	0.3929
$\frac{1}{1+x^2}$	[2,10)	0.7	6	0.36398	0.33602
$\frac{1}{x+1}$	[0,2)	1.5	5	1.0986	0.4014
$\frac{1}{x+1}$	[2,10)	1.7	6	1.2993	0.4007

Eps=0.001

Funkcja	Przedział [a,b)	Wynik kwadratura Newtona Cotesa	Ilość iteracji	Wartość oczekiwana	różnica
x^2	[0,2)	2,668	8	2.(6)	0.001(3)
x^2	[2,10)	330,845	175	330.67	0.175
$\frac{1}{1+x^2}$	[0,2)	1.151	45	1.1071	0.0439
$\frac{1}{1+x^2}$	[2,10)	0.403	42	0.36398	0.03902
$\frac{1}{x+1}$	[0,2)	1.143	45	1.0986	0,0444
$\frac{1}{x+1}$	[2,10)	1.349	53	1.2993	0,0497

Eps=0.00001

Funkcja	Przedział [a,b)	Wynik kwadratura Newtona Cotesa	Ilość iteracji	Wartość oczekiwana	różnica
x^2	[0,2)	2.66674	25	2.(6)	0.000007(3)
x^2	[2,10)	330.74097	428	330.67	0.07097
$\frac{1}{1+x^2}$	[0,2)	1.11168	440	1.1071	0,00458
$\frac{1}{1+x^2}$	[2,10)	0.36803	396	0.36398	0,00405
$\frac{1}{x+1}$	[0,2)	1.10307	448	1.0986	0,00447
$\frac{1}{x+1}$	[2,10)	1.30479	484	1.2993	0,00549

Wyniki uzyskane przy użyciu wielomianów Legendre'a:

Ilość węzłów: 3

Funkcja	Przedział [a,b)	Wynik Legendre'a	Wartość oczekiwana	różnica
x^2	[0,2)	2.66666	2.(6)	0.00000(6)
x^2	[2,10)	330.66665	330.67	0.00335
$\frac{1}{1+x^2}$	[0,2)	1.35135	1.1071	0.24425
$\frac{1}{1+x^2}$	[2,10)	0.33069	0.36398	0,03329
$\frac{1}{x+1}$	[0,2)	1.09091	1.0986	0,00769
$\frac{1}{x+1}$	[2,10)	1.28244	1.2993	0,01686

Ilość węzłów: 4

Funkcja	Przedział [a,b)	Wynik Legendre'a	Wartość oczekiwana	różnica
x^2	[0,2)	2.66666	2.(6)	0.00000(6)
x^2	[2,10)	330.66659	330.67	0.00341
$\frac{1}{1+x^2}$	[0,2)	1.10703	1.1071	0,00007
$\frac{1}{1+x^2}$	[2,10)	0.35854	0.36398	0,00544
$\frac{1}{x+1}$	[0,2)	1.09803	1.0986	0,00057
$\frac{1}{x+1}$	[2,10)	1.29756	1.2993	0,00174

Ilość węzłów: 5

Funkcja	Przedział [a,b)	Wynik Legendre'a	Wartość oczekiwana	różnica
x^2	[0,2)	2.66666	2.(6)	0.00000(6)
x^2	[2,10)	330.66663	330.67	0,0037
$\frac{1}{1+x^2}$	[0,2)	1.10674	1.1071	0,00036
$\frac{1}{1+x^2}$	[2,10)	0.36327	0.36398	0,00071
$\frac{1}{x+1}$	[0,2)	1.09857	1.0986	0,00003
$\frac{1}{x+1}$	[2,10)	1.29911	1.2993	0,00019

Wnioski

1. Metoda Newtona-Cotesa jest w większości przypadków mniej dokładna niż wyliczanie wartości całki przy użyciu wielomianów Gausa-Legendre'a. Można uzyskać dokładniejszą wartość poprzez zwiększenie dokładności lecz wymaga to to znacznie większej ilości iteracji. Ich ilość jest również uzależniona od prędkości zmian wartości całkowanej funkcji.
2. Użycie wielomianów Gausa-Legendre'a nawet przy małej ilości węzłów daje bardzo dokładny wynik całkowanej funkcji, nawet w przypadku szybko zmieniających się wartości funkcji całkowanej.