

METODY NUMERYCZNE – LABORATORIUM

Zadanie 5 – Metoda aproksymacji oparta o wielomiany Legendre’a

Opis rozwiązania

W zadaniu została wykorzystana metoda aproksymacji oparta o wielomiany Legendre’a. Wielomiany Legendre’a określa się wzorem :

$$P_n = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n \quad (n = 0, 1, \dots)$$

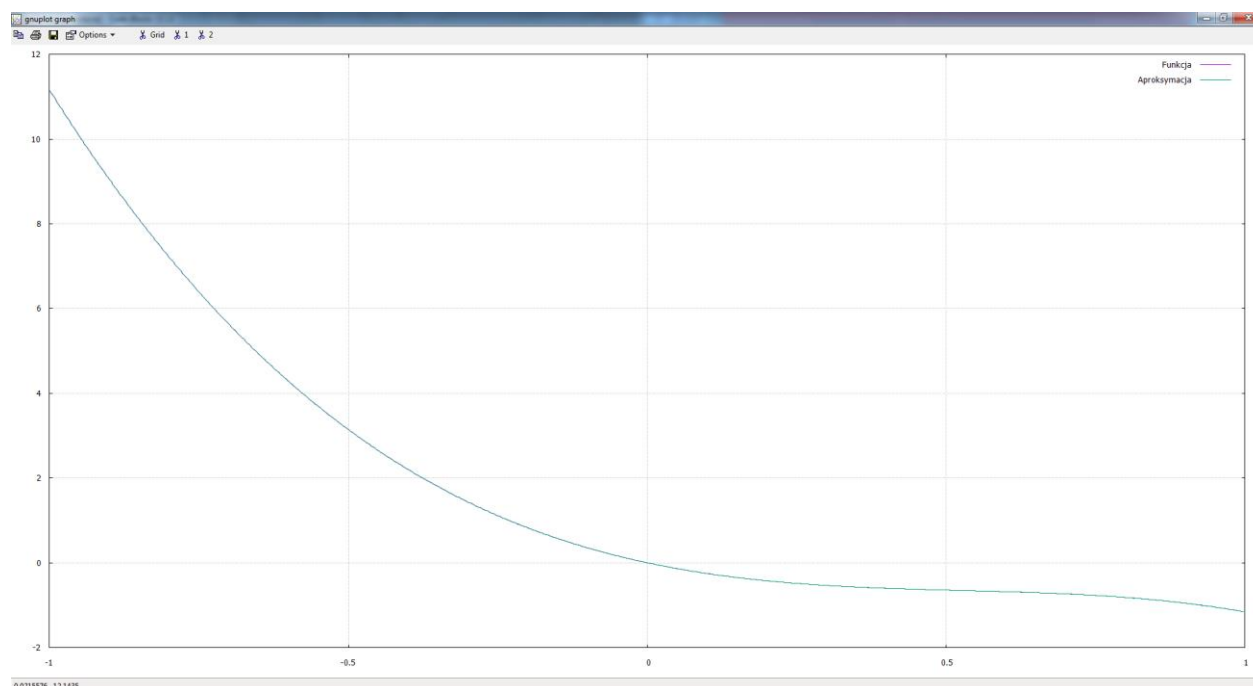
W algorytmie zastosowano wielomiany Legendre’a od 0 do 5 stopnia które wyglądają następująco :

$$\begin{aligned} P_0(x) &= 1 \\ P_2(x) &= \frac{1}{2}(3x^2 - 1) \\ P_4(x) &= \frac{1}{8}(35x^4 - 30x^2 + 3) \end{aligned}$$

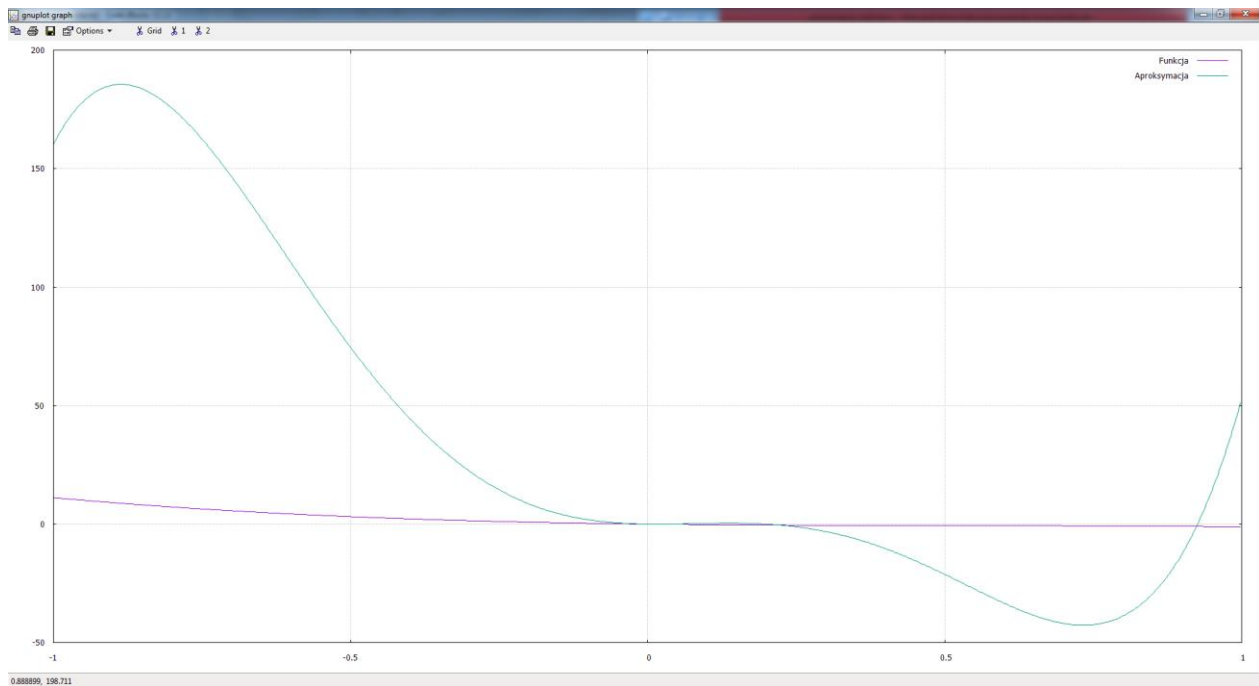
$$\begin{aligned} P_1(x) &= x \\ P_3(x) &= \frac{1}{2}(5x^3 - 3x) \\ P_5(x) &= \frac{1}{8}(63x^5 - 70x^3 + 15x) \end{aligned}$$

Program pozwala na wybranie funkcji do aproksymacji na przedziale $(-1,1)$, Wybrać stopień wielomianu aproksymującego oraz dokładność funkcji całkującej wykorzystanej w programie, w tym przypadku również przy zastosowaniu wielomianów Legendre’a. Program wylicza Wartości współczynników po czym układa zebrane wartości w wielomian stworzony z poszczególnych wielomianów Legendre’a (od 0-wego do n-tego wybranego przez użytkownika).

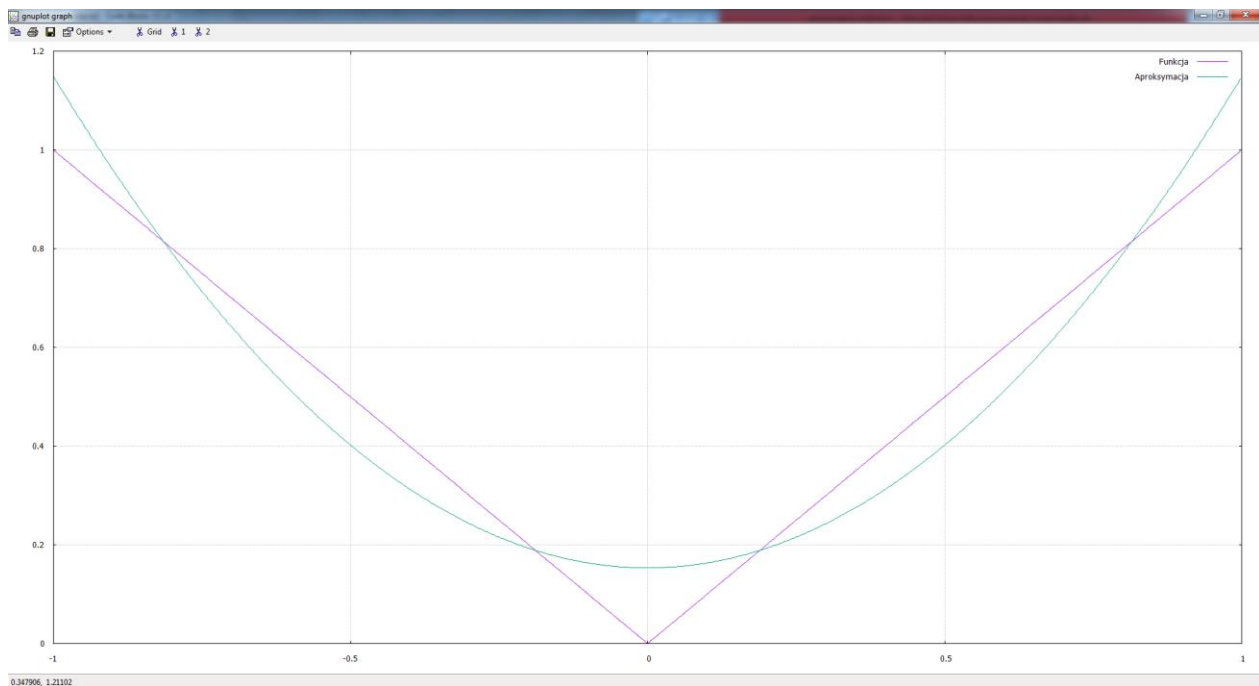
Wyniki



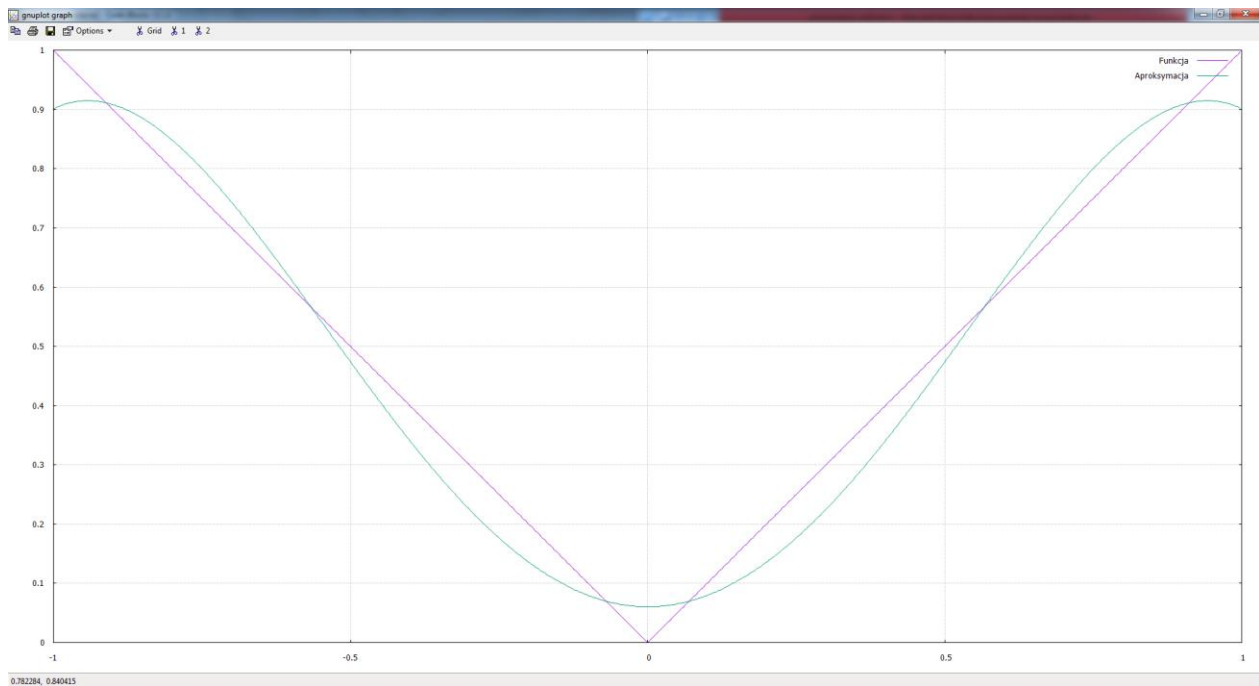
Aproksymacja w zakresie $(-1,1)$, stopień wielomianu aproksymacyjnego wynosi 3.



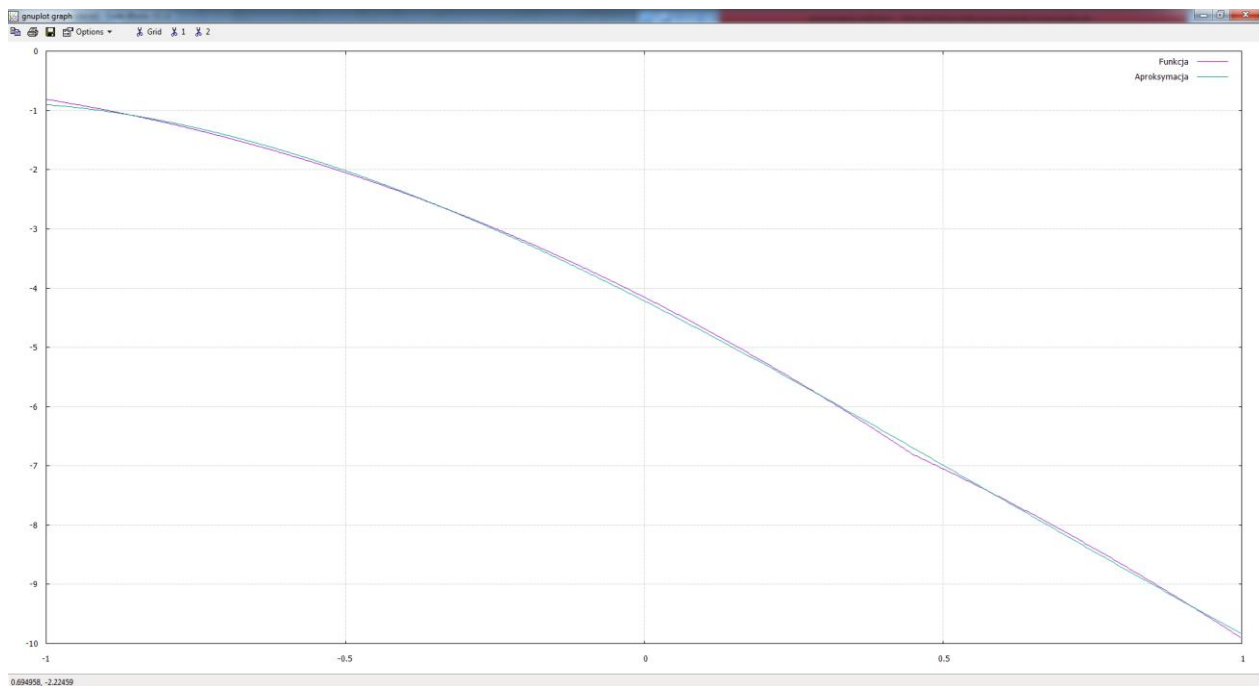
Aproksymacja w zakresie $(-1, 1)$, stopień wielomianu aproksymującego wynosi 5. Widoczny efekt Rungego.



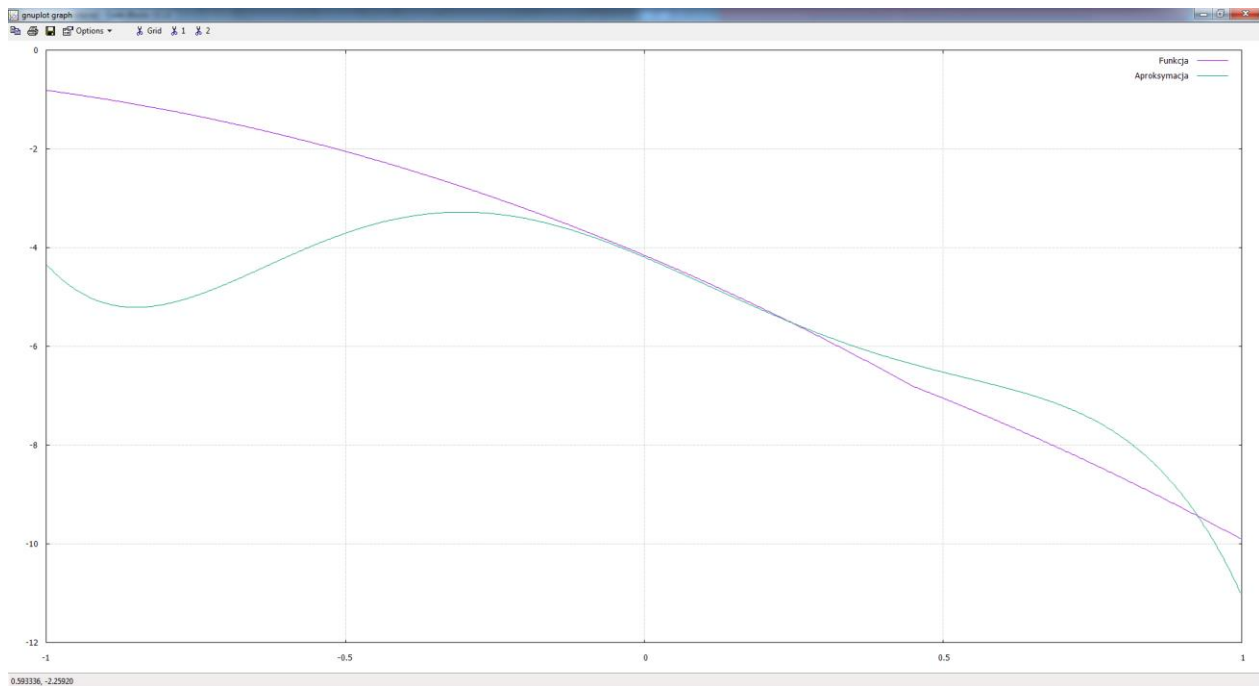
Aproksymacja w zakresie $(-1, 1)$, stopień wielomianu aproksymującego wynosi 3.



Aproksymacja w zakresie $(-1,1)$, stopień wielomianu aproksymującego wynosi 4.



Aproksymacja w zakresie $(-1,1)$, stopień wielomianu aproksymującego wynosi 3.



Aproksymacja w zakresie $(-1,1)$, stopień wielomianu aproksymującego wynosi 5.

Wnioski

1. Do aproksymacji wielomianu n -tego stopnia wykorzystujemy wielomiany Legendre'a od stopnia 0 do n .
2. Zbyt duża ilość wielomianów może doprowadzić do oscylacji na krańcach przedziałów.
3. Aproksymacja wielomianowa daje bardzo dokładne wyniki dla funkcji wielomianowych, gorsze dla np. funkcji $|x|$.