Norbert Błąszczyk 195563
Bartosz Kluchciński 195615

Rok akademicki 2015/16
Środa, 8:30

METODY NUMERYCZNE – LABORATORIUM

Zadanie 1 – Metody rozwiązania równań nieliniowych

Opis rozwiązania
W zadaniu zostały wykorzystane 2 metody, metoda bisekcji oraz reguła falsi. Metoda równego podziału (bisekcji) jak sama nazwa wskazuje dzieli podany przedział na 2 równe połowy i wybiera tą, w której krańce osiągają wartości różnych znaków a uznaje program za zakończony jeżeli osiągnięty przedział jest mniejszy niż przyjęta dokładność epsilon.

Algorytm bisekcji:

1. Sprawdzenie, czy pierwiastkiem równania jest punkt $x_1=\frac{a+b}{2}$, czyli czy $f(x_1)=0$
   Jeżeli tak jest algorytm kończy działanie, a punkt x_1 jest szukanym miejscem zerowym.
2. W przeciwnym razie, dopóki nie osiągniemy żądanej dokładności, czyli dopóki $|a-b|>\varepsilon$:
    1. Zgodnie ze wzorem z punktu pierwszego ponownie wyznaczane jest x_1 , dzieląc przedział $[a,b]$ na dwa mniejsze przedziały: $[a,x_1]$ i $[x_1,b]$
    2. Wybierany jest przedział o znaku przeciwnym niż x_1 i odpowiednio górny albo dolny kraniec przedziału (b albo a) przyjmuje wartość x_1 , tj.
        1. Jeżeli $f(x_1)f(a)<0$, to b= x_1
        2. Jeżeli $f(x_1)f(b)<0$, to a= x_1
3. Po osiągnięciu żądanej dokładności algorytm kończy działanie, a szukany pierwiastek równania wynosi $\frac{a+b}{2}$.

Reguła falsi również dzieli podany przedział na coraz mniejsze, lecz kolejne ograniczenia przedziałów wyliczane są poprzez wyprowadzanie cięciwy między krańcowymi punktami i również wybiera przedział z krańcami o wartościach z przeciwnymi znakami.

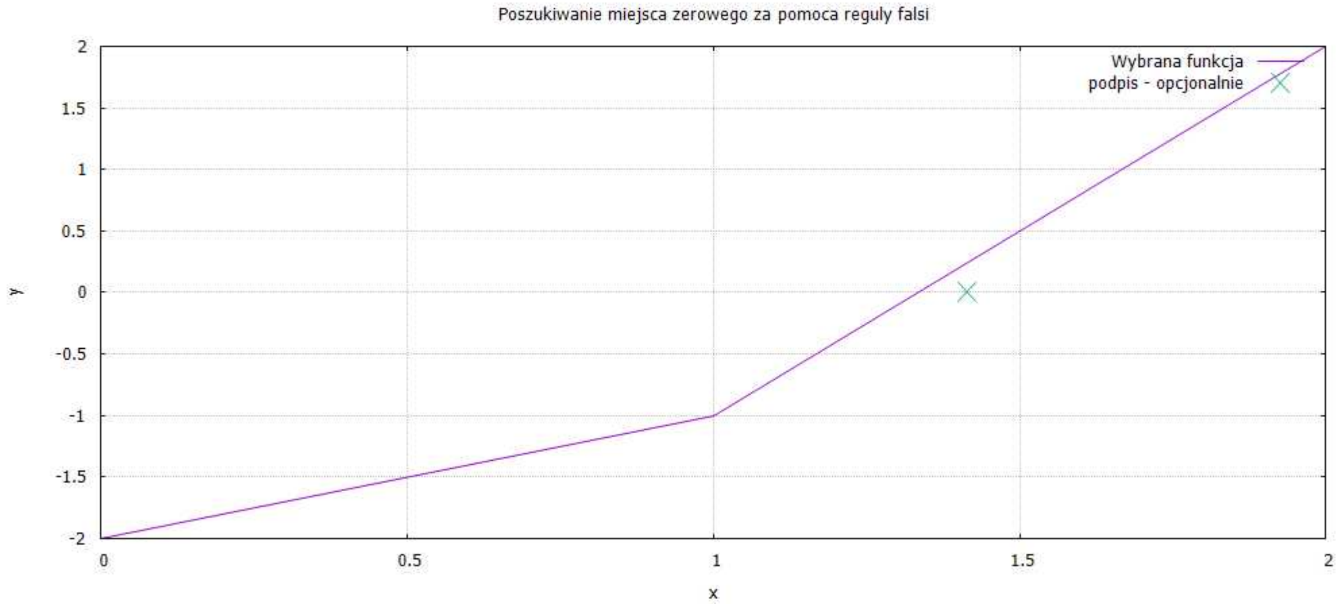
Reguła falsi:

1. Na początku przez punkty $A=(a,f(a))$ i $B=(b,f(b))$ przeprowadzana jest cięciwa.
2. Punkt przecięcia x_1 z osią OX jest brany jako pierwsze przybliżenie pierwiastka.
3. Jeśli to przybliżenie jest wystarczająco dobre, algorytm kończy się.
4. Jeśli nie, to prowadzona jest cięciwa przez punkty $(x_1,f(x_1))$ oraz A lub B – wybierany jest ten punkt, którego rzędna ma znak przeciwny do $f(x_1)$ Jednak w praktyce, dzięki ograniczeniu nr 3 już na początku algorytmu wiadomo, który z tych punktów będzie stały, tzn. wybierany za każdym razem.
5. Następnie wyznaczane jest przecięcie nowo wyznaczonej cięciwy z osią OX (x_1) i algorytm powtarza się.

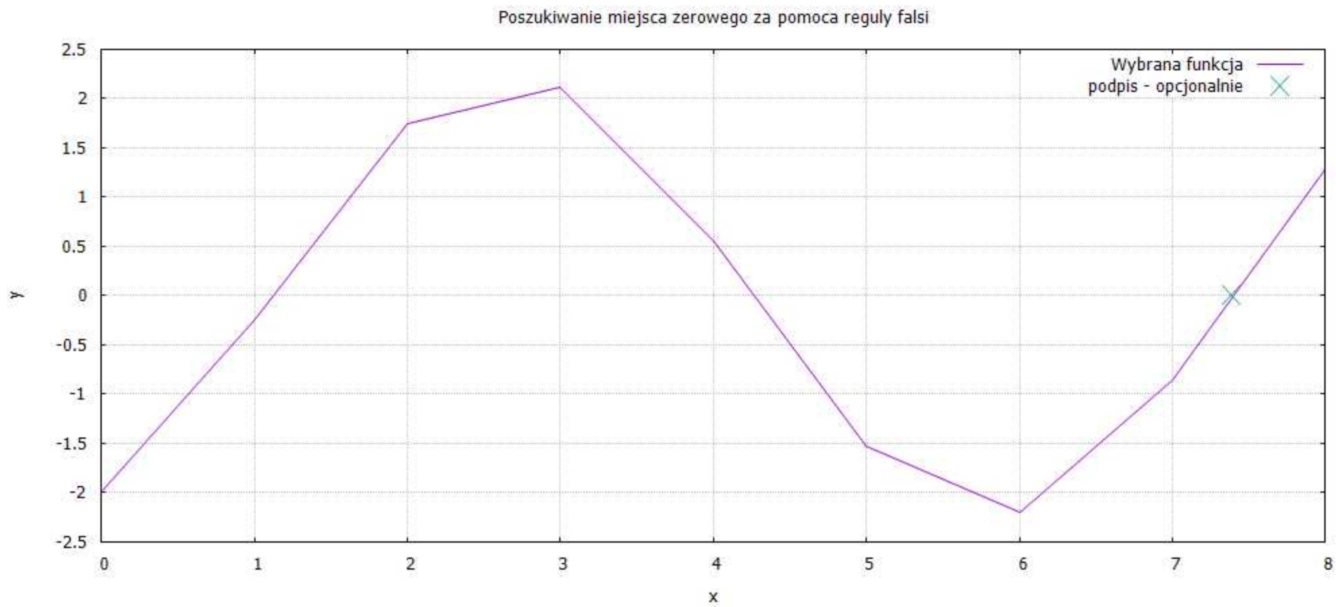
Wyniki

Poniższa tabela przedstawia wyniki badań dla epsilona = 0.00000001, i max 100 iteracji.

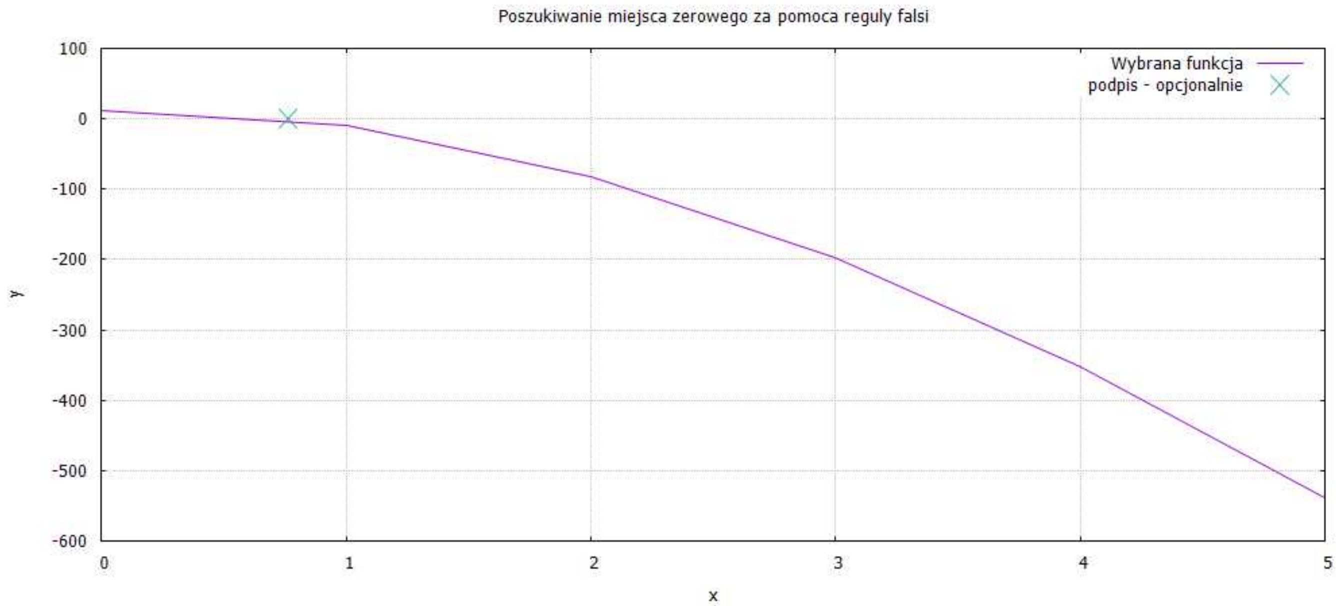
Funkcja	Pocza_ zakresu	Konie_ zakresu	Wyn_reg_fal	Ite_reg_fal	Wyn_met_bis	Ite_met_bis
x^2-2	0	5	1.41421356	36	1.414213562	29
x^2-2	0	15	1.414213545	100	1.414213562	29
x^2-2	0	2	1.414213561	12	1.414213561	28
$\sin(x)-2\cos(x)$	0	4	1.107148718	6	1.107148722	28
$\sin(x)-2\cos(x)$	0	8	7.390334025	6	1.107148722	29
$\sin(x)-2\cos(x)$	1	2	1.107148718	3	1.107148722	26
$x^3-28x^2+5x+12$	0	2	0.7618446454	29	0.7618446457	32
$x^3-28x^2+5x+12$	0	5	0.7618446454	68	0.7618446456	33
$x^3-28x^2+5x+12$	0.6	1	0.7618446455	11	0.7618446454	28



Ilustracja 1: x^2-2



Ilustracja 2: $\sin(x)-2\cos(x)$



Ilustracja 3: $x^3-28x^2+5x+12$

Wnioski

1. Reguła falsi w ogólnym przypadku jest szybsza od metody bisekcji.
2. W przypadku, gdy epsilon jest bardzo mały reguła falsi bywa kłopotliwa (widać to w 2 przypadku, gdzie połączenie dużego zakresu z małym błędem powoduje, iż reguła falsi nie daje wystarczająco dokładnego wyniku nawet przy 100 iteracjach)
3. Na liczbę iteracji dla metody bisekcji zakres badania ma mniejszy wpływ niż przy użyciu reguły falsi.