

Complementi di Analisi e Probabilità
a.a. 2022-23
Foglio di esercizi 2

1. Si consideri una catena di Markov con matrice di transizione

$$P = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{6} \\ \frac{3}{4} & 0 & \frac{1}{4} \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

- Stabilire se sia una catena irriducibile;
 - Supponendo che il processo sia originato nello stato 1, determinare la probabilità che si trovi nello stato 3 dopo due passi;
 - Determinare $\lim_{n \rightarrow \infty} P^n$.
2. Si considerino due processi di Poisson, indipendenti $N_1(t)$ e $N_2(t)$ di parametri μ_1 e μ_2 , rispettivamente.
- (a) Si determini la distribuzione degli intertempi del processo $M(t) = N_1(t) + N_2(t)$;
 - (b) Determinare la distribuzione condizionale di $N_1(t)$ dato $M(t) = 1$,
 - (c) Si suggerisca un metodo per simulare una traiettoria di $M(t)$ fino al tempo $t = 10$ avendo già a disposizione la simulazione di una traiettoria di $N_1(t)$ fino al tempo $t = 11$
3. Sei schermi vengono controllati simultaneamente. Ciascuno ha una durata in vita esponenziale di parametri $\lambda_i, i = 1, \dots, 6$, indipendentemente uno dall'altro
- (a) Quanto tempo si deve attendere prima che se ne guasti uno? Si fornisca la distribuzione e il suo valore atteso. Quanto tempo si deve attendere prima che ce ne siano 2 guasti? Si fornisca la distribuzione e il suo valore atteso.
 - (b) quanto tempo si deve attendere prima che si rompano tutti? Si fornisca la distribuzione e il valore atteso
4. Si considerino due distinte code di tipo M/M/1 (code in cui i clienti arrivano secondo un processo di Poisson e vengano serviti da un unico servitore con tempi di servizio esponenziali). Si supponga che nella prima coda il processo di Poisson abbia parametro λ_1 , mentre nella seconda abbia parametro λ_2 ; inoltre il tempo di servizio sia analogo per le due code, con tempo medio di servizio μ . Si supponga $\lambda_1 < \lambda_2 < \mu$
- (a) Si può affermare che in ogni istante ci saranno sicuramente meno clienti in attesa nella prima coda?
 - (b) Si può affermare che in media ci saranno meno clienti nella coda 1? Giustificare la risposta