

Calcolo delle Probabilità 2

a.a. 2022-23

Foglio di esercizi n.1

1. Esercizio

Sia X una v.a che assume il valore 1 con probabilità p e $(-N)$ con probabilità $1 - p$. Qui N é una v.a. di Poisson di parametro λ . Determinare:

- (a) il valore di λ per cui $E(X) = 0$;
- (b) $Var(X)$;
- (c) Sia $\{X_i\}_{i=1,2,\dots}$ una successione di v.a. distribuite come X e sia $Y = \sum_{i=1}^M X_i$, con M v.a. di Poisson di parametro β , indipendente dalle X_i . Determinare $E(Y)$.

2. Esercizio

Alla stazione di partenza di un treno salgono K persone, con K v.a. distribuita secondo Poisson, di parametro $\lambda = 100$. Il treno effettua un'unica fermata prima dell'arrivo a destinazione. Alla fermata ogni persona scende, con uguale probabilità p .

- (a) Se nessun nuovo passeggero sale alla fermata intermedia, determinare la probabilità che il treno arrivi alla stazione di destinazione finale con almeno 90 passeggeri;
- (b) Se nessun nuovo passeggero sale alla fermata intermedia, determinare il numero medio di passeggeri presenti all'arrivo alla destinazione finale;
- (c) Si supponga che alla fermata intermedia salga un numero M di passeggeri, con M v.a. indipendente da K , v.a. di Poisson di parametro $\beta = 50$. Di determini il numero medio di passeggeri che arriva alla destinazione finale.

3. Esercizio

Si considerino due v.a. X e Y . Stabilire quali delle seguenti affermazioni sia vera, giustificando la risposta e specificando eventuali ipotesi aggiuntive necessarie per renderle vere.

- (a) $E[X|X] + E[Y|Y] = X + Y$;
- (b) $E[X + Y | |X| = x] = x + Y$;
- (c) $E[X ||X|] = E[X|X]$.
- (d) $E[g(X)h(Y)|X] = g(X)E[h(Y)|X]$

- (e) $E[g(X)h(Y) | X = x, Y = y] = g(x)h(y)$
- (f) $E[XY | X] = XY$ se X e Y sono v.a. Gaussianne indipendenti.

4. Esercizio

Supporre che X e Y siano due v.a. congiuntamente Gaussianne con media μ_X e μ_Y , varianza σ_X^2 e σ_Y^2 , rispettivamente e covarianza C_{XY} .

- (a) Determinare la densità di probabilità condizionale di $X+Y$ dato $Y = y$
- (b) Determinare $E[X^2 + Y^2 | X = x, Y = y]$
- (c) Determinare $E[X | Y = y]$ e $Var[X | Y = y]$;