

## Esercizio 1

Si consideri il monitor seguente che sincronizza le stampe di due processi concorrenti Hip e Urrà.

Siano **nH** e **nU** le variabili che contano rispettivamente il numero di sequenze "hip" e "urrà" stampate in certo stato. Si dimostri che il monitor preserva il seguente invariante:

$$0 \leq nH - 2 \cdot nU \leq 2$$

```
monitor Hip_Urra{
  int count ← 0;
  condition URR;
  condition HIP;

  public void StampaHip {
    if (count = 2) wait(HIP);
    <stampa"hip">;
    count++;
    if (count =2) signal(URR);
  }

  public void StampaUrrà {
    if (count < 2) wait(URR);
    <stampa"urrà">;
    count= 0;
    signal(Hip);
  }
}
```

```
process Hip {
  loop forever
    Hip_urra.StampaHip
}

process Urrà {
  loop forever
    Hip_Urra.StampaUrrà
}
```



Ines Maria Margaria

## Soluzione esercizio 1

Per provare che  $0 \leq nH - 2*nU \leq 2$   
è un invariante di monitor proviamo:

- a)  $0 \leq \text{count} \leq 2$
- b)  $\text{count} = nH - 2*nU$

```
public void StampaHip {  
    if (count == 2) wait(HIP);  
    <stampa"hip">;  
    count++;  
    if (count == 2) signal(URR);  
}  
  
public void StampaUrrà {  
    if (count < 2) wait(URR);  
    <stampa"urrà">;  
    count = 0;  
    signal(Hip);  
}
```



Ines Maria Margaria

## Soluzione esercizio 1

a)  $0 \leq \text{count} \leq 2$

La prova è per induzione sul numero di chiamate delle procedure di monitor

All'inizio vero perché  $\text{count}=0$ .

Supponiamo la formula vera prima di una chiamata di una procedura di monitor e dimostriamo che è vera anche dopo l'esecuzione della stessa.

La procedura `StampaHip` potrebbe falsificare la formula perché l'incremento di `count` potrebbe portare il valore della variabile a 3, ma lo statement `if` garantisce che l'incremento non viene eseguito se il valore di `count` vale 2.

Se poi la `StampaHip` termina con la `signal`, viene svegliato il processo `Urrà` che porta `count` a 0 e quindi la formula è vera.

La procedura `StampaUrrà` non può falsificare la formula perché se termina senza svegliare il processo `Hip`, pone il valore di `count` a 0, se lo sveglia invece il valore di `count` viene portato a 1.

```
public void StampaHip {  
    if (count == 2) wait(HIP);  
    <stampa"hip">;  
    count++;  
    if (count == 2) signal(URR);  
}
```

```
public void StampaUrrà {  
    if (count < 2) wait(URR);  
    <stampa"urrà">;  
    count = 0;  
    signal(Hip);  
}
```



Ines Maria Margaria



## Soluzione esercizio 1

b)  $count = nH - 2 \cdot nU$

La prova è per induzione sulle chiamate delle procedure di monitor

All'inizio banalmente vero.

Supponiamo la formula vera prima di una chiamata di una procedura di monitor e dimostriamo che è vera anche dopo l'esecuzione della stessa.

La procedura `StampaHip` provoca un incremento di `count` ma anche un incremento di `nH`, quindi se la procedura termina senza svegliare il processo `Urrà` l'uguaglianza rimane vera.

In caso contrario, il risveglio di `Urrà` avviene solo in uno stato  $s$  per cui  $nH^s = 2nU^s + 2$ ; la ripresa dell'esecuzione del processo `Urrà` non provoca cambiamenti su `nH` ma provoca un incremento di 1 su `nU`, quindi nello stato successivo  $s'$  avremo che  $nH^{s'} = nH^s = 2nU^s + 2$  e  $nU^{s'} = 1 + nU^s$ . Quindi si avrà che  $nH^{s'} = 2(nU^s + 1) = 2nU^{s'}$  dunque il valore `count=0` rende vera la formula.

La procedura `StampaUrrà` viene eseguita solo quando `count=2` e ci si riporta al caso precedente, se termina con la `signal`, sveglia `Hip` che porta `count` a 1 ma anche `nH` viene incrementato di 1.

```
public void StampaHip {
    if (count == 2) wait(HIP);
    <stampa"hip">;
    count++;
    if (count == 2) signal(URR);
}

public void StampaUrrà {
    if (count < 2) wait(URR);
    <stampa"urrà">;
    count = 0;
    signal(Hip);
}
```



Ines Maria Margaria



Ines Maria Margaria

## Esercizio 2

Si consideri il codice del pasticcere pigro modellato con i semafori. Si riscriva questo sistema, con le *stesse caratteristiche* di sincronizzazione, usando il costrutto monitor. Si provi poi la validità del seguente invariante di monitor:

$$0 \leq \text{porzioni} \leq m$$

Algoritmo del pasticcere	
<b>semaphore</b> mutex $\leftarrow$ 1, <b>semaphore</b> pieno $\leftarrow$ 0 <b>semaphore</b> vuoto $\leftarrow$ 0, <b>int</b> porzioni $\leftarrow$ 0, <b>const</b> m $\geq$ 1	
pasticcere	cliente <sub>i</sub>
loop forever  P1 <b>P</b> (vuoto); P2    <prepara m biscotti>; P3    porzioni $\leftarrow$ m; P4 <b>V</b> (pieno);	<altro>  q1 <b>P</b> (mutex) q2 <b>if</b> (porzioni = 0) q3 <b>V</b> (vuoto); q4 <b>P</b> (pieno); q5        porzioni --; q6 <b>V</b> (mutex); q7    <mangia biscotto>;

## Soluzione Esercizio 2 (una possibile)

Premi **Esc** per uscire dalla modalità a schermo intero

```
process pasticcere {  
  loop forever  
    bakery.aspetta_cliente  
    <prepara i biscotti>  
    bakery.porta_biscotti  
  }  
}
```

```
process cliente {  
  :  
  bakery.entra_negozio;  
  bakery.prendi_biscotto;  
  bakery.esci_negozio;  
  <mangia biscotto>  
  
  :  
}
```



Ines Maria Margaria

## Soluzione Esercizio 2 (una possibile)

Premi **Esc** per uscire dalla modalità a schermo intero

```
monitor bakery {  
    const    m ≥ 1;  
    int      porzioni ← 0;  
    boolean  occupato ← false;  
    condition coda;  
    condition cliente;  
    condition pronto;  
  
    public void entra_negozio {  
        if occupato wait(coda);  
        occupato ← true;  
    }  
  
    public void prendi_biscotto() {  
        if (porzioni = 0)  
            signal(cliente)  
            wait(pronto);  
        porzioni--;  
    }  
}
```

```
public void esci_negozio {  
    occupato ← false,  
    signal (coda);  
}  
  
public void aspetta_cliente {  
    if empty(pronto) wait(cliente);  
}  
  
public void porta_biscotti() {  
    porzioni ← m;  
    signal(pronto);  
    }  
}
```



Ines Maria Margaria



## Soluzione Esercizio 2 (una possibile)

```
public void prendi_biscotto() {  
    if (porzioni == 0)  
        signal(cliente)  
        wait(pronto);  
    porzioni--;  
}  
  
public void porta_biscotti() {  
    porzioni ← m;  
    signal(pronto);  
}
```

Proviamo che

$$0 \leq \text{porzioni} \leq m$$

è un invariante di monitor.

La formula è banalmente vera all'inizio.

Le uniche procedure di monitor che possono modificare la variabile `porzioni` sono la procedura `prendi_biscotto` e la procedura `porta_biscotti`.

La procedura `prendi_biscotto` potrebbe rendere falsa la formula se il decremento portasse ad un valore negativo, ma questo non può accadere per via dello statement `if`.

L'eventuale risveglio del pasticcere non provoca modifiche sulla variabile `porzioni`.

La procedura `porta_biscotti` forza la variabile al valore di `m`, se la `signal` successiva provoca il risveglio del cliente, `porzioni` viene decrementata di 1 e il suo valore risulta `m-1` ma la formula rimane valida.



Ines Maria Margaria



## Esercizio 3

Si consideri il monitor ForkMonitor per il **problema della cena dei filosofi**.

```
monitor ForkMonitor {  
  int array[0..4] fork //initially [2, . . . , 2]//  
  condition array[0..4] OKtoEat  
  public void takeForks(integer i) {  
    if (fork[i] < 2) wait(OKtoEat[i]);  
    fork[(i+1)%5] --;  
    fork[(i-1)%5] --;  
  }  
  public void releaseForks(integer i) {  
    fork[i+1] ++;  
    fork[i-1] ++;  
    if (fork[(i+1)%5] == 2) signal(OKtoEat[(i+1)%5]);  
    if (fork[(i-1)%5] == 2) signal(OKtoEat[(i-1)%5]);  
  }  
}
```



Ines Maria Margaria

### Esercizio 3 (cont)

Sia  $E$  la variabile di stato che conta quanti filosofi stanno mangiando, cioè hanno eseguito la procedura `takeForks` e non hanno ancora invocato la procedura `releaseForks`.

Si dimostri che il monitor preserva il seguente invariante:

$$\sum_{i=0}^4 \text{fork}[i] = 10 - 2 * E$$



Ines Maria Margaria

## Soluzione esercizio 3

```
monitor ForkMonitor {
  int array[0..4] fork //initially
                        [2,..,2]//
  condition array[0..4] OKtoEat
  public void takeForks(integer i) {
    if (fork[i] < 2)
      wait(OKtoEat[i]);
    fork[(i+1)%5] --;
    fork[(i-1)%5] --;
  }
  public void releaseForks(integer i) {
    fork[i+1] ++;
    fork[i-1] ++;
    if (fork[(i+1)%5] == 2)
      signal(OKtoEat[(i+1)%5]);
    if (fork[(i-1)%5] == 2)
      signal(OKtoEat[(i-1)%5]);
  }
}
```

$$\sum_{i=0}^4 \text{fork}[i] = 10 - 2 * E$$

**Dimostrazione per induzione** sul numero di esecuzioni delle procedure di monitor. All'inizializzazione del monitor l'invariante è vero ( $E=0$ ).

L'esecuzione di una procedura **takeForks** provoca l'incremento del valore di  $E$  di un'unità, ma anche il decremento di 2 unità sulla somma delle componenti dell'array **fork**, quindi l'invariante resta vero.

Analogamente l'esecuzione della procedura **releaseForks** che termina senza risvegli di filosofi in attesa, decrementa di 1 il valore di  $E$  ma aumenta di 2 unità la somma delle componenti dell'array **fork**, quindi l'invariante continua ad essere vero.



Ines Maria Margaria



Ines Maria Margaria

## Esercizio 4

Lo schema di codice sotto riportato presenta una soluzione tramite monitor di una variante del problema dei cinque filosofi a cena. In questa versione la condizione di accesso alla cena (possesso di entrambe le forchette) è sostituito dalla condizione che due filosofi contigui non possano mangiare contemporaneamente (distanziamento sociale!).

```
monitor filosofi {  
  bool eating[0..4] = [F F F F F]  
  condition attesa[0..4]  
  integer right(i) ← (i+1)%5  
  integer left(i) ← (i-1)%5  
  
  public void iniziocena (i) {  
    if eating[right(i)].OR. eating[left(i)]  
      wait(attesa[i]);  
    eating[i] = T  
  }
```

```
  public void finecena(i) {  
    eating[i] = F  
    if !empty(attesa[right(i)].AND.  
      !eating[right(right(i))])  
      signal (attesa[right(i)]);  
    if !empty(attesa[left(i)].AND.  
      !eating[left(left(i))])  
      signal (attesa[left(i)]);  
  }  
}
```

Sia  $E_i$  una variabile intera che assume valore 1 se  $eating[i]=T$  e valore 0 se  $eating[i]=F$ .

Si provi che valgono i seguenti invarianti:

a)  $eating[i] \rightarrow !eating[right(i)]$

b)  $0 \leq \sum_{i=0}^4 E_i \leq 2$



## Esercizio 4 (cont)

```
monitor filosofi {
  bool eating[0..4] = [F F F F F]
  condition attesa[0..4]
  integer right(i) ← (i+1)%5
  integer left(i) ← (i-1)%5

  public void iniziocena (i) {
    if eating[right(i)].OR. eating[left(i)]
      wait(attesa[i]);
    eating[i] = T
  }

  public void finecena(i) {
    eating[i] = F
    if !empty(attesa[right(i)].AND.
      !eating[right(right(i))])
      signal (attesa[right(i)]);
    if !empty(attesa[left(i)].AND.
      !eating[left(left(i))])
      signal (attesa[left(i)]);
  }
}
```

```
Filosofo_i
  loop forever
  <pensa>
  filosofi.iniziocena(i)
  <mangia>
  filosofi.finecena(i)
```

Sia  $E_i$  una variabile intera che assume valore 1 se  $eating[i]=T$  e valore 0 se  $eating[i]=F$ .

Si provi che valgono i seguenti invarianti:

- a)  $eating[i] \rightarrow !eating[right(i)]$
- b)  $0 \leq \sum_{i=0}^4 E_i \leq 2$



Ines Maria Margaria

## Esercizio 4 (cont)

Premi  per uscire dalla modalità a schermo intero

```
monitor filosofi {
  bool eating[0..4] = [F F F F F]
  condition attesa[0..4]
  integer right(i) ← (i+1)%5
  integer left(i) ← (i-1)%5

  public void iniziocena (i) {
    if eating[right(i)].OR. eating[left(i)]
      wait(attesa[i]);
    eating[i] = T
  }

  public void finecena(i) {
    eating[i] = F
    if !empty(attesa[right(i)].AND.
      !eating[right(right(i))])
      signal (attesa[right(i)]);
    if !empty(attesa[left(i)].AND.
      !eating[left(left(i))])
      signal (attesa[left(i)]);
  }
}
```

```
Filosofo_i
  loop forever
  <pensa>
  filosofi.iniziocena(i)
  <mangia>
  filosofi.finecena(i)
```

Sia  $E_i$  una variabile intera che assume valore 1 se  $eating[i]=T$  e valore 0 se  $eating[i]=F$ .

Si provi che valgono i seguenti invarianti:

- a)  $eating[i] \rightarrow !eating[right(i)]$
- b)  $0 \leq \sum_{i=0}^4 E_i \leq 2$



Ines Maria Margaria

## Soluzione esercizio 4

```
monitor filosofi {
  bool eating[0..4] = [F F F F F]
  condition attesa[0..4]
  integer right(i) ← (i+1)%5
  integer left(i) ← (i-1)%5

  public void iniziocena (i) {
    if eating[right(i)].OR. eating[left(i)]
      wait(attesa[i]);
    eating[i] = T
  }

  public void finecena(i) {
    eating[i] = F
    if !empty(attesa[right(i)].AND.
      !eating[right(right(i))])
      signal (attesa[right(i)]);
    if !empty(attesa[left(i)].AND.
      !eating[left(left(i))])
      signal (attesa[left(i)]);
  }
}
```

a)  $\text{eating}[i] \rightarrow \neg \text{eating}[\text{right}(i)]$

b)  $0 \leq \sum_{i=0}^4 E_i \leq 2$

La prova è per induzione sul numero di chiamate delle procedure di monitor

a)  $\text{eating}[i] \rightarrow \neg \text{eating}[\text{right}(i)]$

Inizialmente la formula è vera perché

l'antecedente è falso per ogni filosofo  $i$ .

Supposto vero prima della chiamata di `iniziocena(i)` proviamo che è vero anche alla fine. La procedura pone `eating[i]` a true ma questo avviene solo se

`eating[right(i)]` è false quindi l'invariante si mantiene vero.

La procedura `finecena(i)` pone `eating[i]` a false e quindi l'invariante è vero per il filosofo  $i$ .

La procedura può risvegliare il processo `right[i]`, ma questo accade solo se

`eating[right(right(i))]` è false.

La procedura può anche risvegliare il processo `left[i]`, ma in questo caso il vicino destro è il processo  $i$  per cui `eating[i] = F`.



Ines Maria Margaria



## Soluzione esercizio 4

```
monitor filosofi {
  bool eating[0..4] = [F F F F F]
  condition attesa[0..4]
  integer right(i) ← (i+1)%5
  integer left(i) ← (i-1)%5

  public void iniziocena (i) {
    if eating[right(i)].OR. eating[left(i)]
      wait(attesa[i]);
    eating[i] = T
  }

  public void finecena(i) {
    eating[i] = F
    if !empty(attesa[right(i)].AND.
      !eating[right(right(i))])
      signal (attesa[right(i)]);
    if !empty(attesa[left(i)].AND.
      !eating[left(left(i))])
      signal (attesa[left(i)]);
  }
}
```

a)  $\text{eating}[i] \rightarrow \neg \text{eating}[\text{right}(i)]$

b)  $0 \leq \sum_{i=0}^4 E_i \leq 2$

La prova è per induzione sul numero di chiamate delle procedure di monitor

b)  $0 \leq \sum_{i=0}^4 E_i \leq 2$

Inizialmente la formula è vera perché

$\sum_{i=0}^4 E_i = 0$ .

Supposto vero prima della chiamata di `iniziocena(i)` proviamo che è vero anche alla fine. La procedura termina ponendo **eating[i]** a true quindi comporta un incremento di  $\sum_{i=0}^4 E_i$  che potrebbe portare il suo valore a 3 se al momento della chiamata il suo valore fosse uguale a 2.

Dal codice sappiamo però che l'incremento avviene solo se i vicini di destra e di sinistra del filosofo *i* non stanno mangiando, quindi a mangiare dovrebbero essere gli altri due filosofi, che però sono contigui quindi uno dei due avrebbe a destra un vicino che sta mangiando, che è assurdo per il punto a).



Ines Maria Margaria



## Soluzione esercizio 4

```
monitor filosofi {
  bool eating[0..4] = [F F F F F]
  condition attesa[0..4]
  integer right(i) ← (i+1)%5
  integer left(i) ← (i-1)%5

  public void iniziocena (i) {
    if eating[right(i)].OR. eating[left(i)]
      wait(attesa[i]);
    eating[i] = T
  }

  public void finecena(i) {
    eating[i] = F
    if !empty(attesa[right(i)].AND.
      !eating[right(right(i))])
      signal (attesa[right(i)]);
    if !empty(attesa[left(i)].AND.
      !eating[left(left(i))])
      signal (attesa[left(i)]);
  }
}
```

a)  $\text{eating}[i] \rightarrow \neg \text{eating}[\text{right}(i)]$

b)  $0 \leq \sum_{i=0}^4 E_i \leq 2$

b)  $0 \leq \sum_{i=0}^4 E_i \leq 2$

Supponiamo l'invariante vero prima della chiamata di `finecena(i)` proviamo che è vero anche alla fine. La procedura termina ponendo `eating[i]` a false, quindi comporta un decremento di  $\sum_{i=0}^4 E_i$  che non può portare il suo valore a -1 perché al momento della chiamata `eating[i] = true` e dunque  $\sum_{i=0}^4 E_i > 0$ . La procedura potrebbe svegliare entrambi i vicini del filosofo *i* e questo comporterebbe un incremento di 2 del valore di  $\sum_{i=0}^4 E_i$  a fronte di un decremento di 1, per cui  $\sum_{i=0}^4 E_i$  potrebbe assumere il valore 3, se al momento della chiamata avesse avuto valore uguale a 2. Ma anche in questo caso si può provare che se al momento della chiamata un altro filosofo oltre al filosofo *i* sta mangiando, non è possibile risvegliare entrambi i vicini perché uno di questi avrebbe un vicino di destra che sta mangiando.



Ines Maria Margaria