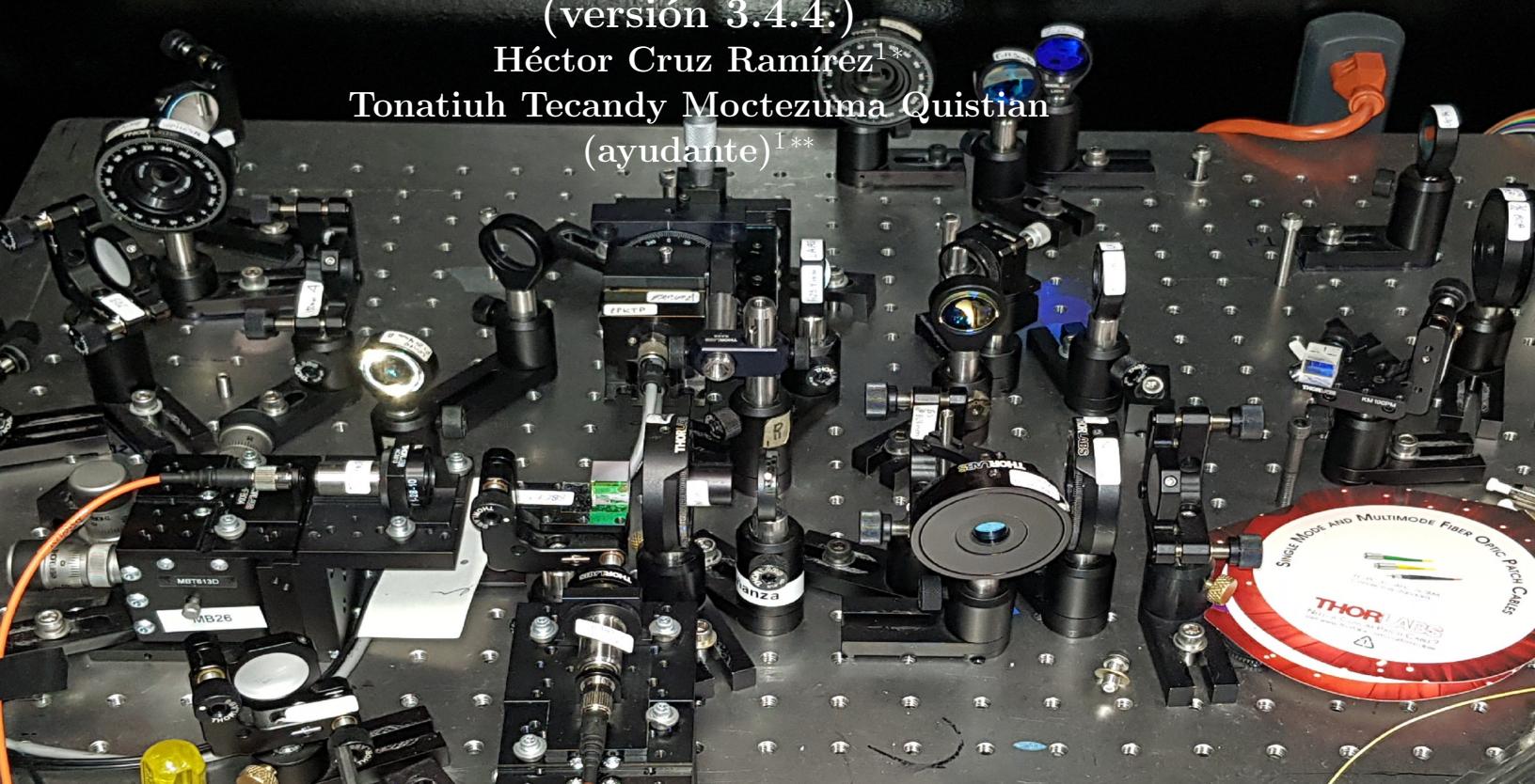


COMPILACIÓN DE PRÁCTICAS DE LABORATORIO DE ELECTROMAGNETISMO Y DE OTRAS ÁREAS DE LA FÍSICA (versión 3.4.4.)

Héctor Cruz Ramírez^{1*}
Tonatiuh Tecandy Moctezuma Quistian
(ayudante)^{1**}



¹Instituto de Ciencias Nucleares,
^{*}hector.cruz@ciencias.unam.mx,
^{**}moctezumatonatiuh@ciencias.unam.mx
agosto 2024

EXPERIMENTAL QUANTUM OPTICS GROUP - ICN HÉCTOR CRUZ-RAMÍREZ

Índice general

I	Presentación y prácticas básicas	5
1.	Agradecimientos	7
2.	Presentación	9
3.	Laboratorio I: mediciones e incertidumbre	17
4.	Laboratorio II: señales discretas e imágenes	33
5.	Laboratorio III: implementación de sensores con <i>ARDUINOS</i> y <i>LabVIEW</i>	43

**EXPERIMENTAL QUANTUM
OPTICS GROUP - ICN
HÉCTOR CRUZ-RAMÍREZ**

EXPERIMENTAL QUANTUM OPTICS GROUP - ICN HÉCTOR CRUZ-RAMÍREZ



Parte I

**Presentación y prácticas
básicas**

**EXPERIMENTAL QUANTUM
OPTICS GROUP - ICN
HÉCTOR CRUZ-RAMÍREZ**

1. Agradecimientos

Estas notas fueron realizadas con el apoyo de varios proyectos PAPIME-GeDGAPA. Agradecemos a los ayudantes de profesor: M. en C. Tonatiuh Tecdandy Moctezuma Quistian (ayudante actual del curso), M. en C. Itzel Ileana Borja, M. en C. Samuel Corona Aquino, Fís. Javier Alejandro López Alfaro, Dr. Jorge Arturo Monroy Ruz y M. en C. Francisco Javier Morelos Medina por su contribución a la elaboración de estas notas. También agradezco al Dr. Alfred U'Ren titular del Laboratorio de Óptica Cuántica del Instituto de Ciencias Nucleares (UNAM) por permitir el uso de la infraestructura del laboratorio.

**EXPERIMENTAL QUANTUM
OPTICS GROUP - ICN
HÉCTOR CRUZ-RAMÍREZ**

EXPERIMENTAL QUANTUM OPTICS GROUP - ICN HÉCTOR CRUZ-RAMÍREZ

2. Presentación

Índice

2.1. Objetivos del curso	9
2.2. Lista de prácticas	10
2.3. Recomendación para evaluar	11
2.3.1. Reglas del desarrollo de la práctica y la calificación de los reportes	11
2.3.2. Reglas para la evaluación de la exposición del pro- yecto final	13
2.3.3. Formato de los reportes	13
2.4. Libros recomendados	14

2.1. Objetivos del curso

En la labor profesional de un físico se considera, comúnmente, que existe una división: Física Teórica y Física Experimental; y que además, cada científico debe elegir en qué parte de esta división se va a desarrollar profesionalmente. Sin duda, si existen claras diferencias entre ellas, y esas diferencias son definidas por los trabajos específicos que se desarrollan en cada una de ellas. Podría darse el caso de físicos teóricos que sean ajenos a los avances tecnológicos o no busquen una vinculación con el experimento respecto a su trabajo; o el caso de físicos experimentales que no tengan un conocimiento sólido del modelo en que este basado su experimento o no tengan conocimiento de como trabajan sus instrumentos de medición. El consejo es: no llegar a alguno de esos casos extremos; ya que, si existe una relación de retroalimentación entre ambas. Los resultados de esta relación podría resumirse en tres: 1. generación de nuevos modelos o teorías, 2. desarrollo de nuevas técnicas o nuevos instrumentos de medición, y 3. avances tecnológicos (aparatos de uso cotidiano que pueden usar todas las personas).

Por dicho anteriormente, el **primer objetivo** de estas notas será que el estudiante adquiera experiencia en el diseño de un experimento para comprobar un modelo de un fenómeno físico o una consecuencia de ello. Debe quedar claro que cada arreglo experimental dependerá de la comprobación que se pretenda

realizar. Para realizar un experimento se deben aprender ciertos conocimientos específicos, lo cual nos lleva a los tres objetivos siguientes. El **segundo objetivo** consiste en adquirir conocimientos en el uso de algunos instrumentos utilizados en todos los laboratorios, como ejemplos serían: detectores (instrumentos de medición), osciloscopios (instrumentos de adquisición de datos), cables y consolas de control de motores o láseres (instrumentos de control). El **tercer objetivo** de las notas consiste en una introducción a la instrumentación de sensores con las nuevas tecnologías disponibles en el mercado, las cuales permiten una rápida implementación de estos sensores teniendo un conocimiento básico de electrónica. Un **cuarto objetivo** sería la integración (control y adquisición de datos) de todos los instrumentos utilizados con una computadora. Este proceso recibe el nombre de *automatización* con un lenguaje de programación. Por otro lado, para tener criterios para comprobar que un experimento es exitoso, se propone un **quinto objetivo** que consiste en una introducción al análisis estadístico de los datos experimentales.

2.2. Lista de prácticas

La lista de prácticas se dividen en tres partes: prácticas básicas, prácticas de óptica, prácticas de óptica cuántica, prácticas de fenómenos colectivos y prácticas de electromagnetismo. A continuación se muestran:

Prácticas básicas

- Preparación básica de laboratorio
 1. Laboratorio I: Medición e incertidumbre
 2. laboratorio II: señales discretas e imágenes
 3. Labview I: introducción a conceptos básicos
 4. Laboratorio II: implementación de sensores con *ARDUINOS* y *LabVIEW*

Práctica de óptica

- Óptica geométrica
 1. Óptica geométrica I: Las Leyes de la Reflexión y la Refracción
 2. Óptica geométrica II: Lentes e imágenes
- Elementos dispersivos
 1. Elementos dispersivos I: el prisma y medición del índice refracción
 2. Elementos dispersivos II: espectros de absorción
 3. Elementos dispersivos III: rejilla de difracción y adquisición de espectros
- Fuentes de luz
 1. Fuentes I: Haces gaussianos

- 2. Fuentes II: Fuentes lambertianas y no lambertianas
- Polarización
 - 1. Polarización I: Ley de Malus y el ángulo de Brewster
 - 2. Polarización II: medición de los parámetros de Stokes
 - 3. Polarización III: actividad óptica
 - 4. Polarización IV: medición de la matrices de Mueller
- Óptica Física
 - 1. Óptica Física I: ecuaciones de Fresnel
 - 2. Óptica Física II: propagación en medios anisotropicos
- Interferencia y difracción
 - 1. Interferencia y difracción I: experimento de Young (coherencia espacial)
 - 2. Interferencia y difracción II: interferómetro de Michelson-Morley.
- Óptica de Fourier
 - 1. Óptica de Fourier I: Transformada de Fourier.
 - 2. Óptica de Fourier II: filtraje espacial.
- Óptica Cuántica
 - 1. Óptica cuántica I: Espectro angular de las parejas de fotones, tipo I, degenerado y no colineal.
 - 2. Óptica cuántica II: Espectro angular del *SPDC* tipo II, degenerado y no colineal.

2.3. Recomendación para evaluar

La evaluación consiste:

1. Revisión de la bitácora al final del curso (8 % de la calificación total).
2. Entregar el reporte por escrito (80 % de la calificación total), el cual será uno por equipo de trabajo.
3. Realizar la práctica libre (12 % de la calificación total). El equipo de alumnos deberá presentar una propuesta y después desarrollarla. La implementación de la práctica dependerá si existen los materiales y equipo necesarios en el laboratorio (20 % de la calificación total).

2.3.1. Reglas del desarrollo de la práctica y la calificación de los reportes

1. La responsabilidad de cada alumno será presentarse en cada sesión de laboratorio. El curso es presencial y no a distancia.

2. Se integrarán equipos (lo óptimo es tres estudiantes) por mesa. Los reportes de la prácticas se entregarán por equipo.
3. Será responsabilidad de cada alumno llevar la bitácora día a día. No será argumento para no entregar algún reporte el que un compañero se llevo los datos.
4. El alumno que no asista a ninguna de las sesiones para una determinada práctica, no tendrá derecho a incluirse en el reporte de equipo. Habiendo una penalización de 3 puntos menos para el equipo que incluya a algún compañero en tales condiciones.
5. No se aceptarán reportes escritos a mano y los enviados por correo electrónico (sólo podrá hacerse en el caso que el profesor lo indique).
6. Las prácticas son de 1 a 3 sesiones. El alumno que no asista a alguna sesión durante el desarrollo de una práctica se hará acreedor a dos puntos menos en la calificación del reporte por cada falta que este acumule. En el caso de llegar después de 8:00 am se hará acreedor a un punto menos de la calificación del reporte. Si falta a todas las sesiones tendrá calificación de 0.
7. Medio punto menos por día de retraso en la entrega del reporte, después de la fecha acordada.
8. El horario de las sesiones para realizar las prácticas son los establecidos por la facultad. No se podrá dar servicio fuera de estos horarios para realizar las prácticas; sin embargo, el alumno podrá ir a la oficina de los profesores a consultar cualquier duda.
9. Todos los alumnos que integren un equipo de trabajo deberán comprometerse a que se realicé con éxito la práctica de laboratorio, por lo cual, si algún alumno esta realizando otra actividad en la sesión de laboratorio (por ejemplo, llegar a dormir o haciendo tareas de otras materias o platicando con otros compañeros) se bajará dos puntos de la calificación de la práctica correspondiente a todo el equipo. Esta penalización se aplicará por cada sesión que realicen esto; sin embargo, todos trabajan y terminan sus objetivos por sesión podrán retirarse antes de que finalice la sesión de laboratorio.
10. Es responsabilidad de cada equipo llegar temprano y pedir el material y equipo. Normalmente, no se entrega el material y el equipo después de media hora que inicio la clase. Claramente el laboratorista podrá dar material y equipo adicional a lo largo de la clase. El material y equipo se entrega 15 minutos antes de terminar la clase. Por seguridad existen materiales y equipos que sólo se prestarán a los alumnos con previa autorización del profesor.
11. No podrá realizarse dos prácticas al mismo tiempo por seguridad, ya que permitirlo implicaría demasiado material y equipo en una sola mesa.

2.3.2. Reglas para la evaluación de la exposición del proyecto final

Si el estudiante va realizar una presentación se propone el siguiente formato de la *presentación*(lo mínimo que debe contener):

1. objetivos,
2. marco teórico,
3. arreglo experimental,
4. protocolo experimental y resultados experimentales,
5. conclusiones (en base a los objetivos),
6. referencias.

Recomendaciones de reglas operacionales:

1. cada equipo tendrá un tiempo de 15 min como máximo para exponer su trabajo,
2. 3 min de preguntas,
3. y al menos un integrante de cada equipo tendrá que hacer una pregunta al equipo que expone,
4. un sólo integrante del equipo expondrá y los demás le podrán ayudar a contestar las preguntas,
5. enviar su presentación en formato PDF un día antes de la fecha pactada, y antes de las 5 pm (gracias).

2.3.3. Formato de los reportes

Los reportes deberán contener, al menos, lo siguiente:

Título: normalmente es el mismo título de las notas de la práctica.

Autores: los nombres de los alumnos que participaron en la realización de la práctica.

Resumen: descripción breve del experimento mencionando los objetivos y si estos fueron alcanzados.

Introducción y/o Teoría: establecer bien los objetivos (claramente), una descripción histórica (opcional) y mencionar explícitamente la importancia de realizar el experimento. También en esta sección podrá describir todos los elementos teóricos (o podrá escribirlo en otra sección a parte, esto es opcional) necesarios para entender el experimento que se realizó. Cada afirmación teórica debe ser sustentada en un calculo o en una cita a una referencia.

Experimento: descripción del arreglo experimental (no enlistar el material y equipo), escribir con detalle el protocolo experimental (incluido el análisis estadístico de datos experimentales) y a su vez exponer los resultados obtenidos (no colocar tablas con la lista de datos experimentales) mediante una gráfica. Sólo escribir los datos experimentales importantes con su incertidumbre asociada.

Conclusiones: las conclusiones deben ser en relación a los objetivos y estar basadas en un análisis estadístico.

Referencias: cada una de las referencias enlistadas deberán ser citadas dentro del texto.

2.4. Libros recomendados

El libro básico de óptica para estudiantes licenciatura es (a criterio de los profesores) *Modern Optics*[1]; de igual forma se puede consultar en libro clásico de *Optics*[2]. Existe un excelente libro de consulta, usado por profesionales en óptica, el cual es *Fundamentals of photonics*[3].

Respecto a fenómenos colectivos para nivel licenciatura, los libros recomendados son: Física Tomo I [11]; de igual forma se puede consultar los libros: [10] y [6].

El libro básico de electromagnetismo para estudiantes licenciatura es Física Tomo II [11], así como *Fundamentals of Physics*[?]; de igual forma se puede consultar en libro clásico de *Classical Electrodynamics* [12].

Para análisis de datos experimentales se pueden usar los siguientes libros: [5] y [6]. Para métodos numéricos se recomienda el libro [2]. En las notas de las prácticas se incluirán más referencias a libros y artículos.

**EXPERIMENTAL QUANTUM
OPTICS GROUP - ICN
HÉCTOR CRUZ-RAMÍREZ**

Bibliografía

- [1] B.D. Guenther, "Modern Optics," Oxford University Press; 2 edition (2015).
- [2] E. Hecht, "Optics," Addison-Wesley; 4 edition (2001).
- [3] B.E.A. Saleh y M.C. Teich, "Fundamentals of photonics," Wiley-Interscience; 2 edition (2007).
- [4] R. A. Serway, "Física, incluye Física Moderna (Tomo I)," McGraw-Hill, Segunda Edición (1993).
- [5] L. García-Colín, "Introducción a la termodinámica clásica," Trillas, 1995.
- [6] S. C. Hunter, "Mechanics of continuous media," Ellis Horwood 1976.
- [7] J. D. Jackson, "Classical Electrodynamics," John Wiley & Sons, Inc; 3rd ed. (1998).
- [8] J. R. Taylor, "An Introduction to Error Analysis," University Science Books (1997).
- [9] W. R. Leo, "Techniques for nuclear and particle physics experiments," Springer-Verlag (1994).
- [10] Shoichiro Nakarumra, "Métodos Numéricos Aplicados con Software," Prentice Hall, 1992.

**EXPERIMENTAL QUANTUM
OPTICS GROUP - ICN
HÉCTOR CRUZ-RAMÍREZ**

EXPERIMENTAL QUANTUM OPTICS GROUP - ICN HÉCTOR CRUZ-RAMÍREZ

3. Laboratorio I: mediciones e incertidumbre

Índice

3.1. Introducción y objetivos	17
3.2. Introducción a manejo de incertidumbre	18
3.2.1. Modelo	18
3.2.2. Estimaciones del mensurando y su incertidumbre . .	18
3.3. Regresiones a una curva	20
3.3.1. Propagación del error	22
3.3.2. Ejemplos	23
3.4. Experimentos	26
3.4.1. Medición de la masa de un grano de arroz	26
3.4.2. Medición de la resistencia eléctrica de N resistores .	27
3.4.3. Medición de la distancia focal de una lente positiva y una negativa	27
3.4.4. Sobre los materiales y equipos que serán utilizados .	30
3.5. Pormenores de la práctica	30

3.1. Introducción y objetivos

En estas notas se describe brevemente una introducción al manejo de **incertidumbres**, Sección (3.2), y una breve introducción a realizar regresiones a curvas por el **método de mínimos cuadrados**, Sección (3.3). Estas secciones son material consulta para todas las otras notas. Como objetivo de la práctica, el alumno deberá realizar alguna de las siguientes actividades para tener un primer acercamiento al manejo de incertidumbres y el manejo estadístico de los datos experimentales desde un punto de vista reciente[1, 2]:

1. Medir la masa de un grano de arroz. Determinar *el mejor valor del mensurando y la mejor estimación de la incertidumbre*.

2. Medición de la resistencia eléctrica de un lote de N resistencias con el mismo valor nominal. Determinar *la resistencia promedio y la dispersión de los datos*.
3. Medir la distancia focal de una lente convergente y divergente. Determinar *el mejor valor del mensurando y la mejor estimación de la incertidumbre*.

3.2. Introducción a manejo de incertidumbre

Los conceptos expuestos aquí se muestran con las detalle en la Referencia [1], y una traducción parcial al español en la Referencia [2]. También, el alumno podrá consultar, para más detalles, sobre conceptos *estadísticos y regresiones* las Referencias [6, 4, 5]. El alumno deberá hacer un pequeño resumen en su bitácora (formulas importantes) y deberá incluir una explicación en el reporte de los conceptos utilizados.

3.2.1. Modelo

Supongamos que conocemos un modelo matemático de un fenómeno físico entre dos magnitudes físicas X y Y , representado por la ecuación

$$Y = f(X). \quad (3.1)$$

En un experimento elegimos cierto intervalo de valores de X (**variable control**), y supongamos que seleccionamos P valores de este, entonces, realizamos la adquisición de los valores de Y bajo un **principio de medición**[1], por lo cual, tenemos P datos experimentales

$$\{(x_i \pm \delta x_i, y_i \pm \delta y_i), i = 1, 2 \dots P\}, \quad (3.2)$$

donde x_i y y_i son las mejores **estimaciones** de los valores de la **magnitud de entrada**, X , y el **mensurando**, Y^* , y $\delta x_i, \delta y_i$ son las **mejores estimaciones de sus incertidumbres**[2, 5].

3.2.2. Estimaciones del mensurando y su incertidumbre

Consideremos que fijamos la magnitud de entrada X en el valor estimado x_i . La idea es medir Y y obtener su mejor valor estimado y_i y la mejor estimación de su incertidumbre δy_i . Para lo cual, debemos considerar que existen dos tipos de evaluación de incertidumbres: **evaluación tipo A** y **evaluación tipo B**[2].

Desde el punto de vista de la **metrología**[1], para determinar las incertidumbres es importante conocer el **principio de medición**, el **método de medición** y el **procedimiento de medición**[2].

*Notar que asignamos con letras mayúsculas las cantidades físicas, por ejemplo X , y el valor obtenido en una medición por una letra minúscula, esto es x .

3.2.2.1. Estimación de las incertidumbres tipo A

En este caso se realizan Q experimentos independientes (con x_i fijo). Entonces, tenemos Q datos experimentales: q_j con $j = 1, 2 \dots Q$. La mejor estimación de Y con X fijo, es la media aritmética[2, 4]

$$y_i = \bar{q} = \frac{1}{Q} \sum_{j=1}^Q q_j. \quad (3.3)$$

También, se puede calcular la dispersión de los datos q_j respecto al valor promedio \bar{q} mediante la **desviación estándar experimental** dada por la raíz cuadrada de la **varianza experimental**[2]

$$s^2(q_j) = \frac{1}{Q-1} \sum_{j=1}^Q (q_j - \bar{q})^2, \quad (3.4)$$

pero la mejor estimación de la incertidumbre es igual a la **desviación estándar experimental media** (representada por la letra u) que se obtiene de la mejor estimación de la varianza de la media, $s^2(\bar{q})$, esto es[2]

$$\begin{aligned} \delta y_i &= u(q_j) \\ &= \sqrt{s^2(\bar{q})} = \sqrt{\frac{s^2(q_j)}{Q}} \\ &= \sqrt{\frac{1}{Q(Q-1)} \sum_{j=1}^Q (q_j - \bar{q})^2}. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Nota importante: hemos supuesto que los datos experimentales y_i siguen una distribución normal. Podría darse el caso que los datos sigan otro tipo de distribuciones.

3.2.2.2. Estimación de las incertidumbres tipo B

El punto importante, respecto a estas notas, es que este tipo de incertidumbres se usa cuando no se pueden realizar Q mediciones independientes. Por ejemplo, cuando se usa un multímetro digital y sólo se puede realizar una medición. Para otros casos, consultar la Referencia [2]. Por lo tanto, la mejor estimación de y_i y δy_i dependerá, por ejemplo, de la experiencia previa, mediciones previas y especificaciones previas[2].

Como un ejemplo supongamos que tenemos un detector digital. Realizamos una sola medición, obteniendo el valor q . En este punto, por experiencia, suponemos que los datos siguen una *distribución uniforme* (recuerda que sólo hemos realizado una medición), por lo cual, la mejor estimación de Y (con X fijo) sería el punto medio de la distribución[2, 4]

$$\begin{aligned} y_i &= q \\ &= \frac{q_+ + q_-}{2}, \end{aligned} \tag{3.6}$$

claramente, debemos determinar los extremos, q_+ y q_- de esta distribución. Se podría utilizar la regla de la mitad de la mínima escala para determinar estos extremos. Entonces, la mejor estimación de la incertidumbre sería la raíz de la varianza de la distribución, dada por[2, 4]

$$\begin{aligned} \delta y_i &= u(q_i) \\ &= \sqrt{\frac{(q_+ - q_-)^2}{12}}. \end{aligned} \tag{3.7}$$

3.3. Regresiones a una curva

Una de las herramientas del análisis de datos es el ajuste (regresión) de un *modelo teórico a los datos experimentales*[6, 4, 5]. En este caso supongamos que tenemos un modelo matemático de un fenómeno físico de dos magnitudes físicas X y Y , representado por la ecuación,

$$Y = g(X; \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_M), \tag{3.8}$$

donde $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_M$ son M **parámetros de ajuste**. Supongamos que obtenemos N *valores medidos* de X y de Y , esto es

$$\{(x_i \pm \delta x_i, y_i \pm \delta y_i), i = 1, 2, \dots, N\}, \tag{3.9}$$

donde x_i, y_i son las mejores **estimaciones** de los valores de la **magnitud de entrada**, X , y el **mensurando**, Y ; mientras que $\delta x_i, \delta y_i$ son las **estimaciones** de sus **incertidumbres**([2, 5]). El *mejor ajuste* de los datos experimentales al modelo teórico es aquel en el que el conjunto de valores para los parámetros de ajuste minimice la siguiente suma([6])

$$s = \sum_{i=1}^N \left(\frac{y_i - g(x_i; \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_M)}{\delta y_i} \right)^2. \tag{3.10}$$

El proceso de minimizar s es llamado el **principio de mínimos cuadrados**[6]. Entonces, para encontrar el mínimo se debe resolver las M ecuaciones siguientes:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial s}{\partial \alpha_1} &= 0, \\
 \frac{\partial s}{\partial \alpha_2} &= 0, \\
 &\vdots \\
 \frac{\partial s}{\partial \alpha_M} &= 0,
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

y los M valores deberán ser encontrados por algún método numérico (por ejemplo, el método más sencillo es el de la *bisección*[2]). Sean $\alpha_1^*, \alpha_2^*, \dots, \alpha_M^*$ estos valores; los cuales consideraremos *las mejores estimaciones*[6] de los parámetros de ajuste y para *estimar su incertidumbre* calculamos primero la **matriz de error** dada por [6]

$$V_{ij}^{-1} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial \alpha_i \partial \alpha_j} s(\alpha_1^*, \alpha_2^*, \dots, \alpha_M^*) \mid i = 1, 2 \dots M, j = 1, 2 \dots M \right\}, \tag{3.12}$$

obteniendo la matriz inversa

$$V = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \text{cov}(\alpha_1^*, \alpha_2^*) & \text{cov}(\alpha_1^*, \alpha_3^*) & \dots & \text{cov}(\alpha_1^*, \alpha_M^*) \\ \text{cov}(\alpha_2^*, \alpha_1^*) & \sigma_2^2 & \text{cov}(\alpha_2^*, \alpha_3^*) & \dots & \text{cov}(\alpha_2^*, \alpha_M^*) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{cov}(\alpha_M^*, \alpha_1^*) & \text{cov}(\alpha_M^*, \alpha_2^*) & \text{cov}(\alpha_M^*, \alpha_3^*) & \dots & \sigma_M^2 \end{pmatrix}, \tag{3.13}$$

donde σ_i^2 es *la varianza* asociada a α_i^* y $\text{cov}(\alpha_i^*, \alpha_j^*)$ es *la covarianza* entre α_i^* y α_j^* ([6, 5, 4]). A partir de lo anterior se puede obtener la mejor estimación de la incertidumbre asociada a los parámetros de ajuste.

3.3.0.1. Calidad de la regresión

El criterio para evaluar si la regresión a una curva ajustando los parámetros $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_M$ es de *buena calidad* está basado en el uso de la distribución llamada *chi-square*. De lo anterior tenemos N datos experimentales de la forma $\{(x_i \pm \delta x_i, y_i \pm \delta y_i), i = 1, 2 \dots N\}$, y supondremos que los valores teóricos para el promedio es μ_i y para la desviación estándar de y_i es σ_i . Por lo que la distribución *chi-square* queda definida([6]):

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \left(\frac{y_i - \mu_i}{\sigma_i} \right)^2. \tag{3.14}$$

Ahora bien, suponiendo que s se comporta como una distribución *chi-square* entonces podemos obtener la llamada *chi-square* reducida:

$$\frac{\chi^2}{\nu} = \frac{s(\alpha_1^*, \alpha_2^*, \dots \alpha_M^*)}{\nu}, \quad (3.15)$$

donde $\nu = N - M$ son los **grados de libertad**. Si esta tasa de cambio es próxima a 1 entonces tenemos una regresión de buena calidad([6]). Una evaluación más rigurosa se puede hacer calculando la probabilidad $P(\chi^2 \geq s(\alpha_1^*, \alpha_2^*, \dots \alpha_M^*))$ [6]:

$$P(u)du = \frac{(u/2)^{(\nu/2)-1} e^{-(u/2)}}{2\Gamma(\frac{\nu}{2})} du, \quad (3.16)$$

donde Γ es la función gamma. Se considera una buena regresión si $P(\chi^2 \geq s(\alpha_1^*, \alpha_2^*, \dots \alpha_M^*)) > 0.05$ [6].

3.3.1. Propagación del error

Consideremos que tenemos tres cantidades físicas X , Y y Z , las cuales cumplen cierta relación en el contexto de un modelo físico, esto es

$$Z = f(X, Y), \quad (3.17)$$

donde f es una función. Ahora bien, supongamos que realizamos una medición de X y Y , obteniendo los *valores* x y y respectivamente. De igual forma, en la misma medición se obtienen *las mejores estimaciones de sus incertidumbres*: δx y δy .

Las preguntas serían: ¿cuál sería el mejor valor a reportar de Z ? y ¿cuál sería la mejor estimación de su incertidumbre? La respuesta a la primera pregunta es evaluar f con los valores medidos X y Y para obtener el valor medido de Z , esto es

$$z = f(x, y). \quad (3.18)$$

La respuesta a la segunda pregunta es usar lo que llamaremos **propagación del error**, el cual está basado el cálculo del **momento central de segundo orden**: $\sigma^2 = E[(x - \nu)^2] = \int dx(x - \nu)^2 P(x)$, donde x es la variable aleatoria continua, $P(x)$ es una distribución de probabilidad, ν es el promedio (resultado del cálculo del primer momento central) y σ^2 es la varianza. Entonces, la mejor estimación de la incertidumbre de la medición de Z es δz y se calcula[6]

$$\begin{aligned} \delta z^2 &= \sigma_z^2 \\ &= E[(\tilde{z} - z)^2] \\ &= E[(f(\tilde{x}, \tilde{y}) - f(x, y))^2], \end{aligned}$$

donde σ_z^2 es la varianza, \tilde{x} , \tilde{y} y \tilde{z} representan las variables aleatorias. Haciendo un desarrollo de Taylor de $f(\tilde{x}, \tilde{y})$ alrededor de $f(x, y)$ se tiene

$$f(\tilde{x}, \tilde{y}) = f(x, y) + \frac{\partial}{\partial \tilde{x}} f(x, y) \cdot (\tilde{x} - x) + \frac{\partial}{\partial \tilde{y}} f(x, y) \cdot (\tilde{y} - y) + \dots,$$

más términos de orden mayor. Luego, quedándonos con los términos de primer orden, tenemos

$$\begin{aligned} \delta z^2 &= \sigma_z^2 \\ &= E \left[\left(\frac{\partial}{\partial \tilde{x}} f(x, y) \cdot (\tilde{x} - x) + \frac{\partial}{\partial \tilde{y}} f(x, y) \cdot (\tilde{y} - y) \right)^2 \right] \\ &= E \left[\left(\frac{\partial}{\partial \tilde{x}} f(x, y) \right)^2 \cdot (\tilde{x} - x)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial \tilde{y}} f(x, y) \right)^2 \cdot (\tilde{y} - y)^2 + \right. \\ &\quad \left. + 2 \frac{\partial}{\partial \tilde{x}} f(x, y) \frac{\partial}{\partial \tilde{y}} f(x, y) \cdot (\tilde{x} - x)(\tilde{y} - y) \right] \\ &= \left(\frac{\partial}{\partial \tilde{x}} f(x, y) \right)^2 \cdot E [(\tilde{x} - x)^2] + \left(\frac{\partial}{\partial \tilde{y}} f(x, y) \right)^2 \cdot E [(\tilde{y} - y)^2] + \\ &\quad + 2 \frac{\partial}{\partial \tilde{x}} f(x, y) \frac{\partial}{\partial \tilde{y}} f(x, y) \cdot E [(\tilde{x} - x)(\tilde{y} - y)], \end{aligned}$$

por lo tanto

$$\begin{aligned} \sigma_z^2 &= \left(\frac{\partial}{\partial \tilde{x}} f(x, y) \right)^2 \cdot \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial}{\partial \tilde{y}} f(x, y) \right)^2 \cdot \sigma_y^2 + \\ &\quad + 2 \frac{\partial}{\partial \tilde{x}} f(x, y) \frac{\partial}{\partial \tilde{y}} f(x, y) \cdot \text{cov}(x, y), \end{aligned} \tag{3.19}$$

donde σ_x^2 y σ_y^2 son las varianzas de x y y respectivamente y $\text{cov}(x, y)$ es la covarianza entre x y y . Por lo tanto, la mejor estimación de la incertidumbre de z es $\delta z = \sigma_z$. De la covarianza se deduce la *correlación* lineal $\text{corr}(x, y) = \frac{\text{cov}(x, y)}{\sigma_x \cdot \sigma_y}$. Las covarianzas puede ser calculadas con la matriz de error. Este resultado se puede hacer para más cantidades físicas.

EXPERIMENTAL QUANTUM OPTICS GROUP, ICN

3.3.2. Ejemplos

3.3.2.1. Regresión lineal

El ejemplo más conocido es el ajuste de los datos experimentales $\{(x_i \pm \delta x_i, y_i \pm \delta y_i), i = 1, 2, \dots, N\}$ a una línea recta. Como buscamos ajustar a una línea recta, el modelo es $Y = mX + b$ donde m y b son los parámetros de ajuste. Las ecuaciones obtenidas por mínimos cuadrados y las cuales se pueden resolver por métodos numéricos son (para simplificar se omiten los índices de las sumas):

HÉREZ

$$\begin{aligned}\frac{\partial s}{\partial m} &= 2b \underbrace{\sum_{=\beta_1} \frac{x_i}{\delta y_i^2}} + 2m \underbrace{\sum_{=\beta_2} \frac{x_i^2}{\delta y_i^2}} - 2 \underbrace{\sum_{=\gamma_1} \frac{x_i y_i}{\delta y_i^2}} = 0, \\ \frac{\partial s}{\partial b} &= 2b \underbrace{\sum_{=\phi_0} \frac{1}{\delta y_i^2}} + 2m \underbrace{\sum_{=\beta_1} \frac{x_i}{\delta y_i^2}} - 2 \underbrace{\sum_{=\gamma_0} \frac{y_i}{\delta y_i^2}} = 0,\end{aligned}\quad (3.20)$$

entonces, $m^* = (-\beta_1\gamma_0 + \gamma_1\phi_0)/(-\beta_1^2 + \beta_2\phi_0)$ y $b^* = (\beta_2\gamma_0 - \beta_1\gamma_1)/(-\beta_1^2 + \beta_2\phi_0)$. Calculando la inversa de la matriz de error, tenemos

$$V = \frac{1}{-\beta_1^2 + \beta_2\phi_0} \begin{pmatrix} \phi_0 & -\beta_1 \\ -\beta_1 & \beta_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sigma_{m^*}^2 & \text{cov}(m^*, b^*) \\ \text{cov}(b^*, m^*) & \sigma_{b^*}^2 \end{pmatrix}. \quad (3.21)$$

3.3.2.2. Regresión cuadrática

El siguiente ejemplo importante sería ajustar los datos experimentales $\{(x_i \pm \delta x_i, y_i \pm \delta y_i), i = 1, 2, \dots, N\}$ a un polinomio de segundo grado. El modelo sería $Y = aX^2 + bY + c$, donde a , b y c son los parámetros de ajuste. Las ecuaciones a resolver son (para simplificar se omiten los índices de las sumas):

$$\begin{aligned}\frac{\partial s}{\partial a} &= 2a \underbrace{\sum_{=\beta_4} \frac{x_i^4}{\delta y_i^2}} + 2b \underbrace{\sum_{=\beta_3} \frac{x_i^3}{\delta y_i^2}} + 2c \underbrace{\sum_{=\beta_2} \frac{x_i^2}{\delta y_i^2}} - 2 \underbrace{\sum_{=\gamma_2} \frac{x_i^2 y_i}{\delta y_i^2}} = 0, \\ \frac{\partial s}{\partial b} &= 2a \underbrace{\sum_{=\beta_3} \frac{x_i^3}{\delta y_i^2}} + 2b \underbrace{\sum_{=\beta_2} \frac{x_i^2}{\delta y_i^2}} + 2c \underbrace{\sum_{=\beta_1} \frac{x_i}{\delta y_i^2}} - 2 \underbrace{\sum_{=\gamma_1} \frac{x_i y_i}{\delta y_i^2}} = 0, \\ \frac{\partial s}{\partial c} &= 2a \underbrace{\sum_{=\beta_2} \frac{x_i^2}{\delta y_i^2}} + 2b \underbrace{\sum_{=\beta_1} \frac{x_i}{\delta y_i^2}} + 2c \underbrace{\sum_{=\phi_0} \frac{1}{\delta y_i^2}} - 2 \underbrace{\sum_{=\gamma_0} \frac{y_i}{\delta y_i^2}} = 0,\end{aligned}\quad (3.22)$$

de donde se obtienen las soluciones siguientes

$$\begin{aligned}
 a^* &= \frac{\gamma_0\kappa_0 + \gamma_1\kappa_1 + \gamma_2\kappa_2}{\tau_0}, \\
 b^* &= \frac{\gamma_2\kappa_1 + \gamma_0\kappa_3 + \gamma_1\kappa_4}{\tau_0}, \\
 c^* &= \frac{\gamma_2\kappa_0 + \gamma_1\kappa_3 + \gamma_0\kappa_5}{\tau_0}, \quad \text{con} \\
 \tau_0 &= \beta_2^3 - 2\beta_1\beta_2\beta_3 + \beta_1^2\beta_4 + \beta_3^2\phi_0 - \beta_2\beta_4\phi_0, \\
 \kappa_0 &= \beta_2^2 - \beta_1\beta_3, \\
 \kappa_1 &= -\beta_1\beta_2 + \beta_3\phi_0, \\
 \kappa_2 &= -\beta_1^2 - \beta_2\phi_0, \\
 \kappa_3 &= -\beta_2\beta_3 + \beta_1\beta_4, \\
 \kappa_4 &= \beta_2^2 - \beta_4\phi_0, \\
 \kappa_5 &= \beta_3^2 - \beta_1\beta_4,
 \end{aligned} \tag{3.23}$$

y calculando la inversa de la matriz de error, obtenemos

$$V = \frac{1}{\tau_0} \begin{pmatrix} \kappa_2 & \kappa_1 & \kappa_0 \\ \kappa_1 & \kappa_4 & \kappa_3 \\ \kappa_0 & \kappa_3 & \kappa_5 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sigma_{a^*}^2 & \text{cov}(a^*, b^*) & \text{cov}(a^*, c^*) \\ \text{cov}(b^*, a^*) & \sigma_{b^*}^2 & \text{cov}(b^*, c^*) \\ \text{cov}(c^*, a^*) & \text{cov}(c^*, b^*) & \sigma_{c^*}^2 \end{pmatrix}. \tag{3.24}$$

3.3.2.3. Regresión a la Ley de Snell

Tenemos que las cantidades físicas serían el ángulo de incidencia Θ_i (variable de control) y el ángulo transmitido Θ_t , entonces sus correspondientes valores obtenidos en una medición son: θ_i y θ_t . Los datos experimentales son del tipo $\{(\theta_{i,i} \pm \delta\theta_{i,i}, \theta_{t,i} \pm \delta\theta_{t,i}), i = 1, 2 \dots N\}$. El modelo es $\text{sen}(\Theta_t) = \frac{n_1}{n_2} \text{sen}(\Theta_i)$, con n_1 y n_2 siendo los índices de refracción. La estrategia más adecuada es hacer la transformación siguiente: $Y = \text{sen}(\Theta_t)$ y $X = \text{sen}(\Theta_i)$, entonces se tiene que $Y = \frac{n_1}{n_2} X$. Los datos experimentales quedan $\{(\text{sen}(\theta_{i,i}) \pm \delta\text{sen}(\theta_{i,i}), \text{sen}(\theta_{t,i}) \pm \delta\text{sen}(\theta_{t,i})), i = 1, 2 \dots N\}$ o de forma similar $\{y_i \pm \delta y_i, x_i \pm \delta x_i, i = 1, 2 \dots N\}$, y el modelo quedaría $Y = mX + b$, que es la ecuación de una recta con pendiente $m = \frac{n_1}{n_2}$ y se ha agregado una ordenada al origen b (error sistemático); donde m y b son los parámetros de ajuste. En este punto, se aplican los resultados triviales de una regresión lineal[6]. Los valores de $\delta\theta_{i,i}$ y $\delta\theta_{t,i}$ deben ser encontrados mediante la propagación de incertidumbres.

3.3.2.4. Regresión de un perfil gaussiano de un haz de luz

Tenemos que las cantidades físicas serían la coordenada lineal R (variable de control) y la intensidad de la luz Ψ , entonces sus correspondientes valores obtenidos en una medición son: ρ y ψ . Los datos experimentales son del tipo $\{(\rho_i \pm \delta\rho_i, \psi_i \pm \delta\psi_i), i = 1, 2 \dots N\}$. El modelo es $\Psi = \Psi_0 \exp(-\frac{2(R-R_0)^2}{W_0^2})$, donde

Ψ_0 es la intensidad máxima, W_0 es el radio del cinturón y R_0 es el corrimiento del centro. La estrategia más adecuada es hacer la transformación siguiente:

$$\begin{aligned} Y &= \ln \Psi = \ln \Psi_0 - \frac{2(R - R_0)^2}{W_0^2} \\ &= -2R^2 + 4R_0 R - R_0^2 + \ln \Psi_0. \end{aligned} \tag{3.25}$$

Los datos experimentales quedan $\{(\rho_i \pm \delta\rho_i, \ln \psi_i \pm \delta \ln \psi_i), i = 1, 2 \dots N\}$, y el modelo quedaría $Y = a_2 R^2 + a_1 R + a_0$, que es la ecuación de un polinomio de segundo grado con coeficientes a_0, a_1 y a_2 que son a su vez los nuevos parámetros de ajuste. En este punto, se aplican los resultados de una regresión cuadrática[6]. Los valores de $\delta \psi_i$ deben ser encontrados mediante la propagación de incertidumbres.

3.4. Experimentos

En los siguientes experimentos el alumno debe decidir cómo obtener *el mejor valor de la medición*, así como *la mejor estimación de su incertidumbre* a reportar. La justificación de cada decisión debe estar contenida en el reporte. Nota importante: no siempre es adecuado tomar como incertidumbre la mitad de la mínima escala; si el alumno utiliza ese criterio debe justificarlo. También, deberá realizar la estadística correspondiente cuando sea el caso.

Recuerde que hay dos tipos de evaluaciones de incertidumbres: tipo A y tipo B. Con esos datos se pueden realizar regresiones a curvas o hacer un análisis estadístico.

3.4.1. Medición de la masa de un grano de arroz

El objetivo es medir la masa de un grano de arroz. Si se tiene un conjunto de N granos de arroz, entonces cada grano tendrá una masa diferente, por lo cual, el objetivo es obtener el promedio y su incertidumbre asociada. Un **método medición** para realizar tal medición sería medir la masa de cada grano (m_i con $i = 1, 2 \dots, N$) y hacer la estadística correspondiente (obtener \bar{m} y $\sigma_m = \delta \bar{m}$). Otro **método medición** sería medir la masa de N granos de arroz M veces, esto es, si η_i es la i -ésima medición dada por

$$\eta_i = \sum_{j=1}^N m_j^{(i)} \quad \text{con} \quad i = 1, 2 \dots, M, \tag{3.26}$$

donde las $m_j^{(i)}$ con $i = 1, 2 \dots, M$ son un conjunto de granos de arroz de diferentes masas en cada medición. Por lo cual, se deberá medir la masa de N granos de arroz, y realizar este proceso M veces con diferentes N granos.

El procedimiento de medición consiste en usar una balanza analítica (BA) o una balanza de tiple brazo (BTB) para medir la masa. Primero se

enciende y calibra la BA o se **ajusta** solamente la BTB. Segundo, se hace la **medición** de la masa de cada grano de arroz o de N granos. Se debe realizar la estadística correspondiente el reportar al final la mejor estimación de la masa un grano de arroz y la mejor estimación de su incertidumbre.

3.4.2. Medición de la resistencia eléctrica de N resistores

Se plantea el siguiente problema. Supongamos que tenemos un lote de N resistores (con el mismo valor nominal, R_0) y cada uno tendrá un *valor de resistencia eléctrica diferente* al medirla, esto es, tenemos en conjunto de valores R_i con $i = 1, \dots, N$. En la medición se obtendrán sus respectivas estimaciones de sus incertidumbres δR_i con $i = 1, \dots, N$. Una pregunta sería que tipo de distribución sigue los datos experimentales, ¿una distribución normal? El alumno deberá hacer el análisis estadístico correspondiente.

El procedimiento de medición consiste en que cada grupo debe medir la resistencia eléctrica de N resistores mediante la conexión mostrada en la Figura (3.1), donde se conecta un multímetro (digital o análogo) en el modo de medición de resistencia eléctrica. El final se tendrá N datos experimentales a los cuales el alumno debe realizar la estadística suponiendo una **distribución de probabilidad**, con la cual se puede calcular el **promedio** de estas mediciones, y después la **dispersión** de estas mediciones respecto al promedio (**estadística descriptiva**). La elección de la distribución debe ser justificada en el reporte por el alumno.

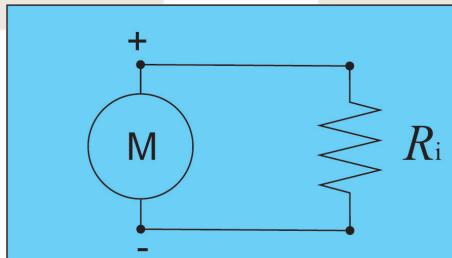


Figura 3.1: Medición de la resistencia eléctrica R_i con un multímetro M en el modo para medir esa propiedad.

3.4.3. Medición de la distancia focal de una lente positiva y una negativa

En base a un resultado de la óptica geométrica en donde un haz de rayos de luz paralelos inciden sobre una lente positiva, entonces estos rayos convergen en un punto, ver Figura (3.2 a), y cuando inciden en una lente negativa estos a la salida divergen de un punto, ver Figura (3.2 b)[3]. Este punto es llamado punto focal y la distancia entre la lente y este punto es llamada distancia focal f . Para

lentes positivas tenemos $f > 0$ y para lentes negativas $f < 0$. Una fuente de luz, no necesariamente colimada, conforme se va alejando de una de lente positiva (o negativa) los *frentes de onda* serán aproximadamente planos (o sea rayos de luz paralelos, en contexto de la óptica geométrica). Todo lo anterior, sería **el principio de medición**.

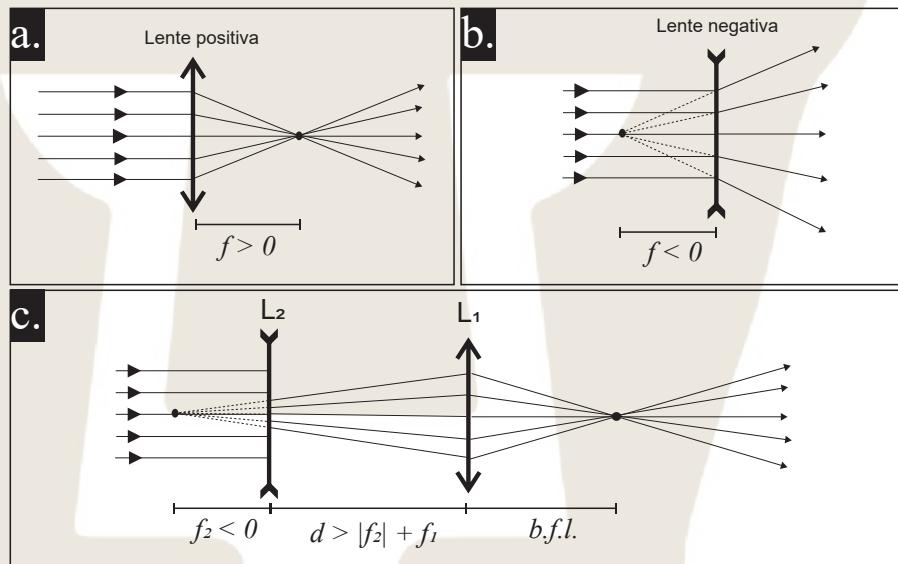


Figura 3.2: Diagrama de rayos de una lente positiva (a) y una lente negativa (b). Los rayos que inciden sobre cada lente son paralelos (*haz colimado*). (c) sistema de dos lentes para medir la distancia focal de una lente negativa indirectamente.

El procedimiento de medición que se propone para obtener el valor medido de la distancia focal de una lente positiva se describirá a continuación. Primero se coloca una fuente incoherente (por ejemplo una *lámpara* de filamento de tungsteno, no necesariamente colimada) a una distancia de D de la lente (L_1), ver Figura (3.3 a), después se busca el lóbulo más pequeño (que indica el punto de convergencia) con una pantalla (P) y se mide la distancia de L_1 a D . Esta última medición sería el valor medido de la distancia focal f . Repetir este procedimiento N veces con diferentes distancias D .

Para medir la distancia focal de una lente negativa es técnicamente más difícil ya que es un número negativo. **El procedimiento de medición** se describirá a continuación. Primero debemos formar un sistema óptico de dos lentes separadas una distancia d , ver Figura (3.3 b). Una lente debe ser positiva (L_1) y conocer su distancia focal f_1 , por lo cual utilizaremos la anterior. La otra lente será una lente negativa (L_2) cuya distancia focal queremos estimar, f_2 . Supongamos que tenemos luz que se propaga hasta incidir sobre L_2 y después sobre L_1 , entonces los rayos convergen a un punto o divergen desde un punto cuya distancia desde L_1 es[3]

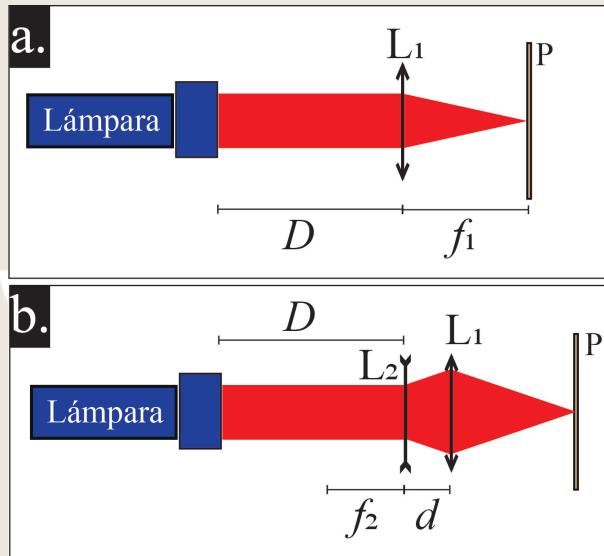


Figura 3.3: Diagrama del arreglo experimental para medir la distancia focal de una lente positiva y una lente negativa.

$$b.f.l = \frac{f_2(d - f_1)}{d - (f_1 + f_2)}, \quad (3.27)$$

y en contrapropagación, la distancia desde L₂ es

$$f.f.l = \frac{f_1(d - f_2)}{d - (f_1 + f_2)}. \quad (3.28)$$

Para determinar el valor de f₂ se sigue los siguientes pasos:

1. Colocar la fuente de luz (lámpara) a distancia D de la lente L₂.
2. Después variar la distancia (d) entre las lentes hasta que se forme un lóbulo pequeño (el más pequeño).
3. Entonces se mide la distancia de este lóbulo hasta la lente L₁.
4. Por lo cual, esta distancia es b.f.l. y entonces se puede deducir f₂.
5. Repetir este procedimiento N veces variando la distancia D.

Una consideración importante es que el alumno debe elegir la forma de medir estas distancias, por ejemplo, a partir de un punto de referencia en la montura donde está montada la lente, claramente, conociendo la posición relativa de este respecto a la montura. Por último, el alumno debe decir en las conclusiones la mejor forma de estimar estas distancias focales realizando una sola medición con este método.

3.4.4. Sobre los materiales y equipos que serán utilizados

- Respecto a las balanzas el estudiante deberá tomar con la manos desde la base para poder trasportarlas, y deberá calibrarlas en cada sesión en que sea utilizada.
- El laboratorio de enseñanza debería contar con las monturas adecuadas para realizar el experimento: bases, postes, monturas para lentes (fijas, rotatorias, y de desplazamiento $x - y - z$). Además, sería útil usar un riel o guía para variar de forma controlada la distancia entre las lentes. Se deben usar bases que puedan montarse al riel o a la guía.
- Como pantalla puede usarse una hoja de papel blanco pegado a una lámina de metal. Si el laboratorio cuenta con una cámara, podrá usarse; pero en este caso deberá atenuar la luz lo suficiente para no dañar la cámara.
- Las distancias focales que se recomiendan para esta práctica son: $5\text{cm} < |f| < 30\text{cm}$.

3.5. Pormenores de la práctica

Cantidad de sesiones en el laboratorio: 1 sesión.

**EXPERIMENTAL QUANTUM
OPTICS GROUP - ICN
HÉCTOR CRUZ-RAMÍREZ**

Bibliografía

- [1] JCGM, “Evaluation of measurement data - guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM),” BIPM Report 100:2008, Sèvres-
- [2] W. A. Schmid y R. J. Lazos-Martínez, “Guía para estimar la incertidumbre de la medición,” CENAM, 2004.
- [3] W. R. Leo, “Techniques for nuclear and particle physics experiments,” Springer-Verlag, 1994.
- [4] A. Papoulis y S. U. Pillai, “Probability, random variables and stochastic processes,” 4th ed. McGraw-Hill Education, 2014.
- [5] J. R. Taylor, “An Introduction to Error Analysis,” University Science Books, 1997.
- [6] Shoichiro Nakarumra, “Métodos Numéricos Aplicados con Software,” Prentice Hall, 1992.
- [7] B.E.A Saleh y M.C. Teich, “Fundamentals of photonics,” Wiley-Interscience; 2nd edition (2007).

**EXPERIMENTAL QUANTUM
OPTICS GROUP - ICN
HÉCTOR CRUZ-RAMÍREZ**

EXPERIMENTAL QUANTUM OPTICS GROUP - ICN HÉCTOR CRUZ-RAMÍREZ

4. Laboratorio II: señales discretas e imágenes

Índice

4.1.	Introducción y objetivos	33
4.2.	Una señal discreta	34
4.2.1.	Discretización de una función	34
4.2.2.	Diferenciación numérica	35
4.3.	Conceptos de procesamiento de imágenes	37
4.3.1.	Adquisición de imágenes	37
4.4.	Pormenores de la práctica	39

4.1. Introducción y objetivos

La señal que se adquiere de un osciloscopio es un conjunto de N datos de la forma

$$\{(t_i, V_i) \text{ con } i = 1, \dots, N\}, \quad (4.1)$$

donde t_i es el tiempo y V_i es el voltaje. Este conjunto de datos nos muestra que un experimento donde se utilice un osciloscopio las señales que adquiere este no son **continuas**, sino **discretas**. Se puede decir que cualquier experimento donde se midan dos cantidades físicas X y Y siendo X la *variable de control*, se obtienen un conjunto de N **valores medidos** con sus respectivas **incertidumbres**

$$\{(x_i \pm \delta x_i, y_i \pm \delta y_i) \text{ con } i = 1, \dots, N\}, \quad (4.2)$$

lo cual es un conjunto discreto de valores. Los datos mostrados en la Ecuación (4.2) pueden representarse como dos matrices columna (o renglón) o una matriz $2 \times N$, esto es

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ \vdots & \vdots \\ x_N & y_N \end{pmatrix}. \quad (4.3)$$

Por otro lado, una imagen obtenida por una cámara de blanco y negro es una matriz de resolución $n_x \times n_y$, donde n_x son la cantidad de pixeles horizontales y n_y son la cantidad de pixeles verticales, esto es

$$\begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \dots & a_{1,n_y} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \dots & a_{2,n_y} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n_x,1} & a_{n_x,2} & \dots & a_{n_x,n_y} \end{pmatrix}, \quad (4.4)$$

donde cada a_{ij} son números enteros de 16 bits, cuyos valores van de 0 a 255 (**escala de grises**). Los tres ejemplos anteriores muestran que las señales obtenidas de un instrumento, los datos experimentales o las imágenes comparten el hecho que son un conjunto de valores discretos. Despues de obtener estos valores, el siguiente paso es procesar estos conjuntos para obtener otros conjuntos, subconjuntos o algún número. Así para el primer caso tal vez se requiera obtener la transformada de Fourier, o la derivada, el segundo caso tal vez se desea obtener la integral, y el último caso se necesita determinar si la imagen es nítida. La evaluación de todo lo mencionado es necesario hacerlo de forma numérica. De lo cual estas notas tiene como objetivos:

1. Introducción a la derivada e integración numérica.
2. Introducción al manejo de la transformada de Fourier discreta mediante el algoritmo de la transformada de Fourier rápida.
3. Determinación si una imagen es nítida.

4.2. Una señal discreta

Supongamos que tenemos dos cantidades físicas X y Y y existe un modelo matemático que las relaciona, por lo cual tenemos una función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, con la regla de correspondencia $X \mapsto Y = f(X)$. Experimentalmente y numéricamente los valores que toma la función son discretos (no continuos); entonces construyamos una versión discretizada la función f .

4.2.1. Discretización de una función

Como primer paso, debemos multiplicar a f por una función *peine*. La función peine es una serie de deltas de Dirac separadas por Δx y representa la serie de mediciones que podemos hacer. El intervalo Δx lo llamaremos **intervalo de muestreo**[1]. En la Figura (4.1 a) se muestra la gráfica de la función f y en

la Figura (4.1 b) se muestra la función *peine*. El producto de la función f por la función *peine* se muestra en la Figura (4.1 c). El resultado es una serie de puntos a lo largo de la función f . Como la serie en principio es infinita, entonces debemos multiplicarla por una función *rectángulo*, la cual se muestra en la Figura (4.1 d). La función *rectángulo* representa el hecho de que sólo podemos hacer una medición finita y el ancho de esta función es L . El resultado se muestra en la Figura (4.1 e), el cual es un cantidad finita de puntos ($N + 1$ puntos) a lo largo de la función f , esto es

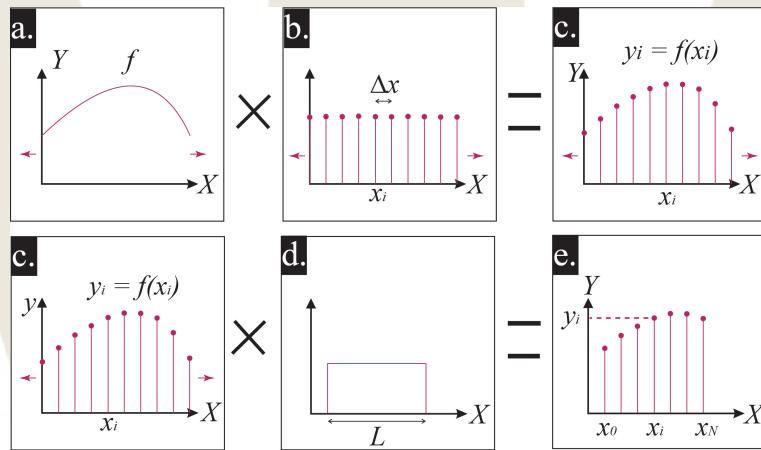


Figura 4.1: Discretización de una función.

$$\{(x_i, y_i = f(X_i)) | i = 0, 1, \dots, N\}, \quad (4.5)$$

con esto hemos discretizado la función f . Esto fue hecho es consideraremos que el conjunto de valores y_i con $i = 1, \dots, N$ los obtenemos experimentalmente.

4.2.2. Diferenciación numérica

4.2.2.1. Derivada discreta

Para obtener la derivada de la representación discreta de f , Ecuación (4.5), en el punto (x_i, f_i) , podemos proceder de tres formas distintas [2]. La primera de ellas es utilizar el punto siguiente (x_{i+1}, f_{i+1}) , con lo cual obtenemos la *derivada hacia adelante* y esta dada por

$$\Delta f_i = \frac{f_{i+1} - f_i}{x_{i+1} - x_i} = \frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta x}. \quad (4.6)$$

Claramente en el punto (x_N, f_N) no podremos obtener la derivada. La segunda forma es utilizar el punto anterior (x_{i-1}, f_{i-1}) , con lo cual obtenemos *la derivada hacia atrás* y esta dada por

$$\nabla f_i = \frac{f_i - f_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} = \frac{f_i - f_{i-1}}{\Delta x}, \quad (4.7)$$

y de forma similar en el punto (x_0, f_0) no podremos obtener la derivada. La tercera forma es *la derivada central* y que no describiremos aquí.

4.2.2.2. La segunda derivada discreta

Procederemos obtener la segunda derivada. Primero obtenemos la primera derivada mediante la Ecuación (4.9). De esta forma obtenemos *la derivada hacia adelante* de los puntos $\{(x_i, f_i) | i = 0, 1, \dots, N-1\}$ y la cual es

$$\{(x_i, \Delta f_i) | i = 0, 1, \dots, N\}. \quad (4.8)$$

Luego, aplicando *la derivada hacia atrás* a los puntos dados en la Ecuación (4.8), tenemos

$$\begin{aligned} \nabla \Delta f_i &= \frac{\Delta f_i - \Delta f_{i-1}}{\Delta x} \\ &= \frac{(f_{i+1} - f_i) - (f_i - f_{i-1})}{\Delta x^2} \\ &= \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{\Delta x^2}. \end{aligned} \quad (4.9)$$

Realizando esta combinación quedan excluidos los puntos (x_0, f_0) y (x_N, f_N) , y la razón se verá mas adelante cuando apliquemos las condiciones en la frontera.

4.2.2.3. Ejemplo de resolver una ecuación diferencial

Como ejemplo resolveremos numéricamente la siguiente ecuación diferencial. Si consideramos que no hay fuentes o sumideros y no consideramos el trabajo mecánico, tenemos que la **ecuación de difusión** de calor es (en 1D),

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} T_\sigma(x, t) = \frac{1}{\kappa} \frac{\partial}{\partial t} T_\sigma(x, t), \quad (4.10)$$

donde T_σ es la temperatura en función de las coordenadas x, t y $\kappa = \frac{k}{\rho c}$ es la difusibilidad térmica del material.

Lo siguiente es resolver la Ecuación (4.10). Primero haremos: $T_\sigma = T(x, t)$, para simplificar la notación. De forma análoga discretizamos esta función, lo cual obtenemos

$$\{(x_i, t_j, f_i^j) | i = 0, 1, \dots, N; j = 0, 1, \dots, M\}, \quad (4.11)$$

donde el subíndice es para la coordenada espacial y el superíndice para la coordenada temporal. La condición en la frontera sería

$$\begin{aligned} T(0, t) &= T_H \quad \text{y} \\ T(L, t) &= T_A \quad \text{para todo } t, \end{aligned} \quad (4.12)$$

equivalentemente

$$\begin{aligned} T_0^j &= T_H \quad \text{y} \\ T_N^j &= T_A \quad \text{para todo } j. \end{aligned} \quad (4.13)$$

Por lo tanto, aplicando lo anterior tendremos

$$\frac{T_{i+1}^j - 2T_i^j + T_{i-1}^j}{\Delta x^2} = \frac{1}{\kappa} \frac{T_i^{j+1} - T_i^j}{\Delta t}. \quad (4.14)$$

La programación es iniciando una arreglo en el tiempo $t = 0$, el cual es

$$\{(x_0, 0, T_H) \quad \text{y} \quad (x_i, 0, T_A) | i = 1, \dots, N\}, \quad (4.15)$$

y después se calcula para tiempos posteriores utilizando la Ecuación (4.14).

4.3. Conceptos de procesamiento de imágenes

4.3.1. Adquisición de imágenes

Se propone usar una cámara *web*, C, que puede estar basada en la tecnología CCD o la tecnología CMOS. Con este tipo de cámara se puede obtener un arreglo de sensores bidimensionales de luz con los cuales se puede adquirir la distribución espacial de un haz de luz confinado, por ejemplo, un haz láser con distribución gaussiana. Para adquirir imágenes óptimas se necesita, preferentemente, tener acceso al control de los siguientes **parámetros de la cámara**: *frame rate*, *pixel clock*, *exposure time* y *gain*. Típicamente en el software que viene incluido con la C no se puede acceder a todas esas funciones, pero con el software de *National Instruments* [?] sí se puede tener acceso. También, es importante conocer el tipo de imagen que puede almacenar la cámara: imágenes comprimidas (p. ej. los formatos JPG o BMP) o imágenes no comprimidas o comprimidas sin perdida de *información* (p. ej. el formato RAW); además, cuantos bits por pixel se almacenan. Esta práctica será suficiente almacenar imágenes en el formato JPG en *escala de grises (Gray)*, típicamente 8 bits/pixel, o en el formato *RGB* (por sus siglas en inglés de *Red Green Blue*), típicamente 24 bits/pixel;

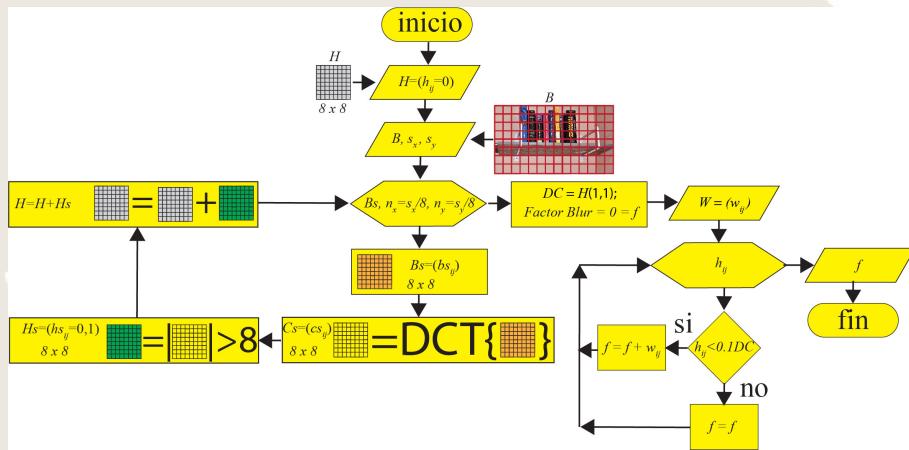


Figura 4.2: Discretización de una función.

4.3.1.1. Preparación de la cámara web

Para usar la C como un arreglo bidimensionales de sensores de luz debemos remover el sistema de lentes que viene acoplado y el filtro de infrarrojo (si es que lo tiene). La resolución de una cámara se especifica por el número de pixeles en la dirección x (n_x) y en la dirección y (n_y), esto es $n_x \times n_y$ pixeles. Si las dimensiones transversales del arreglo de sensores es de $L_x \times L_y$ entonces cada pixel debe medir

$$\Delta n_x \times \Delta n_y = \frac{L_x}{n_x} \times \frac{L_y}{n_y}. \quad (4.16)$$

Una imagen es una matriz de datos A , esto es

$$\begin{aligned} A &= \{a_{ij} | 1 \leq i \leq n_x, 1 \leq j \leq n_y\} \quad \text{para escala de grises, y} \\ A &= \{[r_{ij}, g_{ij}, b_{ij}] | 1 \leq i \leq n_x, 1 \leq j \leq n_y\} \quad (\text{para RGB}), \end{aligned} \quad (4.17)$$

donde las matrices r_{ij} , g_{ij} y b_{ij} son las capas asociadas a cada color. Es preferible trabajar, en esta práctica, con una sola matriz; lo cual significa convertir el formato RGB a *Gray*, esto es $a_{ij} = 0.2989 \cdot r_{ij} + 0.5870 \cdot g_{ij} + 0.1140 \cdot b_{ij}$ [?].

4.3.1.2. Sobre el algoritmo para obtener los anchos del haz

Sólo se va a delinear *el algoritmo*, el alumno debe plantearlo completamente en el reporte y implementarlo en cualquier *lenguaje de programación*. Primero, se debe tener en cuenta que el *análisis de imágenes* es cualquier *operación* que podamos hacer con la matriz de datos A , dada por la Ecuación (4.17). Segundo, cada coordenada (i, j) tendrá asociada una coordenada espacial, usando la

Ecuación (4.16), dada por ($x_i = \Delta n_x \cdot (i - 1)$, $y_j = \Delta n_y \cdot (j - 1)$). Lo tercero es realizar dos cortes en la dirección x y y para medir los anchos correspondientes; estos pueden ser obtenidos a partir del *centro geométrico* de la imagen (i_c, j_c) \rightarrow (x_c, y_c), de ahí se pueden extraer los cortes $A_{x=x_c} = \{(y_j, a_{i_c,j}) | 1 \leq j \leq n_y\}$ y $A_{y=y_c} = \{(x_i, a_{i,j_c}) | 1 \leq i \leq n_x\}$; con las matrices $A_{x=x_c}$ y $A_{y=y_c}$ debe aplicarse alguno de los criterios para medir los anchos del haz descritos en la Sección (??). Respecto al encontrar el *centro geométrico* de la imagen se propone que los pixeles (i_c, j_c) sean los que corresponda a los *valores máximos* de la matrices $S_x = \{\sum_j^{n_y} a_{i,j} | 1 \leq i \leq n_x\}$ (suma de columnas) y $S_y = \{\sum_i^{n_x} a_{i,j} | 1 \leq j \leq n_y\}$ (suma de renglones), esto es $i_c = \max(S_x)$ y $j_c = \max(S_y)$.

↳

4.4. Pormenores de la práctica

Cantidad de sesiones en el laboratorio: 1 sesión.

**EXPERIMENTAL QUANTUM
OPTICS GROUP - ICN
HÉCTOR CRUZ-RAMÍREZ**

EXPERIMENTAL QUANTUM OPTICS GROUP - ICN HÉCTOR CRUZ-RAMÍREZ

Bibliografía

- [1] E. O. Brigham, "The fast Fourier transform and its application," Prentice Hall, 1998.
- [2] Shoichiro Nakarumra, "Métodos Numéricos Aplicados con Software," Prentice Hall, 1992.

**EXPERIMENTAL QUANTUM
OPTICS GROUP - ICN
HÉCTOR CRUZ-RAMÍREZ**

EXPERIMENTAL QUANTUM OPTICS GROUP - ICN HÉCTOR CRUZ-RAMÍREZ

5. Laboratorio III: implementación de sensores con *ARDUINOS* y *LabVIEW*

Índice

5.1.	Introducción y objetivos	43
5.1.1.	Objetivos	44
5.2.	Teoría	44
5.2.1.	Intensidad, potencia y energía	44
5.2.2.	Ley de enfriamiento de Newton	44
5.2.3.	Ley de Malus	45
5.2.4.	Efecto Hall	45
5.3.	<i>ARDUINO</i>	46
5.4.	Implementación de sensores	47
5.4.1.	Implementación de un sensor de temperatura con un termistor	47
5.4.2.	Implementación con una fotoresistencia	51
5.4.3.	Implementación con TSL257	52
5.4.4.	Arduino con la fotoresistencia y el TSL257	52
5.4.5.	Implementación de sensor de proximidad con un KY-003	54
5.5.	Pormenores de la práctica	55
5.6.	Agradecimientos	55

5.1. Introducción y objetivos

En esta práctica que teniendo un sensor, un circuito simple, el *ARDUINO* y el lenguaje de programación *LabVIEW* se puede implementar sistemas de medición prácticos, sencillos y lo suficientemente precisos.

5.1.1. Objetivos

Los objetivos de esta práctica son:

1. La implementación de un sensor.
2. En la implementación se debe utilizar un *ARDUINO* automatizado con el lenguaje de programación *LabVIEW*.

5.2. Teoría

A continuación se describen dos aspectos importantes para el desarrollo de la práctica.

5.2.1. Intensidad, potencia y energía

Tenemos que la intensidad, I es proporcional a[1, 2, 3, 4]

$$I(\vec{r}, t) \propto \langle \vec{E}^2(\vec{r}, t) \rangle, \quad (5.1)$$

donde \vec{E} es el campo eléctrico, (\vec{r}, t) son las coordenadas espaciales y temporales respectivamente, y $\langle \cdot \rangle$ es el promedio temporal. La unidades en el sistema MKS son W/m^2 . La potencia es

$$P(t) = \int_A I(\vec{r}, t) dA, \quad (5.2)$$

donde A es el área considerada. Por lo cual, la energía colectada en un intervalo (de t_i a t_f) de tiempo estaría dada

$$E = \int_{t_i}^{t_f} P(t) dt. \quad (5.3)$$

5.2.2. Ley de enfriamiento de Newton

La ley de *enfriamiento de Newton* determina el cambio de la temperatura con respecto al tiempo de un sistema en estudio, y que es directamente proporcional a la diferencia de temperatura del sistema menos la temperatura de sus alrededores, esto es[9]

$$\frac{dT}{dt} = k(T_A - T), \quad (5.4)$$

donde T_A es la temperatura de los alrededores y k es factor de proporcionalidad. Por termodinámica clásica sabemos que entre el sistema de estudio y sus alrededores hay una transferencia de calor (caracterizado por un coeficiente h) a través de la *pared diatérmica* que los separa[10]; y sea A es el área efectiva de contacto entre el sistema y sus alrededores. Si el sistema tiene una masa m

y un calor específico c_p , entonces, en un intervalo de tiempo dt el cambio de temperatura dT esta dado por (pag. 68 de [10])

$$hA(T_A - T)dt = c_p m dT. \quad (5.5)$$

Si definimos

$$\tau = \frac{c_p m}{hA}, \quad (5.6)$$

como el tiempo de respuesta característico del sistema. Por lo cual,

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{\tau}(T_A - T). \quad (5.7)$$

Si consideramos c_p constante, entonces

$$T(t) = T_A - (T_A - T_0) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right). \quad (5.8)$$

5.2.3. Ley de Malus

La luz de un láser puede estar linealmente polarizada (LP). Si no esta LP podemos insertar un polarizador lineal (P1) para polarizar el haz láser. Los polarizadores lineales están caracterizados por un eje: el eje del polízador. La dirección de la polarización lineal es paralela al eje del polarizador. Colocando un segundo polarizador (P2) tenemos que su eje sustenta un ángulo θ respecto a P1. Si colocamos un detector enseguida, tendremos que la intensidad de luz, I , medida será

$$I = I_0 \cos^2(\theta), \quad (5.9)$$

donde I_0 será la máxima intensidad medida cuando los ejes sean paralelos. Se dice que los polarizadores están cruzados cuando el ángulo entre los ejes es de 90° .

5.2.4. Efecto Hall

Un Sensor (semiconductor) de efecto Hall es capaz de detectar campos magnéticos. El efecto Hall consiste en la generación de voltaje, V_H (voltaje Hall) en un conductor (o semiconductor) delgado de dimensiones $a \times d \times L$ y donde circula una corriente I , ver Figura (5.1), cuando se aplica un campo magnético (\vec{B}) perpendicular al flujo de los portadores de carga $\vec{J} = q\vec{v}_d$ (donde \vec{v}_d es la velocidad de deriva). Tenemos que \vec{J} es paralelo al plano $y - z$. Dadas estas condiciones se observa una acumulación de carga hacia los lados del conductor (o semiconductor) debido a la fuerza magnética que se ejerce, $\vec{F}_m = q\vec{v}_d \times \vec{B}$; pero que tiende ser equilibrada por la fuerza electrostática, $F_e = q\vec{E}$. Esta acumulación origina el voltaje Hall. En estado de equilibrio obtenemos [11, 12]

$$V_H = \frac{I B d}{n q A}, \quad (5.10)$$

donde n es la densidad de portadores de carga y $A = a \times d$. De la ecuación anterior se observa que la detección de V_H nos dice produce la detección indirecta del campo magnético.

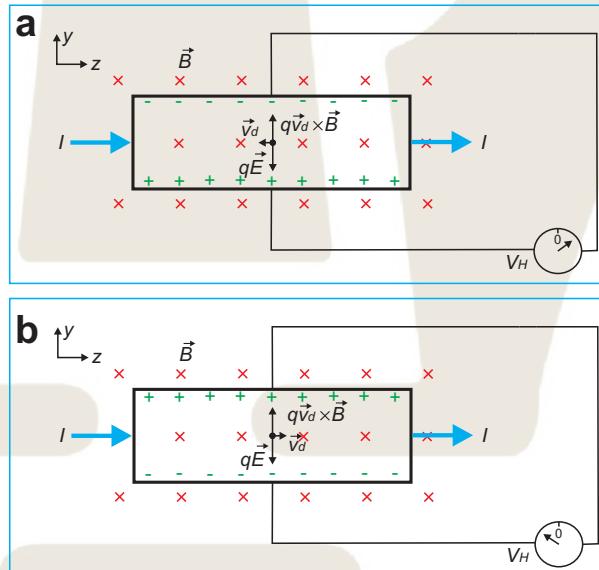


Figura 5.1: Efecto Hall. (a) Caso con $q < 0$ y el voltaje es positivo. (b) Caso donde $q > 0$ y el voltaje es negativo.

EXPERIMENTAL QUANTUM

OPTICAL QUANTUM

HÉCTOR Z

En la página web de fabricante (www.arduino.cc) describe al *ARDUINO* como una plataforma para prototipos electrónicos de código abierto basado en un *hardware* y un *software* fácil de usar. Los Arduinos tienen entradas analógicas (ver parte inferior de la Figura 5.2) y digitales (ver parte superior de la Figura 5.2); las cuales reciben señales eléctricas de sensores, botones, etc. A su vez, las entradas pueden ser configuradas para ser salidas y controlar otros dispositivos.

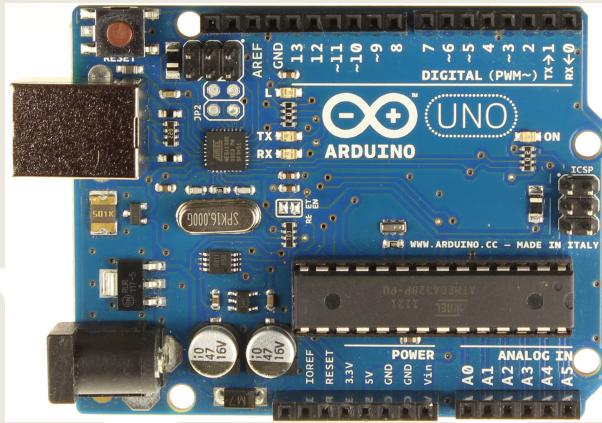


Figura 5.2: Arduino UNO.

5.4. Implementación de sensores

5.4.1. Implementación de un sensor de temperatura con un termistor

Los detectores de temperatura que están basados en sistemas (como metales, aleaciones y semiconductores) que cambian su resistencia eléctrica al cambiar su temperatura se les denomina *RTD* por sus siglas en inglés *resistance temperature detector*.

Los *RTD* basados en conductores pueden ser de los siguientes materiales: platino, níquel, cobre y tungsteno. Los cuales están caracterizados mediante el *coeficiente de temperatura de resistencia* (α), el cual cuantifica el cambio de la resistencia eléctrica del conductor por el cambio de un grado de temperatura a una temperatura específica.

Como primera aproximación la dependencia de la resistencia eléctrica (R_E) con respecto a la temperatura es

$$R(T) = R_0(1 + \alpha T), \quad (5.11)$$

donde R_0 es la R_E en 0°C (o alguna temperatura de referencia).

Los termistores son *RTD* basados en semiconductores (silicio), donde el coeficiente de temperatura de resistencia es negativo (*NTC, negative temperature coefficient*), o positivo (*PTC, positive temperature coefficient*). Además, tienen una curva característica lineal tensión-corriente cuando la temperatura es constante.

La dependencia de la resistencia eléctrica con respecto a la temperatura es

$$R(T) = R_0 \exp \left[\beta \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \right], \quad (5.12)$$

donde R_0 es la resistencia a la temperatura T_0 (25°C), y β es la temperatura característica del material.

5.4.1.1. Método por deflexión simple

La implementación del método por deflexión simple es mediante el circuito mostrado en la Figura 5.3.

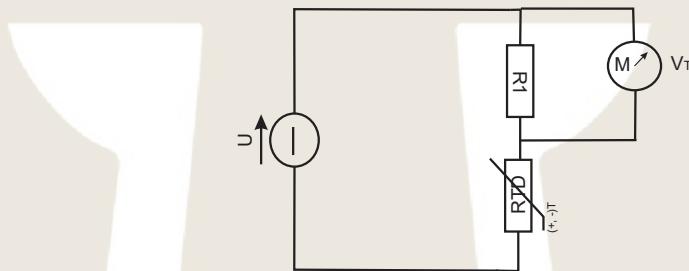


Figura 5.3: Circuito para obtener la recta de carga.

Del circuito de la Figura (5.13) se sigue la siguiente ecuación

$$\begin{aligned} V_T &= U - R_1 I \\ &= \left(\exp \left[A + \frac{B}{T} + \frac{C}{T^3} \right] \right) \cdot I. \end{aligned} \quad (5.13)$$

donde I es la corriente que pasa por el circuito. Con la información anterior se debe elegir el punto de implementación del termómetro, el cual, debe cumplir dos cosas: 1. se debe trabajar en la zona termométrica, y 2. el voltaje V_T no debe pasar de $|\pm 10V|$.

5.4.1.2. Implementación de un termómetro con un arduino

El procedimiento se describe a continuación:

1. El primer paso será instalar *LabVIEW* en su computadora y probar que se ejecuta correctamente.
2. El segundo paso es ir a la página web: <http://www.arduino.cc> y bajar el programa *ARDUINO 1.0.6*. El alumno podrá escribir y ejecutar programas mediante este ejecutable. En esa página se encuentran varios tutoriales al respecto. El propósito de esta práctica es programar los *ARDUINOS* con *LabVIEW*.
3. El tercer paso es ir a la página <http://jki.net/vipm> y bajar el programa *JKI VI Package Manager* y al ejecutarlo podremos instalar *LabVIEW Interface for Arduino* con lo cual nuestro *ARDUINO* podrá ejecutar los

programas de *LabVIEW*. Para lograr esto debemos ejecutar con el programa *ARDUINO 1.0.6* el código *LIFABase* que se encuentra en la carpeta donde se instaló *LabVIEW Interface for Arduino*. También, cuando se instala *LabVIEW Interface for Arduino* se agrega el menú *ARDUINO* en el diagrama de bloques de *LabVIEW*.

4. El cuarto paso es construir el circuito que se muestra en la Figura (5.9). Este circuito está basado en el circuito de la Figura (5.3). El *ARDUINO* solamente necesita conectarse al cable *USB* y por lo cual, no se necesita una fuente de voltaje adicional.

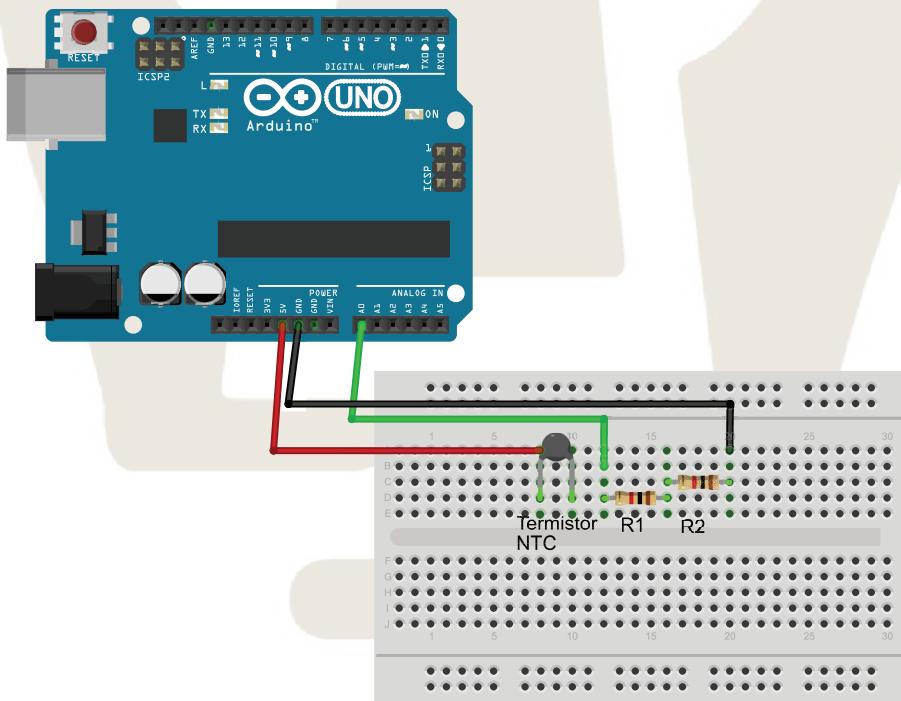


Figura 5.4: Circuito para implementar un detector con una fotoresistencia mediante un *ARDUINO*

5. El quinto paso es escribir el programa para recopilar los datos con *LabVIEW*. Los detalles serán dados en la sesión de laboratorio. La idea general es abrir el *ARDUINO* y después dentro un *while loop* monitorearemos los voltajes en alguno de los pines analógicos. La estructura *while loop* podrá ser parada en cualquier momento con el botón *STOP*. También existe la opción de guardar en un arreglo los valores de voltaje elegidos con el botón *Guardar*, para lo cual usamos la estructura: *case structure*. Cuando apretamos el botón *STOP* se cierra el *ARDUINO* y se guarda en un archivo

dat el arreglo con los valores de voltaje elegidos. En la Figura (5.11 y 5.12) se muestra el panel de control y el diagrama de bloques para tomar datos del *ARDUINO*; de igual forma el la Figura (5.13) se muestra el diagrama de bloques donde se muestra la programación del *case structure* cuando el botón *Guardar*.

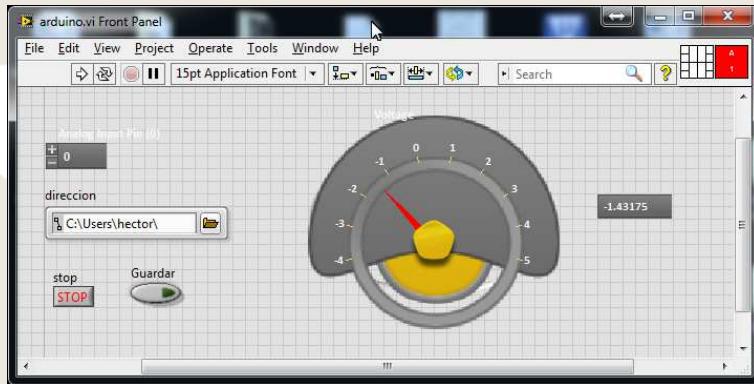


Figura 5.5: Panel de control para medir el voltaje del algún pin del *ARDUINO*.

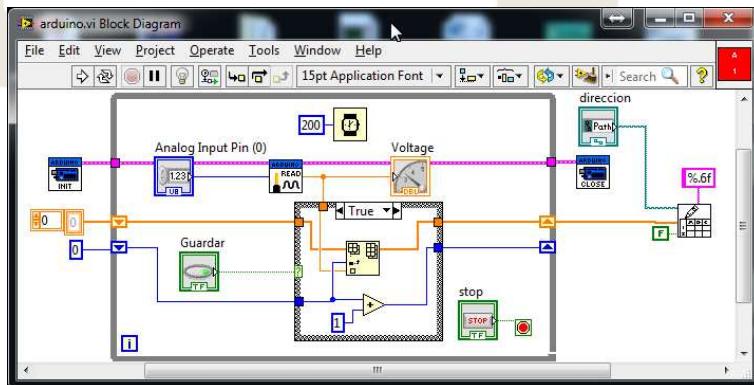


Figura 5.6: Diagrama de bloques para medir el voltaje del algún pin del *ARDUINO*.

- EXPERIMENTAL QUANTUM OPTICS GROUP
HÉCTOR MIREZ**
6. El último paso es obtener es probar el termómetro al *calentar* o *enfriar* algún material. Similar al paso para encontrar el parámetro β . Con este arreglo se mide el voltaje y usando la Ecuación (5.13 deducir la temperatura. Hay que considerar que el *ARDUINO* suministra un voltaje $U = 5V$. El alumno puede modificar el VI , he implementar la regresión encontrada y obtener la temperatura directamente en vez del voltaje.

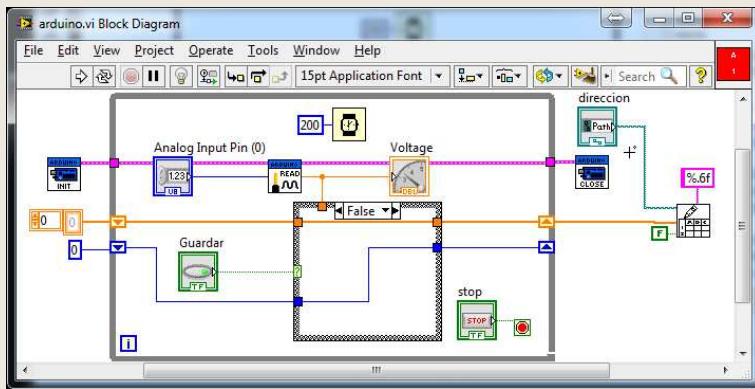


Figura 5.7: Diagrama de bloques para medir el voltaje del algún pin del *ARDUINO*, donde se muestra la segunda opción del *case structure*.

5.4.2. Implementación con una fotoresistencia

Para implementar la fotoresistencia debemos construir un circuito con tres elementos: una fuente de voltaje (proporcionada por el *ARDUINO*), una resistencia y una fotoresistencia. Todos los elementos conectados en serie. Ver Figura (5.8 a). Por conservación de la energía tenemos [5]

$$U = iR_f + iR, \quad (5.14)$$

donde U es la diferencia de potencial de la fuente (5 V), i la corriente eléctrica que circula en el circuito, R la resistencia eléctrica de la resistencia auxiliar ($=1\text{ k}\Omega$) y finalmente, R_f la resistencia de la fotoresistencia. Entonces, debemos medir la diferencia de potencial de la resistencia R la cual es $V = iR$. Al incidir luz a la fotoresistencia su resistencia eléctrica cambia, por lo cual cambia la diferencia de potencial de la misma; por lo tanto debe cambiar la diferencia de potencial de la resistencia R por conservación de la energía. Al final se ha conseguido convertir la intensidad de luz a una variable eléctrica: la diferencia de potencial V .

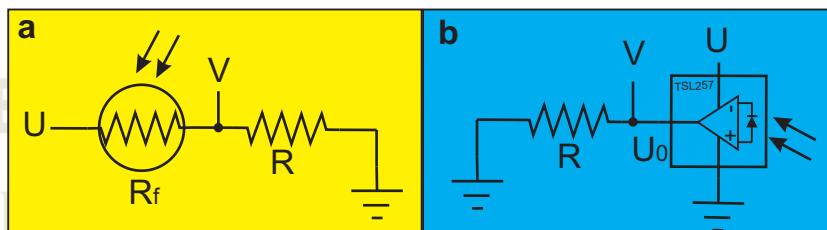


Figura 5.8: Diagrama de circuitos para implementar un potenciómetro para (a) fotoresistencia, (b) un circuito integrado.

5.4.3. Implementación con TSL257

La implementación del detector sería similar a la implementación con la fotoresistencia. El circuito debe tener con tres elementos: una fuente de voltaje (proporcionada por el *ARDUINO*), una resistencia y un circuito integrado TSL257. Todos los elementos conectados como en la Figura (5.8 b). El circuito TSL257 tiene tres conexiones: donde es alimentado con una diferencia de potencial U , donde es conectado a tierra de referencia y una salida que da una diferencia de potencial V_0 que depende de la intensidad de luz que incide sobre la ventana del circuito. Por conservación de la energía tenemos [5]

$$V_0 - iR = V_0 - V = 0. \quad (5.15)$$

Entonces, debemos medir la diferencia de potencial de la resistencia R la cual es $V = iR$. Al final se ha conseguido convertir la intensidad de luz a una variable eléctrica: la diferencia de potencial V .

5.4.4. Arduino con la fotoresistencia y el TSL257

El procedimiento se describe a continuación:

1. El primer paso será instalar *LabVIEW* en su computadora y probar que se ejecuta correctamente.
2. El segundo paso es ir a la página web: <http://www.arduino.cc> y bajar el programa *ARDUINO 1.0.6*. El alumno podrá escribir y ejecutar programas mediante este ejecutable. En esa página se encuentran varios tutoriales al respecto. El propósito de esta práctica es programar los *ARDUINOS* con *LabVIEW*.
3. El tercer paso es ir a la página <http://jki.net/vipm> y bajar el programa *JKI VI Package Manager* y al ejecutarlo podremos instalar *LabVIEW Interface for Arduino* con lo cual nuestro *ARDUINO* podrá ejecutar los programas de *LabVIEW*. Para lograr esto debemos ejecutar con el programa *ARDUINO 1.0.6* el código *LIFABase* que se encuentra en la carpeta donde se instaló *LabVIEW Interface for Arduino*. También, cuando se instala *LabVIEW Interface for Arduino* se agrega el menú *ARDUINO* en el diagrama de bloques de *LabVIEW*.
4. Tener instalado y corriendo el software necesario.
5. El segundo paso es construir el circuito que se muestra en la Figura (5.9). El *ARDUINO* solamente necesita conectarse al cable *USB* y por lo cual, no se necesita una fuente de voltaje adicional. Para el circuito integrado TSL257 se construye un circuito similar y se muestra en la Figura (5.10).
6. El tercer paso es escribir el programa para recopilar los datos con *LabVIEW*. Los detalles serán dados en la sesión de laboratorio. La idea general es abrir el *ARDUINO* y después dentro un *While loop* obtenemos

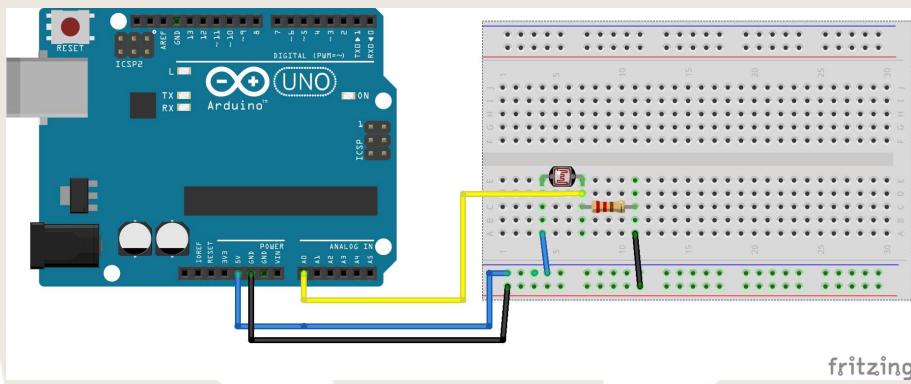


Figura 5.9: Circuito para implementar un detector con una fotoresistencia mediante un *ARDUINO*.

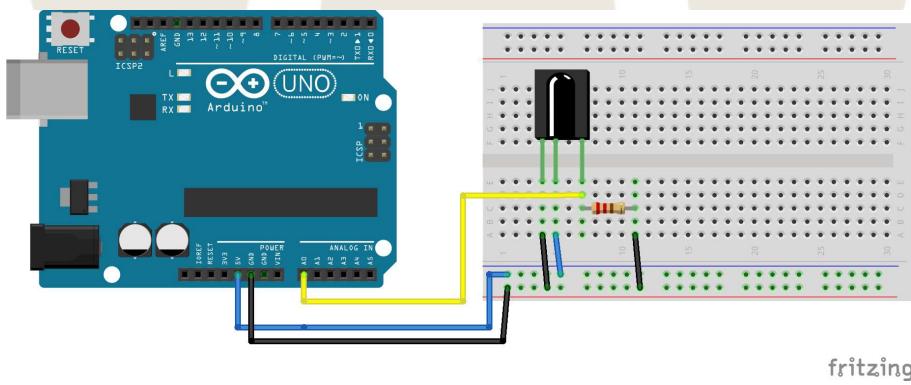


Figura 5.10: Circuito para implementar un detector con un circuito integrado TSL257 mediante un *ARDUINO*.

el voltaje promedio a partir de N lecturas (*For loop*) determinadas por el tiempo de exposición (control) de alguno de los pines analógicos. Las lecturas serán cada 20ms y por default promediamos 1000 ms ($N = 50$). La estructura *While loop* podrá ser parada en cualquier momento con el botón *STOP*. El promedio se obtiene con ayuda de una *For loop* en donde se guardan en una matriz N datos. Al final de cada *For loop* se obtiene el promedio y la desviación estándar. También existe la opción de guardar en un arreglo los valores del voltaje promedio elegidos con el botón *Guardar*, para lo cual usamos la estructura: *case structure*. Cuando apretamos el botón *STOP* se cierra el *ARDUINO* y se guarda en un archivo *dat* el arreglo con los valores de voltaje elegidos. En la Figura (5.11 y 5.12) se muestra el panel de control y el diagrama de bloques para tomar datos del *ARDUINO*; de igual forma el la Figura (5.13) se muestra el diagrama de bloques donde se muestra la programación del *case structure* cuando

el botón *Guardar*.

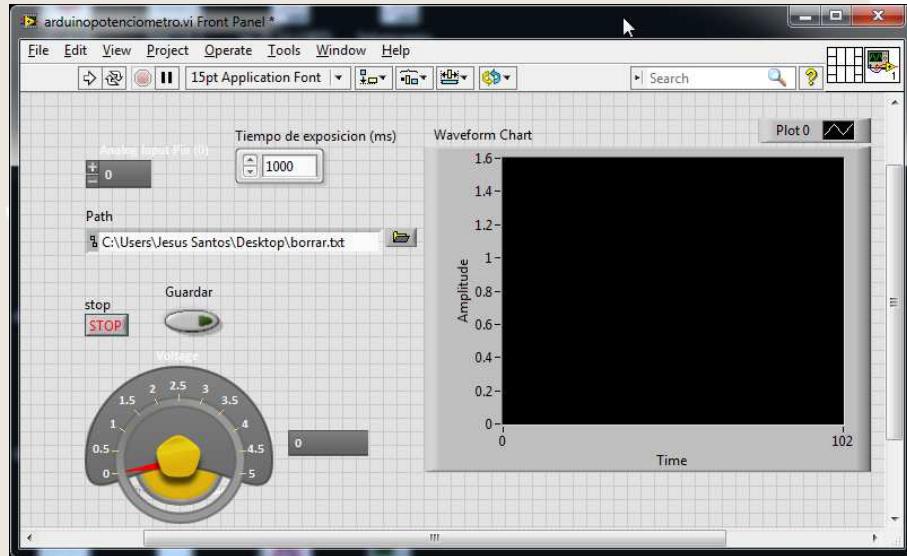


Figura 5.11: Panel de control para medir el voltaje del algún pin del *ARDUINO*.

7. El último paso es obtener la Ley de Malus con dos polarizadores, un láser y un potenciómetro. Después, repetir el experimento sustituyendo el potenciómetro con el potenciómetro instrumentado con una fotoresistencia o el circuito TSL257. Claramente se medirán diferencias de potencial y el alumno deberá realizar la correspondencia entre pntencia del haz láser con el voltaje. Esto es realizar la calibración.
8. Nota importante: el haz de luz láser debe llenar la superficie del detector.

5.4.5. Implementación de sensor de proximidad con un KY-003

El KY-003 es un conmutador magnético. Sin la presencia de un campo magnético, la línea de señal del sensor es ALTA (3.5 V). Si se presenta un campo magnético al sensor, la línea de señal va a BAJA, y al mismo tiempo el LED sobre el sensor se ilumina. La polaridad del campo magnético influye en la acción de conmutación. La parte frontal del sensor necesita una polaridad opuesta a la parte trasera para activarse. En la Figura (5.14) se muestra el diagrama de conexión del KY-003 y el *ARDUINO*.

La implementación con el *ARDUINO* consiste en leer continuamente el pin entrada del sensor. Si el valor es 1, entonces enviar el valor 1 al pin de salida del led; en caso contrario enviar 0. En la Figura (5.1) se muestra el panel de control, el cual sólo consiste en un botón de *STOP* para detener el programa.

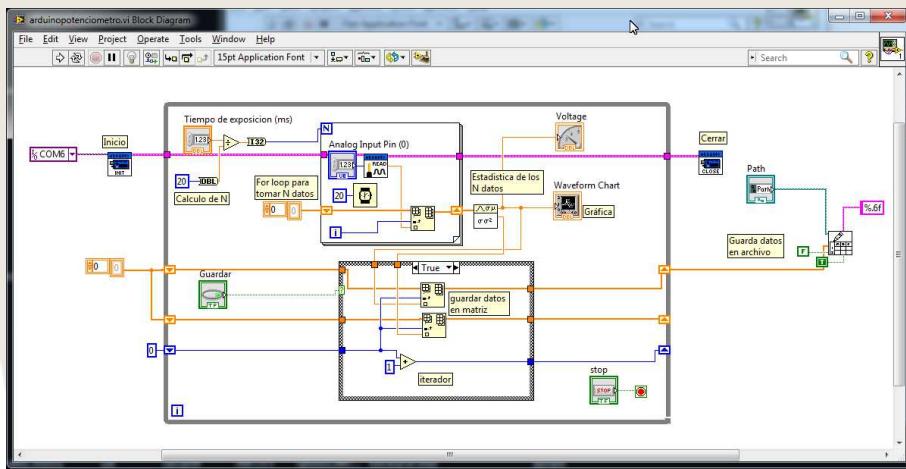


Figura 5.12: Diagrama de bloques para medir el voltaje del algún pin del *ARDUINO*.

En las Figuras (5.15) y (5.16) se muestra el diagrama de bloques. Como se usa una estructura de casos, se muestran las dos opciones posibles.

5.5. Pormenores de la práctica

Cantidad de sesiones en el laboratorio: 2 sesiones.

5.6. Agradecimientos

Estas notas fueron realizadas con el apoyo de los proyectos PAPIME (la última versión con el proyecto PE105920). Agradecemos a los estudiantes Itzel Ileana Julio Borja, Samuel Corona Aquino, Javier Alejandro López Alfaro, Jorge Arturo Monroy Ruz y Francisco Javier Morelos Medina por su contribución a la elaboración de estas notas.

**EXPERIMENTAL QUANTUM
OPTICS GROUP - ICN
HÉCTOR CRUZ-RAMÍREZ**

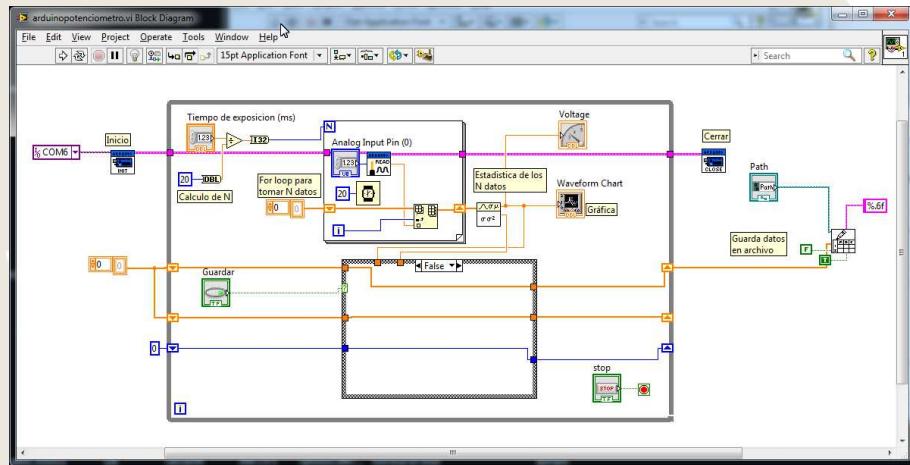
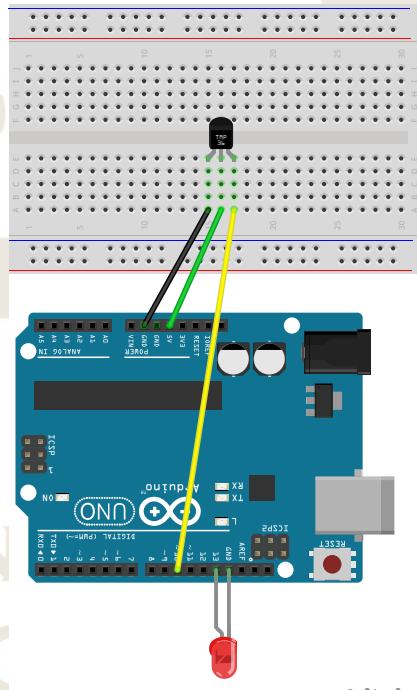


Figura 5.13: Diagrama de bloques para medir el voltaje del algún pin del *ARDUINO*, donde se muestra la segunda opción del *case structure*.



EXPERIMENTO DE
OPTICS CON EL
ARDUINO
HÉCTOR CRUZ RAMÍREZ

Figura 5.14: Diagrama de conexión entre el *ARDUINO* y el KY-003.

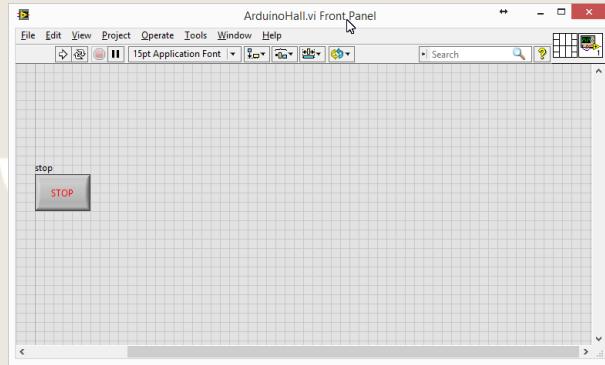


Figura 5.15: Panel de Control para implementar sensor de proximidad.

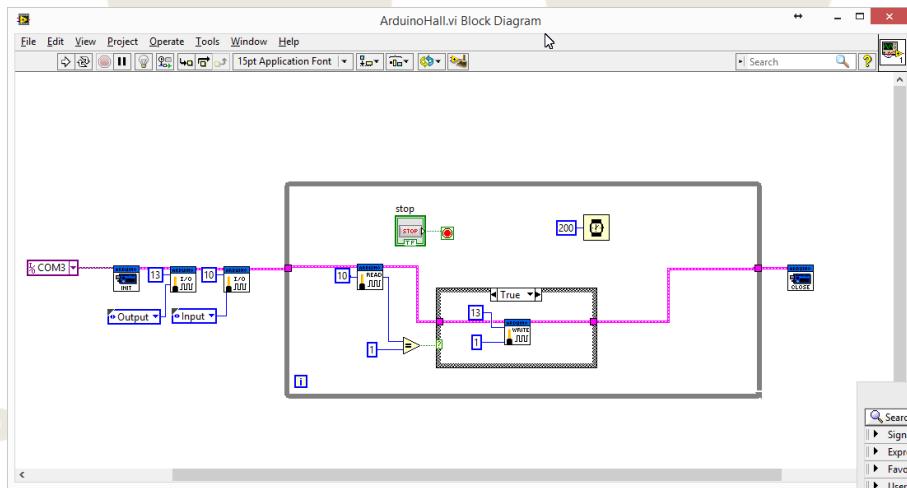


Figura 5.16: Diagrama de bloques (opción *True*) para implementar sensor de proximidad.

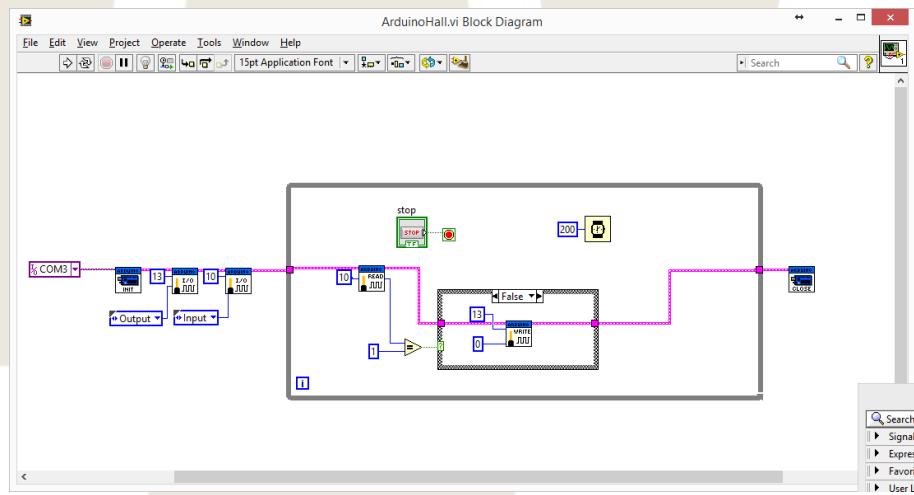


Figura 5.17: Diagrama de bloques (opción *False*) para implementar sensor de proximidad.

EXPERIMENTAL QUANTUM OPTICS GROUP - ICN HÉCTOR CRUZ-RAMÍREZ

Bibliografía

- [1] B.D. Guenther, "Modern Optics," Oxford University Press; 2 edition (2015).
- [2] E. Hecht, "Optics," Addison-Wesley; 4 edition (2001).
- [3] B.E.A. Saleh y M.C. Teich, "Fundamentals of photonics," Wiley-Interscience; 2 edition (2007).
- [4] M. Born and E. Wolf, "Principles of optics," Cambridge University Press; 7 edition (1999).
- [5] A. James Diefenderfer y Alfonso Flores Guzmán, "Instrumentación electrónica 2da ed;" Nueva Editorial Interamericana, 1984
- [6] W. R. Leo, "Techniques for nuclear and particle physics experiments," Springer-Verlag, 1994.
- [7] H. Pfeifer, "Prácticas avanzadas de electrónica," Ed. Alfaomega y Ed. Prial, 1988.
- [8] Ver por ejemplo la pagina <http://www.thermistor.com/> de Quality Thermistor, inc (Qt).
- [9] J. H. Lienhard IV y J. H. Lienhard V, "A heat transfer textbook," Phlogiston press, 2008.
- [10] L. García-Colín, "Introducción a la termodinámica clásica," Trillas, 1995.
- [11] R. A. Serway, "Física, incluye Física Moderna (Tomo II)," McGraw-Hill, Segunda Edición (1993).
- [12] J. D. Jackson, "Classical Electrodynamics," John Wiley & Sons, Inc; 3rd ed. (1998).

**EXPERIMENTAL QUANTUM
OPTICS GROUP - ICN
HÉCTOR CRUZ-RAMÍREZ**