



数字逻辑基础

主讲：何宾

Email: hebin@mail.buct.edu.cn

2014.06

数字码制表示和转换

--数字码制表示

数字逻辑工作在开关状态下，即：二进制状态。

- 为了满足不同的运算需求,人们又定制了使用八进制、十进制和十六进制表示数字的规则。
 - 其中十进制是日常生活中经常使用到的一种表示数字的方法。

数字码制表示和转换

--数字码制表示

二进制码制

二进制是以2为基数的进位制，即：逢2进位。0、1是基本算符。现代的电子计算机技术全部采用的是二进制，因为它只使用0和1两个数字符号，非常简单方便，易于用半导体元器件实现。

十进制码制

十进制是以10为基数的进位制，即：逢10进位。在10进制表示的数字中，只出现0~9这十个数字，0~9的数字组合就可以由于表示任何一个数字。在十进制码制表示得数字，其运算规律满足“逢十进一”的规则。

数字码制表示和转换

--数字码制表示

八进制码制

八进制是以8为基数的进位制，即：逢8进位。在8进制表示的数字中，只使用数字0~7。从二进制的数转换到八进制的数，可以将3个连续的数字拼成1组，再独立转成八进制的数字。

十六进制码制

十六进制（简写为hex或下标16）是以16为基数的进位制，即：逢16进位。在16进制表示的数字中，用数字0~9和字母A~F表示（其中:A~F对应于十进制数的10~15）。

数字码制表示和转换

--数字码制表示

十进制数	二进制数	八进制数	十六进制数
0	0000	0	0
1	0001	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	1,0000	20	10
17	1,0001	21	11
18	1,0010	22	12
19	1,0011	23	13
20	1,0100	24	14

数字码制表示和转换

--数字码制表示

- 对于一个四位十进制数7531，用10的幂表示为：

$$7 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 1 \times 10^0$$

- 对于一个五位二进制数10101，用2的幂表示为：

$$1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

其等效于十进制数21。

- 对于一个四位十六进制数13AF，用16的幂其表示为：

$$1 \times 16^3 + 3 \times 16^2 + 10 \text{ (等效于A)} \times 16^1 + 15 \text{ (等效于F)} \times 16^0$$

其等效于十进制数5039。

数字码制表示和转换

--数字码制表示

推广总结：

- 对于一个N位的2进制数，最低位为第0位，最高位为第N-1位。

其计算公式为：

$$Y = S_{N-1} \cdot 2^{N-1} + S_{N-2} \cdot 2^{N-2} + \cdots + S_1 \cdot 2^1 + S_0$$

- 其中：

- S_i 为第i位二进制数的值，取值范围为0或者1。
- 2^i 为第i位二进制数的权值。
- Y为等效的十进制数。

数字码制表示和转换

--数字码制表示

- 对于一个N位的16进制数，最低位为第0位，最高位为第N-1位。其计算公式为：

$$Y = S_{N-1} \cdot 16^{N-1} + S_{N-2} \cdot 16^{N-2} + \dots + S_1 \cdot 16^1 + S_0$$

- 其中：

- S_i 为第i位十六进制数的值，取值范围为0~9，A~F。
- 16^i 为第i位十六进制数的权值。
- Y为等效的十进制数。

数字码制表示和转换

--数字码制表示

前面介绍了对于10进制整数，使用其它进制表示的方法。

那么，对于一个十进制的小数，又该如何表示呢？

- 对于一个三位十进制小数0.714，用10的幂表示为：

$$7 \times 10^{-1} + 1 \times 10^{-2} + 4 \times 10^{-3}$$

- 对于一个五位二进制小数0.10101，用2的幂表示为：

$$1 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} + 0 \times 2^{-4} + 1 \times 2^{-5}$$

其等效于十进制小数0.65625。

数字码制表示和转换

--数字码制表示

推广总结：

- 对于一个N位的2进制小数，最高位为第0位，最低位为第N-1位。其计算公式为：

$$Y = S_0 \cdot 2^{-1} + S_1 \cdot 2^{-2} + \cdots + S_{N-2} \cdot 2^{-(N-1)} + S_{N-1} \cdot 2^{-N}$$

- 其中：

- S_i 为第i位二进制小数的值，取值范围为0或者1。
- $2^{-(i+1)}$ 为第i位二进制小数的权值。
- Y为等效的十进制小数。

数字码制表示和转换

--数字码制表示

- 从上面可以看出，二进制整数和二进制小数的区别是二进制整数的权值为整数，而二进制小数的权值为小数。
- 对于一个即包含整数，又包含小数的二进制数来说，就是将整数部分和小数部分分别用整数二进制计算公式和小数二进制计算公式表示。

数字码制表示和转换

--数字码制转换

整数部分，把十进制转成二进制一直分解至商数为0。从最底左边数字开始读，之后读右边的数字，从下读到上。小数部分，则用其乘2，取其整数部分的结果，再用计算后的小数部分依此重复计算，算到小数部分全为0为止，之后读所有计算后整数部分的数字，从上读到下。

十进制数59.8125转二进制数(长除法)

--整数部分的计算

$$59 \div 2 = 29 \dots 1 \quad (\text{前面表示商, 后面表示余数})$$

$$29 \div 2 = 14 \dots 1$$

$$14 \div 2 = 7 \dots 0$$

$$7 \div 2 = 3 \dots 1$$

$$3 \div 2 = 1 \dots 1$$

$$1 \div 2 = 0 \dots 1$$

十进制数59.8125转二进制数(乘法)

--小数部分的计算

$$0.8125 \times 2 = 1.625 \quad \text{取整是1}$$

$$0.625 \times 2 = 1.25 \quad \text{取整是1}$$

$$0.25 \times 2 = 0.5 \quad \text{取整是0}$$

$$0.5 \times 2 = 1.0 \quad \text{取整是1}$$

即0.8125的二进制是0.1101 (第一次所得为最高位,最后一次得到为最低位, 因此 :

$$(59.8125)_{10} = (111011.1101)_2$$

数字码制表示和转换

--数字码制转换

十进制数 $(4877)_{10}$ 转十六进制数的计算方法

$$4877 \div 16 = 304 \dots 13(D)$$

$$304 \div 16 = 19 \dots 0$$

$$19 \div 16 = 1 \dots 3$$

$$1 \div 16 = 0 \dots 1$$

因此, $(4877)_{10} = (130D)_{16}$

数字码制表示和转换

--比较法的使用

十进制数	59.8125	27.8125	11.8125	3.8125	3.8125	1.8125	0.8125
权值	$2^5(32)$	$2^4(16)$	$2^3(8)$	$2^2(4)$	$2^1(2)$	$2^0(1)$	$2^{-1}(0.5)$
余数	27.8125	11.8125	3.8125	3.8125	1.8125	0.8125	0.3125
二进制数	1	1	1	0	1	1	1

十进制数	0.3125	0.0625	0.0625
权值	$2^{-2}(0.25)$	$2^{-3}(0.125)$	$2^{-4}(0.0625)$
余数	0.0625	0.0625	0
二进制数	0	0	1