第4章 数值表示及转换

何宾

2018.03

本章主要内容

- 常用码制
- 正数表示方法
- 正数码制转换
- 负数表示方法
- 负数补码的计算
- 定点数表示
- 浮点数表示

常用码制
--二进制码制

二进制是以2为基数的进位制，即：逢2进1。

- 在二进制计数系统中，只出现0和1两个数字
- 在C/C++语言中，二进制数以0b开头
  - 比如：0b1011，0b010111
- 在汇编语言中，二进制数以B/b结尾
  - 比如：1011B/1011b、010111B/01011b

常用码制
--十进制码制

十进制是以10为基数的进位制，即：逢10进1。

- 在十进制计数系统中，出现0~9之间的数字
- 在计算机系统中，对十进制数的表示没有特殊的要求。

常用码制
--八进制码制

八进制是以8为基数的进位制，即：逢8进1。

- 在八进制计数系统中，只出现0~7之间的数字。
- 在C/C++语言中，八进制数以0开头
  - 比如：0123，0675
- 在汇编语言中，八进制数以O/o结尾
  - 比如：123O/123o、675O/675o

常用码制
--十六进制码制

十六进制是以16为基数的进位制，即：逢16进1。

- 在16进制计数规则中，只使用数字0~9以及字母A/a、B/b、C/c、D/d、E/e、F/f表示。
- 在C/C++语言中，十六进制数以0x开头
  - 比如：0x1234，0xE1DD
- 在汇编语言中，十六进制数以H结尾
  - 比如：1234H、E1DDH

常用码制
--不同进制正整数之间的对应关系

十进制数	二进制数	八进制数	十六进制数
0	0000	0	0
1	0001	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6

常用码制
--不同进制数之间的对应关系

7	0111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D

常用码制
--不同进制数之间的对应关系

14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	1,0000	20	10
17	1,0001	21	11
18	1,0010	22	12
19	1,0011	23	13
20	1,0100	24	14

常用码制
--BCD码

BCD码（Binary-Coded Decimal）亦称二进码十进数或二-十进制代码。用4位二进制数来表示1位十进制数中的0~9这10个数码。

- BCD码可分为有权码和无权码两类：
  - 有权BCD码有8421码、2421码、5421码，其中8421码是最常用的；
  - 无权BCD码有余3码、格雷码（注：格雷码并不是BCD码）等。

正数表示方法
--正整数的表示

- **对于一个4位十进制数7531，用10的幂次方表示为：**

$$7\times10^3+5\times10^2+3\times10^1+1\times10^0$$

- **对于一个5位二进制数10101，用2的幂次方所表示等效的十进制数为：**

$$1\times2^4+0\times2^3+1\times2^2+0\times2^1+1\times2^0$$

- **对于一个3位八进制数327，用8的幂次方所表示等效的十进制数为：**

$$3\times8^2+2\times8^1+7\times8^0$$

- **对于一个4位十六进制数13AF，用16的幂次方所表示等效的十进制数为：**

$$1\times16^3+3\times16^2+A\times16^1+F\times16^0$$

正数表示方法
--正整数的表示

推广总结:

- 对于一个N位的无符号2进制数，最低位为第0位，最高位为第N-1位。其等效十进制数的计算公式为：

$$Y = S_{N-1}\cdot 2^{N-1} + S_{N-2}\cdot 2^{N-2} + ... + S_1\cdot 2^1 + S_0\cdot 2^0$$

  - S_i为第i位无符号二进制数的值，取值为0或者1。
  - 2^i为第i位无符号二进制数所对应的权值。
  - Y为等效的十进制数。

正数表示方法
--正整数的表示

- 对于一个N位的无符号8进制数，最低位为第0位，最高位为第N-1位。其等效十进制数的计算公式为：

$$Y = S_{N-1} \cdot 8^{N-1} + S_{N-2} \cdot 8^{N-2} + \ldots + S_1 \cdot 8^1 + S_0 \cdot 8^0$$

  - S_i为第i位无符号八进制数的值，取值范围为0~7。
  - 8^i为第i位八进制数所对应的权值。
  - Y为等效的十进制数。

正数表示方法
--正整数的表示

- 对于一个N位的无符号16进制数，最低位为第0位，最高位为第N-1位。其等效十进制数的计算公式为：

$$Y = S_{N-1} \cdot 16^{N-1} + S_{N-2} \cdot 16^{N-2} + \ldots + S_1 \cdot 16^1 + S_0 \cdot 16^0$$

  - S_i为第i位十六进制数的值，取值范围为0~9，A~F。
  - 16^i为第i位十六进制数所对应的权值。
  - Y为等效的十进制数。

正数表示方法
--正小数的表示

- 对于一个3位十进制小数0.714，用10的幂次方表示为：

$$7\times10^{-1}+1\times10^{-2}+4\times10^{-3}$$

- 对于一个5位二进制小数0.10101，用2的幂次方表示的等效十进制小数为：

$$1\times2^{-1}+0\times2^{-2}+1\times2^{-3}+0\times2^{-4}+1\times2^{-5}$$

正数表示方法
--正小数的表示

推广总结:

- 对于一个N位的无符号2进制小数，最高位为第0位，最低位为第N-1位。其等效的10进制正小数的计算公式为:

$$Y = S_0 \cdot 2^{-1} + S_1 \cdot 2^{-2} + ... + S_{N-2} \cdot 2^{-(N-1)} + S_{N-1} \cdot 2^{-N}$$

  - S_i为第i位二进制小数的值，取值为0或者1。
  - $2^{-(i+1)}$为第i位二进制小数所对应的权值。
  - Y为等效的十进制正小数。

十进制正整数转换成其它进制数
--十进制正整数转换成二进制数

长除法

- 采用长除法，除数始终为2，将十进制进行分解，直到商为0结束。然后，按顺序将最后得到的余数排在最高位，而最先得到的余数排在最低位。

比较法

- 让需要转换的正整数和不同的二进制权值进行比较。当：
  - 需要转换的正整数大于所对应的二进制权值时，得到1；并且转换的正整数减去所对应的二进制权值得到余数。然后，再用得到的余数与下一个二进制权值进行比较。
  - 需要转换的正整数小于所对应的二进制权值时，得到0。并且不做任何处理。

十进制正整数转换成其它进制数
--十进制正整数转换成二进制数

【例】使用长除法将十进制整数59转成所对应的二进制数

59 ÷ 2 = 29 … 1

29 ÷ 2 = 14 … 1

14 ÷ 2 = 7 … 0

7 ÷ 2 = 3 … 1

3 ÷ 2 = 1 … 1

1 ÷ 2 = 0 … 1

注：…前面的数字表示商，…后面表示的数字为余数。

所以，十进制正整数59所对应二进制数111011。

十进制正整数转换成其它进制数
--十进制正整数转换成二进制数

【例】使用比较法将十进制整数59转换所对应的二进制数

通过比较法，得到十进制正整数59所对应的无符号二进制数为0111011。

比较的数	59	59	27	11	3	3	1
二进制权值	2^6（64）	2^5（32）	2^4（16）	2^3（8）	2^2（4）	2^1（2）	2^0（1）
对应的二进制值	0	1	1	1	0	1	1
余数	59	27	11	3	3	1	0

十进制正整数转换成其它进制数
--十进制正整数转换成十六进制数

长除法

- 采用长除法，除数始终为16，将十进制进行分解，直到商为0结束。然后，按顺序将最后得到的余数排在最高位，而最先得到的余数排在最低位。

比较法

- 让需要转换的正整数和不同的十六进制权值进行比较，当：
  - 需要转换的正整数大于所对应的十六进制权值时，得到商；并且转换的正整数减去十六进制权值与商乘积后得到余数。然后，再用得到的余数与下一个十六进制权值进行比较。
  - 需要转换的正整数小于所对应的十六进制权值时，得到0。并且不做任何处理。

十进制正整数转换成其它进制数
--十进制正整数转换成十六进制数

【例】使用长除法将十进制整数4877转换成所对应的十六进制数

4877÷16=304….13(D)

304÷16=19….0

19÷16=1….3

1÷16=0….1

注：…前面的数字表示商，…后面表示的数字为余数。

所以，十进制正整数4877所对应十六进制数为130D。

十进制正整数转换成其它进制数
--十进制正整数转换成十六进制数

【例】使用比较法将十进制整数4877转换成所对应的十六进制数

通过比较法，得到十进制正整数4877所对应的十六进制数为130D。

比较的数	4877	781	13	13
十六进制权值	16^3（4096）	16^2（256）	16^1（16）	16^0（1）
对应的十六进制值	1	3	0	D
余数	$4877-1\times16^3$ 781	$781-3\times16^2$ 13	不做处理 13	$13-D\times16^0$ 0

正数码制转换
--十进制正小数转换成二进制数

长乘法

- 将小数乘以2，取其整数部分的结果。然后，再用计算后的小数部分依此重复计算，算到小数部分全为0为止。在读取整数部分的结果时，最先得到的整数放在小数的最高有效位，而最后得到的整数放在小数的最低有效位。

比较法

- 让需要转换的数和不同的二进制权值进行比较，当：
  - 需要转换的正小数大于所对应的二进制权值时，得到1；并且转换的小数减去二进制权值得到余数。然后，再用得到的余数与下一个二进制权值进行比较。
  - 需要转换的正小数数小于所对应的二进制权值时，得到0。并且不做任何处理。

正数码制转换

--十进制正小数转换成二进制数

【例】使用长乘法将一个十进制小数0.8125转换成所对应的二进制小数

0.8125×2=1.625　取整是1

0.625×2=1.25　取整是1

0.25×2=0.5　取整是0

0.5×2=1.0　取整是1

即：十进制小数0.8125所对应的二进制小数表示为0.1101。

正数码制转换
--十进制正小数转换成二进制数

【例】使用比较法将一个十进制正小数0.8125转换成所对应的二进制小数

通过比较法，得到十进制正小数0.8125所对应的二进制小数为0.1101。

比较的数	0.8125	0.3125	0.0625	0.0625
二进制权值	2^{-1}（0.5）	2^{-2}（0.25）	2^{-3}（0.125）	2^{-4}（0.0625）
对应的二进制值	1	1	0	1
余数	0.3125	0.0625	0.0625	0