人工智能：搜索技术 III

饶洋辉
计算机学院,
中山大学
raoyangh@mail.sysu.edu.cn
http://cse.sysu.edu.cn/node/2471

课件来源：中山大学刘咏梅教授；多伦多大学Sheila McIlraith教授

启发式搜索

- A*搜索
- A*的性质
- 如何构造启发式函数
- 练习

构建启发式函数：松弛问题

通过考虑一个比较简单的问题，并将 $h(n)$ 设置为简单问题中到达目标的成本

8数码问题：当满足下面条件时，可以把方块A移动到B位置

- A方块与B位置相邻（上/下/左/右相邻）
- B位置是空的

可以放松一些条件使得问题变简单

1. 只要方块A和B位置相邻就可以把A移动到B（不考虑B是否为空的）
2. 只要B位置为空的，就可以把A移动到B（忽略相邻的条件）
3. 任何情况下都可以把A移动到B（忽略两个条件）

构建启发式函数：松弛问题

#3 可以推导出“不在目标位置方块数”(misplaced)的启发式函数

$$h(n) = \text{当前状态与目标状态位置不同的方块数}$$

可采纳性：对于没有在目标位置上的方块，我们需要至少一次动作才能把其移动到目标位置，这个动作的成本大于等于1。

单调性：任何动作都最多只能消除一个不在目标状态上的方块，因此对于任何8数码的状态$h(n1) - h(n2) \leq 1 \leq c(n1 \rightarrow n2)$

#1 可以推导出“曼哈顿距离”(Manhattan)的启发式函数

$$h(n) = \text{所有方块到达其目标位置的曼哈顿距离之和}$$

可采纳性：对于每个不在目标位置的方块，都需要至少d个动作才能到达目标位置，其中d是该方块初始位置到目标位置的曼哈顿距离。不同的两个不在目标位置的方块，它们的这些动作是不同的。

单调性：任何动作最多能使一个不在目标位置的方块的曼哈顿距离减少1，因此$h(n1) - h(n2) \leq 1 \leq c(n1 \rightarrow n2)$

构建启发式函数：松弛问题

定理： 在松弛问题中，到达某个节点的最优成本是原始问题中到达该节点的可采纳的启发式函数值

证明:

- 若P是一个初始问题，设P_j是问题P的松弛问题
- 那么 $Sol(P) \subseteq Sol(P_j)$，$Sol(P)$表示问题$P$的解节点集
- 于是$mincost\left(Sol(P_j)\right) \leq mincost\left(Sol(P)\right)$，$mincost(S)$表示到达节点集$S$中的节点的最小成本
- 因此 $h(n) \leq h^*(n)$

比较两种启发式函数

定义：假如启发式函数h1和h2都是可采纳的，并且对于除了目标节点之外的其他节点，都有$h1(n) \leq h2(n)$，我们称h2函数**支配**了h1函数（或者h2函数比h1含有更多信息）

定理：假如h2函数**支配**了h1函数，那么在使用A*算法时，使用h2函数扩展的节点，使用h1函数也会扩展到。

Depth	IDS	A*(Misplaced) **h1**	A*(Manhattan) **h2**
10	47,127	93	39
14	3,473,941	539	113
24	---	39,135	1,641

使用带环检测的A*算法解决8数码问题

采用Manhattan启发式函数，用带环检测的A*搜索初始状态和目标状态如下图所示的8数码问题，画出搜索图，图中标明所有节点的f, g, h值

初始:

2	8	3
1	6	4
7		5

目标:

1	2	3
8		4
7	6	5

积木世界规划

现有积木若干，积木可以放在桌子上，也可以放在另一块积木上面。有两种操作：

① move(x, y)：把积木x放到积木y上面。前提是积木x和y上面都没有其他积木。

② moveToTable(x)：把积木x放到桌子上，前提是积木x上面无其他积木，且积木x不在桌子上。

设计本问题的一个启发式函数h(n)，满足$h(n) \le h^*(n)$，然后用A*搜索初始状态和目标状态如下图所示的规划问题：

初始：	目标：
a	c
b	a
c	b

积木世界规划

- 积木处于其目标位置：以该积木为顶的塔出现在目标状态中
- 启发式函数：令h(n)为状态n中不在目标状态的积木数
- 可采纳性：对于每个不在目标位置的积木，需要至少1步动作来使得其到达目标位置。每块不在目标位置的积木要移动到目标位置的动作都不相同（即不存在一个动作使得两块积木同时到达目标位置的情况）
- 单调性：任何动作最多都只能消除一个不在目标位置的积木

积木世界规划

- 是否可以设计一个更好的具有可采纳性的启发式函数?
- （考虑下面的策略）
- 当积木x已经处于其目标位置，我们说x是一个good tower
- 如果当前状态下采取某一个动作可以创建一个good tower，则进行该动作；
- 否则，把一个积木移到桌上，但要确保移动的这个积木不是good tower

滑动积木游戏

- 一个盒子中有七个格子，里面放了黑色，白色两种木块；
- 三个黑色在左边，三个白色在右边，最右边一个格子空着；
- 一个木块移入相邻空格，耗散值（成本）为1；
- 一个木块相邻一个或两个其他木块跳入空格，耗散值（成本）为跳过的木块数；
- 游戏中将所有白色木块跳到黑色木块左边为成功。

滑动积木游戏

- 令$h(n)$为每个白色木块前的黑色木块数目和
- $EX \rightarrow XE, EXY \rightarrow YXE, EXYZ \rightarrow ZXYE$
- 每个代价为1的动作使$h(n)$至多下降1
- 每个代价为2的动作使$h(n)$至多下降2
- 因此$h(n)$是单调的

传教士和野蛮人的问题

- 有N个传教士和N个野蛮人在河的左岸
- 有一艘可以载K个人的小船
- 寻求一种可以把所有人运到河的右岸的方法
- 并且要求无论何时何地 (在河的任意岸或在小船上):

  传教士的人数 $\geq$ 野蛮人的人数 或 传教士的人数 $= 0$

形式化传教士和野蛮人的问题

- 状态 (M, C, B) 表示：M – 左岸的传教士的人数，C –左岸的野蛮人的人数，B = 1表示小船在河的左岸
- 动作 (m, c) 表示：m – 小船上的传教士的人数，c –小船上的野蛮人的人数
- 前提条件：传教士的人数和野蛮人的人数满足题目中的约束
- 动作的效果

$$(\mathrm{M},\ \mathrm{C},\ 1) \rightarrow (m, c) \rightarrow (M - m, C - c, 0)$$

$$(\mathrm{M},\ \mathrm{C},\ 0) \rightarrow (m, c) \rightarrow (M + m, C + c, 1)$$

对于K≤3时的启发式函数

$h1(n) = M + C$的启发式函数是可采纳的吗?

不是，考虑状态 (1, 1, 1)时，

$h1(n) = 2$，但$h^*(n) = 1$

假设$h(n) = M + C - 2B$

单调性:

$$(\mathrm{M},\ \mathrm{C},\ 1) \rightarrow (m, c) \rightarrow (M - m, C - c, 0)$$

$$h(n_1) - h(n_2) = m + c - 2 \leq K - 2 \leq 1$$

$$(\mathrm{M},\ \mathrm{C},\ 0) \rightarrow (m, c) \rightarrow (M + m, C + c, 1)$$

$$h(n_1) - h(n_2) = 2 - (m + c) \leq 1, since\, m + c \geq 1$$

直接证明可采纳性

当 B = 1，

在最好的情形下,我们在最后一步把3个人送到河的右岸

在此之前，我们可以把三个人送到右岸，再由一个人把船摆

渡到左岸。因此，每次来回都只能渡2个人过河，

因此，我们需要$\geq 2\lceil\frac{M+C-3}{2}\rceil+1 \geq M+C-2$个动作

当 B = 0，

我们需要一个人将船摆渡到左岸，这样就形成了B = 1的情

形。现在我们需要把M + C + 1的人摆渡到右岸

因此，我们总共需要≥ M + C + 1 - 2 + 1 = M + C个动作

练习

利用带环检测的宽度优先搜索解决$N = 3, K = 2$的传教士和野蛮人的问题

练习

利用带环检测的A*搜索解决$N=5, K=3$的传教士和野蛮人的问题