

## الدرس الأول / الاقتران الزوجي والاقتران الفردي

**الاقتران :** هو علاقة من المجموعة أ الى المجموعة ب ، بحيث يرتبط كل عنصر من عناصر المجموعة أ بعنصر واحد فقط من عناصر المجموعة ب .

### أولاً : الاقتران الزوجي :

هو الاقتران الذي يحقق  $f(s) = (-s)$  ، لكل  $s \in E$  ، ومنحناه متماثل حول محور الصادات .

**مثال ( ١ ) :** أثبت جبرياً أن الاقتران زوجي

$$(١) \quad f(s) = (-s) = -s^2 = -s^4 + s^2 = f(s^2 + s^4)$$

**مثال ( ٢ ) :** أثبت عددياً أن الاقتران زوجي :-

$$(٢) \quad f(s) = (-s) = -s^3 = -s^5 + s^2 = f(s^2 + s^5)$$

### ثانياً : الاقتران الفردي :

هو الاقتران الذي يحقق  $f(s) = (-s)$  ، لكل  $s \in E$  ، ومنحناه متماثل حول محور نقطة الأصل .

**مثال ( ٣ ) :** أثبت جبرياً أن الاقتران فردي

$$(١) \quad f(s) = (-s) = -s^3 = -s^3 + s^3 = f(s^3 + s^3)$$

**مثال ( ٤ ) :** أثبت عددياً أن الاقتران فردي :-

$$(٢) \quad f(s) = (-s) = -s^2 = -s^2 + s^3 = f(s^2 + s^3)$$

**السؤال الأول : بين جبرياً أي من الاقتترانات التالية ( زوجي - فردي - غير ذلك )**

$$(2) \quad \text{وه (س) = س}^3 - 5\text{س} + 1$$

$$(1) \quad \text{وه (س) = س}^2 - 3$$

**السؤال الثاني : بين عددياً أي من الاقتترانات التالية ( زوجي - فردي - غير ذلك )**

$$(2) \quad \text{وه (س) = س}^3 - 5\text{س}$$

$$(1) \quad \text{وه (س) = س}^2 - 3$$

**السؤال الثالث : اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :**

(1) أي من الاقتترانات التالية تمثل اقتران فردي ؟

(أ)  $\text{وه (س) = س}^3 - 1$  (ب)  $\text{وه (س) = س}^0$  (ج)  $\text{وه (س) = س}^4 - 1$  (د)  $\text{وه (س) = س}^2 + \text{س}$

(2) أي من الاقتترانات التالية يمثل اقتران زوجي ؟

(أ)  $\text{وه (س) = س} - \text{س}^0$  (ب)  $\text{وه (س) = س}^3$  (ج)  $\text{وه (س) = س}^4 + 1$  (د)  $\text{وه (س) = س}^3 + \text{س}$

(3) إذا كان  $\text{وه (س) = س}^3$  اقتران زوجي فإن  $\text{وه (3) =}$

(أ)  $\text{وه (3) =}$  (ب)  $\text{وه (3) =}$  (ج)  $\text{وه (3) =}$  (د)  $\text{وه (1) =}$

(4) أي من العبارات الآتية هي عبارة صائبة ؟

(أ) الاقتران الفردي متماثل حول محور الصادات . (ب) الاقتران الزوجي متماثل حول محور السينات .

(ج) الاقتران الزوجي فيه  $\text{وه (س) = (س) - وه (س)}$  . (د)  $\text{وه (س) = س} - \text{س}^2 + 1$  يمثل اقتران فردي .

## الدرس الثاني / تمثيل الاقترانات باستخدام الانسحاب

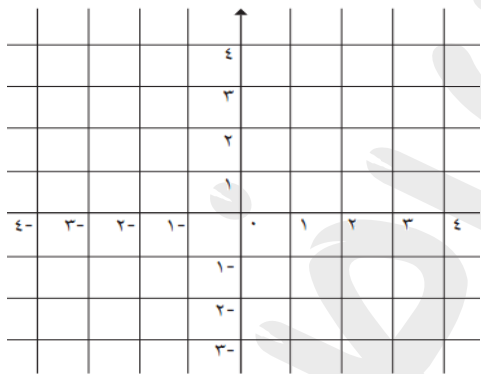
- ملاحظة :** صورة النقطة ( س ، ص ) بانسحاب بمقدار ( م ) الى اليمين هو \_\_\_\_\_ .  
 صورة النقطة ( س ، ص ) بانسحاب بمقدار ( م ) الى اليسار هو \_\_\_\_\_ .  
 صورة النقطة ( س ، ص ) بانسحاب بمقدار ( ن ) الى الأعلى هو \_\_\_\_\_ .  
 صورة النقطة ( س ، ص ) بانسحاب بمقدار ( ن ) الى الأسفل هو \_\_\_\_\_ .

### قاعدة :

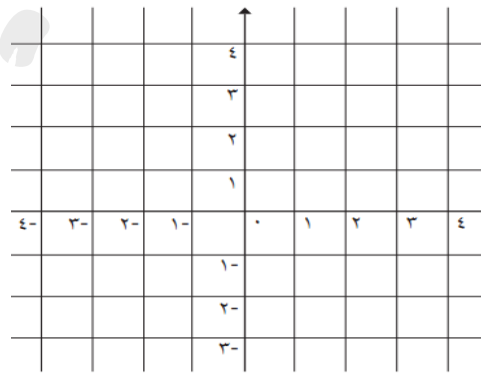
- منحنى الاقتران  $ص = ق(س) + ج$  ، هو انسحاب لمنحنى  $ق(س)$  بمقدار  $ج$  وحدة الى أعلى .  
 منحنى الاقتران  $ص = ق(س) - ج$  ، هو انسحاب لمنحنى  $ق(س)$  بمقدار  $ج$  وحدة الى أسفل .  
 منحنى الاقتران  $ص = ق(س + ج)$  ، هو انسحاب لمنحنى  $ق(س)$  بمقدار  $ج$  وحدة الى اليسار .  
 منحنى الاقتران  $ص = ق(س - ج)$  ، هو انسحاب لمنحنى  $ق(س)$  بمقدار  $ج$  وحدة الى اليمين .

### السؤال الأول : أرسم منحنى الاقترانات التالية :-

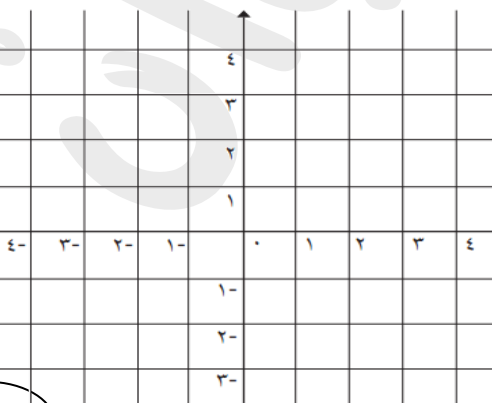
(٢)  $ص = ق(س) - ٢$



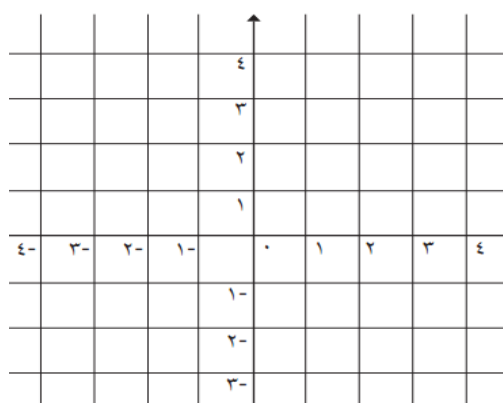
(١)  $ص = ق(س) + ٢$



(٢)  $ص = ق(س + ١) - ٢$

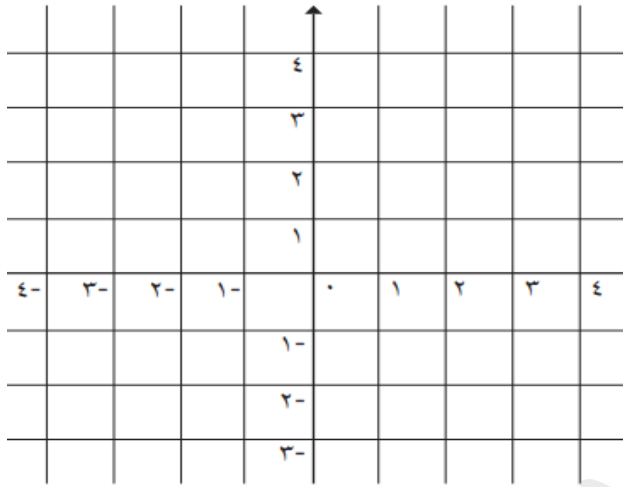


(٣)  $ص = ق(س) + ١ - ٢$

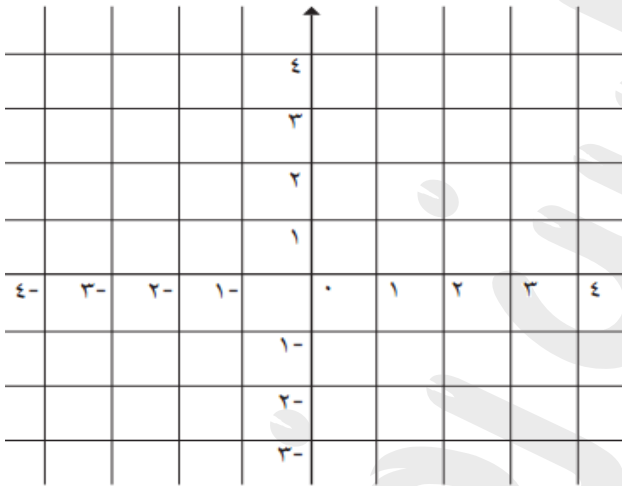


**السؤال الثاني : باستخدام فكرة اكمال المربع ، أرسم منحنى الاقتارات التالية :-**

(١)  $٥ + ٤س + س^٢ = (س)$



(٢)  $٨ + ٦س - س^٢ = (س)$



**السؤال الثالث : اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :-**

(١) الاقتران الذي منحناه انسحاب لمنحنى  $س^٢$  إلى اليمين بمقدار وحدتين متبوعاً بوحدة إلى الأسفل هو

- (أ)  $١ - ٢(٢ + س) = (س)$  (ب)  $١ + ٢(٢ - س) = (س)$   
(ج)  $١ + ٢(٢ + س) = (س)$  (د)  $١ - ٢(٢ - س) = (س)$

(٢) صورة النقطة  $(٣ ، -٥)$  بانسحاب وحدتين إلى اليسار و ثلاث وحدات إلى الأعلى هي :

- (أ)  $(٢ ، -٥)$  (ب)  $(١ ، -٢)$  (ج)  $(٥ ، -٨)$  (د)  $(١ ، -٨)$

(٣) صورة النقطة  $(١ ، ٧)$  بانسحاب وحدة إلى اليمين و ٦ وحدات إلى الأسفل

- (أ)  $(٢ ، ٧)$  (ب)  $(٢ ، ١)$  (ج)  $(٠ ، ١٤)$  (د)  $(٠ ، ٧)$

## الدرس الثاني / تمثيل الاقتترانات باستخدام الانعكاس

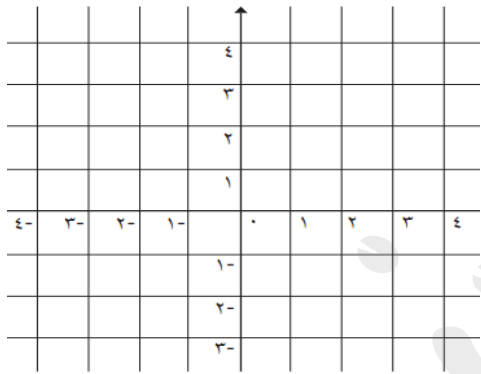
- ملاحظة :** صورة النقطة (س ، ص) بانعكاس في محور السينات هي \_\_\_\_\_ .  
صورة النقطة (س ، ص) بانعكاس في محور الصادات هي \_\_\_\_\_ .

### قاعدة :

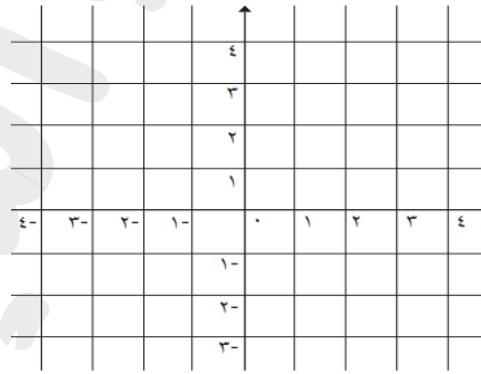
- منحنى الاقتران  $ص = - ق(س)$  ، هو انعكاس لمنحنى  $ق(س)$  في محور السينات .  
منحنى الاقتران  $ص = ق(-س)$  ، هو انسحاب لمنحنى  $ق(س)$  في محور الصادات .

### السؤال الأول : أرسم منحنى الاقتترانات التالية :-

$$(2) \quad \sqrt{1+s} = ق(س)$$



$$(1) \quad ق(س) = -(س^2 + 1)$$



### السؤال الثاني : اختر الاجابة الصحيحة فيما يلي :-

- (1) منحنى الاقتران  $ق(س) = -س^2 + 1$  هو انعكاس لمنحنى  $ق(س) = س^2$  في  
(أ) محور السينات (ب) محور الصادات (ج) محور  $س = ص$  (د) محور  $س = 2$  ص
- (2) منحنى الاقتران  $ق(س) = \sqrt{1+s}$  هو انعكاس لمنحنى  $ق(س) = \sqrt{s}$  في  
(أ) محور السينات (ب) محور الصادات (ج) محور  $س = ص$  (د) محور  $س = 2$  ص
- (3) صورة النقطة  $(2, -3)$  بانعكاس في محور الصادات هي :  
(أ)  $(-2, -3)$  (ب)  $(2, 3)$  (ج)  $(-2, 3)$  (د)  $(2, -3)$
- (4) منحنى الاقتران  $ق(س) = س^2$  بانسحاب وحدتين الى اليمين وانعكاس في محور السينات هو  
(أ)  $ق(س) = (س+2)^2$  (ب)  $ق(س) = -(س-2)^2$   
(ج)  $ق(س) = (س-2)^2$  (د)  $ق(س) = -(س+2)^2$

### الدرس الرابع / إشارة الاقتران

#### أولاً : إشارة الاقتران الثابت :

وصورته العامة (  $\forall (س) ج = ج$  ) حيث  $ج \in \mathbb{C}$  ، وتحدد اشارته من خلال ( ج )  
فإذا كانت ج موجبة فإن إشارة الاقتران موجب ، وإذا كانت ج سالبة فإن اشارته سالب .

**مثال :** إشارة الاقتران  $\forall (س) = \sqrt{2}$  هي \_\_\_\_\_ ، بينما إشارة الاقتران  $\forall (س) = -3$  هي \_\_\_\_\_ .

#### ثانياً : إشارة الاقتران الخطي :

وصورته العامة (  $\forall (س) = اس + ب$  ) بحيث (  $س \in \mathbb{C}$  ،  $ا \neq 0$  ) ، وتحدد اشارته من خلال



#### السؤال الأول : عين إشارة الاقترانات التالية :-

( ١ )  $\forall (س) = ٢س + ٦$

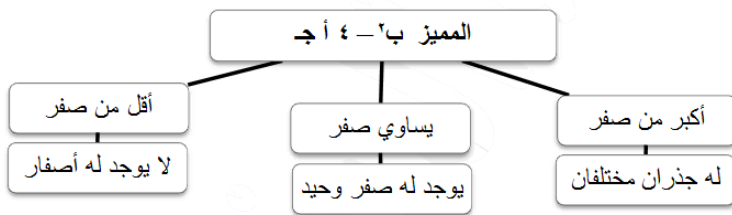
\_\_\_\_\_

( ٢ )  $\forall (س) = ٢ - ٤س$

\_\_\_\_\_

**ثالثاً : اشارة الاقتران التربيعي :** وصورته العامة  $(\psi (s) = s^2 + bs + c)$

حيث (  $1 \neq 0$  ) ، وهنا يجب ايجاد المميز (  $b^2 - 4ac$  ) ونستعرض حالاته الثلاث :



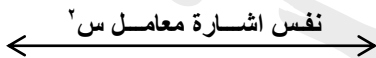
للاقتران جذران مختلفان فإن اشارة الاقتران ( على الأطراف مع اشارة س<sup>٢</sup> وبين الصفرين عكس اشارة س<sup>٢</sup> )



للاقتران جذر وحيد فإن إشارة الاقتران ( كلها نفس إشارة  $s^2$  ما عدا عند صفر الاقتران لا يوجد إشارة ) .



ولكن اذا لم يكن للاقتران أي **جذور** ( لم يقطع محور السينات ) فإن إشارة الاقتران (كلها نفس إشارة س<sup>٢</sup>) .



**السؤال الثاني : عين اشارة الاقترانات التالية :-**

(۱)  $و(س) = س^۲ - س - ۶$

(۲) وہ (س) = ۹ - س<sup>۲</sup>

**السؤال الثاني : عين اشارة الاقترانات التالية :-**

$$(2) \text{ و } (س) = -س^2 + 2س - 5$$

$$(1) \text{ و } (س) = 8س^2 - 6س + 1$$

أخيراً : اشارة الاقتران النسبي : وصورته العامة  $(س) = \frac{ل(س)}{م(س)}$  حيث  $(م(س) \neq 0)$  ،

**السؤال الثالث : عين اشارة الاقترانات التالية :-**

$$(2) \text{ و } (س) = \frac{5س^2 + 6س + 5}{4س - 2}$$

$$(1) \text{ و } (س) = \frac{3س + 3}{3س^2 - 2س - 3}$$



الدرس الخامس / حل المتباينات

**السؤال الأول : أوجد مجموعة حل المتباينات التالية : -**

$$(٢) \quad ١ \geq \frac{س}{٢} + ٣$$

$$(٢) \quad ٢ > ٨ - ٢س$$

$$(٤) \quad ٣س - ٤ \leq ٧ + س$$

$$(٣) \quad ٢ > ٣(س - ٢)$$

$$(٦) \quad ٥ - ٢س \leq ٠$$

$$(٥) \quad ١٦ < ٢س$$

(٧)  $س^2 - ٣س \geq ٠$

(٨)  $س^2 - ٦س > ٥$

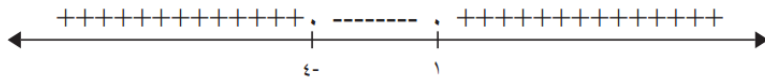
**السؤال الثاني : أجب عن الأسئلة التالية كما هو مطلوب : -**

(١) ما هو العدد ( س ) الذي مربعه أصغر منه ؟

(٢) أكتب المتباينة من الدرجة الثانية الممثلة بالشكل المجاور على خط الأعداد ؟



٣) أكتب المتباينة من الدرجة الثانية التي تظهر مجموعة حلها على خط الأعداد ؟



### السؤال الثالث : أجب عن السؤال التالي :-

١) محل لبيع الفطائر حدد ربحه بالعلاقة  $ر = ١٠٠ - (س - ١,٧٥) + ٣٠٠$  ،

حيث س : سعر بيع الفطيرة ، فكم ديناراً يربح صاحب المحل ؟

أ) اذا باع الفطيرة بسعر ١,٥ ديناراً .

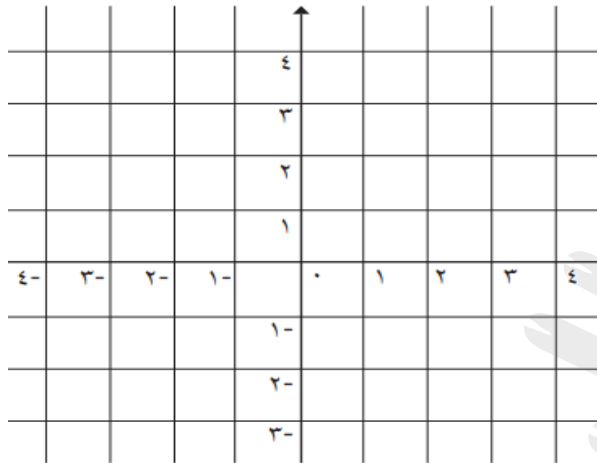
ب) اذا باع الفطيرة بسعر ١,٢٥ ديناراً .

ت) ما السعر الذي يمكن أن يبيع به الفطيرة ، ليكون ربحه أكثر من ٢٥٠ ديناراً .

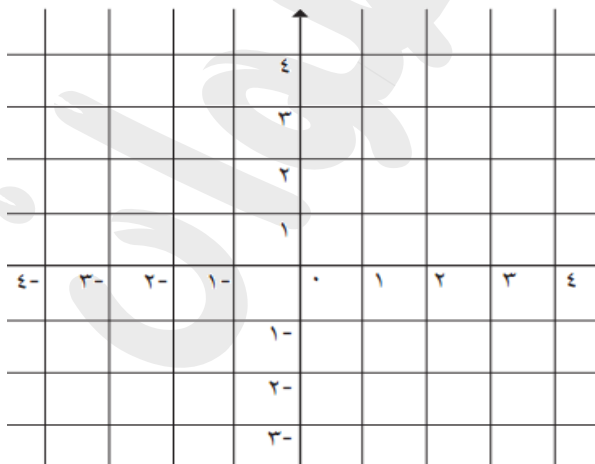
الدرس السادس / الاقتران متعدد القاعدة

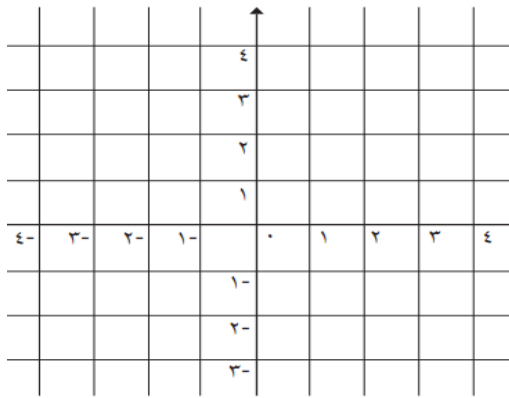
**السؤال الأول : أوجد مجموعة حل المتباينات التالية : -**

$$(1) \left. \begin{array}{l} 2 > s \\ 2 \leq s \end{array} \right\} = (s) \text{ أمثل بيانياً منحنى الاقتران الذي قاعدته } (s)$$

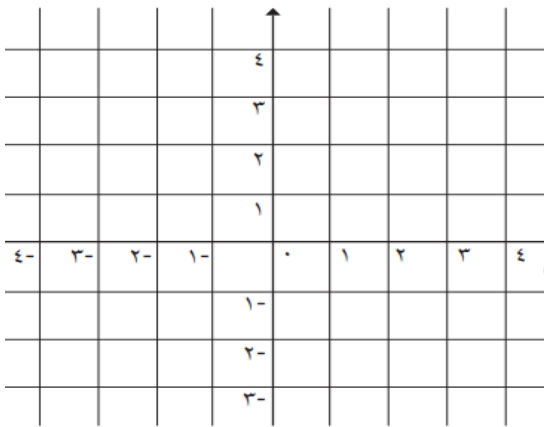


$$(2) \left. \begin{array}{l} 2- > s \\ 1 > s \geq 2- \\ s \leq 1 \end{array} \right\} = (s) \text{ أمثل بيانياً منحنى الاقتران } (s)$$

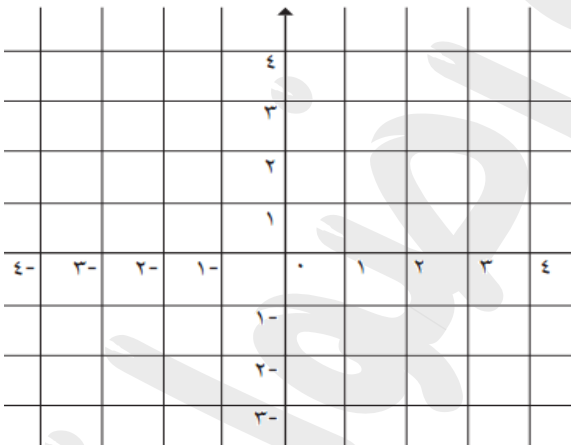




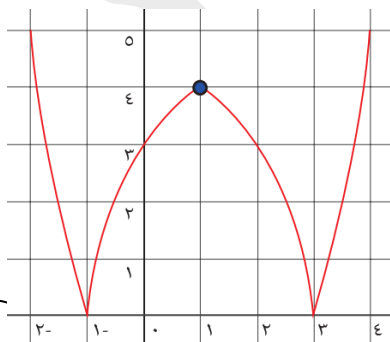
٣) أمثل بيانياً منحنى الاقتران  $و(س) = |٢س - ٤|$



٤) أمثل بيانياً منحنى الاقتران  $و(س) = |٣س - ٢س|$



٥) أمثل بيانياً منحنى الاقتران  $و(س) = |٢س + ٥س - ٦|$



٦) من الشكل المجاور ، أكمل الفراغات المطلوبة

أ) أصفار الاقتران هما \_\_\_\_\_ ، \_\_\_\_\_ .

ب) رأس المنحنى هو ( \_\_\_\_\_ ، \_\_\_\_\_ ) .

ت) قاعدة الاقتران الممثل هو \_\_\_\_\_ .

## الدرس السابع / اقترانات أكبر عدد صحيح

اقتران أكبر عدد صحيح للعدد س :

هو أكبر عدد صحيح أقل من أو يساوي العدد س ويرمز له بالرمز  $[ ]$  .

قاعدة : لكل  $s \in \mathbb{Z}$  ، فإذا كان  $s = [s]$  ، فإن  $s \geq s > s + 1$  ،

وكذلك إذا كان  $s = [s + 1]$  ، فإن  $s \geq s + 1 > s + 2$  ،  $s \in \mathbb{Z}$  .

**السؤال الأول : أوجد مجموعة حل المعادلات التالية ثم مثل على خط الأعداد : -**

$$(2) \quad x = [3 - 2s]$$

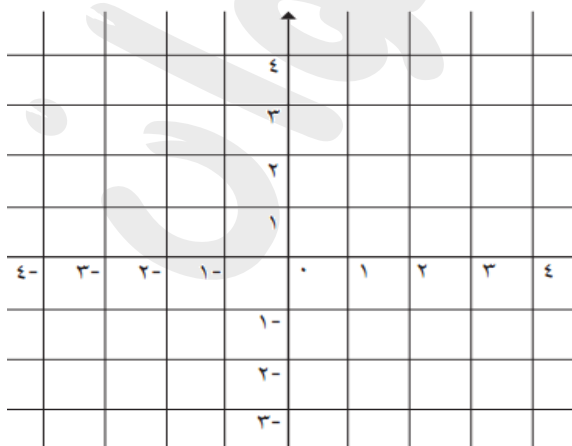
$$(1) \quad x = [3 + s + 1]$$

ملحظة : في الاقتران الصحيح يطلق عليه الاقتران السلمي وطول درجته  $\frac{1}{n}$

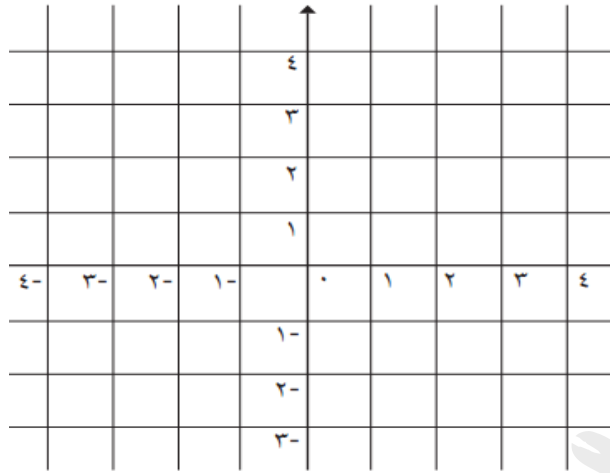
**السؤال الثاني : -**

(1) أكتب الاقتران  $s = [3 - s]$  ، باعتباره متعدد القاعدة في الفترة  $[-1, 3]$  ،

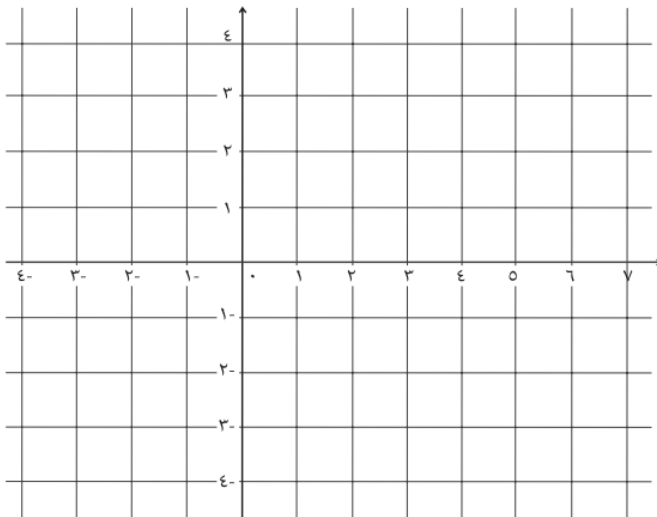
ثم مثل منحنى الاقتران بيانياً .



٢) أكتب الاقتران  $h(s) = [0 - 10s]$  ، باعتباره متعدد القاعدة في الفترة  $[-2, 2]$  ،  
ثم مثل منحنى الاقتران بيانياً .

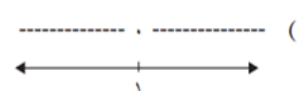
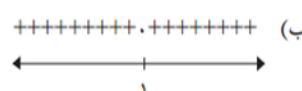
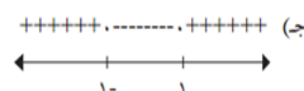
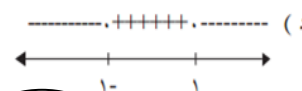


٣) أكتب الاقتران  $h(s) = \left[3 - \frac{1}{2}s\right]$  ، باعتباره متعدد القاعدة في الفترة  $[-2, 7]$  ،  
ثم مثل منحنى الاقتران بيانياً .



## الدرس الثامن / تمارين عامة

### السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي -

- ٥) أي من الاقترانات التالية تمثل اقتران فردي ؟  
 (أ)  $s^2 - s^3 = (s)$  (ب)  $s^2 = (s)$  (ج)  $s^3 - 1 = (s)$  (د)  $s^3 + s = (s)$
- ٦) أي من الاقترانات التالية يمثل اقتران زوجي ؟  
 (أ)  $s^2 - s^3 = (s)$  (ب)  $s^3 = (s)$  (ج)  $s^4 - 1 = (s)$  (د)  $s^4 + s = (s)$
- ٧) قاعدة الاقتران التي تمثل انسحاب منحنى ق (س) وحدتين الى اليسار ثم وحدتين إلى الأعلى هي :  
 (أ)  $s + (s) + 4$  (ب)  $s - (s) - 4$  (ج)  $s + (s) + 2$  (د)  $s - (s) - 2$
- ٨) انعكاس منحنى الاقتران ق(س) في محور السينات هو :  
 (أ)  $s - (s)$  (ب)  $s - (s)$  (ج)  $s - (s)$  (د)  $s - (s)$
- ٩) أي من العبارات الآتية هي عبارة صائبة ؟  
 (أ) محور السينات هو محور تماثل الاقتران الفردي (ب) محور الصادات هو محور تماثل الاقتران الفردي  
 (ج) محور السينات هو محور تماثل الاقتران الزوجي (د) محور الصادات هو محور تماثل الاقتران الزوجي
- ١٠) طول درجة الاقتران  $s = [3 - 2s]$  هي :  
 (أ)  $\frac{1}{2}$  (ب)  $\frac{1}{3}$  (ج) ١ (د) ٢
- ١١) أي من الاقترانات التالية يمثل اقتران نسبي :  
 (أ)  $\frac{3}{s^2}$  (ب)  $\frac{s^2 - 1}{s}$  (ج)  $\frac{1}{s}$  (د)  $\frac{s - 1}{s}$
- ١٢) محور تماثل الاقتران  $s = |10 - 2s|$  هو  
 (أ)  $s = 5$  (ب)  $s = 5$  (ج)  $s = 5$  (د)  $s = 5$
- ١٣) أي من الخطوط التالية تمثل إشارة الاقتران  $s = (s - 1)(1 - s)$  :  
 (أ)  (ب)  (ج)  (د) 



**السؤال الثاني : -**

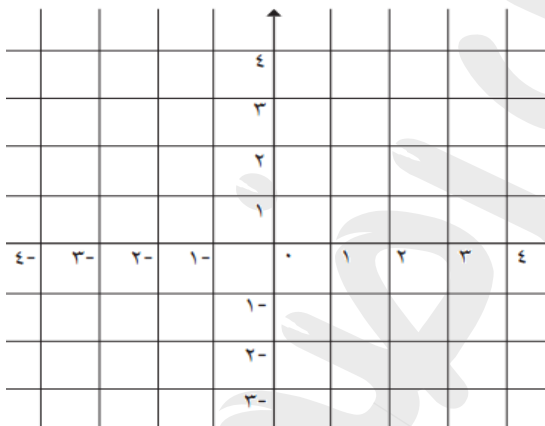
أتحقق من أن : حاصل ضرب اقترانين فرديين هو اقتران زوجي .

**السؤال الثالث : -**

أوجد مجموعة حل المتباينة  $(س - ١)^٢ - ٤ \leq ٠$  ، ثم أمثلها على خط الأعداد .

**السؤال الرابع : -**

(١) أكتب الاقتران  $ه(س) = |س^٢ - ٩|$  باعتباره اقتران متعدد القاعدة ثم مثل بيانياً منحنى الاقتران



انتهت الوحدة الأولى بحمد الله تعالى

**أطيب أمنياتي لكم**

أ. علاء الدين خضر رضوان

(0592201087)