



Politecnico
di Bari



DIPARTIMENTO DI
INGEGNERIA ELETTRICA
E DELL'INFORMAZIONE

APPUNTI DEL CORSO DI AZIONAMENTI ELETTRICI

FRANCESCO CUPERTINO

v.2.4 ultimo aggiornamento 23 novembre 2018

Copyright (C) 2016 Francesco Cupertino.

Permission is granted to copy, distribute and/or modify this document under the terms of the GNU Free Documentation License, Version 1.3 or any later version published by the Free Software Foundation; with no Invariant Sections, no Front-Cover Texts, and no Back-Cover Texts.

A copy of the license is included in the section entitled "GNU Free Documentation License".

Una traduzione in Italiano dei termini di licenza può essere trovata al seguente link:

<http://katolaz.homeunix.net/gplv3/gplv3-it-final.html>

Indice

Prefazione	6
1 Introduzione agli azionamenti elettrici	7
1.1 Definizione di azionamento elettrico secondo la norma CEI 301-1:	7
1.2 Classificazione degli azionamenti elettrici	8
1.2.1 Azionamenti con motori a corrente continua	8
1.2.2 Azionamenti con motori in corrente alternata.	8
1.3 Considerazioni comparative sui motori c.a.	9
2 Azionamenti con Motore sincrono a magneti permanenti (PMSM)	12
2.1 Introduzione	12
2.2 Motore sincrono a magneti permanenti superficiali	13
2.3 Motore sincrono a magneti permanenti interni	16
2.4 Modello matematico del motore sincrono a magneti permanenti	20
2.4.1 Modello in coordinate di fase	20
2.4.2 Sistema di riferimento α - β	21
2.4.3 Sistema di riferimento d-q	24
2.4.4 Equazioni del PMSM in coordinate d-q	25
2.4.5 Equazione elettromecanica	26
2.5 Diagramma a blocchi della macchina a magneti permanenti	30
2.6 Disaccoppiamento degli assi d e q	32
2.7 Caratteristica meccanica del PMSM	35
2.7.1 Andamento della velocità del motore nel tempo in funzione della coppia di carico applicata	37
2.8 Controllo della velocità	38
2.9 Controllo della coppia	40
2.10 Diagramma a blocchi dell'azionamento elettrico	43
2.11 Controllo della corrente	45
2.11.1 Implementazione digitale dello schema di controllo.	48
2.12 Sintesi del regolatore di corrente: criterio del modulo ottimo	49
2.12.1 Analisi del regolatore nel dominio della frequenza	54
2.13 Progetto del regolatore in funzione del margine di fase e della pulsazione di crossover	58
2.14 Regolazione della velocità	59
2.15 Sintesi del regolatore di velocità: criterio dell'ottimo simmetrico	64
2.15.1 Diagrammi di bode: criterio dell'ottimo simmetrico	66
2.15.2 Determinazione della pendenza della rampa di avviamento	69
2.16 Controllo della posizione	71
2.16.1 Inseguimento della traiettoria	73
3 Misura della posizione	78
3.1 Encoder incrementale	78
3.1.1 Calcolo della velocità media	80
3.1.2 Impulso di zero (tacca di zero)	82
3.2 Encoder assoluto	83
3.3 Resolver	84
4 Accoppiamento tra motore e carico	87
4.1 Modello matematico dell'oscillatore a due masse	87
4.1 Risposta dinamica degli anelli di posizione	91
4.1.1 Progetto del regolatore di posizione, misura indiretta	91
4.1.2 Progetto del regolatore di posizione, misura diretta	96
4.2 Errore di circolarità	97
5 Traiettorie e criteri di dimensionamento	104
5.1 Traiettorie polinomiali	104
5.1.1 Traiettoria di I grado: la traiettoria lineare	105
5.1.2 Traiettoria di II grado: la traiettoria parabolica	107
5.1.3 Traiettoria di III grado: la traiettoria cubica	110

5.1.4	Traiettoria di V grado	112
5.1.5	Traiettoria di VII grado	114
5.1.6	Traiettoria di tempo minimo dati ω_{LIM} e a_{LIM}	115
5.2	Traiettorie trigonometriche	117
5.2.1	Traiettoria armonica	117
5.2.2	Traiettoria cicloideale	118
5.3	Criterio di dimensionamento di un azionamento elettrico per una data traiettoria	118
5.4	Notch filter per l'attenuazione delle oscillazioni	123
5.4.1	Reiezione al disturbo	127
5.4.2	Luogo delle radici	128
6	Motori Lineari	130
6.1	Tipologie di motori lineari	130
6.1.1	Motori lineari monolateri	131
6.1.2	Motori lineari bilateri	131
6.1.3	Motori lineari tubolari	131
6.2	Macchina cilindrica	132
6.3	Modello della macchina lineare	134
6.4	Modello della parte elettromeccanica	136
6.5	Macchina tubolare	138
7	Azionamenti con motori ad induzione	140
7.1	Controllo scalare di motori ad induzione	140
7.1.1	Ipotesi: $\omega_S \approx \omega_r$ e $E_{MS} \approx VS$	143
7.1.2	Ipotesi: $\omega_S \neq \omega_r$ e $E_{MS} \approx VS$	145
7.1.3	Ipotesi: $E_{MS} \neq VS$	146
7.2	Modelli matematici del motore ad induzione validi in regime dinamico	148
7.2.1	Equazioni di statore e di rotore nel sistema di riferimento stazionario (α, β)	148
7.2.2	Equazioni di statore e di rotore nel sistema di riferimento rotante (d, q)	152
7.3	Modelli per la simulazione del motore ad induzione	157
7.3.1	Modello per la simulazione del motore ad induzione nel sistema di riferimento stazionario (α, β)	157
7.3.2	Modello per la simulazione del motore ad induzione nel sistema di riferimento rotante (d, q)	158
7.4	Controllo diretto ed indiretto di un motore ad induzione	159
7.5	Il controllo diretto e i modelli per la stima del flusso di rotore del motore ad induzione	160
7.5.1	Modello per la stima del flusso di rotore nel sistema di riferimento stazionario (α, β)	160
7.5.2	Modello per la stima del flusso di rotore nel sistema di riferimento rotante solidale con il rotore	161
7.6	Il progetto dei regolatori per il controllo diretto	162
7.6.1	Progetto del regolatore di coppia o della componente della corrente di statore secondo l'asse q	163
7.6.2	Progetto del regolatore di velocità	166
7.6.3	Progetto del regolatore della componente della corrente di statore secondo l'asse d	170
7.6.4	Progetto del regolatore di corrente che genera il flusso di rotore	172
7.7	Il controllo indiretto del motore ad induzione e il modello "slip compensation"	174
7.8	Effetti degli errori di stima di θ_ϕ	175
7.9	Controllo a velocità superiore a quella nominale	176
8	Motori sincroni a riluttanza	180
8.1	Modello matematico di un motore sincrono a riluttanza	181
8.1.1	Equazione elettromeccanica	182
8.2	Struttura dello schema di controllo	183
8.3	Strategie di controllo	184
8.3.1	Controllo a tsd costante	184
8.3.2	Controllo dell'angolo δ	185
8.3.3	Massima coppia per unità di corrente	185
8.3.4	Massimo fattore di potenza	186
8.3.5	Massima coppia per flusso di statore	188
8.4	Confronto tra i diversi criteri	189
9	Controllo sensorless di macchine a magneti permanenti	191
9.1	Introduzione	191
9.2	Controllo I-F	192
9.3	Osservatore di posizione basato sulla stima della back-EMF	195
9.4	Stima della velocità	198

9.5	Transizione da IF a controllo vettoriale in anello chiuso	199
9.6	Bibliografia	202
10	Modelli di inverter PWM	203
11	Sistemi di protezione per gli azionamenti elettrici	217
11.1.1	Protezione per sottotensione	219
11.1.2	Protezione per sovrattensione	219
11.1.3	Protezione per sovraccorrente	220
11.1.4	Protezione per cortocircuito fase-terra	221
11.1.5	Protezione per sovrattemperatura del convertitore	222
11.1.6	Protezione per sovraccarico del motore	222
12	Motori BLDC	223
13	Prova di laboratorio: progetto del regolatore di velocità di un motore a corrente continua	224
13.1	Descrizione del banco di prova	224
13.2	Modello del plant	224
13.3	Progetto secondo il criterio del modulo ottimo	226
13.4	Progetto secondo il criterio dell'ottimo simmetrico	229
13.5	Filtro di smoothing	231
13.6	Valori di set point	233
14	GNU Free Documentation License	234

PREFAZIONE

Questo documento è rivolto principalmente agli studenti del corso di Azionamenti Elettrici del Politecnico di Bari, erogato al secondo anno delle lauree magistrali in Ingegneria Elettrica ed Ingegneria dell'Automazione. Spero che le informazioni contenute possano rendere più agevole e fruttuosa la preparazione dell'esame. Gli appunti trattano principalmente la modellazione ed il controllo degli azionamenti elettrici in corrente alternata. Rispetto al programma del corso, gli appunti non sono ancora completi. Per alcuni contenuti, sono riportate le slide utilizzate a lezione. I contenuti di questi appunti potrebbero anche interessare ingegneri e tecnici che volessero approfondire lo studio degli azionamenti elettrici in corrente alternata comprendendone i principi di funzionamento.

Questo lavoro non sarebbe stato possibile senza gli insegnamenti del mio Maestro, prof. Luigi Salvatore, il contributo sempre disponibile ed affidabile del prof. Silvio Stasi e l'aiuto di tanti studenti che negli ultimi anni hanno permesso di riordinare gli appunti e sistemare figure ed equazioni. Correndo il rischio di dimenticare qualcuno, ringrazio in modo particolare: Luisa Balenzano, Paolo Cagnetta, Elsa Carparelli, Leo Cascella, Ruggiero Chiariello, Francesca Corvasce, Stefano Ettorre, Anna Filippetti, Luigi Fiore, Paolo Giangrande, Alessandra Guagnano, Erika Lino, Marco Leonardo Marino, Nadia Salvatore, Giovanni Secondino e Girolamo Pellicciari.

1 INTRODUZIONE AGLI AZIONAMENTI ELETTRICI

1.1 DEFINIZIONE DI AZIONAMENTO ELETTRICO SECONDO LA NORMA CEI 301-1:

“Un azionamento elettrico è un sistema che converte energia elettrica in meccanica con l’ausilio di apparecchiature elettroniche di potenza in accordo con una funzione di comando”.

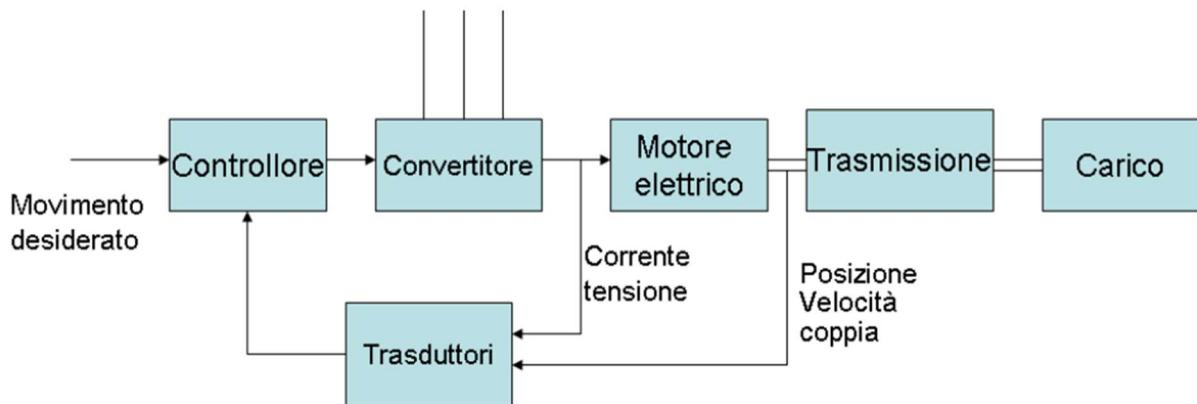


Figura 1.1 - Azionamento elettrico

Un azionamento elettrico è quindi costituito da:

Un **motore elettrico** che rappresenta il sistema di conversione dell’energia elettrica in meccanica. Il motore infatti, alimentato con un dato valore di tensione e frequenza, assorbe corrente e produce coppia all’albero meccanico.

- Un **convertitore di potenza** che regola l’ampiezza e la frequenza della tensione di alimentazione della macchina elettrica.
- Un **controllore** che sulla base della legge del moto che si vuole attuare e sulla base di una serie di misure effettuate sul sistema elettromeccanico, è in grado di controllare il convertitore di potenza in modo da ottenere il movimento desiderato.
- **Trasduttori** che convertono le grandezze fisiche misurate sul campo mediante sensori, in segnali elettrici che possano essere elaborati dal controllore. Le grandezze fisiche misurate sul campo sono:
 - grandezze elettriche rilevate in uscita al convertitore di potenza (tensione e corrente); in generale, il convertitore alimenta il motore con una modulazione di tipo PWM, pertanto risulta più semplice rilevare la forma d’onda di corrente che presenta minor contenuto armonico rispetto alla forma d’onda di tensione.
 - grandezze meccaniche rilevate a valle del motore (velocità, posizione, coppia).

L’azionamento elettrico è poi connesso al carico.

L'accoppiamento motore-carico può essere effettuato in maniera diretta oppure tramite l'interposizione di **organi meccanici di trasmissione**. Quest'ultimi sono generalmente dei riduttori di giri oppure organi di trasformazione del moto che convertono il moto rotatorio del motore in moto lineare (pignone-cremagliera).

1.2 CLASSIFICAZIONE DEGLI AZIONAMENTI ELETTRICI

Gli azionamenti elettrici si possono classificare in base al tipo di motore elettrico impiegato che determinerà il campo di applicazione dell'azionamento stesso.

1.2.1 Azionamenti con motori a corrente continua

Le macchine a corrente continua sono state per anni utilizzate e continuano a trovare applicazione nell'ambito dell'automazione industriale poiché presentano una serie di vantaggi in termini di precisione e facilità di regolazione.

Le macchine a corrente continua con eccitazione indipendente presentano un circuito di eccitazione galvanicamente separato dal circuito di armatura. Pertanto, controllando la corrente di eccitazione i_f e la corrente di armatura i_a , è possibile regolare in maniere indipendente la magnetizzazione della macchina che dipende dalla corrente di eccitazione i_f , e la coppia prodotta dalla macchina che invece dipende dalla corrente di armatura i_a .

Inoltre, essendo tali grandezze continue, è possibile utilizzare convertitori di potenza di costi relativamente bassi, ottenendo quindi automazioni precise a costi relativamente contenuti.

Il principale svantaggio di questo tipo di macchine è la presenza del sistema spazzole-collettore che comporta problemi quali scintillio, usura e manutenzione delle spazzole, limitazione del numero di giri del motore, pericolo in luoghi a rischio di esplosione, che ne limitano l'impiego in molti campi.

1.2.2 Azionamenti con motori in corrente alternata.

I **motori asincroni** sono costruttivamente più semplici e robusti dei motori a corrente continua. Inoltre lo sviluppo dei convertitori elettronici di potenza ha permesso di regolare la velocità di questi motori mediante variazione della frequenza di alimentazione dell'avvolgimento di statore. Pertanto questi motori hanno sostituito in moltissime applicazioni i motori a c.c. Il controllo delle macchine asincrone è più complesso in quanto questo tipo di motore non presenta un circuito di eccitazione galvanicamente separato dal circuito di armatura come il motore a c.c., ma il suo funzionamento viene ricondotto a quello di un motore c.c. mediante un'astrazione matematica. In particolare, la corrente di eccitazione e la corrente di coppia, sono le proiezioni del vettore rappresentativo della corrente di statore in un opportuno sistema di riferimento. Si ottengono pertanto delle prestazioni minori in termini di precisione di regolazione rispetto alle macchine c.c.

I motori asincroni hanno quindi un campo di applicazione molto vasto in termini di potenza (da qualche decina di W a qualche MW), però sono utilizzabili per applicazioni in cui la precisione di regolazione non è essenziale (pompe, compressori, nastri trasportatori, ventilatori) che numericamente rappresentano la maggior parte.

I **motori sincroni** invece, si differenziano in base al tipo di rotore in:

- macchine sincrone a rotore avvolto;

- macchine sincrone a rotore passivo;
- macchine sincrone a magneti permanenti.

I **motori sincroni a rotore avvolto** sono solitamente macchine di grande potenza (dell'ordine dei MW).

Essi sono assimilabili ai motori a c.c. sia come vantaggi che come svantaggi; offrono buone possibilità di regolazione ma presentano il sistema di spazzole-collettore e quindi tutti i problemi ad esso collegati.

Queste macchine sono impiegate come dispositivi di regolazione su tutti i generatori di potenza delle centrali di produzione dell'energia o come rifasatori per un insieme di motori perché sono in grado di fornire il cosφ richiesto, variando la corrente di eccitazione.

I **motori sincroni a rotore passivo o macchine a riluttanza (RMS)** sono invece assimilabili ai motori asincroni dal punto di vista del range di potenza di utilizzo. Tali motori possono sviluppare potenza da qualche W a qualche MW e a parità di taglia, cioè di potenza e dimensione, hanno dei rendimenti leggermente maggiori degli asincroni.

Tuttavia, mentre i motori asincroni possono essere alimentati direttamente dalla rete, i motori a riluttanza essendo macchine sincrone non si auto-avviano. La flessibilità di utilizzo degli asincroni ha fatto sì che le case costruttrici si orientassero su di essi, limitando invece l'impegno dei motori a riluttanza.

Nei **motori sincroni a magneti permanenti (PMSM)** il campo magnetico di rotore non viene generato dalla corrente di eccitazione che percorre l'avvolgimento di rotore, ma dai magneti permanenti che possono essere posti sulla superficie del rotore (SMPM) o internamente al rotore (IPM).

In generale, per applicazioni di bassa potenza si utilizzano magneti permanenti in ferrite, mentre per applicazioni più prestanti si utilizzano magneti permanenti in terre rare caratterizzati da valori elevati di magnetizzazione residua e forza coercitiva. Quelli più comunemente usati sono i magneti in neodimio-ferroboro. Ancora più nobili sono i magneti in samario-cobalto impiegati per applicazioni di elevate prestazioni.

I PMSM si differenziano inoltre in base alla forma d'onda della f.c.e.m. indotta dai magneti permanenti di rotori, negli avvolgimenti di statore in:

- brushless AC (BLAC) nei quali la f.c.e.m. è sinusoidale;
- brushless DC (BLDC) nei quali la f.c.e.m. è trapezoidale.

1.3 CONSIDERAZIONI COMPARATIVE SUI MOTORI C.A.

Per confrontare le prestazioni dei motori c.a. è possibile considerare vari parametri quali le dimensioni dell'inverter impiegato per l'alimentazione del motore (kVA), la dimensione del motore (m^3 , kg), la possibilità di sovraccarico, l'efficienza, il costo.

Per quanto riguarda il dimensionamento dell'inverter, il dato di targa del convertitore al quale si fa riferimento è la potenza apparente (kVA).

Pertanto un parametro essenziale per la scelta del convertitore è il fattore di potenza del motore cosφ: a parità di potenza utile all'albero (kW), se il motore è caratterizzato da basso cosφ si avrà un sovrardimensionamento dell'inverter, se invece il motore presenta un valore di cosφ elevato (prossimo ad 1), si ha una riduzione della taglia dell'inverter e quindi minori ingombri e costi.

Il valore del $\cos\varphi$ del motore dipende dalla componente reattiva della corrente assorbita che è legata alla magnetizzazione della macchina. Le macchine nelle quali il flusso magnetico al traferro è generato da una corrente di eccitazione che percorre un avvolgimento o le macchine a rotore passivo, presentano un valore di $\cos\varphi$ basso (tipicamente al più 0.7÷0.8, per motori di piccola potenza 0.5÷0.6). Pertanto il convertitore, dovendo erogare non solo la corrente necessaria a produrre la coppia, ma anche quella necessaria a magnetizzare la macchina, dovrà avere una taglia superiore.

Nelle macchine a magneti permanenti invece, il flusso al traferro è generato dai magneti permanenti pertanto assorbendo solo la componente attiva di corrente necessaria a produrre coppia, presentano un fattore di potenza praticamente unitario. Il convertitore sarà di taglia inferiore non dovendo erogare al motore la quota parte di potenza reattiva necessaria a magnetizzare la macchina.

L'impiego di motori a magneti permanenti consente quindi di risparmiare sui costi e sulle dimensioni del convertitore.

Per quanto riguarda la dimensione della macchina (m^3), i motori asincroni e i motori sincroni a rotore avvolto presentano a parità di potenza, dimensioni e quindi ingombri maggiori rispetto agli altri tipi di motori. Questo è dovuto al fatto che, oltre allo spazio necessario per alloggiare fisicamente l'avvolgimento di rotore, è necessario garantire la dissipazione del calore dovuto alle consistenti perdite Joule rotoriche (le dimensioni del motore determinano la superficie di scambio termico).

Le macchine sincrone a riluttanza, non essendo dotate di avvolgimenti rotorici, presentano perdite rotoriche inferiori rispetto ai motori asincroni e ai motori sincroni a rotore avvolto e quindi possono essere realizzati a parità di potenza, di dimensioni inferiori.

I motori a magneti permanenti sono invece i più piccoli e non presentano perdite Joule rotoriche.

Inoltre essendo il rotore di dimensioni inferiori, un motore a magneti permanenti avrà un momento d'inerzia J più basso.

Considerando l'equazione elettromeccanica:

$$J \frac{d\omega_r(t)}{dt} = C_e - C_r$$

si deduce che a parità di coppia elettromagnetica prodotta dalla macchina C_e e di coppia resistente applicata all'albero C_r , un minor valore del momento d'inerzia J , comporta un'accelerazione maggiore del motore e di conseguenza migliori prestazioni dinamiche dell'azionamento.

Si può concludere quindi che in tutte le applicazioni in cui occorre effettuare la regolazione di velocità del motore e in cui l'ingombro e le prestazioni dinamiche dell'azionamento sono aspetti di maggior interesse, si utilizzano motori sincroni a magneti permanenti che potranno essere BLAC o BLDC in funzione della qualità dell'azionamento che si vuole realizzare. Solitamente, per applicazioni di piccola e piccolissima potenza si utilizzano i motori BLDC. Per applicazioni di potenza da qualche kW in su, si utilizzano i motori BLAC che richiedono una qualità di controllo maggiore.

In generale i motori a magneti permanenti si impiegano per applicazioni fino a 50 kW di potenza e in rari casi fino a qualche centinaio di kW.

Sulle taglie invece di grande potenza, la tecnologia a magneti permanenti non è ancora ben consolidata.

La smagnetizzazione dei magneti permanenti infatti, si può verificare per i seguenti motivi:

- applicazione di un campo magnetico inverso di notevole intensità;
- riscaldamento al di sopra della temperatura di Curie;
- livello di vibrazioni tale per cui i domini di Weiss (con cui si modellizza il comportamento dei magneti permanenti) assumono orientamento casuale.

Nelle macchine di grande potenza, gli effetti termici e i livelli di vibrazione sono notevoli, pertanto si preferisce evitare l'adozione dei magneti permanenti che potrebbero incorrere in smagnetizzazione. Inoltre, solitamente macchine di grande potenza sono collocate in luoghi in cui l'ingombro complessivo della macchina non è un aspetto di particolare rilievo.

2 AZIONAMENTI CON MOTORE SINCRONO A MAGNETI PERMANENTI (PMSM)

2.1 INTRODUZIONE

Dal punto di vista costruttivo, le macchine c.a. condividono lo statore. Esso è costituito da tre avvolgimenti distribuiti aventi gli assi disposti a 120° , che alimentati con una terna di tensioni sinusoidali sfasate di 120° generano un campo magnetico rotante.

Il rotore di un PMSM può essere invece realizzato secondo due diverse configurazioni:

- **motore a magneti permanenti superficiali** nei quali i magneti sono montati sulla superficie del rotore;
- **motore a magneti permanenti annegati o interni** nei quali i magneti sono allocati all'interno della struttura del rotore.

Dal punto di vista magnetico, le macchine a magneti permanenti possono essere **anisotrope** o **isotrope** a seconda che vi sia o meno una direzione preferenziale per le linee di flusso.

Nel seguito si analizza in primo luogo il comportamento del magnete permanente.

Un magnete permanente presenta un ciclo di isteresi molto ampio, caratterizzato cioè, da valori elevati di induzione residua B_r e forza coercitiva H_c come rappresentato in Figura 2.1 (a).

A seconda del circuito magnetico in cui il magnete permanente è inserito, l'induzione e il campo magnetico si modificano assumendo valori a cui corrispondono punti di lavori della caratteristica di smagnetizzazione. Idealmente, se il magnete permanente fosse inserito in un circuito di permeabilità magnetica infinita, il punto di lavoro corrisponderebbe al punto A, ovvero il magnete genererebbe un flusso magnetico senza generare c.d.t. magnetica.

Poiché il circuito magnetico nel quale il magnete è inserito non ha permeabilità infinita, il punto di lavoro si sposterà a sinistra del punto A sulla curva di smagnetizzazione. Nei motori a magneti permanenti il punto di lavoro è molto vicino all'asse verticale (punto B).

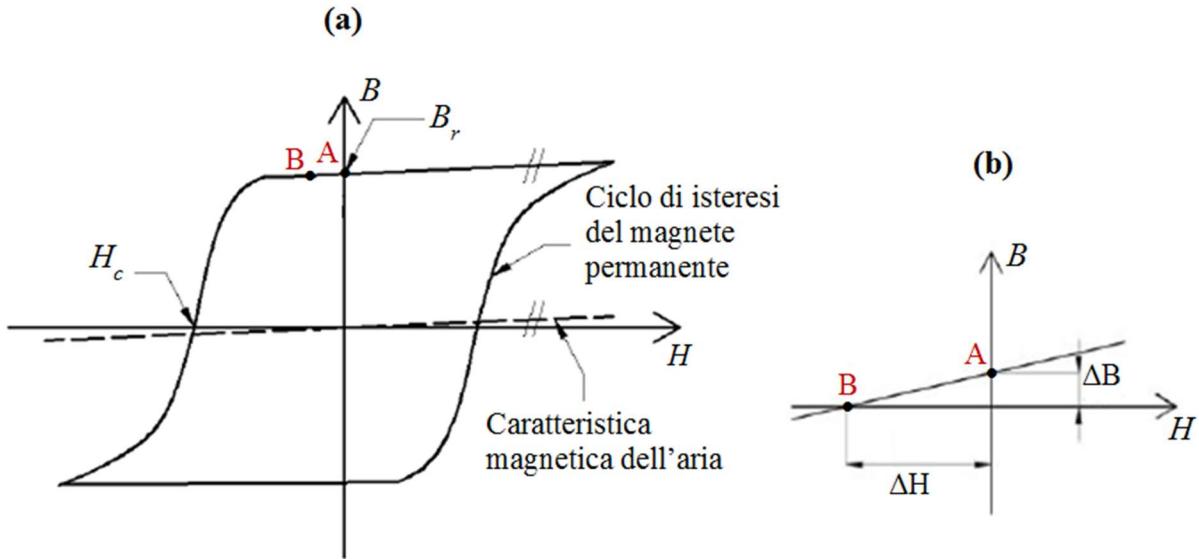


Figura 2.1 – Comportamento magnetico di un magnete permanente

La Figura 2.1 (b) riporta la caratteristica di smagnetizzazione nell'intorno del punto di lavoro.

E' possibile definire la **permeabilità magnetica differenziale del magnete permanente** secondo la relazione:

$$\mu_{mp} = \frac{\Delta B}{\Delta H}$$

che rappresenta la pendenza del tratto di caratteristica considerato.

Poiché la caratteristica attraversa in maniera quasi orizzontale l'asse verticale, la permeabilità magnetica del magnete è molto piccola, cioè in seguito ad una variazione del campo magnetico H si verifica una piccola variazione dell'induzione B . Questo comportamento è molto simile a quello dell'aria.

Infatti il legame tra il campo magnetico applicato e l'induzione magnetica generata in aria, è rappresentato da una retta quasi coincidente con l'asse orizzontale (occorre un campo magnetico di notevole intensità per produrre un piccolo flusso).

In definitiva, si può concludere che da un punto di vista magnetico il magnete permanente si comporta, nell'intorno del punto di lavoro B , come l'aria. Pertanto il valore della permeabilità magnetica differenziale del magnete permanente μ_{mp} confrontabile con la permeabilità magnetica dell'aria μ_0 .

$$\mu_{mp} \approx \mu_0$$

La permeabilità magnetica del ferro è invece migliaia di maggiore della permeabilità magnetica dell'aria.

$$\mu_{mp} \approx 4000\mu_0$$

2.2 MOTORE SINCRONO A MAGNETI PERMANENTI SUPERFICIALI

La Figura 2.2 rappresenta schematicamente un motore sincrono a magneti permanenti superficiali a due poli ed evidenzia l'andamento delle linee di flusso magnetico generato dai magneti permanenti.

Il magnete della parte superiore presenta il polo Nord rivolto verso il traferro della macchina mentre il magnete della parte inferiore ha il polo Sud rivolto verso il traferro, pertanto le linee di flusso, (convenzionalmente

uscenti dal polo Nord) seguono un percorso magnetico che comprende il rotore, il traferro e lo statore richiudendosi in corrispondenza del polo Sud.

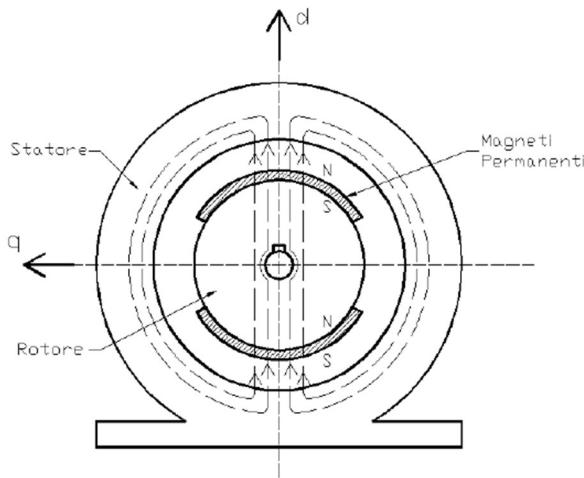


Figura 2.2 – Flusso magnetico generato dal magnete permanente

Si consideri il sistema di assi cartesiani d-q solidale con il rotore, avente:

- l'asse d uscente dal polo Nord magnetico del rotore;
- l'asse q disposto a 90° elettrici in anticipo rispetto all'asse d.

Per stabilire se la macchina è isotropa o anisotropa è necessario valutare in modo qualitativo l'induttanza della macchina lungo l'asse diretto e quella lungo l'asse in quadratura.

Si considera quindi il flusso magnetico generato da un avvolgimento (concentrato in una cava) posto sullo statore e avente l'asse coincidente con l'asse d (1-1') e da un avvolgimento avente l'asse coincidente con l'asse q (2-2'). Supponendo di trascurare il flusso disperso (cioè le linee di flusso che si richiudono nel traferro senza concatenare lo statore), l'andamento delle linee di flusso secondo l'asse d e secondo l'asse q è quello rappresentato in Figura 2.3:

- le linee di flusso secondo l'asse d effettuano un percorso nel lamierino di rotore, escono dal polo Nord attraversando il magnete permanente e il traferro, effettuano un percorso nel ferro di statore e si richiudono entrando nel polo Sud.
- le linee di flusso secondo l'asse q fanno invece un percorso sfasato di 90° in anticipo rispetto a quelle lungo l'asse d.

L'induttanza della macchina lungo l'asse d e quella lungo l'asse q dipendono dalla riluttanza del percorso magnetico effettuato dalle rispettive linee di flusso e quindi dalla permeabilità del mezzo attraversato.

Entrambe le linee di flusso attraversano il lamierino di statore e il lamierino di rotore. La linea di flusso lungo l'asse d attraversa poi, il magnete permanente e l'aria del traferro, mentre la linea di flusso secondo l'asse q attraversa solo l'aria.

Tuttavia considerando che:

- la lunghezza del percorso effettuato in aria dalla linea in quadratura è pari alla somma delle lunghezze dei tratti in aria e nel magnete permanente percorsi dalla linea in asse diretto;
- la permeabilità magnetica del magnete permanente è confrontabile con quella dell'aria;

si può concludere che le riluttanze dei due percorsi magnetici sono confrontabili.

Di conseguenza, l'induttanza della macchina secondo l'asse d e quella secondo l'asse q sono uguali:

$$L_{sd} \approx L_{sq}$$

La macchina sincrona a magneti permanenti superficiali è quindi magneticamente isotropa.

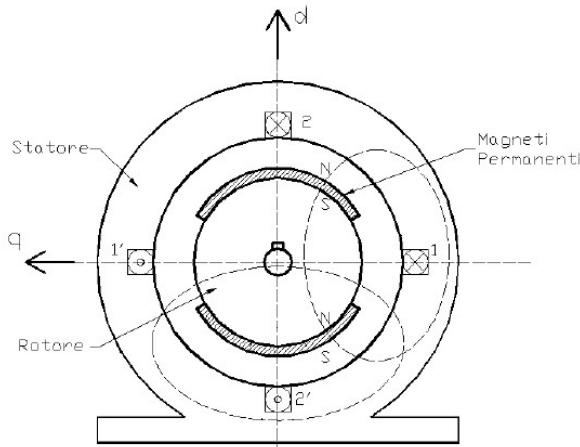


Figura 2.3 – Linee di flusso secondo l'asse d e q in un PMSM

Tipicamente i motori sincroni a magneti permanenti sono multipolari, cioè presentano più di una coppia di poli con magneti permanenti disposti sul rotore, magnetizzati in modo alternato.

In tal caso, il numero di assi diretti che è possibile definire è pari al numero di poli Nord. Fissato l'asse diretto di riferimento, l'asse in quadratura sarà posizionato a 90° elettrici in anticipo rispetto al primo. Essendo la macchina multipolare, non vi è equivalenza tra gradi elettrici e gradi meccanici. In genere, i gradi elettrici sono pari a n_p volte quelli meccanici, dove n_p è il numero di paia di poli della macchina.

Se si considera una macchina a 4 poli (Figura 2.4) l'asse in quadratura sarà disposto a 45° meccanici in anticipo rispetto all'asse diretto.

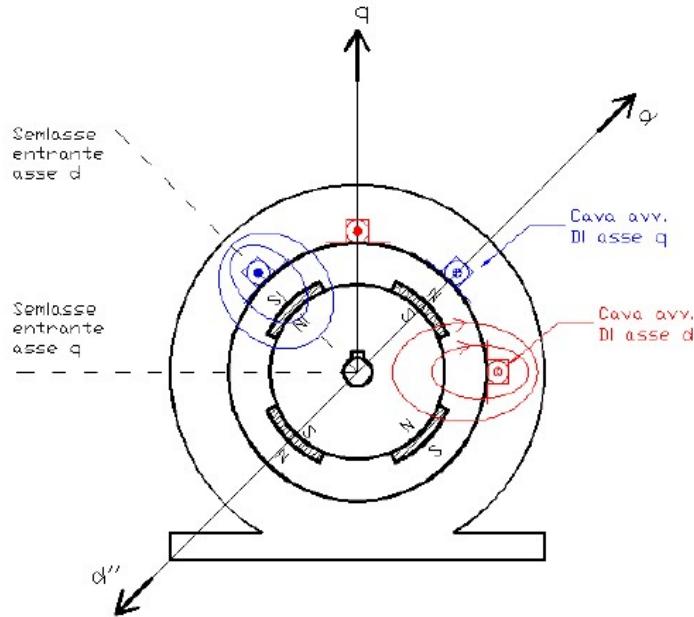


Figura 2.4 – PMSM a quattro poli

I motivi per cui risulta conveniente realizzare motori sincroni multipolari sono:

- semplicità costruttiva, legata alla possibilità di assemblare in modo più agevole i magneti permanenti. Infatti, realizzare un motore a due poli significa impiegare dei magneti permanenti che coprano un arco di quasi 180° meccanici del rotore che quindi risultano molto incurvati soprattutto nel caso di motori di piccole dimensioni. Essendo i magneti permanenti molto fragili da manipolare, per agevolare l'assemblaggio del motore si preferisce costruire motori multipolari nei quali ciascun magnete copre un arco di circonferenza di rotore minore. Inoltre, per facilitare ulteriormente la costruzione del motore, i lamierini di rotore hanno forma poligonale e non circolare, in modo che sulle facce del poligono possano essere incollati i magneti permanenti che presentano quindi un solo lato curvo rivolto verso il traferro.
- Le macchine con frequenza base più elevate hanno in genere dimensione radiale inferiore a parità di prestazioni poiché il flusso si divide in più vie in parallelo e questo consente di ridurre la dimensione del giogo di statore.

Tipicamente i motori sincroni a magneti permanenti sono multipolari e hanno una frequenza base maggiore di 50 Hz, solitamente 100-200 Hz. Il limite per il valore di frequenza è legato alle prestazioni dei lamierini, che per frequenze superiori a 200 Hz sviluppano perdite per isteresi e correnti parassite che aumentano molto velocemente all'aumentare della frequenza.

2.3 MOTORE SINCRONO A MAGNETI PERMANENTI INTERNI

Nei motori sincroni a magneti permanenti interni, i magneti permanenti sono allocati all'interno della struttura del rotore.

In particolare viene creato un corpo centrale (di forma simile ad una croce) impilando un certo numero di lamierini; sui lati di questa struttura si incollano i magneti permanenti e successivamente su quest'ultimi si incolla la parte esterna dei lamierini (forma quasi trapezoidale).

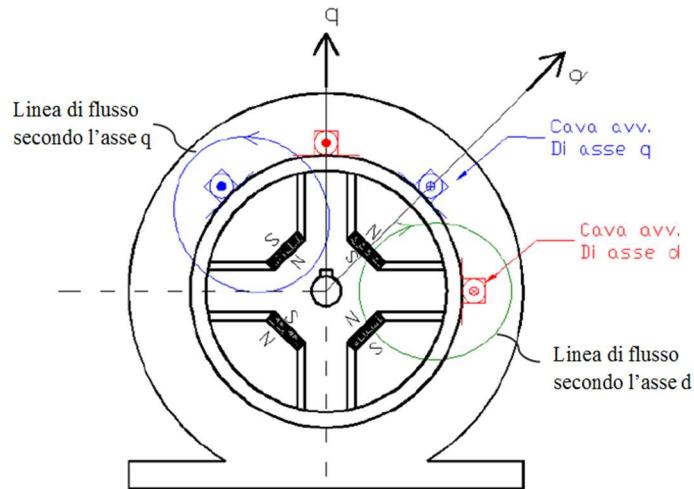


Figura 2.5 – Motore sincrono a magneti permanenti interni

Benché il rotore di un motore a magneti permanenti interni abbia una struttura geometricamente isotropa, dal punto di vista magnetico la macchina risulta anisotropa.

L'anisotropia è dovuta al fatto che nella costruzione della macchina si generano dei corridoi di aria, detti *barriere di flusso* (Figura 2.6), che costituiscono una barriera per le linee di flusso; al contrario le parti in ferro denominate *guide di flusso*, costituiscono dei percorsi preferenziali per il flusso magnetico.

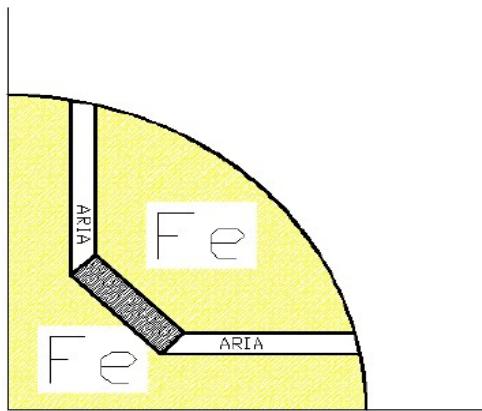


Figura 2.6 – Struttura di un motore sincrono a magneti permanenti interni

Si consideri il flusso magnetico generato da un avvolgimento (concentrato in una cava) posto sullo statore e avente l'asse coincidente con l'asse d (1-1') e da un avvolgimento avente l'asse coincidente con l'asse q (2-2'). Supponendo di trascurare il flusso disperso (cioè le linee di flusso che si richiudono nel traferro senza concatenare lo statore), l'andamento delle linee di flusso secondo l'asse d e secondo l'asse q è quello rappresentato in Figura 2.5.

Si nota che:

- entrambe le linee attraversano due volte il traferro;

- la linea di flusso secondo l'asse d attraversa due volte il magnete permanente;
- la linea di flusso secondo l'asse q attraversa solo il ferro del lamierino di rotore; questo è garantito dalla presenza del corpo centrale a forma di croce che si estende fino al traferro.

Ricordando che la permeabilità magnetica del magnete permanente è confrontabile con quella dell'aria, si conclude che complessivamente, la linea di flusso secondo l'asse d effettua un percorso caratterizzato da maggiore riluttanza rispetto alla linea di flusso secondo l'asse q. Pertanto, l'induttanza della macchina secondo l'asse d è minore di quella secondo l'asse q:

$$L_{sd} < L_{sq}$$

La differenza tra L_{sd} ed L_{sq} è di circa 5÷10 volte.

I motori a magneti permanenti interni si realizzano per due motivi principali:

- presentano una struttura meccanica più robusta e compatta e questo li rende particolarmente adatti per applicazioni ad alta velocità di rotazione poiché i magneti permanenti contenuti all'interno del rotore risultano protetti. L'incollaggio superficiale dei magneti nella macchine a magneti permanenti superficiali, non rende invece tali macchine adatte a sopportare elevate forze centrifughe.
- nelle macchine magneticamente anisotropo, come spiegato in dettaglio nel seguito della trattazione, la coppia elettromagnetica prodotta dalla macchina è somma di due componenti, la *coppia di allineamento del campo* e la *coppia di riluttanza*. Pertanto a parità di volume della macchina, è possibile ottenere una coppia maggiore rispetto a quella di una macchina a magneti permanenti superficiali (isotropa).

E' possibile realizzare macchine sincrone a magneti permanenti interni magnetizzando i magneti in direzione tangenziale anziché radiale (vedi Figura 2.7). In questo caso, la posizione dell'asse d non coincide con la posizione fisica del magnete permanente ma con la direzione dalla posizione di uscita del flusso dei magneti dal rotore. In genere, a parità di coppia prodotta, le macchine con magneti permanenti interni utilizzano una minore quantità di magnete rispetto alle macchine con magneti superficiali con un potenziale vantaggio sul costo della macchina. Per contro, le macchine con i magneti interni sono di più complessa realizzazione.

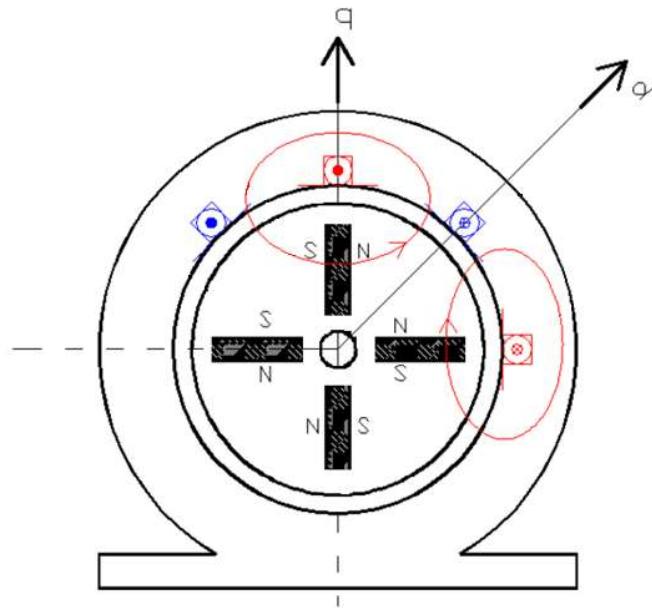


Figura 2.7 – Flusso generato dai magneti permanenti in un motore sincrono a magneti permanenti interni radiali

Per stabilire se la macchina è isotropa o anisotropa si considera il flusso magnetico generato da un avvolgimento (concentrato in una cava) posto sullo statore e avente l'asse coincidente con l'asse d (1-1') e da un avvolgimento avente l'asse coincidente con l'asse q (2-2'). Supponendo di trascurare il flusso disperso, l'andamento delle linee di flusso secondo l'asse d e secondo l'asse q è quello rappresentato in Figura 2.8:

- la linea di flusso secondo l'asse d attraversa il lamierino di rotore ed il magnete permanente, il traferro e si richiude passando attraverso il ferro di statore;
- la linea di flusso lungo l'asse q effettua un percorso analogo ma ruotato di 90° elettrici rispetto al percorso della linea di flusso secondo l'asse d e può quindi evitare l'attraversamento del magnete permanente.

Anche in questo caso risulterà $L_{sd} < L_{sq}$ anche se con questa struttura rotorica la differenza tra le induttanze tende ad essere inferiore rispetto al caso visto in precedenza del rotore con le barriere di flusso.

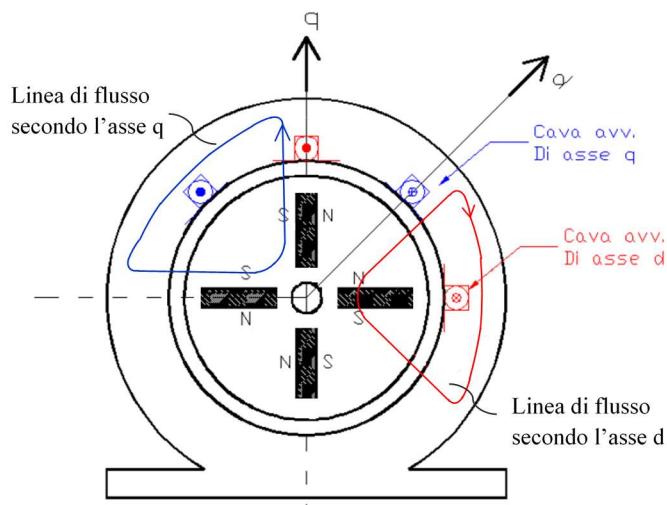


Figura 2.8 – Linee di flusso secondo l'asse d e secondo l'asse q in un motore sincrono a magneti permanenti interni radiali

2.4 MODELLO MATEMATICO DEL MOTORE SINCRONO A MAGNETI PERMANENTI

2.4.1 Modello in coordinate di fase

Il motore sincrono a magneti permanenti può essere rappresentato schematicamente come in Figura 2.9:

- tre avvolgimenti aventi gli assi sfasati di 120° elettrici tra loro e alimentati da tensioni sinusoidali rappresentano lo statore della macchina. Data la simmetria costruttiva del motore, le tre resistenze R_s degli avvolgimenti di statore sono generalmente uguali.
- il magnete permanente rappresenta il rotore della macchina con una coppia di poli.

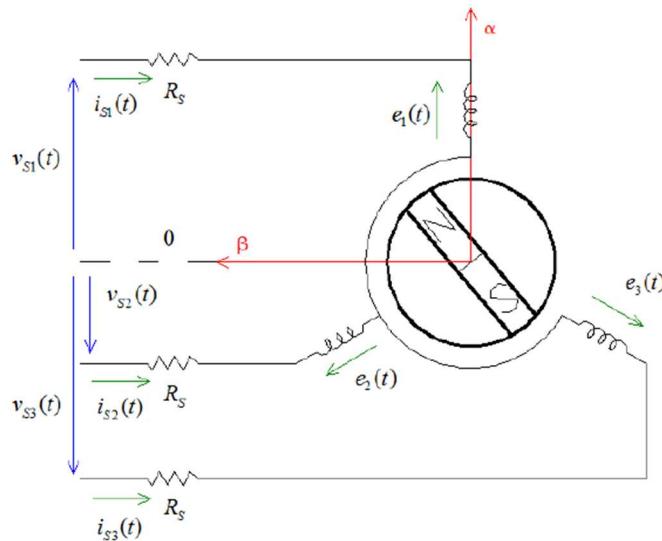


Figura 2.9

I tre avvolgimenti della macchina connessi a stella sono alimentate da tre tensioni sinusoidali sfasate di 120° :

$$\begin{cases} v_{sa}(t) = V_m \cos \theta(t) \\ v_{sb}(t) = V_m \cos(\theta(t) - \frac{2}{3}\pi) \\ v_{sc}(t) = V_m (\cos \theta(t) - \frac{4}{3}\pi) \end{cases}$$

La macchina assorberà di conseguenza tre correnti di fase anch'esse sfasate di 120° tra di loro:

$$\begin{cases} i_{sa}(t) = I_m \cos \theta(t) \\ i_{sb}(t) = I_m \cos(\theta(t) - \frac{2}{3}\pi) \\ i_{sc}(t) = I_m (\cos \theta(t) - \frac{4}{3}\pi) \end{cases}$$

dove:

- V_m è il valore massimo della tensione di fase
- I_m è il valore massimo della corrente di fase
- $\theta(t)$ è l'argomento del coseno della tensione e rappresenta la posizione istantanea del vettore rappresentativo della tensione di statore:

$$\theta(t) = \int_0^t \omega(t) dt$$

Nell'ambito dei sistemi elettrici, in cui la pulsazione ω è una grandezza costante, risulta:

$$\theta(t) = \omega t$$

Nel campo degli azionamenti elettrici invece, le macchine elettriche vengono controllate da un variatore di frequenza per poterne variare la velocità, pertanto essendo la pulsazione ω una grandezza variabile nel tempo, la posizione $\theta(t)$ sarà data dall'integrale della pulsazione nel tempo.

Applicando la seconda legge di Kirchhoff agli avvolgimenti di statore, si ottengono le equazioni della macchina in coordinate di fase.

$$\begin{cases} v_{sa} = R_s i_{sa}(t) + e_a(t) \\ v_{sb} = R_s i_{sb}(t) + e_b(t) \\ v_{sc} = R_s i_{sc}(t) + e_c(t) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v_{sa} = R_s i_{sa}(t) + \frac{d\lambda_{sa}(t)}{dt} \\ v_{sb} = R_s i_{sb}(t) + \frac{d\lambda_{sb}(t)}{dt} \\ v_{sc} = R_s i_{sc}(t) + \frac{d\lambda_{sc}(t)}{dt} \end{cases}$$

Per ciascuna fase, la tensione applicata sarà somma di due contributi: uno è il termine di caduta ohmica sull'avvolgimento e che quindi sarà dato dal prodotto della resistenza R_s per la corrente della singola fase, l'altro è la forza elettromotrice generata nella bobina di quella fase pari alla derivata del flusso concatenato con la fase stessa.

Il flusso concatenato con l'avvolgimento di una fase sarà dovuto in parte al flusso generato dal magnete permanente che quindi è legato alla posizione del rotore, in parte al flusso auto-concatenato cioè generato dalla corrente della fase stessa e in parte al flusso concatenato con la fase prodotto dalle correnti delle altre due fasi.

2.4.2 Sistema di riferimento $\alpha-\beta$

Per studiare in modo più agevole la macchina trifase, si può introdurre un sistema di riferimento stazionario $\alpha-\beta$ con l'asse reale α solidale con l'asse della fase a e l'asse β disposto a 90° elettrici in anticipo rispetto alla fase α (Figura 2.10).

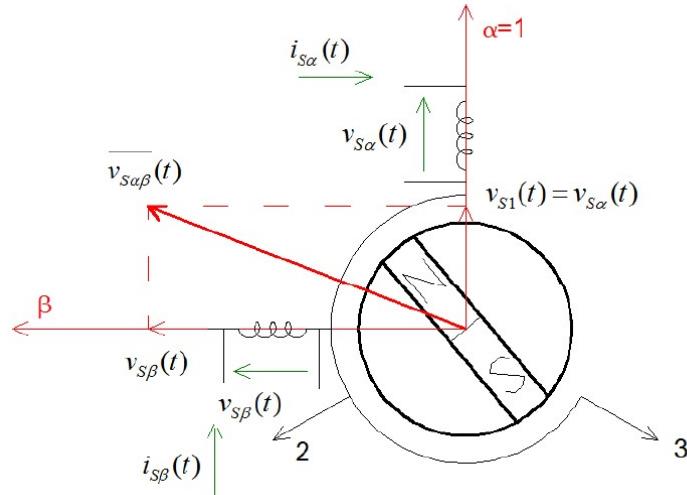


Figura 2.10

Le tre tensioni di fase e le tre correnti di fase possono essere rappresentate mediante vettori rotanti o fasori di tempo $\bar{v}_{s\alpha\beta}$ e $\bar{i}_{s\alpha\beta}$ nel sistema di riferimento stazionario $\alpha-\beta$.

La formula che permette la trasformazione di coordinate è:

$$\bar{v}_{s\alpha\beta} = \frac{2}{3}(v_{sa}(t) + \alpha v_{sb}(t) + \alpha^2 v_{sc})$$

dove v_{s1}, v_{s2}, v_{s3} sono le tre tensioni di fase e α è l'operatore complesso pari a:

$$\alpha = e^{j\frac{2}{3}\pi}$$

Il vettore $\bar{v}_{s\alpha\beta}$ può essere scritto nel sistema di riferimento α - β scomponendolo in parte reale e parte immaginaria:

$$\bar{v}_{s\alpha\beta} = \bar{v}_{s\alpha} + j\bar{v}_{s\beta} = V_m \cos\theta(t) + j V_m \sin\theta(t) = V_m e^{j\theta(t)}$$

ed è quindi un vettore rotante che ha modulo pari al valore massimo della tensione di fase V_m , forma istantaneamente l'angolo $\theta(t)$ con l'asse della fase α e ruota alla velocità $\omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}$.

Inoltre proiettando tale vettore sugli assi delle tre fasi si ottiene il valore istantaneo delle tensioni applicate alle tre fasi. Infatti:

$$\begin{cases} v_{sa}(t) = V_m \cos \theta(t) \\ v_{sb}(t) = V_m \cos(\theta(t) + \frac{4}{3}\pi) = V_m \cos(\theta(t) - \frac{2}{3}\pi) \\ v_{sc}(t) = V_m \left(\cos \theta(t) + \frac{2}{3}\pi \right) = V_m \cos(\theta(t) - \frac{4}{3}\pi) \end{cases}$$

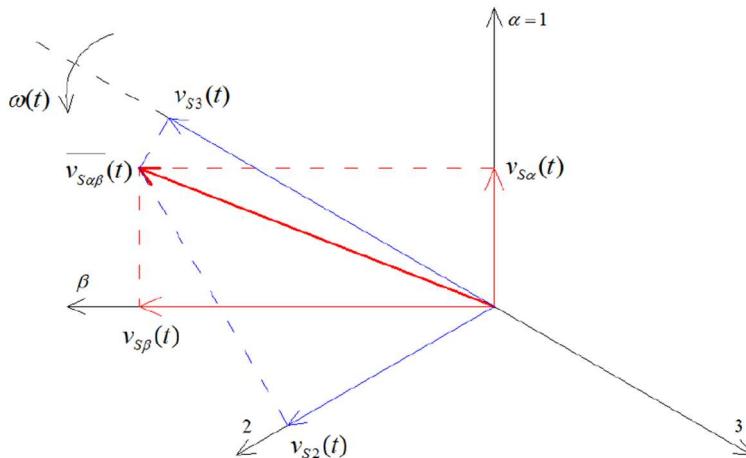


Figura 2.11

Analogamente posso definire il vettore rotante $\bar{i}_{s\alpha\beta}$ che proiettato sugli assi delle tre fasi fornisce il valore istantaneo delle tre correnti di fase.

Le equazioni di macchina nel sistema di riferimento α - β diventano:

$$\bar{v}_{s\alpha\beta} = R_s \bar{i}_{s\alpha\beta} + \bar{e}_{\alpha\beta}(t) \rightarrow \bar{v}_{s\alpha\beta} = R_s \bar{i}_{s\alpha\beta} + \frac{d\bar{\lambda}_{s\alpha\beta}(t)}{dt}$$

La macchina trifase avente tre avvolgimenti disposti fisicamente a 120° tra loro e alimentati da una terna di tensioni sinusoidali v_{sa}, v_{sb}, v_{sc} sfasate di 120° tra loro, è equivalente ad una macchina bifase avente due avvolgimenti disposti fisicamente a 90° tra loro e alimentati con tensioni sinusoidali $\bar{v}_{s\alpha}$ e $\bar{v}_{s\beta}$ sfasate di 90° tra loro.

Trasformazione di coordinate abc - $\alpha\beta$

La Trasformazione detta di Clarke si applica alle variabili di fase e permette di rappresentare tutte con un unico vettore rotante. Si definisce

$$\bar{J}_{\alpha\beta} = \frac{2}{3} (J_{AN} + j\omega J_{BN} + j^2 \omega J_{CN})$$

A differenza di J_{AN} , $\bar{J}_{\alpha\beta}$ è definito con le sole variabili reali di fase.

Gli operatori j e j^2 sono definiti come

$$j = e^{j\frac{\pi}{3}} \quad j^2 = e^{j\frac{4\pi}{3}}$$

Sfruttando la seguente relazione per le grandezze cosinoidali

$$\cos \vartheta = \frac{e^{j\vartheta} + e^{-j\vartheta}}{2} = \frac{(\cos \vartheta + j \sin \vartheta) + (\cos \vartheta - j \sin \vartheta)}{2} = \frac{2 \cos \vartheta}{2}$$

è possibile riscrivere $\bar{J}_{\alpha\beta}$ come segue

$$\bar{J}_{\alpha\beta} = \frac{2}{3} \sqrt{3} \left[\frac{e^{j(wt+\psi)} + e^{-j(wt+\psi)}}{2} + e^{j\frac{\pi}{3}} \frac{e^{j(wt+\psi - \frac{2\pi}{3})} + e^{-j(wt+\psi - \frac{2\pi}{3})}}{2} + e^{j\frac{4\pi}{3}} \frac{e^{j(wt+\psi - \frac{4\pi}{3})} + e^{-j(wt+\psi - \frac{4\pi}{3})}}{2} \right]$$

$$\bar{J}_{\alpha\beta} = \frac{2}{3} \sqrt{3} \left[\frac{e^{j(wt+\psi)}}{2} + \cancel{\frac{e^{-j(wt+\psi)}}{2}} + \frac{e^{j(wt+\psi)}}{2} + \cancel{\frac{e^{-j(wt+\psi - \frac{4\pi}{3})}}{2}} + \frac{e^{j(wt+\psi)}}{2} + \cancel{\frac{e^{-j(wt+\psi - \frac{2\pi}{3})}}{2}} \right]$$

I tre vettori barcati in reso sono vettori rotanti aventi le stesse ampiezze e velocità ($-\omega$). Essi sono sfasati di $\frac{2\pi}{3}$ e $\frac{4\pi}{3}$ ed hanno quindi somme nulle istante per istante. Gli altri tre vettori sono uguali e si sommano:

$$\bar{J}_{\alpha\beta} = \frac{2}{3} \sqrt{3} \left[\frac{e^{j(wt+\psi)}}{2} \right] = \sqrt{3} e^{j(wt+\psi)}$$

2.4.3 Sistema di riferimento d-q

Il flusso $\bar{\lambda}_{s\alpha\beta}(t)$ dipende dal flusso autoprodotto e dal flusso prodotto dal magnete permanente che si concatena con le bobine α e β . Quest'ultimo è legato alla posizione del rotore: sarà massimo quando il rotore è allineato con l'asse di una bobina e nullo se si trova in quadratura.

Per eliminare la dipendenza del flusso dalla posizione del rotore e quindi dal tempo, e semplificare di conseguenza le equazioni di macchina, si effettua una trasformazione di coordinate passando dal sistema di riferimento stazionario α - β , al sistema di riferimento rotante d-q solidale al rotore, avente l'asse d uscente dal polo Nord del magnete permanente e l'asse q in quadratura in anticipo.

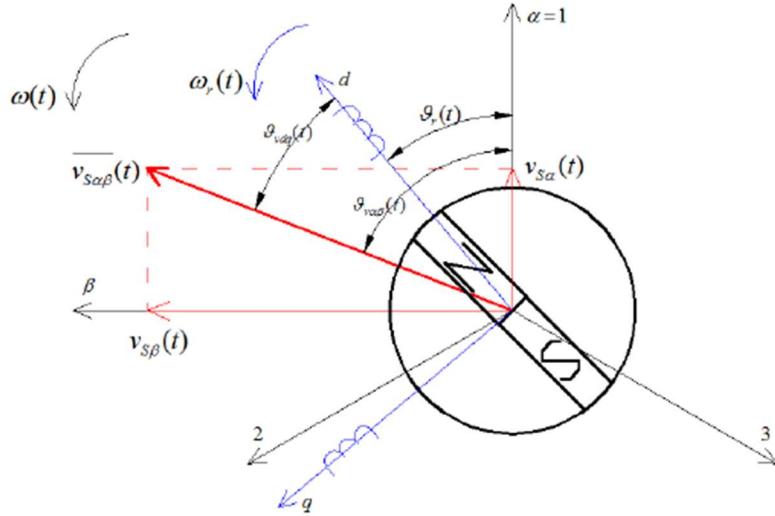


Figura 2.12

Il vettore $\bar{v}_{s\alpha\beta}$, avente modulo V_m e rotante alla velocità $\omega(t)$ (pulsazione di statore) forma rispetto all'asse α l'angolo $\vartheta_{\bar{v}_{s\alpha\beta}}$ e pertanto può essere espresso nel sistema di riferimento α - β attraverso la relazione:

$$\bar{v}_{s\alpha\beta} = V_m e^{j\vartheta_{\bar{v}_{s\alpha\beta}}}$$

Nel sistema di riferimento d-q invece, può essere espresso come:

$$\bar{v}_{sdq} = V_m e^{j\vartheta_{dq}}$$

essendo $\vartheta_{\bar{v}_{sdq}}$ l'angolo che il vettore forma rispetto all'asse d.

Tra l'angolo $\vartheta_{\bar{v}_{sdq}}$ e l'angolo $\vartheta_{\bar{v}_{s\alpha\beta}}$ sussiste la relazione:

$$\vartheta_{\bar{v}_{s\alpha\beta}} = \vartheta_{\bar{v}_{sdq}} + \vartheta_r$$

dove ϑ_r rappresenta la posizione istantanea del rotore, cioè l'angolo tra l'asse d e l'asse α .

Pertanto si può scrivere che:

$$\bar{v}_{s\alpha\beta} = V_m e^{j\vartheta_{\bar{v}_{s\alpha\beta}}} = V_m e^{j(\vartheta_{\bar{v}_{dq}} + \vartheta_r)} = V_m e^{j(\vartheta_{\bar{v}_{dq}})} e^{j\vartheta_r} = \bar{v}_{sdq} e^{j\vartheta_r}$$

e di conseguenza l'equazione di macchina scritta in coordinate d-q diventa:

$$\bar{v}_{sdq} e^{j\vartheta_r} = R_s \bar{I}_{sdq} e^{j\vartheta_r} + \frac{d(\bar{\lambda}_{dq} e^{j\vartheta_r})}{dt} \quad (1)$$

Svolgendo separatamente la derivata del flusso si ha:

$$\frac{d(\bar{\lambda}_{dq} e^{j\vartheta_r})}{dt} = \frac{d\bar{\lambda}_{dq}}{dt} e^{j\vartheta_r} + \frac{de^{j\vartheta_r}}{dt} \bar{\lambda}_{dq} = \frac{d\bar{\lambda}_{dq}}{dt} e^{j\vartheta_r} + j \frac{d\vartheta_r}{dt} \bar{\lambda}_{dq} e^{j\vartheta_r} = \frac{d\bar{\lambda}_{dq}}{dt} e^{j\vartheta_r} + j\omega_r \bar{\lambda}_{dq} e^{j\vartheta_r}$$

Sostituendo l'espressione trovata nella (1) si ottiene:

$$\bar{v}_{sdq} e^{j\vartheta_r} = R_s \bar{I}_{sdq} e^{j\vartheta_r} + \frac{d\bar{\lambda}_{dq}}{dt} e^{j\vartheta_r} + j\omega_r \bar{\lambda}_{dq} e^{j\vartheta_r}$$

Infine, dividendo ambo i membri per $e^{j\vartheta_r}$:

$$\bar{v}_{sdq} = R_s \bar{I}_{sdq} + \frac{d\bar{\lambda}_{dq}}{dt} + j\omega_r \bar{\lambda}_{dq} \quad (2)$$

che rappresenta l'**equazione della macchina trifase in coordinate d-q**.

L'equazione complessa (2) può essere scomposta in due relazioni scalari, considerando la parte reale e la parte immaginaria:

$$\begin{aligned} v_{sd} + jv_{sq} &= R_s(i_{sd} + ji_{sq}) + \frac{d(\lambda_{sd} + j\lambda_{sq})}{dt} + j\omega_r(\lambda_{sd} + j\lambda_{sq}) \\ &\left\{ \begin{array}{l} v_{sd} = R_s i_{sd} + \frac{d\lambda_{sd}}{dt} - \omega_r \lambda_{sq} \\ v_{sq} = R_s i_{sq} + \frac{d\lambda_{sq}}{dt} + \omega_r \lambda_{sd} \end{array} \right. \end{aligned} \quad (3)$$

2.4.4 Equazioni del PMSM in coordinate d-q

Le espressioni viste finora sono valide di fatto, per una qualsiasi macchina elettrica trifase poiché la trattazione è stata svolta solo con l'ipotesi che la macchina elettrica abbia tre avvolgimenti di statore disposti a 120° tra loro ed alimentati da una terna di tensioni sinusoidali sfasate di 120°.

Per ottenere le equazioni del motore sincrono a magneti permanenti, occorre particolarizzare le equazioni viste, esplicitando le espressioni delle componenti λ_{sd} e λ_{sq} del flusso che rappresentano rispettivamente il flusso concatenato con l'avvolgimento dell'asse d e il flusso concatenato con l'avvolgimento dell'asse q.

In particolare, per il motore sincrono a magneti permanenti si ha:

$$\lambda_{sd} = L_d i_{sd} + \psi_{pm} \quad (4)$$

dove $L_d i_{sd}$ è la quota parte di flusso dovuto all'autoinduzione (flusso generato dalla corrente i_{sd} che percorre l'avvolgimento dell'asse d e che si concatena con l'avvolgimento stesso).

ψ_{pm} è il flusso generato dal magnete permanente posto sul rotore, che si concatena con l'avvolgimento dell'asse d. Poiché, l'asse d è solidale al rotore, l'avvolgimento dell'asse d concatenerà sempre tutto il flusso generato dal magnete permanente (ad esclusione del flusso disperso che si richiude nel traferro senza concatenare lo statore).

$$\lambda_{sq} = L_q i_{sq} \quad (5)$$

dove $L_q i_{sq}$ è la quota parte di flusso dovuto all'autoinduzione (flusso generato dalla corrente i_{sq} che percorre l'avvolgimento dell'asse d e che si concatena con l'avvolgimento stesso).

Il flusso ψ_{pm} generato dal magnete permanente non concatena mai l'avvolgimento dell'asse q essendo posto in quadratura rispetto ad esso.

Inoltre nelle due espressioni non compare il termine di mutua induzione tra l'avvolgimento dell'asse d e quello dell'asse q essendo questi a 90° tra loro.

Sostituendo l'espressione di λ_{sd} e λ_{sq} nelle (3) si ha:

$$\begin{cases} v_{sd} = R_s i_{sd} + \frac{d(L_d i_{sd} + \psi_{pm})}{dt} - \omega_r L_q i_{sq} \\ v_{sq} = R_s i_{sq} + \frac{d(L_q i_{sq})}{dt} + \omega_r L_d i_{sd} + \omega_r \psi_{pm} \end{cases}$$

essendo ψ_{pm} costante e considerando le induttanze costanti si ha:

$$\begin{cases} v_{sd} = R_s i_{sd} + L_d \frac{di_{sd}}{dt} - \omega_r L_q i_{sq} \\ v_{sq} = R_s i_{sq} + L_q \frac{di_{sq}}{dt} + \omega_r L_d i_{sd} + \omega_r \psi_{pm} \end{cases} \quad (6)$$

I primi due addendi di entrambe le equazioni caratterizzano il circuito RL ovvero rappresentano la caduta di tensione ohmico-induttiva.

Il terzo addendo denota l'influenza della dinamica di un asse con quella dell'altro asse pertanto vengono detti **termini di accoppiamento**. E' bene notare che la presenza di questi termini è dovuto al fatto che gli assi d e q, pur essendo in quadratura tra loro, sono in realtà una rappresentazione matematica del sistema fisico che prevede tre avvolgimenti sfasati di 120° e pertanto essi non sono disaccoppiati galvanicamente.

L'ultimo termine è il termine di f.c.e.m. che dipende dalla velocità di rotazione della macchina e dal flusso generato dal magnete permanente.

2.4.5 Equazione elettromeccanica

Per completare il set di equazioni che descrive il comportamento della macchina sincrona a magneti permanenti occorre considerare l'equazione elettromeccanica che rappresenta l'equazione di equilibrio delle coppie agenti su un asse meccanico:

$$J \frac{d\Omega_r(t)}{dt} = \sum_i C_i$$

dove:

- J è il momento d'inerzia riferito all'asse di rotazione;
- Ω_r è la velocità angolare meccanica della macchina pari al rapporto tra la velocità elettrica della macchina ω_r e il numero di paia di poli della stessa n_p

$$\Omega_r = \frac{\omega_r}{n_p}$$

- $\sum_i C_i = C_e - C_r$ è la sommatoria delle coppie agenti sull'asse meccanico e prende il nome di **coppia accelerante**. C_e rappresenta la coppia elettromagnetica prodotta dalla macchina mentre C_r è la somma delle coppie resistenti comprendente il carico meccanico e tutte le forme di attrito.

$$\frac{J}{n_p} \frac{d\omega_r(t)}{dt} = C_e - C_r$$

E' possibile ricavare l'espressione della coppia elettromagnetica della macchina considerando che essa è legata alla potenza meccanica della macchina dalla relazione:

$$P_m = C_e \cdot \Omega_r = C_e \cdot \frac{\omega_r}{n_p}$$

pertanto:

$$C_e = \frac{P_m}{\Omega_r}$$

Inoltre la potenza elettrica della macchina è:

$$P_e = \frac{3}{2} \operatorname{Re} \{ \bar{v}_{sdq} \bar{l}^*_{sdq} \}$$

Il coefficiente 3/2 tiene conto del passaggio dal sistema trifase al sistema bifase, perché la trasformazione di coordinate non è conservativa rispetto alla potenza.

Ricordando l'equazione di macchina $\bar{v}_{sdq} = R_s \bar{l}_{sdq} + \frac{d\bar{\lambda}_{dq}}{dt} + j\omega_r \bar{\lambda}_{dq}$ si ha:

$$P_e = \frac{3}{2} \operatorname{Re} \left\{ R_s \bar{l}_{sdq} \bar{l}^*_{sdq} + \frac{d\bar{\lambda}_{dq}}{dt} \bar{l}^*_{sdq} + j\omega_r \bar{\lambda}_{dq} \bar{l}^*_{sdq} \right\}$$

Il primo dei tre addendi rappresenta la potenza dissipata per effetto Joule, il secondo è legato alla potenza reattiva immagazzinata nell'induttanza, pertanto il terzo addendo è l'unico legato alla f.e.m. e quindi rappresenta il termine di potenza meccanica.

$$\begin{aligned} P_m &= \frac{3}{2} \operatorname{Re} \{ j\omega_r \bar{\lambda}_{dq} \bar{l}^*_{sdq} \} = \frac{3}{2} \operatorname{Re} \{ j\omega_r (\lambda_{sd} + j\lambda_{sq}) (i_{sd} - ji_{sq}) \} = \\ &= \frac{3}{2} \operatorname{Re} \{ (j\omega_r \lambda_{sd} - \omega_r \lambda_{sq}) (i_{sd} - ji_{sq}) \} = \frac{3}{2} \operatorname{Re} \{ j\omega_r \lambda_{sd} i_{sd} - \omega_r \lambda_{sq} i_{sd} + \omega_r \lambda_{sd} i_{sq} - j\omega_r \lambda_{sq} i_{sq} \} = \\ &= \frac{3}{2} \omega_r (\lambda_{sd} i_{sq} - \lambda_{sq} i_{sd}) \end{aligned}$$

Pertanto la coppia elettromagnetica prodotta dalla macchina è:

$$C_e = \frac{P_m}{\Omega_r} = \frac{\frac{3}{2} \omega_r (\lambda_{sd} i_{sq} - \lambda_{sq} i_{sd})}{\frac{\omega_r}{n_p}} = \frac{3}{2} n_p (\lambda_{sd} i_{sq} - \lambda_{sq} i_{sd})$$

Questa espressione è valida per tutte le macchine trifasi.

Sostituendo le espressioni di λ_{sd} e λ_{sq} valide per un motore sincrono a magneti permanenti si ha:

$$\begin{aligned} C_e &= \frac{3}{2} n_p ((L_d i_{sd} + \psi_{pm}) i_{sq} - (L_q i_{sq}) i_{sd}) = \frac{3}{2} n_p (\psi_{pm} i_{sq} + (L_d - L_q) i_{sq} i_{sd}) = \\ &= \frac{3}{2} n_p (L_d - L_q) i_{sq} i_{sd} + \frac{3}{2} n_p \psi_{pm} i_{sq} \end{aligned} \quad (7)$$

La coppia elettromagnetica è somma di due contributi:

- il termine $\frac{3}{2} n_p (L_d - L_q) i_{sq} i_{sd}$ prende il nome di **coppia di riluttanza** e dipende dalle componenti della corrente di statore secondo l'asse d e secondo l'asse q e dalla differenza tra i valori delle induttanze secondo l'asse diretto e secondo l'asse in quadratura, cioè dal fatto che la macchina presenti

o meno una salienza magnetica. Questo termine è presente solo se la macchina è anisotropa, è assente invece nella macchina a magneti permanenti superficiali che è magneticamente isotropa.

- Il termine $\frac{3}{2}n_p\psi_{pm}i_{sq}$ è detto coppia di **allineamento del campo** o coppia di **mutua induzione** e dipende dall'interazione del campo magnetico generato dal magnete permanente con la corrente statorica.

Se rappresentiamo nel piano d-q il vettore rappresentativo della corrente di statore \bar{i}_{sdq} (di modulo I_m) e indichiamo con δ l'angolo che tale vettore forma con l'asse d (Figura 2.13), si ha:

$$i_{sd} = I_m \cos \delta$$

$$i_{sq} = I_m \sin \delta$$

Pertanto l'espressione della coppia elettromagnetica in funzione dell'angolo δ diventa:

$$\begin{aligned} C_e &= \frac{3}{2}n_p(L_d - L_q)I_m^2 \sin \delta \cdot \cos \delta + \frac{3}{2}n_p\psi_{pm}I_m \sin \delta = \\ &= \frac{3}{2}n_p(L_d - L_q)I_m^2 \frac{\sin 2\delta}{2} + \frac{3}{2}n_p\psi_{pm}I_m \sin \delta \end{aligned}$$

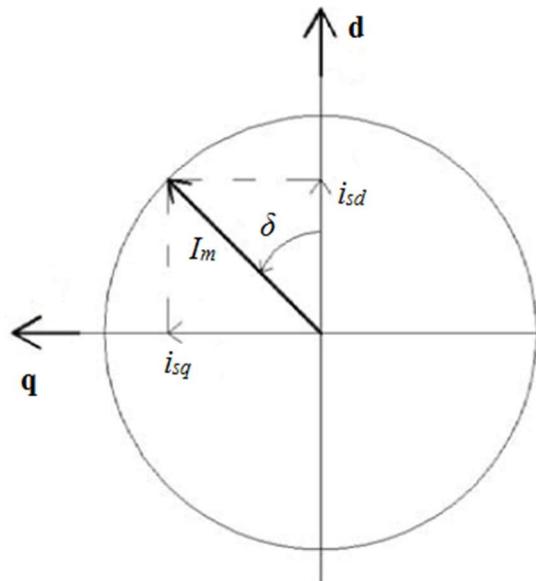


Figura 2.13

Si vuole determinare se per un dato valore di corrente I_m esiste un valore dell'angolo δ per il quale la coppia elettromagnetica è massima. In Figura 2.14 è rappresentato l'andamento qualitativo della coppia elettromagnetica scomposta nei termini di allineamento del campo e di riluttanza.

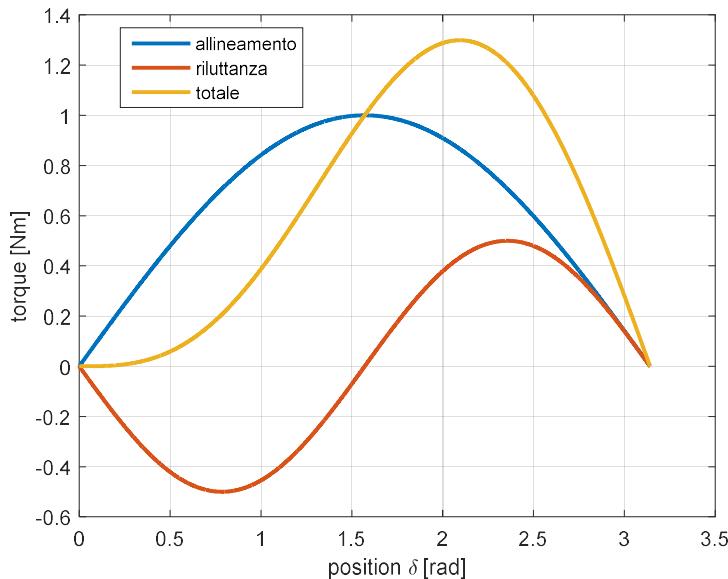


Figura 2.14

Per un dato valore di corrente I_m , la coppia di riluttanza ha andamento proporzionale a $-\sin 2\delta$ essendo $(L_d - L_q) < 0$ poiché nelle macchine a magneti permanenti interni (isotrope) $L_d < L_q$. La coppia di allineamento del campo ha andamento proporzionale a $\sin \delta$. La coppia elettromagnetica è pari in ogni punto alla somma dei due contributi e pertanto presenta un massimo in corrispondenza dell'angolo $\delta_{max} > \frac{\pi}{2}$. L'angolo δ_{max} rappresenta quindi l'angolo per il quale si realizza la condizione di massima coppia per unità di corrente. Se si vuole privilegiare l'aspetto delle prestazioni dinamiche della macchina, ovvero massimizzare la coppia accelerante, si dovrà controllare la macchina regolando opportunamente le componenti i_{sd} e i_{sq} del vettore \bar{i}_{sdq} per far in modo che essa lavori a $\delta = \delta_{max}$. Si parla di **controllo a massima coppia per unità di corrente**.

Se la macchina non presenta una salienza magnetica apprezzabile (magneticamente isotropa), il contributo della coppia di riluttanza è trascurabile e quindi l'espressione della coppia elettromagnetica diventa:

$$C_e = \frac{3}{2} n_p \psi_{pm} i_{sq} = K_c i_{sq}$$

dove $K_c \left[\frac{\text{N}\cdot\text{m}}{\text{A}_{\text{pk}}} \right]$ è detta **costante di coppia**.

In tal caso l'angolo δ_{max} che massimizza la coppia è pari a $\delta_{max} = \frac{\pi}{2}$.

Affinché si realizzi questa condizione, il vettore rappresentativo della corrente di statore \bar{i}_{sdq} deve essere diretto secondo l'asse q, cioè:

- la componente i_{sd} deve essere nulla (di fatto essa non contribuisce alla generazione di coppia elettromagnetica e se fosse diversa da zero, si ridurrebbe il rapporto Coppia/Ampere poiché la macchina non lavorerebbe più a $\delta = \delta_{max}$);
- la componenti i_{sq} deve coincidere con il modulo del vettore \bar{i}_{sdq} .

Si parla di **controllo a $i_{sd} = 0$** .

La maggior parte dei motori a magneti permanenti utilizzati sono a magneti permanenti superficiali (isotrope) e quindi si controllano imponendo $i_{sd} = 0$. Nel seguito della trattazione si farà riferimento a questo tipo di macchine.

2.5 DIAGRAMMA A BLOCCHI DELLA MACCHINA A MAGNETI PERMANENTI

Le equazioni che descrivono il comportamento del PMSM sono:

$$\begin{cases} v_{sd}(t) = R_s i_{sd}(t) + L_d \frac{di_{sd}(t)}{dt} - \omega_r(t) L_q i_{sq}(t) \\ v_{sq}(t) = R_s i_{sq}(t) + L_q \frac{di_{sq}(t)}{dt} + \omega_r(t) L_d i_{sd}(t) + \omega_r(t) \psi_{pm} \\ \frac{J}{n_p} \frac{d\omega_r(t)}{dt} = C_e(t) - C_r(t) \end{cases}$$

Per ricavare il diagramma a blocchi della macchina è necessario esplicitare le variabili di stato del sistema, cioè $i_{sd}(t)$, $i_{sq}(t)$, $\omega_r(t)$.

Applicando la trasformata di Laplace si ha:

$$\begin{cases} v_{sd}(s) = R_s i_{sd}(s) + s L_d i_{sd}(s) - \omega_r(s) L_q i_{sq}(s) \\ v_{sq}(s) = R_s i_{sq}(s) + s L_q i_{sq}(s) + \omega_r(s) L_d i_{sd}(s) + \omega_r(s) \psi_{pm} \\ \frac{J}{n_p} s \omega_r(s) = C_e(s) - C_r(s) \end{cases}$$

Considerando le prime due equazioni (che rappresentano la parte elettrica della macchina) si ha:

$$\begin{cases} v_{sd}(s) + \omega_r(s) L_q i_{sq}(s) = R_s i_{sd}(s) + s L_d i_{sd}(s) \\ v_{sq}(s) - \omega_r(s) L_d i_{sd}(s) - \omega_r(s) \psi_{pm} = R_s i_{sq}(s) + s L_q i_{sq}(s) \end{cases}$$

e quindi:

$$\begin{cases} i_{sd}(s) = \frac{v_{sd}(s) + \omega_r(s) L_q i_{sq}(s)}{R_s + s L_d} \\ i_{sq}(s) = \frac{v_{sq}(s) - \omega_r(s) L_d i_{sd}(s) - \omega_r(s) \psi_{pm}}{R_s + s L_q} \end{cases}$$

Infine definendo:

- $\tau_d = \frac{L_d}{R_s}$ **costante di tempo di asse diretto;**
- $\tau_q = \frac{L_q}{R_s}$ **costante di tempo di asse in quadratura.**

si ottiene:

$$\begin{cases} i_{sd}(s) = \frac{1}{R_s} \frac{v_{sd}(s) + \omega_r(s) L_q i_{sq}(s)}{(1 + s \tau_d)} \\ i_{sq}(s) = \frac{1}{R_s} \frac{v_{sq}(s) - \omega_r(s) L_d i_{sd}(s) - \omega_r(s) \psi_{pm}}{(1 + s \tau_q)} \end{cases}$$

τ_d e τ_q sono le costanti di tempo elettriche della macchina e ne contraddistinguono la dinamica naturale in asse d e asse q. Questi valori forniscono informazioni circa la velocità della dinamica della corrente della macchina priva del sistema di controllo. La dinamica della corrente è rappresentata da un modello del primo

ordine, pertanto imponendo una variazione a gradino dell'ingresso, cioè della tensione di alimentazione, secondo l'asse diretto e secondo l'asse in quadratura, la corrente presenterà un andamento sovra-smorzato raggiungendo il valore di regime dopo 4-5 volte la costante di tempo. Attraverso il sistema di controllo è possibile modificare la dinamica della corrente della macchina sia accelerandola che rallentandola in base alle esigenze.

Considerando l'equazione elettromeccanica si ricava invece la velocità elettrica $\omega_r(s)$:

$$\omega_r(s) = \frac{n_p}{Js} (C_e(s) - C_r(s))$$

e ricordando l'espressione della coppia elettromagnetica:

$$C_e = \frac{3}{2} n_p (L_d - L_q) i_{sq}(s) i_{sd}(s) + \frac{3}{2} n_p \psi_{pm} i_{sq}(s)$$

si ottiene:

$$\omega_r(s) = \frac{n_p}{Js} \left(\frac{3}{2} n_p (L_d - L_q) i_{sq}(s) i_{sd}(s) + \frac{3}{2} n_p \psi_{pm} i_{sq}(s) - C_r(s) \right)$$

Il diagramma a blocchi del PMSM è rappresentato in Figura 2.15.

Per il motore sincrono a magneti permanenti superficiali, per il quale la coppia elettromagnetica corrisponde al solo termine di coppia di allineamento del campo, il diagramma a blocchi può essere semplificato come in Figura 2.16.

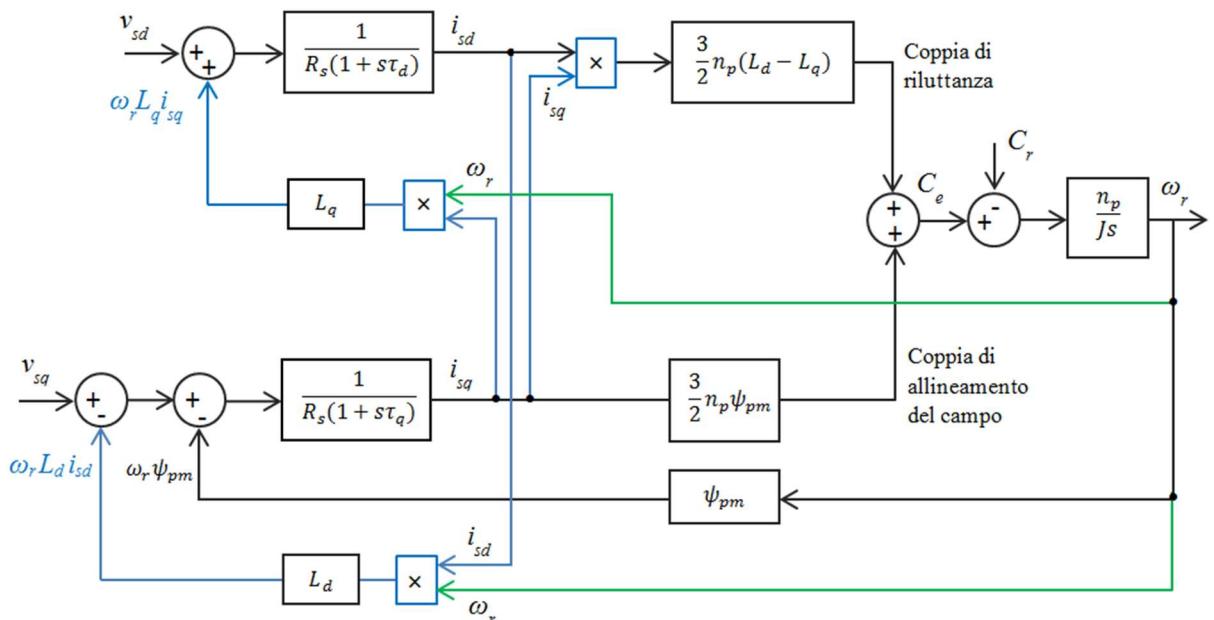


Figura 2.15

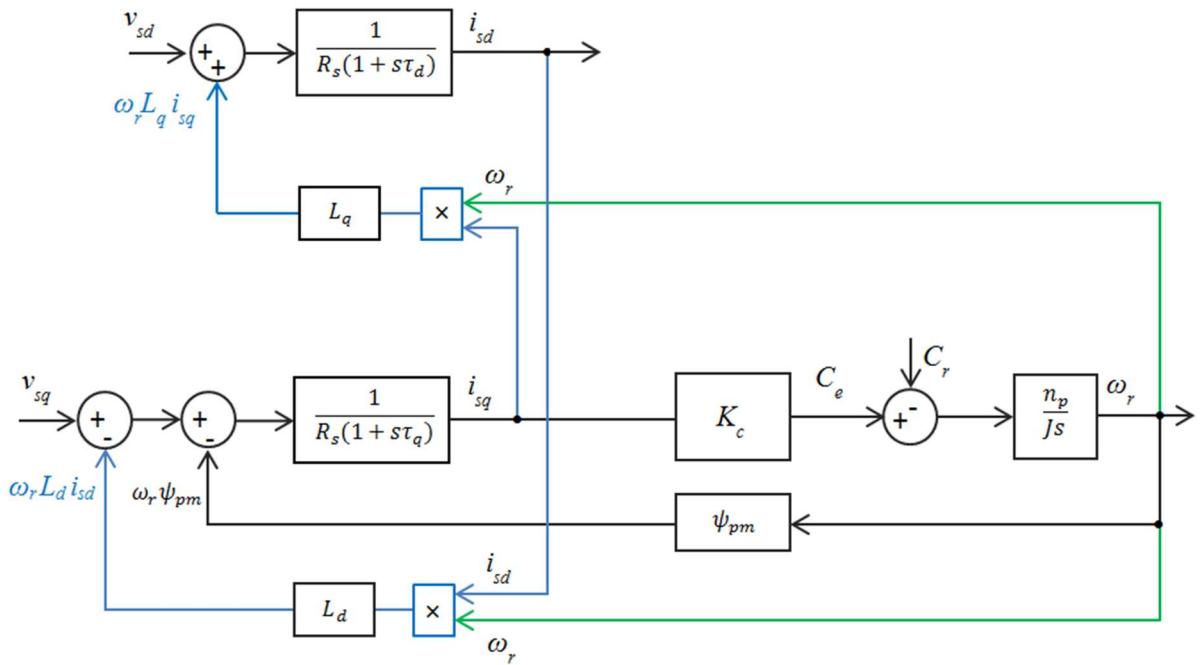


Figura 2.16

2.6 DISACCOPPIAMENTO DEGLI ASSI D E Q

La presenza dei termini di accoppiamento non consente di effettuare un controllo indipendente degli assi d e q. Una variazione della tensione v_{sd} influenza, infatti, non solo la dinamica della corrispondente corrente i_{sd} ma anche quella della corrente i_{sq} e lo stesso avviene a seguito di una variazione della tensione v_{sq} .

E' preferibile invece che variando la tensione v_{sd} vari solo la corrente i_{sd} e variando la tensione v_{sq} vari solo la corrente i_{sq} in modo da poter controllare separatamente le dinamiche delle correnti i_{sd} e i_{sq} .

Pertanto, all'interno del sistema di controllo viene sempre implementata un'azione di controllo atta a disaccoppiare le dinamiche dei due assi.

In particolare, se v_{sd} e v_{sq} sono le tensioni da applicare effettivamente al motore per ottenere le correnti i_{sd}^* e i_{sq}^* desiderate, è possibile introdurre due tensioni fittizie v'_{sd} e v'_{sq} che dovrà fornire il sistema di controllo definite dalle seguenti equazioni e dalla figura 2.17 e d'ora in avanti indicate come tensioni di controllo:

$$\begin{cases} v_{sd} = v'_{sd} - \omega_r L_q i_{sq} \\ v_{sq} = v'_{sq} + \omega_r L_d i_{sd} \end{cases} \quad (8)$$

Per ciascuno degli assi, viene sommata alla tensione di controllo un contributo (**termine di disaccoppiamento degli assi**) uguale ed opposto al termine di accoppiamento in modo che quest'ultimi si annullino istante per istante.

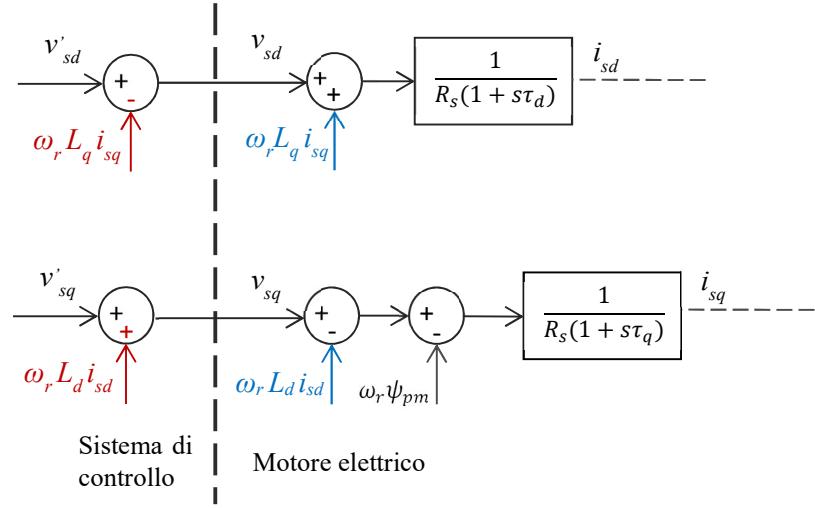


Figura 2.17

Sostituendo le (8) nelle equazioni di macchina si ha:

$$\begin{cases} v'_{sd} - \omega_r L_q i_{sq} + \omega_r L_q i_{sq} = R_s i_{sd} + s L_d i_{sd} \\ v'_{sq} + \omega_r L_d i_{sd} - \omega_r L_d i_{sd} = R_s i_{sq} + s L_q i_{sq} + \omega_r \psi_{pm} \end{cases}$$

$$\begin{cases} v'_{sd} = R_s i_{sd} + s L_d i_{sd} \\ v'_{sq} = R_s i_{sq} + s L_q i_{sq} + \omega_r \psi_{pm} \end{cases}$$

Pertanto, effettuando la compensazione dei termini di accoppiamento, il comportamento del motore può essere descritto attraverso il diagramma a blocchi semplificato rappresentato in Figura 2.18.

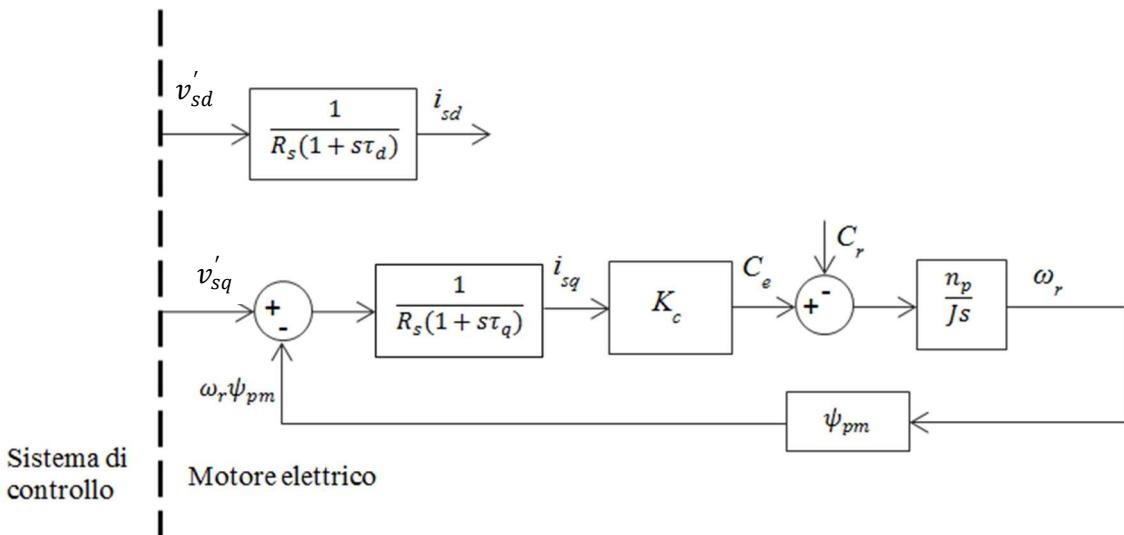


Figura 2.18

Analizzando il diagramma a blocchi del motore è possibile valutare quale tensione (v_{sd} e v_{sq}) occorre applicare al motore affinché esso sviluppi a regime una coppia elettromagnetica costante pari a C_e^* (controllo di coppia). Il controllo di coppia si traduce nel controllo delle componenti della corrente di statore i_{sd} e i_{sq} rispettivamente secondo l'asse d e secondo l'asse q.

Si suppone per esempio che l'angolo $\delta_{max}=135^\circ$.

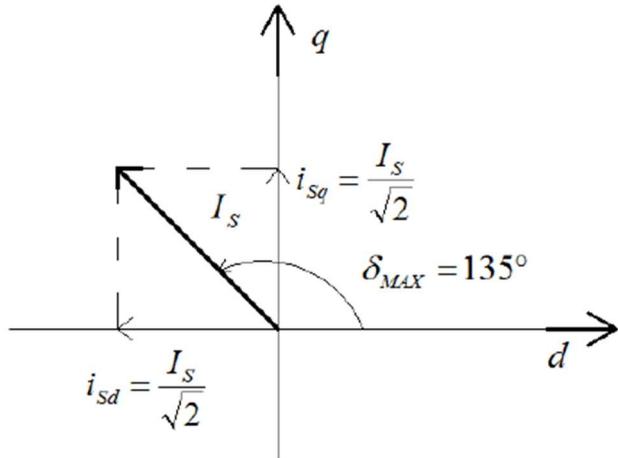


Figura 2.19

Nell'ipotesi di effettuare un controllo a massima coppia per unità di corrente, l'espressione della coppia elettromagnetica:

$$C_e = \frac{3}{2} n_p \phi_{PM} I_s \sin \delta + \frac{3}{2} n_p I_s^2 \frac{\sin 2\delta}{2} (L_d - L_q)$$

consente di ricavare il valore del modulo I_s^* del vettore rappresentativo della corrente di statore \bar{i}_{sdq} corrispondente alla coppia desiderata C_e^* .

Inoltre, il vettore \bar{i}_{sdq} risulta posizionato come in Figura 2.19, pertanto i valori delle componenti di corrente i_{sd}^* e i_{sq}^* desiderati sono:

$$\begin{cases} i_{sd}^* = -\frac{I_s^*}{\sqrt{2}} \\ i_{sq}^* = \frac{I_s^*}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

I valori di tensione v'_{sd} e v'_{sq} di controllo secondo gli assi d e q affinché esso assorba le correnti i_{sd}^* e i_{sq}^* e sviluppi di conseguenza la coppia elettromagnetica C_e^* a regime sono:

- $v'_{sd} = R_s i_{sd}^* \rightarrow$ questo termine in ingresso al blocco $\frac{1}{R_s(1+s\tau_d)}$ garantisce che a regime ($t \rightarrow \infty, s \rightarrow 0$) il motore assorba la corrente i_{sq}^* .
- $v'_{sq} = R_s i_{sq}^* + \omega_r \psi_{pm} \rightarrow$ il termine $\omega_r \psi_{pm}$ serve a compensare la f.c.e.m. mentre il termine $R_s i_{sq}^*$ in ingresso al blocco $\frac{1}{R_s(1+s\tau_q)}$ garantisce che a regime ($t \rightarrow \infty, s \rightarrow 0$) il motore assorba la corrente i_{sq}^* .

La tensione v'_{sq} sarà tanto maggiore quanto maggiore è la velocità ω_r a cui effettuo il controllo di coppia.

Le tensioni realmente applicate al motore (ottenute considerando i termini di disaccoppiamento) sono invece:

- $v_{sd} = R_s i_{sd}^* - \omega_r L_q i_{sq}$
- $v_{sq} = R_s i_{sq}^* + \omega_r \psi_{pm} + \omega_r L_d i_{sd}$

Nel caso in cui si consideri un motore sincrono a magneti permanenti superficiali, l'angolo di coppia massima sarà $\delta_{max}=90^\circ$ ed i valori di tensione di controllo v'_{sd} e v'_{sq} secondo gli assi d e q:

$-v'_{sd} = 0 \rightarrow$ poiché essendo la macchina isotropa per ottenere la massima coppia per unità di corrente si effettua un controllo a $i_{sd}^* = 0$;

$$-v'_{sq} = R_s i_{sq}^* + \omega_r \psi_{pm}$$

Le tensioni realmente applicate al motore (ottenute considerando i termini di disaccoppiamento) sono invece:

$$-v_{sd} = -\omega_r L_q i_{sq}$$

$$-v_{sq} = R_s i_{sq}^* + \omega_r \psi_{pm} + \omega_r L_d i_{sd}$$

Se invece si vuole che il motore ruoti a regime alla velocità costante pari a ω_r^* (controllo di velocità), nelle ipotesi di:

- motore sincrono a magneti permanenti superficiali;
- funzionamento a vuoto, cioè coppia di carico $C_r = 0$;
- assenza di perdite per attrito e ventilazione;

le tensioni di controllo secondo gli assi d e q sono:

$-v'_{sd} = 0 \rightarrow$ poiché essendo la macchina isotropa per ottenere la massima coppia per unità di corrente si effettua un controllo a $i_{sd} = 0$;

$-v'_{sq} = \omega_r^* \psi_{pm} \rightarrow$ nel diagramma a blocchi del motore secondo l'asse q la velocità di rotazione ω_r corrisponde all'uscita del blocco integratore $\frac{n_p}{J_s}$. Pertanto, se si trascurano la coppia di carico e le perdite per attrito e ventilazione, affinché in uscita dal blocco integratore si abbia una velocità ω_r^* costante a regime, l'ingresso del blocco integratore deve essere nullo ($C_e = 0$ nell'ipotesi di assenza di coppia di carico). Di conseguenza è necessario che a regime si verifichi che $i_{sq}^* = 0$ ovvero che sia nullo l'ingresso del blocco $\frac{1}{R_s(1+sT_q)}$. Questo si ottiene compensando con la tensione $\omega_r^* \psi_{pm}$ il termine di retroazione interna di macchina $-\omega_r^* \psi_{pm}$.

Le tensioni realmente applicate al motore (ottenute considerando i termini di disaccoppiamento) sono invece:

$$-v_{sd} = -\omega_r L_q i_{sq}$$

$$-v_{sq} = \omega_r^* \psi_{pm} + \omega_r L_d i_{sd}$$

Nella realtà, anche in assenza di coppia di carico, sono presenti perdite di coppia per attrito e ventilazione ($C_r \neq 0$) pertanto per mantenere la velocità costante a regime occorre rendere nullo il termine di coppia accelerante $C_e - C_r$ e di conseguenza il motore deve assorbire a regime una corrente $i_{sq} = C_r/K_c$ che consenta di sviluppare una coppia $C_e = C_r$.

2.7 CARATTERISTICA MECCANICA DEL PMSM

La caratteristica meccanica della macchina rappresenta il legame tra la coppia elettromagnetica C_e sviluppata dalla macchina e la velocità di rotazione ω_r nella condizione di regime permanente (cioè quando sono esauriti i transitori elettrici e magnetici e le variabili di stato diventano costanti).

Per ricavare la caratteristica meccanica, si consideri l'equazione della macchina secondo l'asse q a regime (trascurando i termini derivativi):

$$v_{sq}' = R_s i_{sq} + \omega_r \psi_{pm}$$

da cui:

$$i_{sq} = \frac{1}{R_s} (v_{sq}' - \omega_r \psi_{pm})$$

e sostituendo questa espressione nella espressione della coppia elettromagnetica:

$$C_e = K_c i_{sq} = K_c \frac{1}{R_s} (v_{sq}' - \omega_r \psi_{pm}) = \frac{K_c}{R_s} \psi_{pm} \left(\frac{v_{sq}'}{\psi_{pm}} - \omega_r \right) = \frac{K_c}{R_s} \psi_{pm} (\omega_0 - \omega_r)$$

che nel piano $\omega_r - C_e$ corrisponde a una retta con pendenza negativa (Figura 2.20).

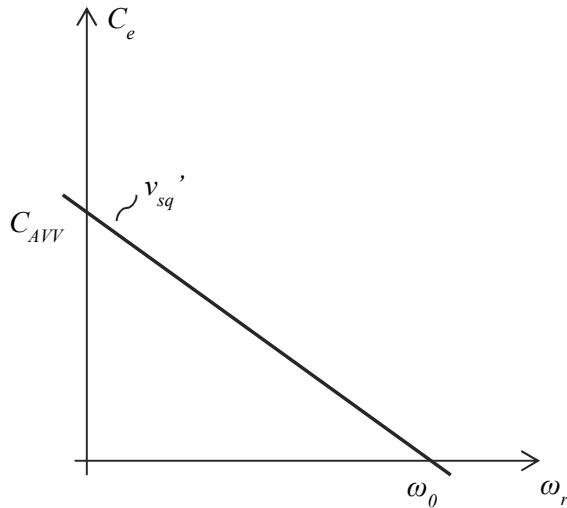


Figura 2.20 - Caratteristica statica coppia-velocità a tensione costante

Le intersezioni con gli assi C_e e ω_r sono:

- $\omega_0 = \frac{v_{sq}'}{\psi_{pm}}$ che prende il nome di **velocità di rotazione a vuoto** (velocità che il motore assumerebbe a regime permanente qualora non fosse applicata nessuna coppia resistente all'albero).
- $C_{AVV} = k_c \frac{v_{sq}'}{R_s}$ che prende il nome di **coppia di avviamento**.

Entrambe le intersezioni con gli assi sono linearmente proporzionali alla tensione di alimentazione v_{sq} pertanto al variare di quest'ultima, la caratteristica meccanica si sposta nel piano $\omega_r - C_e$ parallelamente a se stessa. Il punto di lavoro della macchina corrisponde al punto di intersezione tra la caratteristica meccanica e la caratteristica del carico.

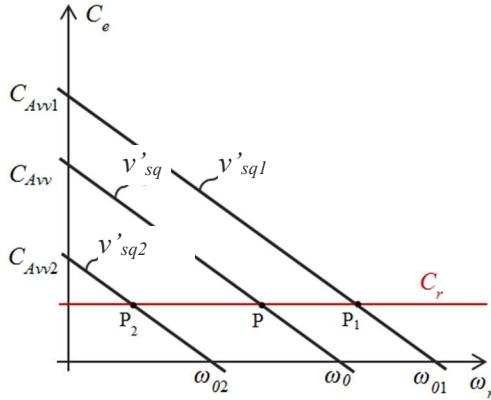


Figura 2.21 – Dipendenza della caratteristica statica dalla tensione

La caratteristica meccanica ottenuta considerando le tensioni fittizie di controllo, è analoga a quella della macchina a corrente continua con eccitazione indipendente.

Di fatto, introducendo il sistema di riferimento d-q solidale col rotore si riconduce il funzionamento di una macchina in corrente alternata a quello di una macchina a corrente continua con eccitazione indipendente. La corrente i_{sq} corrisponde alla corrente di armatura della macchina a corrente continua mentre la componente i_{sd} rappresenta la corrente di eccitazione che permettere di varare il livello di magnetizzazione della macchina.

2.7.1 Andamento della velocità del motore nel tempo in funzione della coppia di carico applicata

Considerando l'equazione elettromeccanica del motore è possibile ricavare l'andamento qualitativo della velocità in funzione del tempo, al variare della coppia di carico C_r applicata.

$$\frac{J}{n_p} \frac{d\omega_r(t)}{dt} = C_e - C_r$$

Facendo riferimento alla Figura 2.22, si suppone che:

- nell'istante di tempo $t_0 = 0$ il motore sia fermo;
- la coppia di carico sia nulla $C_r = 0$ (la caratteristica del carico coincide con l'asse delle ascisse);
- il motore venga alimentato con la tensione v_{sq}' .

Applicando al motore la tensione v_{sq}' , esso sviluppa la coppia di avviamento $C_{AVV} = k_c \frac{v_{sq}'}{R_s}$. La coppia accelerante, che corrisponde graficamente al segmento verticale \overline{OA} , vale quindi: $C_e - C_r = C_{AVV} > 0$.

Il motore, soggetto ad una coppia accelerante positiva, si avvia e la velocità di rotazione ω_r aumenta nel tempo. Man mano che la velocità aumenta, il punto di lavoro della macchina sulla caratteristica meccanica si sposta verso destra e pertanto la coppia elettromagnetica prodotta dal motore diminuisce. La coppia accelerante, pur rimanendo positiva, decresce in modulo e quindi la velocità continua ad aumentare nel tempo con una pendenza minore, fino a raggiungere la velocità ω_0 nel punto di lavoro P corrispondente all'intersezione della

caratteristica meccanica con la caratteristica del carico. In tale punto la coppia accelerante è nulla (essendo $C_e = C_r$) e pertanto il motore continua a ruotare alla velocità costante ω_0 .

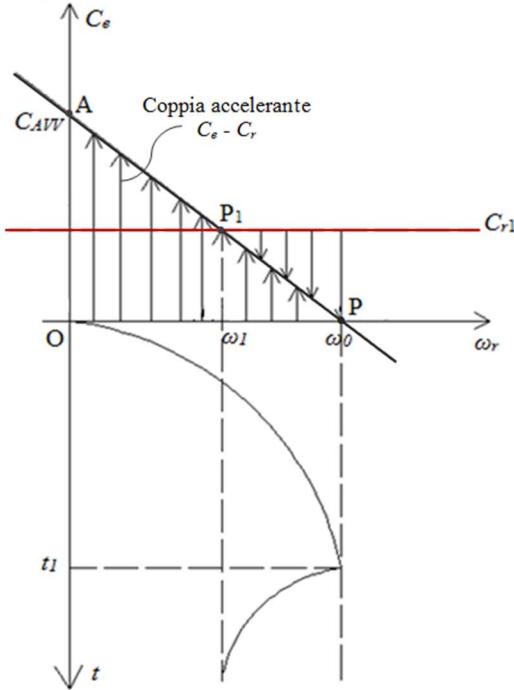


Figura 2.22 – Analisi del funzionamento tramite la caratteristica statica

Si suppone di applicare nell'istante t_1 la coppia una coppia di carico costante C_{r1} .

Essendo $C_{r1} > 0$ e $C_e = 0$, la coppia accelerante diventa negativa $C_e - C_{r1} < 0$; il motore rallenta e la velocità diminuisce nel tempo. Man mano che la velocità diminuisce, il punto di lavoro della macchina si sposta sulla caratteristica meccanica verso sinistra e pertanto la coppia elettromagnetica prodotta dal motore aumenta. La coppia accelerante, pur rimanendo negativa, decresce in modulo e quindi la velocità continua a diminuire nel tempo con una pendenza minore, fino a raggiungere il valore ω_1 nel punto di lavoro P_1 corrispondente al nuovo punto di intersezione della caratteristica meccanica con la caratteristica del carico. In tale punto la coppia elettromagnetica prodotta dal motore uguagli la coppia di carico; la coppia accelerante si annulla e la velocità rimane costante e pari a $\omega_1 < \omega_0$.

Per determinare la velocità ω_1 e quindi stabilire di quanto il motore ha rallentato la sua velocità a seguito dell'applicazione della coppia di carico C_{r1} , è sufficiente calcolare il punto di intersezione tra la caratteristica meccanica e la caratteristica del carico (retta orizzontale $C_e = C_{r1}$):

$$\begin{cases} C_e = \frac{K_c}{R_s} \psi_{pm} (\omega_0 - \omega_r) \\ C_e = C_{r1} \end{cases} \Rightarrow C_{r1} = \frac{K_c}{R_s} \psi_{pm} (\omega_0 - \omega_r) \Rightarrow \omega_{r1} = \omega_0 - C_{r1} \frac{R_s}{K_c \psi_{pm}}$$

Pertanto il motore ha rallentato rispetto alla velocità di funzionamento a vuoto, della quantità $C_{r1} \frac{R_s}{K_c \psi_{pm}}$.

2.8 CONTROLLO DELLA VELOCITÀ

Il controllo di velocità ha l'obiettivo di mantenere la velocità del motore costante e pari a un valore di riferimento ω_r^* indipendentemente dalla condizione di carico. Il sistema di controllo deve quindi fare in modo

che il punto di lavoro della macchina si trovi sempre sulla retta verticale $\omega_r = \omega_r^*$ per qualsiasi valore della coppia di carico C_r . Questo si ottiene adeguando il valore di tensione di alimentazione v_{sq}^* al livello di carico, in modo che la caratteristica meccanica della macchina intersechi la caratteristica del carico in punti di ascissa pari a ω_r^* .

Si suppone per esempio che la velocità desiderata sia $\omega_r^* = \omega_0$.

Pertanto, facendo riferimento alla Figura 2.23, in condizioni di funzionamento a vuoto meccanico ($C_r = 0$) occorre applicare al motore la tensione $v'_{sq} = \omega_r^* \psi_{pm} = \omega_0 \psi_{pm}$ in modo che la caratteristica meccanica intersechi la retta $C_r = 0$ nel punto P.

Si suppone poi che all'istante di tempo t_1 , subentri la coppia di carico $C_{r1} > 0$. Se si alimentasse il motore sempre alla tensione v_{sq}^* il motore rallenterebbe fino a raggiungere la velocità $\omega_1 < \omega_0$.

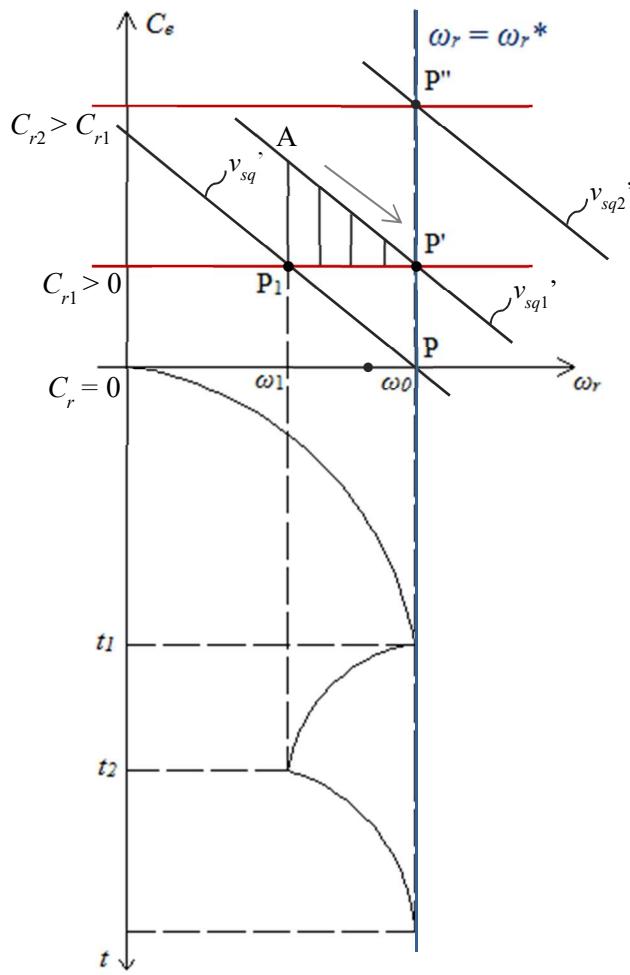


Figura 2.23 – Controllo della velocità tramite variazione della tensione di controllo.

Per mantenere costante la velocità al valore di riferimento ω_r^* occorre incrementare il valore di tensione di controllo:

$$v'_{sq1} = \omega_r^* \psi_{pm} + C_{r1} \frac{R_s}{K_c} > v'_{sq}$$

In questo modo la caratteristica meccanica trasla verso destra, il motore risulta soggetto ad una coppia accelerante $C_e - C_{r1} > 0$ (rappresentato graficamente dal segmento AP₁) e di conseguenza accelera. Man mano che la velocità aumenta, il punto di lavoro della macchina si sposta verso destra sulla caratteristica

meccanica e pertanto la coppia elettromagnetica prodotta dal motore diminuisce. La coppia accelerante, pur rimanendo positiva, decresce in modulo e quindi la velocità continua ad aumentare nel tempo con una pendenza minore, fino a raggiungere la velocità ω_0 nel punto di lavoro P' corrispondente all'intersezione della nuova caratteristica meccanica con la caratteristica del carico. In tale punto la coppia accelerante è nulla (essendo $C_e = C_{r1}$) e pertanto il motore continua a ruotare alla velocità costante ω_0 .

Analogamente se la coppia di carico diventasse $C_{r2} > C_{r1}$, sarebbe necessario incrementare ulteriormente il valore di tensione applicata al motore applicando la tensione:

$$v'_{sq2} = \omega_r^* \psi_{pm} + C_{r2} \frac{R_s}{K_c} > v'_{sq1}$$

in modo che il punto di lavoro diventi P'' con velocità $\omega_r^* = \omega_0$.

In sostanza, la regolazione della velocità si ottiene regolando la tensione applicata al motore. Maggiore è la coppia di carico, maggiore sarà la tensione da applicare al motore per mantenere la velocità costante e pari al valore di riferimento.

La caratteristica meccanica dell'intero azionamento che realizza il controllo di velocità (motore + convertitore + schema di controllo) nel piano coppia-velocità, è la retta verticale $\omega_r = \omega_r^*$ (caratteristica rigida). La coppia elettromagnetica prodotta dal motore dipende dalla coppia di carico applicata.

2.9 CONTROLLO DELLA COPPIA

Il controllo di coppia ha l'obiettivo di mantenere costante e pari a un valore di riferimento C_e^* la coppia elettromagnetica prodotta dal motore indipendentemente dalla condizione di carico. Il sistema di controllo deve quindi fare in modo che il punto di lavoro della macchina si trovi sempre sulla retta orizzontale $C_e = C_e^*$ per qualsiasi valore della coppia di carico C_r . Mentre la velocità di rotazione del motore dipenderà dalla condizione di carico.

Il controllo di coppia viene effettuato in tutti i casi in cui occorre controllare la forza (avvitatori, svolgitori, pompe, motori per veicoli elettrici).

Quando si realizza un controllo di coppia è necessario che la caratteristica di carico non sia costante al variare della velocità cioè che nel piano coppia-velocità essa non sia rappresentata dalla retta orizzontale $C_r(\omega) = k$. In tal caso infatti, la caratteristica di carico e la retta di riferimento $C_e = C_e^*$ risulterebbero parallele e di conseguenza ci sarebbe permanentemente una differenza tra la coppia di carico e la coppia prodotta dal motore. In particolare, se la coppia di carico C_r fosse maggiore della coppia elettromagnetica C_e^* , il motore non sarebbe in grado di partire. Se invece la coppia di carico C_r fosse minore della coppia elettromagnetica C_e^* , si avrebbe sempre una coppia accelerante positiva

$C_e^* - C_r > 0$, e il motore tenderebbe a raggiungere velocità elevate pericolose per la struttura meccanica del motore stesso (motore in fuga).

In generale quindi, si assume che la coppia di carico abbia un andamento monotonamente crescente con la velocità in modo che ci sia sempre un punto di intersezione tra la caratteristica di carico e la coppia elettromagnetica di riferimento $C_e = C_e^*$.

Si consideri per esempio, il caso di un veicolo elettrico.

In primo luogo, si supponga che il veicolo si muova in pianura e si faccia riferimento alla Figura 2.24.

La coppia di carico $C_r^P(\omega)$ è rappresentata dalla resistenza offerta dal vento e supposta monotonamente crescente con la velocità.

Affinché il motore sviluppi a regime la coppia elettromagnetica desiderata C_e^* , occorre alimentare il motore con una tensione v_{sq}^* tale che la caratteristica meccanica intersechi la caratteristica di carico $C_r^P(\omega)$ in corrispondenza del punto P di ordinata C_e^* . La velocità del motore sarà quindi ω_r^P .

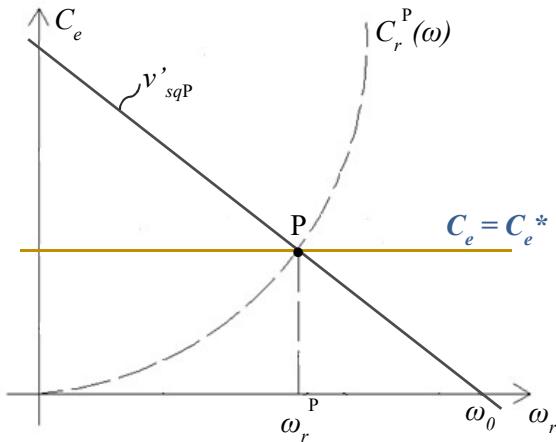


Figura 2.24

Si supponga poi che il veicolo incontri nel suo movimento un tratto di strada in salita. La coppia di carico diventa $C_r^S(\omega) > C_r^P(\omega)$ poiché alla resistenza offerta dal vento si aggiunge la componente della forza peso del veicolo stesso parallela al piano che tende a portare il veicolo indietro. La caratteristica di carico trasla quindi verso l'alto parallelamente a se stessa come in Figura 2.25.

Se non si variasse la tensione applicata al motore, il punto di lavoro della macchina diventerebbe il punto A, a cui corrisponde un valore di coppia elettromagnetica $C_e > C_e^*$. Affinché la caratteristica meccanica del motore intersechi la caratteristica del carico $C_r^S(\omega)$ in corrispondenza del punto P' di ordinata C_e^* , è necessario che essa trasli verso sinistra parallelamente a se stessa. Pertanto il motore dovrà essere alimentato con un valore di tensione $v'_{sqS} < v'_{sqP}$ e la velocità del motore diventerà $\omega_r^S < \omega_r^P$.

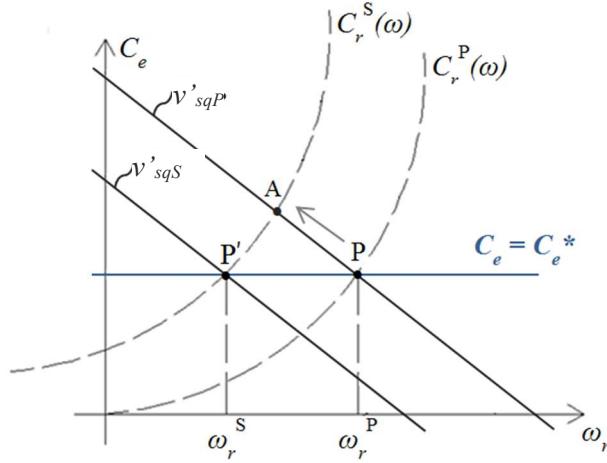


Figura 2.25

Infine, si supponga che il veicolo incontri nel suo movimento un tratto di strada in discesa (Figura 2.26). La coppia di carico diventa $C_r^D(\omega) < C_r^P(\omega) < C_r^S(\omega)$ poiché la componente della forza peso del veicolo stesso parallela al piano è concorde al verso del moto, e di conseguenza la caratteristica del carico trasla verso il basso.

Se non si variasse la tensione applicata al motore, il punto di lavoro della macchina diventerebbe il punto B, a cui corrisponde un valore di coppia elettromagnetica $C_e < C_e^*$.

Occorre quindi applicare al motore un nuovo valore di tensione $v'_{sqD} > v'_{sqS}$ in modo che la caratteristica meccanica trasli verso destra parallelamente a se stessa e intersechi la caratteristica del carico $C_r^D(\omega)$ in corrispondenza del punto P'' di ordinata C_e^* . Il motore assume la velocità ω_r^D .

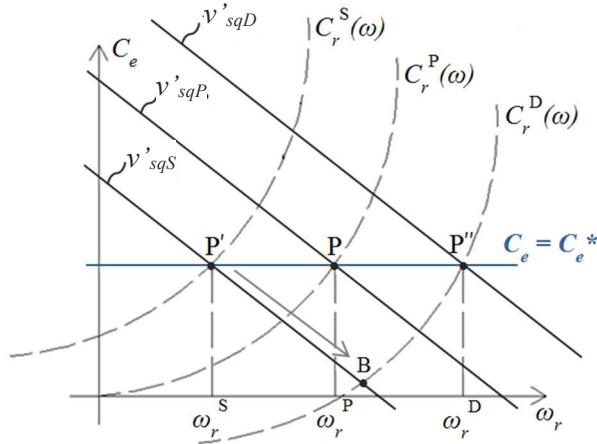


Figura 2.26

Osservazione: La relazione di grandezza che intercorre tra i valori di coppia di carico nelle tre condizioni di funzionamento considerate è:

$$C_r^D(\omega) < C_r^P(\omega) < C_r^S(\omega)$$

mentre la relazione che intercorre tra i corrispondenti valori di tensione da applicare al motore per mantenere la coppia elettromagnetica costante è:

$$v'_{sqD} > v'_{sqP} > v'_{sqS}$$

Ovvero, in corrispondenza di una coppia di carico maggiore, è necessario applicare al motore una tensione minore per mantenere la coppia elettromagnetica prodotta costante.

Questo comportamento si spiega considerando che l'equazione della macchina a regime è:

$$v'_{sq} = R_S i_{sq} + \omega_r \Psi_{PM} = R_S \cdot \frac{C_e}{k_C} + \omega_r \Psi_{PM}$$

Se si desidera mantenere costante la coppia elettromagnetica prodotta, dovrà essere costante il rapporto:

$$C_e = \frac{k_C(v'_{sq} - \omega_r \Psi_{PM})}{R_S} = C_e^*$$

Quando in salita, si applica al motore una coppia di carico maggiore $C_r^S(\omega)$, la velocità diminuisce ($\omega_r^S < \omega_r^P$) e di conseguenza diminuisce la f.c.e.m. $\omega_r \Psi_{PM}$. Se il valore di tensione v_{sq}^* rimanesse costante, la coppia elettromagnetica C_e sviluppata dal motore aumenterebbe. Pertanto per mantenere la coppia elettromagnetica costante e pari al valore C_e^* , occorre necessariamente ridurre il valore di tensione e quindi $v'_{sqS} < v'_{sqP}$.

Viceversa, in discesa, quando la coppia di carico è minore $C_r^D(\omega)$, la velocità del motore aumenta ($\omega_r^D > \omega_r^P$) e di conseguenza aumenta il termine di f.c.e.m. $\omega_r \Psi_{PM}$. Per mantenere costante la coppia elettromagnetica è necessario pertanto alimentare il motore con una tensione di controllo maggiore $v'_{sqD} > v'_{sqP}$.

In definitiva, la tensione da applicare al motore dipende sostanzialmente dalla velocità di rotazione del motore e in minima parte dalla coppia di carico che si vuole produrre.

In effetti, nella relazione $v'_{sq} = R_S i_{sq} + \omega_r \Psi_{PM}$ il primo addendo ($R_S i_{sq}$) rappresenta la caduta di tensione ohmica che è trascurabile poiché da essa dipendono poi le perdite per effetto Joule. Il secondo addendo $\omega_r \Psi_{PM}$ è invece legato alla potenza meccanica della macchina e sarà quindi il termine di tensione preponderante.

2.10 DIAGRAMMA A BLOCCHI DELL'AZIONAMENTO ELETTRICO

In Figura 2.27 è rappresentato il diagramma a blocchi dell'azionamento elettrico (sistema di controllo + convertitore + motore).

Il diagramma a blocchi del motore costituisce la rappresentazione matematica di un sistema fisico; a monte di questo diagramma a blocchi vi è il sistema di controllo digitale (codice implementato su un microprocessore) che definisce il valore delle tensioni v_{sd} e v_{sq} da applicare al motore includendo i termini di disaccoppiamento degli assi d e q:

$$\begin{cases} v_{sd} = v'_{sd} - \omega_r L_q i_{sq} \\ v_{sq} = v'_{sq} + \omega_r L_d i_{sd} \end{cases}$$

Note le componenti v_{sd} e v_{sq} si ricava il vettore rappresentativo della tensione di statore:

$$\bar{v}_{sdq} = v_{sd} + j v_{sq} = V_m e^{j\vartheta_{dq}}$$

dove:

$$V_m = \sqrt{v_{sd}^2 + v_{sq}^2} \quad \text{e} \quad \vartheta_{dq} = \arctg\left(\frac{v_{sq}}{v_{sd}}\right)$$

In realtà il motore sarà alimentato con le tensioni di fase v_{sa} , v_{sb} e v_{sc} pertanto, nota la posizione istantanea del rotore ϑ_r (angolo che l'asse diretto d forma con l'asse rappresentativo della fase a), si applica la trasformazione di coordinate d-q/a-b-c, ricavando:

$$\begin{cases} v_{sa}^* = V_m \cos(\vartheta_r + \vartheta_{dq}) \\ v_{sb}^* = V_m \cos(\vartheta_r + \vartheta_{dq} - \frac{2}{3}\pi) \\ v_{sc}^* = V_m \cos(\vartheta_r + \vartheta_{dq} - \frac{4}{3}\pi) \end{cases}$$

Questi valori vengono inviati come valori di riferimento delle tensioni di fase, al sistema di controllo del convertitore che secondo la logica PWM le applica al motore.

Poiché per semplicità, si è sviluppato un modello matematico del motore in coordinate d-q, il diagramma a blocchi dell'azionamento prevede un blocco di trasformazione di coordinate a-b-c/d-q a valle del convertitore. E' bene osservare che le tensioni v_{sd}' e v_{sq}' definite dal sistema di controllo, non coincidono con le tensioni v_{sd} e v_{sq} effettivamente applicate al motore, sia perché la presenza del convertitore influenza dal punto di vista dinamico il sistema, sia perché la trasformazione d-q/a-b-c implementata all'interno del sistema di controllo non coincide esattamente con la trasformazione inversa a-b-c/d-q che avviene all'interno del motore. Infatti, la prima utilizza il valore misurato dell'angolo ϑ_r^m con i relativi errori di misura, mentre la seconda si basa sulla posizione del rotore ϑ_r reale. Tuttavia si ritiene che tali valori di tensione siano simili.

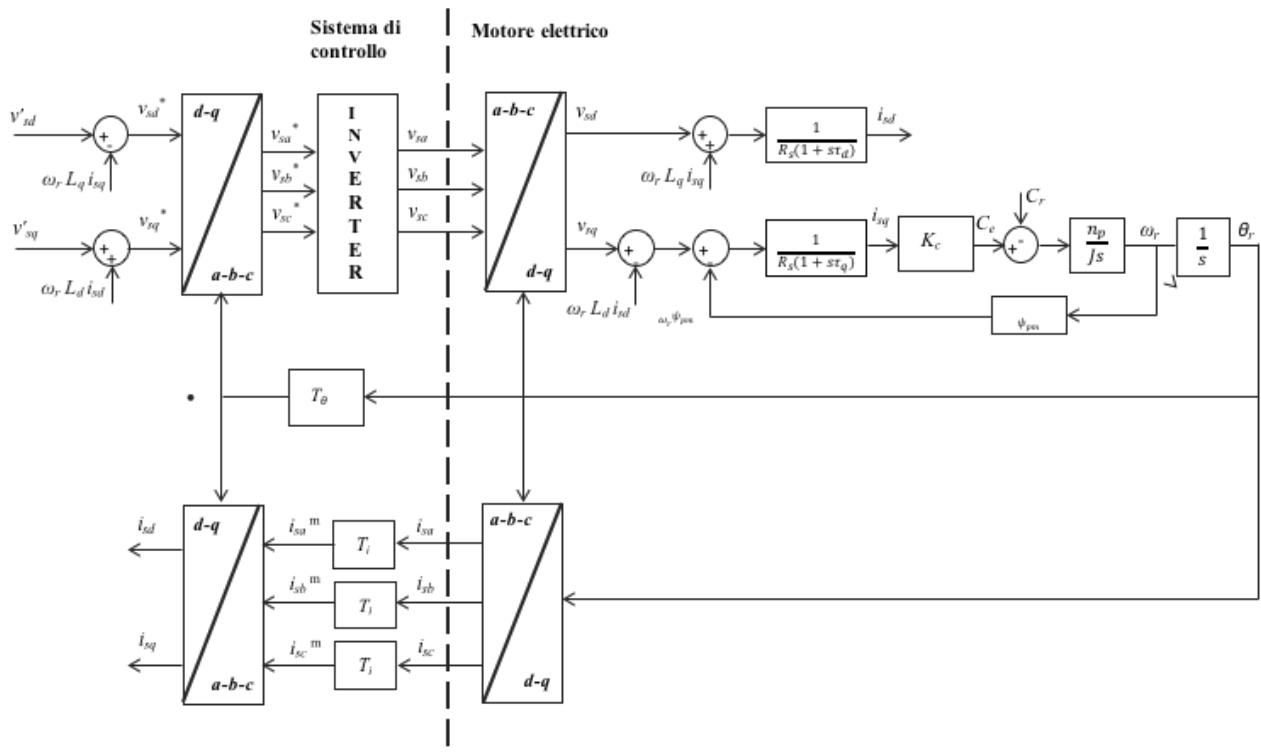


Figura 2.27 Diagramma a blocchi del motore e del sistema di controllo

2.11 CONTROLLO DELLA CORRENTE

La corrente può essere controllata automaticamente utilizzando regolatori di tipo proporzionale-integrale (PI). All'uscita dei regolatori saranno sommati i termini di disaccoppiamento per garantire la regolazione indipendente della dinamica delle due correnti i_{sd} e i_{sq} , come rappresentato nel diagramma a blocchi di figura 2.28. La dinamica dell'inverter è molto più veloce di quella delle grandezze regolate, quindi si può ritenere che i termini di disaccoppiamento si semplifichino con i corrispondenti termini di accoppiamento nel modello della macchina. Per effettuare la sintesi del regolatore di asse q, bisogna calcolare la funzione di trasferimento che lega la tensione e la corrente (tra i punti indicati con IN e OUT nel diagramma a blocchi) considerando nulla la coppia di carico:

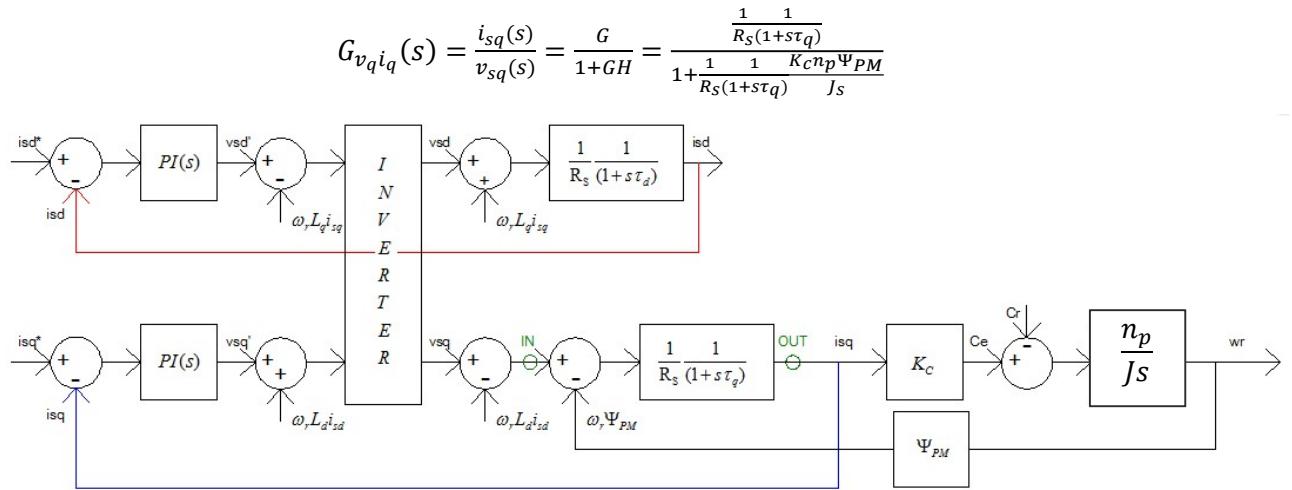


Figura 2.28

Si può introdurre una nuova costante di tempo detta costante di tempo meccanica:

$$\tau_m = \frac{R_s J}{n_p \Psi_{PM} K_c}$$

La f.d.t. complessiva diventa:

$$G_{v_q i_q}(s) = \frac{\frac{1}{R_s(1+s\tau_q)}}{1 + \frac{1}{s\tau_m(1+s\tau_q)}}$$

Moltiplicando e dividendo per $s\tau_m(1+s\tau_q)$:

$$G_{v_q i_q}(s) = \frac{\frac{1}{R_s(1+s\tau_q)}}{1 + \frac{1}{s\tau_m(1+s\tau_q)}} \frac{s\tau_m(1+s\tau_q)}{s\tau_m(1+s\tau_q)} = \frac{1}{R_s} \frac{s\tau_m}{s\tau_m(1+s\tau_q) + 1} = \frac{1}{R_s} \frac{s\tau_m}{s^2\tau_m\tau_q + s\tau_m + 1}$$

Dato che le costanti di tempo al denominatore sono in genere molto diverse tra di loro e risulta $\tau_m \gg \tau_q$, la f.d.t. può essere approssimata nella forma:

$$G_{v_q i_q}(s) \cong \frac{1}{R_s} \frac{s\tau_m}{s^2\tau_m\tau_q + s(\tau_m + \tau_q) + 1} = \frac{1}{R_s} \frac{s\tau_m}{(1+s\tau_m)(1+s\tau_q)}$$

Il diagramma a blocchi relativo alla regolazione della corrente di asse q può essere quindi ridisegnato come in figura 2.29 trascurando per semplicità le costanti di tempo elettroniche. È evidente che il polo nell'origine introdotto dal regolatore si semplifica con lo zero della funzione di trasferimento del modello del motore. Il sistema risulta quindi di tipo zero e presenta un errore finito a regime in risposta ad un gradino di ampiezza costante. In pratica, implementando tale schema di regolazione, durante i transitori si avrebbe un valore di corrente in quadratura inferiore a quello richiesto. Tale limite non è compatibile con le applicazioni ad elevate prestazioni dinamiche che di solito adoperano azionamenti con motori a magneti permanenti e si supera introducendo la compensazione della forza contro-elettromotrice (f.c.e.m.) in uscita al regolatore di corrente i_{sq} .

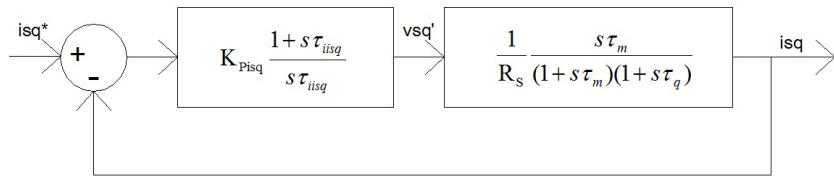


Figura 2.29

Sommando il termine $\omega_r \Psi_{PM}$ a valle del regolatore di corrente i_{sq} . Il diagramma a blocchi di riferimento per la taratura del regolatore diventa quello riportato in figura 2.30, nel quale sono stati rimossi i termini di accoppiamento e disaccoppiamento. Analogamente a quanto succede per i termini di disaccoppiamento, la compensazione della f.c.e.m. si semplifica istante per istante con la f.c.e.m. elidendo la retroazione interna del modello della macchina. La funzione di trasferimento tra tensione e corrente si riduce alla sola parte elettrica del modello della macchina.

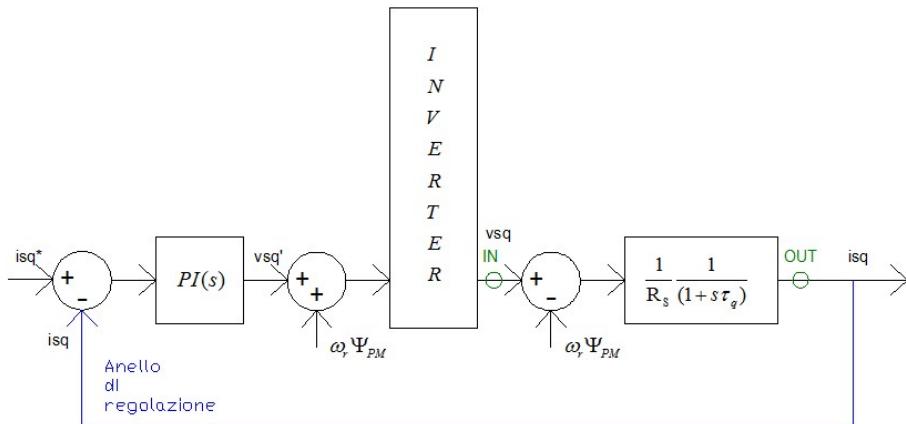
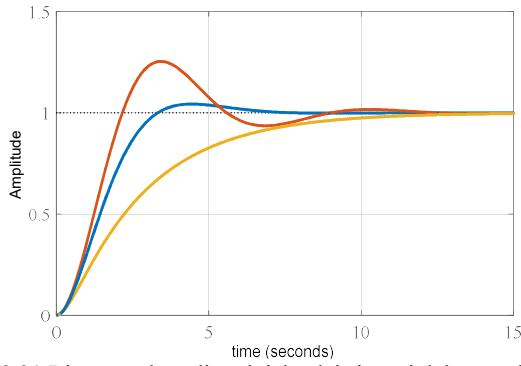


Figura 2.30

Di conseguenza, trascurando i termini con le dinamiche più rapide e di natura elettronica, la f.d.t. in catena diretta diventa di tipo uno, con errore nullo a regime in risposta ad un gradino:

$$G(s) = K_{pisq} \frac{s\tau_{iisq} + 1}{s\tau_{iisq}} \frac{1}{R_s} \frac{1}{(1 + s\tau_q)}$$

La dinamica della risposta di corrente a seguito dell'applicazione di un gradino del riferimento dipenderà dalla scelta dei parametri del regolatore e potrà essere più o meno veloce, sottosmorzata o sovrasmorzata.



Si può notare che, dopo la compensazione dei termini di disaccoppiamento e della f.c.e.m. le funzioni di trasferimento per la progettazione dei regolatori di asse diretto ed in quadratura sono analoghe. Per semplicità si considererà nel seguito solo la taratura del regolatore di asse in quadratura. Per procedere con la sintesi del regolatore di corrente possono essere introdotte nel diagramma a blocchi delle funzioni di trasferimento che portano in conto dei ritardi introdotti dall'inverter, dall'implementazione digitale del sistema di controllo e dal trasduttore utilizzato per la misura della corrente.

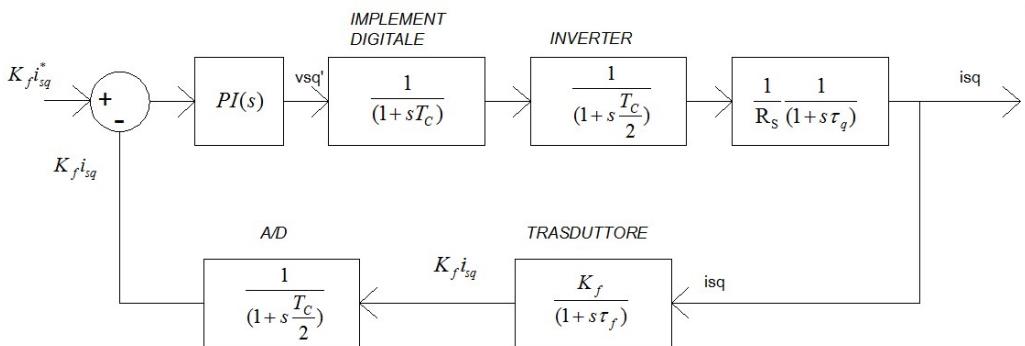


Figura 2.32 Diagramma a blocchi per la sintesi del regolatore di corrente

Si assume che il trasduttore abbia guadagno pari a K_f (e sia caratterizzato da una dinamica del primo ordine con costante di tempo τ_f). Dato che in uscita dal trasduttore si ha un segnale pari a $K_f i_{sq}$, per poterlo confrontare con il segnale di riferimento, quest'ultimo deve essere pari a $K_f i_{sq}^*$. Il segnale di set-point deve essere adeguato alla dimensione fisica del segnale di feedback.

Il sistema fisico controllato è tempo continuo, mentre il sistema di controllo è di tipo digitale. Per effettuare la sintesi del regolatore nel dominio di Laplace, bisogna considerare i ritardi introdotti dall'implementazione digitale. La corrente è campionata ad intervalli regolari pari a T_c secondi ed è considerata costante sino alla misura del successivo campione (mantenitore di ordine zero). Si vede dalla figura 2.33 che il segnale campionato (linea blu), dopo l'applicazione del mantenitore di ordine zero, è sempre in ritardo rispetto al valore reale della corrente (linea nera). Il ritardo è variabile da un minimo pari a zero secondi nell'istante di campionamento ad un massimo di T_c secondi subito prima del campionamento. Il ritardo medio introdotto dal campionamento è quindi approssimabile a $0.5T_c$ secondi (vedi curva arancio in figura 2.33 ottenuta traslando

in ritardo di $0.5T_c$ secondi la linea nera). Tale ritardo può essere portato in conto introducendo una f.d.t. del primo ordine con costante di tempo pari al ritardo: $\frac{1}{s\frac{T_c}{2}+1}$.

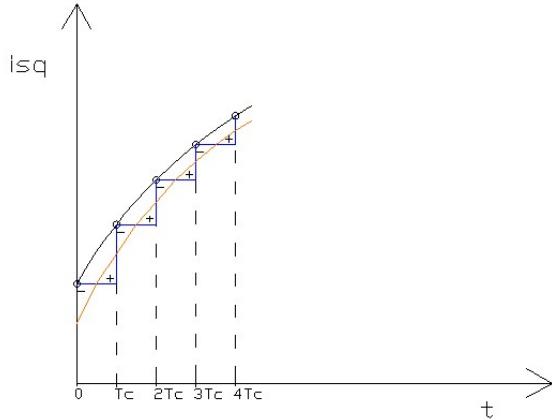


Figura 2.33

2.11.1 Implementazione digitale dello schema di controllo.

Il microcontrollore che implementa il regolatore esegue i calcoli relativi al calcolo della nuova azione di controllo ogni T_c secondi. La sequenza delle operazioni del microcontrollore è rappresentata in figura 2.34. L'avvio delle operazioni di calcolo è determinato da un segnale detto di trigger che è agganciato all'oscillatore del microcontrollore e garantisce che i calcoli siano eseguiti esattamente ogni T_c secondi. All'arrivo del segnale di interrupt il microcontrollore campiona le grandezze fisiche (in genere correnti di fase e posizione) ed esegue tutti i calcoli necessari alla determinazione dell'azione di controllo (i.e. trasformazioni di coordinate, implementazione dei regolatori). Queste operazioni richiedono un tempo detto tempo di calcolo, rappresentato in rosso nella figura 2.34. Al termine dei calcoli sarebbe disponibile la nuova azione di controllo da applicare al motore ($v_{sdq}^*(k)$). Non è detto che ad ogni esecuzione dei calcoli questi richiedano sempre lo stesso tempo, quindi l'istante di avvio dei calcoli è noto con precisione, quello di termine no. Dato che l'inverter che applica la tensione al motore opera con una logica di tipo PWM (pulse width modulation, vedi figura 2.35) esso richiede che la tensione sia modificata ad intervalli di tempo regolari. La tensione di riferimento calcolata al passo di campionamento k -esimo è quindi conservata in memoria fino al successivo segnale di trigger per essere poi applicata nel passo di campionamento $(k+1)$ -esimo. Il tempo durante il quale l'azione di controllo è conservata in memoria è detto tempo di mantenimento. La somma dei tempi di calcolo e di mantenimento è pari a $T_c = t_{calcolo} + t_{mantenimento}$ secondi in ciascun intervallo di campionamento e sarà il ritardo introdotto dall'implementazione digitale dello schema di controllo. La funzione di trasferimento aggiunta per portare in conto questo ritardo sarà un filtro del primo ordine con costante di tempo pari a $T_c: \frac{1}{sT_c+1}$.

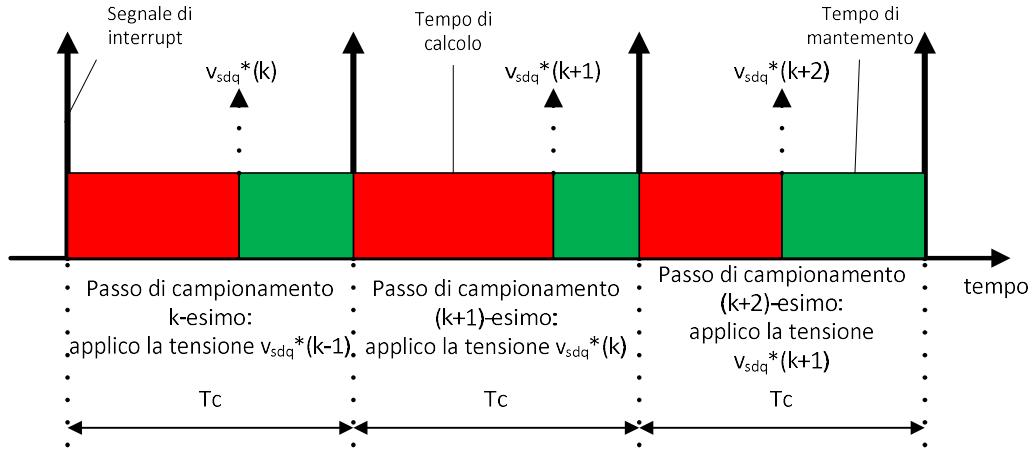


Figura 2.34

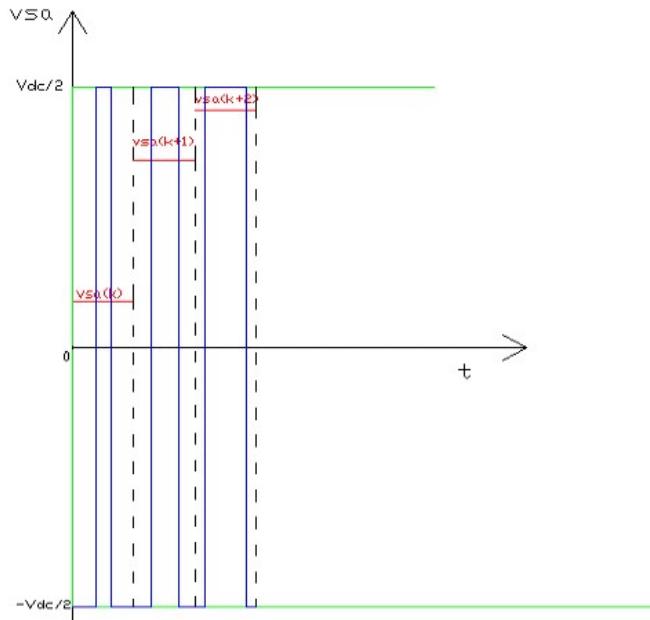


Figura 2.35 Tensione PWM applicata al motore: il valore medio in ciascun intervallo di campionamento corrisponde alla tensione calcolata dal sistema di regolazione

Le tensioni di riferimento sono trasformate in coordinate di fase prima di essere inviate all'inverter. Questo non applicherà istantaneamente le tensioni v_{sa}, v_{sb}, v_{sc} di riferimento, ma grazie alla modulazione PWM, applicherà a ciascuna fase delle tensioni mediamente pari a quelle di riferimento in ciascun intervallo di campionamento. L'inverter, dal punto di vista del ritardo introdotto nello schema di controllo, è assimilabile ad un mantenitore di ordine zero posto all'uscita dello schema di controllo digitale. Per quanto detto sino ad ora può essere approssimato con un ulteriore ritardo di $0.5T_c$ secondi e portato in conto con un ulteriore filtro del primo ordine avente costante di tempo paria al ritardo introdotto.

2.12 SINTESI DEL REGOLATORE DI CORRENTE: CRITERIO DEL MODULO OTTIMO

Per effettuare la sintesi del regolatore si parte dal diagramma a blocchi di figura 2.32, si riporta lo schema in retroazione unitaria e si effettuano alcune semplificazioni che consistono nell'approssimare le dinamiche di ordine più elevato. Il sistema è caratterizzato da cinque funzioni di trasferimento del primo ordine (vedi Figura

2.36). La costante di tempo elettrica è in genere maggiore di tutte le altre, che sono di natura elettronica: $T_c \approx \tau_f \ll \tau_q$. Risulta che τ_q è la costante di tempo dominante, mentre τ_f e T_c costanti di tempo dominate.

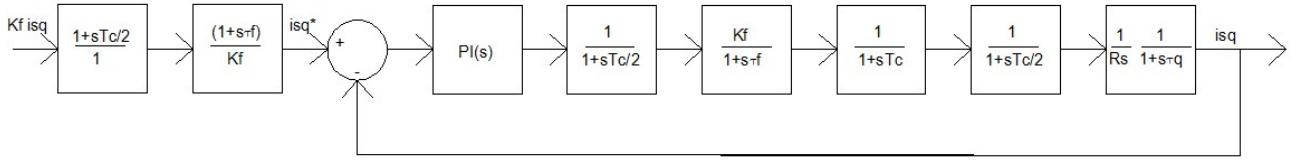


Figura 2.36 Diagramma a blocchi per il controllo della corrente in retroazione unitaria

Per esempio, considerata ad esempio la f.d.t. del tipo:

$$\frac{1}{(sT_c + 1)(s\tau_f + 1)(s\tau_q + 1)}$$

in cui abbiamo 3 costanti di tempo, di cui 2 elettroniche e una elettrica, effettuato il prodotto al denominatore per le costanti di tempo elettroniche, si ottiene:

$$\frac{1}{(1 + s(\tau_f + T_c) + s^2\tau_f T_c)(s\tau_q + 1)}$$

Il comportamento di questa funzione di trasferimento resta praticamente invariato se si trascura il termine di secondo grado nel prodotto delle due costanti di tempo piccole ($s^2\tau_f T_c$).

Inoltre, essendo $T_c \approx \tau_f \ll \tau_q$, il prodotto $\tau_f T_c$ è ancora più piccolo di ciascuna delle due, dunque è a maggior ragione trascurabile.

In termini generali, in una f.d.t. caratterizzata da molti poli, in cui uno è dominante e tutti gli altri sono dominati (hanno associate costanti di tempo molto più piccole), è plausibile fare una approssimazione sostituendo alle piccole costanti di tempo (T_c e τ_f nel nostro caso), un'unica costante di tempo data dalla somma di tutte le piccole costanti di tempo.

Questa nuova costante di tempo è chiamata “somma delle piccole costanti di tempo” definita come

$$\tau_{\Sigma i} = \frac{T_c}{2} + \tau_f + T_c + \frac{T_c}{2}$$

Il nuovo sistema equivalente sarà del secondo ordine e caratterizzato da solo due costanti di tempo: una è quella dominante τ_q e l'altra $\tau_{\Sigma i}$ dominata. Il diagramma a blocchi originario può essere modificato come in figura 2.37 (i blocchi a monte di isq^* non sono rappresentati in quanto non rientrano nell'anello di regolazione e quindi non influenzano la scelta dei parametri del regolatore).

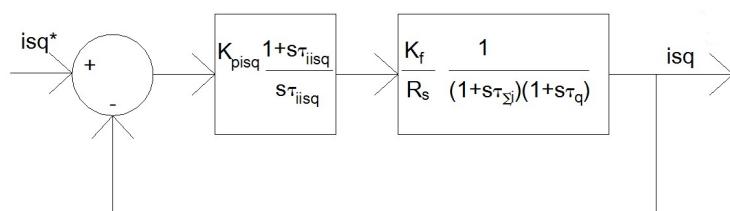


Figura 2.37

È necessario ora determinare sia la costante di tempo del regolatore τ_{iisq} , sia il guadagno del regolatore K_{pisq} . Una tecnica di sintesi del regolatore comunemente usata in questi casi passa attraverso la **cancellazione polo-zero**. Si può scegliere la costante di tempo del regolatore pari alla costante di tempo dominante τ_q in modo che questa non costituisca più un limite alla velocità di risposta del sistema regolato: $\tau_q = \tau_{iisq}$.

Tale operazione è possibile dato che il polo che si vuole cancellare è a parte reale negativa. Con tale cancellazione polo-zero il sistema risultante diventa del primo ordine; resta da impostare il valore del guadagno K_{pisq} . Definiamo $K' = \frac{K_{pisq} K_f}{\tau_{iisq} R_s}$ che sarà un numero reale positivo come K_{pisq} .

Si ottiene una f.d.t. in anello aperto:

$$G(s) = \frac{K'}{s(1 + s\tau_{\Sigma i})}$$

Il valore di K' è scelto considerando il luogo delle radici riportato in figura 2.38 e ottenuto considerando $\tau_{\Sigma i} = 1$ s.

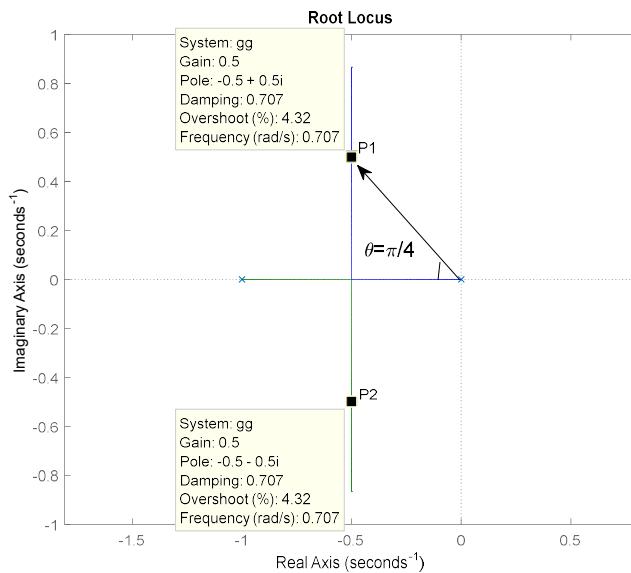


Figura 2.38

Il luogo delle radici descrive, a partire dalla posizione dei poli e degli zeri in catena aperta, la posizione dei poli e degli zeri in anello chiuso al variare del parametro K' reale e positivo. Il punto di emersione è in corrispondenza dell'ascissa pari a $-\frac{1}{2\tau_{\Sigma i}}$ da cui partono i due rami verso l'alto e il basso. Scegliendo un valore di K' sufficientemente piccolo, la posizione dei poli in anello chiuso sarà molto prossima alla posizione dei poli in anello aperto. In tal caso ci sarà un polo reale dominante e la dinamica di corrente sarà di tipo sovrasmorzato. Al crescere di K' i poli in catena chiusa tendono ad avvicinarsi verso il punto di emersione, la risposta di corrente diventa più rapida ma resta di tipo sovrasmorzato.

Con un ulteriore aumento di K' , i poli diventano complessi e coniugati, la parte immaginaria dei poli cresce con K' e la risposta tende a diventare sempre più sottosmorzata.

Secondo il criterio del modulo ottimo i poli in catena chiusa devono avere parte reale in modulo pari a quella immaginaria:

$$P_1 \left(-\frac{1}{2\tau_{\Sigma i}}; \frac{1}{2\tau_{\Sigma i}} \right) \quad P_2 \left(-\frac{1}{2\tau_{\Sigma i}}; -\frac{1}{2\tau_{\Sigma i}} \right)$$

Avendo la parte reale uguale a quella immaginaria, tracciando la linea congiungente l'origine con uno dei due poli, si individua un angolo pari a $\frac{\pi}{4}$; il coseno di tale angolo è il grado di smorzamento δ del sistema in catena chiusa:

$$\delta = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.707$$

Il valore di K' che realizza questa condizione è pari a $K' = \frac{1}{2\tau_{\Sigma i}}$. Di conseguenza si ha che:

$$K' = \frac{K_{pisq} K_f}{\tau_{iisq} R_s} = \frac{1}{2\tau_{\Sigma i}}$$

Dunque risolvendo la seconda equazione rispetto a K_{pisq} si ha il valore del guadagno del regolatore. In conclusione le formule:

$$\tau_q = \tau_{iisq}$$

$$\frac{K_{pisq} K_f}{\tau_{iisq} R_s} = \frac{1}{2\tau_{\Sigma i}}$$

forniscono le formule di progetto dei guadagni del regolatore proporzionale - integrale tali per cui la dinamica in anello chiuso del sistema diventa una dinamica del secondo ordine sottosmorzata con smorzamento critico pari a 0.707.

Questa dinamica è detta **dinamica del modulo ottimo** e le formule di progetto del regolatore sono le formule di progetto del regolatore secondo il criterio del modulo ottimo.

Allora sostituendo nella f.d.t. $G(s)$ il valore di $K' = \frac{1}{2\tau_{\Sigma i}}$ si ottiene la f.d.t.:

$$G_{MO}(s) = \frac{1}{2\tau_{\Sigma i} s (1 + s\tau_{\Sigma i})}$$

e il diagramma a blocchi risulta:

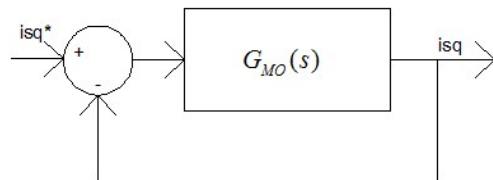


Figura 2.39

La f.d.t. in anello chiuso risulterà (essendo la retroazione unitaria basta aggiungere al denominatore il numeratore):

$$G_{oMO}(s) = \frac{1}{2\tau_{\Sigma i}s(1+s\tau_{\Sigma i}) + 1} = \frac{1}{2\tau_{\Sigma i}^2 s^2 + 2s\tau_{\Sigma i} + 1}$$

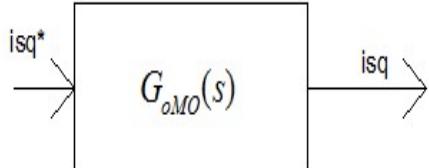


Figura 2.40

Il criterio del modulo ottimo rappresenta una scelta che media tra una risposta sovrasmorzata ma lenta ed una risposta veloce ma con una sovraelongazione eccessiva. Nel caso della regolazione della corrente, per la salvaguardia del convertitore la sovraelongazione massima deve essere compresa tra il 5 ed il 10%. La risposta al gradino della funzione di trasferimento del modulo ottimo $G_{oMO}(s)$ presenta una sovraelongazione contenuta al 4.3% (vedi figura 2.41).

Altri due parametri caratteristici della risposta nel tempo sono il tempo di salita e il tempo di assestamento: il tempo di salita è il tempo necessario per il sistema per passare dal 2% al 98% del set-point; il tempo di assestamento è il tempo necessario per rientrare permanentemente nella banda del $\pm 2\%$ del set-point.

Nel caso del modulo ottimo il tempo di salita è circa 4 volte $\tau_{\Sigma i}$, mentre il tempo di assestamento è circa 8 volte $\tau_{\Sigma i}$.

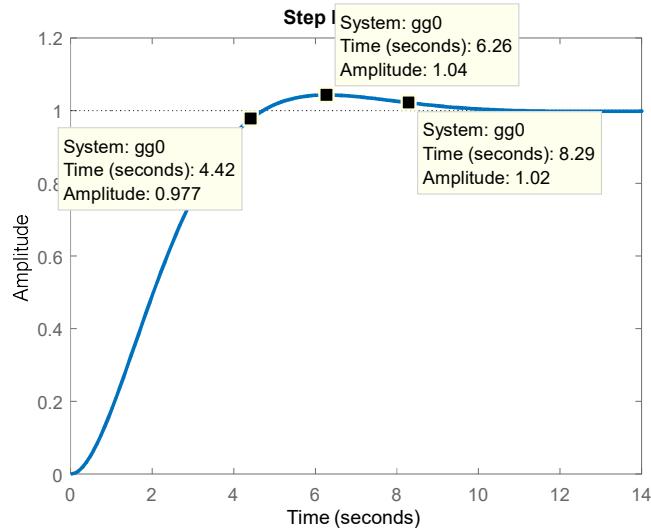


Figura 2.41 Parametri caratteristici della risposta al gradino del modulo ottimo con costante di tempo unitaria

La risposta rapida è desiderata per ottenere una migliore prontezza di risposta di coppia dell'azionamento elettrico (in conseguenza della presa di carico, cioè in seguito l'applicazione della coppia di carico all'albero della macchina elettrica). Tanto più rapido risulta essere l'anello di corrente, tanto più rapidamente il sistema di controllo è in grado di produrre una coppia che contrasti la coppia di carico. Per ottenere risposte di corrente particolarmente veloci bisogna modellare in modo meno approssimativo i ritardi introdotti

dall'implementazione digitale, oppure operare una sintesi diretta nel dominio tempo-discreto. Bisogna comunque considerare che l'inverter ha a disposizione una tensione limitata e che la macchina elettrica è un carico di tipo omico-induttivo. Tanto minore sarà il tempo di salita richiesto, tanto maggiore sarà la tensione da applicare durante il transitorio per compensare la caduta di tensione sull'induttanza del tipo $L \cdot \frac{di}{dt}$. Questo pone un limite inferiore al tempo di salita della corrente realizzabile con l'azionamento elettrico.

2.12.1 Analisi del regolatore nel dominio della frequenza

Il criterio del modulo ottimo permette di ottenere una risposta al gradino rapida e con una sovraelongazione contenuta. Tali caratteristiche si riferiscono al comportamento del sistema nel dominio del tempo. Si potrebbe caratterizzare il sistema anche nel dominio della frequenza osservando i diagrammi di Bode delle funzioni di trasferimento in anello aperto ed in anello chiuso riportati in figura 2.42.

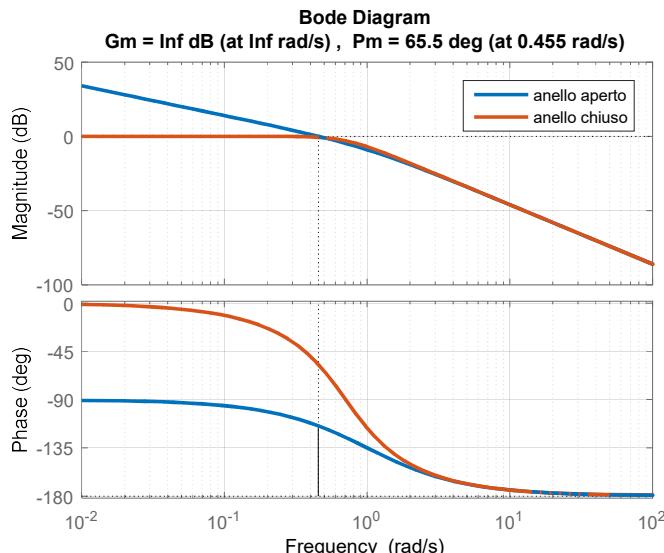


Figura 2.42 Risposta in frequenza del modulo ottimo in anello aperto ed in anello chiuso

Per effettuare lo studio nel dominio della frequenza si sostituisce ad s l'operatore $j\omega$:

$$G_{isq}(j\omega) = \frac{K'}{j\omega(1 + j\omega\tau_{\Sigma i})}$$

Il diagramma di Bode rappresenta l'andamento del modulo e della fase della f.d.t. nel dominio della frequenza.

Essendoci un polo nell'origine, la pendenza iniziale è -20dB/decade . In corrispondenza della pulsazione del polo $\frac{1}{\tau_{\Sigma i}}$ la pendenza risulta -40dB/decade .

Dunque il diagramma di bode dei moduli dipende dal valore di K' : all'aumentare di K' , il luogo tende a spostarsi verso l'alto; al ridursi di K' , il luogo si sposta verso il basso.

Il diagramma di Bode delle fasi ha un contributo di -90° dovuto al primo polo ed ulteriori -90° dovuti al secondo polo: parte da -90° , a partire da una ottava prima della frequenza cambia pendenza fino a -180° in corrispondenza di una ottava dopo la frequenza.

In corrispondenza della pulsazione dell'unico polo presente $\left(\frac{1}{\tau_{\Sigma i}}\right)$, la fase vale -135° .

Scegliendo K' molto elevato si ha un margine di fase piccolo: il sistema è vicino a una condizione di marginale stabilità e i poli risultano essere complessi e coniugati, vicini all'asse immaginario.

Per contro, nel caso di K' molto piccolo, il margine di fase potrebbe avvicinare 90° , ma il sistema avrebbe una risposta molto lenta.

Il valore di margine di fase che si ottiene progettando il regolatore in accordo con il criterio del modulo ottimo (*i.e.* $K' = \frac{1}{2\tau_{\Sigma i}}$) è di circa 65° , la pulsazione di crossover ω_{CR} alla quale la funzione di trasferimento in anello aperto assume modulo unitario è pari a circa $\frac{0.45}{\tau_{\Sigma i}}$.

In anello aperto la f.d.t. è G_{isq} , in anello chiuso si definisce:

$$G_{oisq} = \frac{G_{isq}}{1+G_{isq}} \text{(curva blu)}$$

Alle basse frequenze il modulo di G_{isq} è $>>1$ (come si nota dal grafico di figura 2.42), quindi, nella f.d.t. G_{oisq} , il termine unitario è trascurabile rispetto a G_{isq} . Allora risulta:

$$G_{oisq} \cong 1\angle 0$$

Allora nel diagramma di Bode di G_{oisq} , alle basse frequenze l'ampiezza vale 1 e la fase vale 0 ($20\log_{10}1 = 0$ dB), quindi coincide con l'asse delle ascisse (sia il diagramma dei moduli che delle fasi).

Alle alte frequenze l'ampiezza in anello aperto diventa molto al disotto dell'asse delle ascisse. Dunque risulta $G_{isq} \ll 1$ e si ha:

$$G_{oisq} \cong \frac{G_{isq}}{1}$$

Quindi alle alte frequenze la f.d.t. in catena chiusa tende alla f.d.t. in anello aperto (curva blu e rossa sovrapposte in figura 2.42). Dal diagramma di Bode in catena chiusa si evince che a frequenze molto basse l'amplificazione è circa unitaria e la fase circa zero, allora, nel dominio del tempo, se in ingresso è presente un set-point sinusoidale di pulsazione bassa (bassa frequenza), l'uscita tenderà a seguire fedelmente l'ingresso (Figura 2.43(a)). Per valori di frequenza intermedia, in particolare per $\omega = \frac{0.707}{\tau_{\Sigma i}}$, l'amplificazione è minore di

0 (pari a -3dB) e la fase è 90° (Figura 2.43(b)). Tale pulsazione prende il nome di banda passante del sistema. Per alte frequenze, lo sfasamento tra ingresso ed uscita tende a 180° e l'uscita è molto attenuata rispetto all'ingresso (Figura 2.43(c)).

Di solito l'andamento di $i_{sq}^*(t)$ è caratterizzato da una serie di gradini, quindi da brusche variazioni di set-point. Un'onda quadra periodica $f(\theta)$ può essere scomposta in serie di Fourier ed espressa come somma di funzioni seno a diverse pulsazioni (vedi figura 2.44):

$$f(\theta) = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n} \sin(n\theta)$$

Tante più armoniche si sommano alla fondamentale, tanto meglio il segnale approssima l'onda quadra.

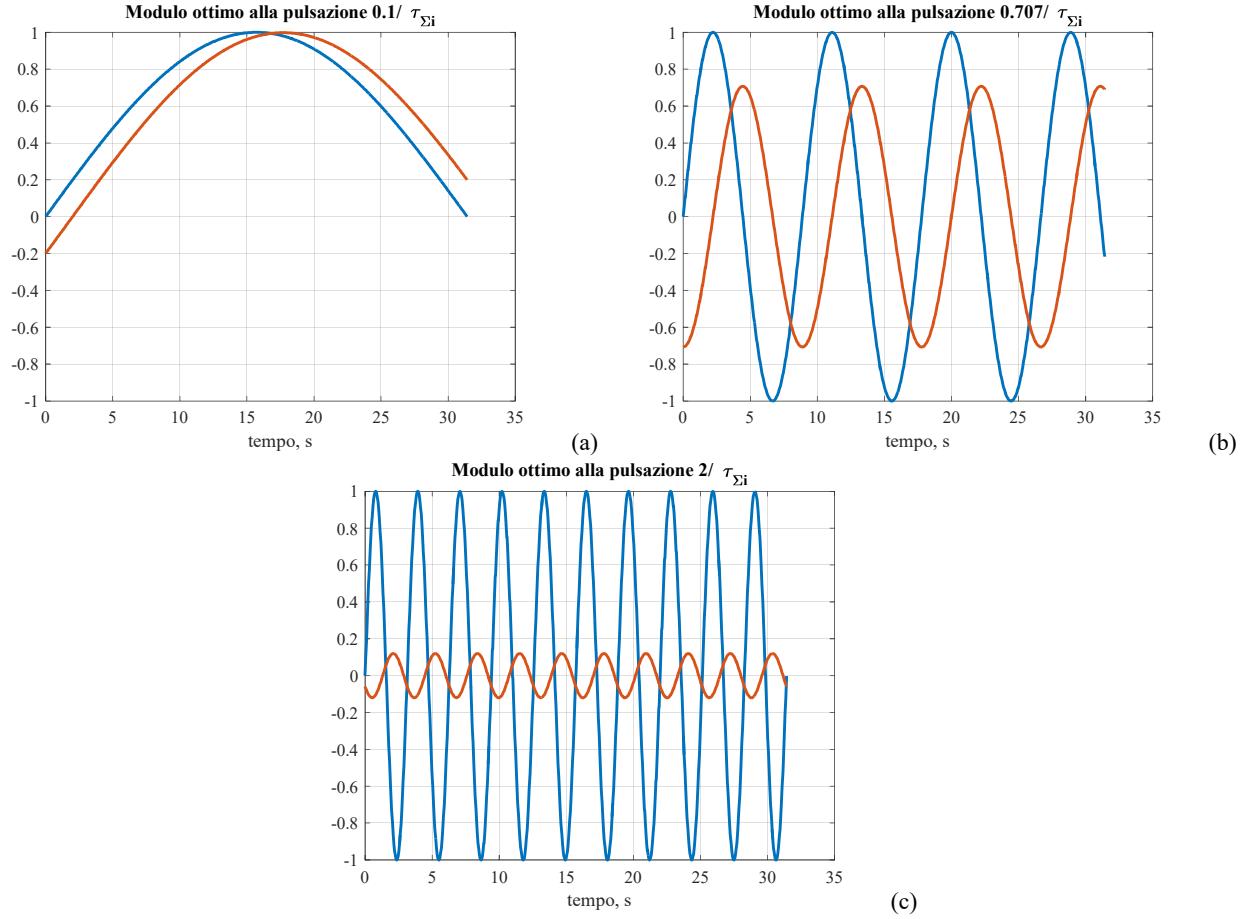


Figura 2.43 Risposta del modulo ottimo a segnali sinusoidali di diversa frequenza

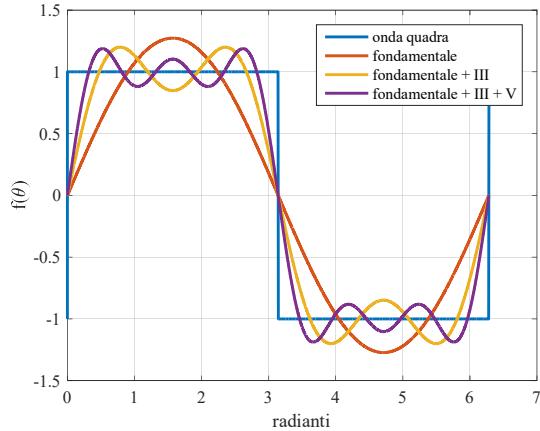


Figura 2.44 Ricostruzione di un segnale periodico ad onda quadra come somma delle principali componenti in frequenza

Se la banda passante del sistema fosse infinita, allora il sistema riuscirebbe a riprodurre in uscita tutte le sinusoidi che compongono il segnale ad onda quadra: la corrente di uscita seguirebbe fedelmente un gradino di corrente di riferimento. Se la banda passante è limitata, si ha che le componenti a bassa frequenza dello

spettro di Fourier passano inalterate, quelle a frequenza elevata sono cancellate: si ottiene in uscita una versione approssimata dell'onda quadra. Tanto più è alta la banda passante del sistema, tanto migliore sarà l'approssimazione del segnale di uscita.

2.13 PROGETTO DEL REGOLATORE IN FUNZIONE DEL MARGINE DI FASE E DELLA PULSAZIONE DI CROSSOVER

E' possibile realizzare la sintesi del regolatore in modo da imporre un certo valore per la pulsazione di crossover ω_{CR} e per il margine di fase PM del sistema. La pulsazione di crossover fornisce una misura della banda passante del sistema, mentre il margine di fase misura la distanza dalla condizione di marginale stabilità. Si consideri inizialmente un sistema caratterizzato da un regolatore generico con funzione di trasferimento $G_c(s)$ che regola un plant con funzione di trasferimento $G_p(s)$ come mostrato in figura 2.45. La funzione di trasferimento in anello chiuso sarà $G_o(s) = \frac{G_c(s) \cdot G_p(s)}{1 + G_c(s) \cdot G_p(s)}$.

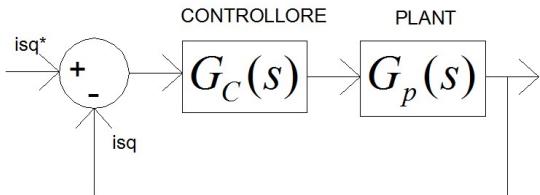


Figura 2.45

$$G_c(s) = K_p + \frac{K_I}{s} \Rightarrow \text{fdt del regolatore}$$

$$G_p(s) \Rightarrow \text{fdt di un qualsiasi plant}$$

$$G_o(s) = \frac{G_c(s) \cdot G_p(s)}{1 + G_c(s) \cdot G_p(s)} \Rightarrow \text{fdt in anello chiuso}$$

Si consideri la equazione caratteristica di $G_o(s)$ nel dominio della frequenza:

$$1 + G_c(j\omega) \cdot G_p(j\omega) = 0$$

Se esistesse un valore di ω che soddisfa tale relazione, $j\omega$ sarebbe soluzione del polinomio caratteristico, il sistema in catena chiusa avrebbe due poli immaginari puri (complessi coniugati) e il sistema sarebbe marginalmente stabile. Risulterebbe infatti:

$$G_c(j\omega) \cdot G_p(j\omega) = -1 = 1\angle -180^\circ$$

Dove il prodotto $G_c(j\omega) \cdot G_p(j\omega)$ coincide con la f.d.t. in catena aperta. La pulsazione che verifica la relazione precedente sarebbe la pulsazione di crossover e il margine di fase sarebbe nullo. Se volessimo quindi imporre i valori desiderati di pulsazione di crossover e margine di fase, dovrebbe risultare:

$$G_c(j\omega_{CR}) \cdot G_p(j\omega_{CR}) = 1\angle(-180^\circ + PM)$$

Ipotizzando che la funzione di trasferimento del plant abbia la seguente espressione (numero complesso che deriva dall'aver sostituito nella f.d.t. del sistema controllato all'operatore s il valore $j\omega_{CR}$ che è un numero complesso scelto a priori):

$$G_p(j\omega_{CR}) = M e^{j\psi} = M \angle \psi = M \cos \psi + jM \sin \psi$$

e sostituendo nella equazione precedente, risulta:

$$G_c(j\omega_{CR}) = \frac{1}{M} \angle(-180^\circ + PM - \psi)$$

Nell'ipotesi che il regolatore sia di tipo proporzionale-integrale, la sua funzione di trasferimento è $G_c(s) = K_p + \frac{K_I}{s}$, quindi:

$$G_c(j\omega_{CR}) = K_p + \frac{K_I}{j\omega_{CR}} = K_p - j \frac{K_I}{\omega_{CR}}$$

Eguagliando parte reale e immaginaria si ottengono le formule di progetto del regolatore che consentono di calcolare K_p e K_I , scelti a priori ω_{CR} e PM (attenzione l'argomento della funzione sin in Matlab deve essere espresso in radianti):

$$\Re_e: K_p = \frac{1}{M} \cos(-180^\circ + PM - \psi)$$

$$\Im_m: -\frac{K_I}{\omega_{CR}} = \frac{1}{M} \sin(-180^\circ + PM - \psi)$$

2.14 REGOLAZIONE DELLA VELOCITÀ

Dovendo regolare la velocità del motore a magneti permanenti, sarebbe possibile rimuovere il regolatore di corrente e inserire un regolatore di velocità, che avrebbe in ingresso l'errore di velocità ed in uscita la tensione da applicare al motore secondo l'asse in quadratura, come mostrato in figura 2.46. La tensione da applicare secondo l'asse diretto sarebbe comunque stabilita dal regolatore di corrente i_{sd} .

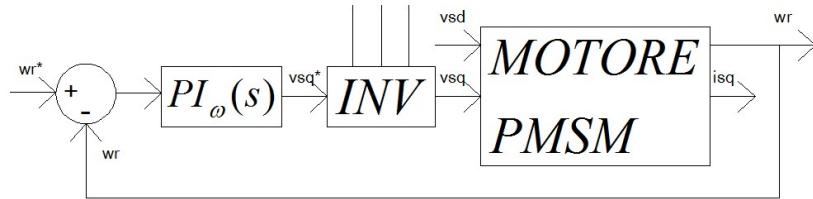


Figura 2.46

Tuttavia uno schema di questo tipo presenta alcuni limiti:

- La dinamica di corrente non sarebbe nota: non si conoscerebbe il comportamento transitorio della corrente assorbita dal motore durante l'avviamento o la regolazione di velocità;
- Non sarebbe possibile limitare il valore massimo di corrente erogato dal convertitore. Con tale schema di controllo, nel caso in cui l'asse del motore fosse bloccato e imponendo un set-point di velocità non nullo, il motore non riuscirebbe a partire ma il regolatore aumenterebbe la tensione fino alla tensione nominale. Il motore, essendo fermo, assorbirebbe la corrente di corto circuito limitata dalla sola resistenza degli avvolgimenti. Tale fenomeno, se accadesse troppo rapidamente potrebbe non consentire l'intervento delle protezioni e portare alla rottura del convertitore. Per evitare tale rischio è necessario misurare la corrente, in modo che non superi i valori critici per il convertitore (tipicamente

$<2I_n$). Conviene realizzare un anello di regolazione della corrente per poter determinare la dinamica della risposta della corrente e quindi anche della coppia.

Per quanto sin qui esposto, il controllo di velocità si realizza lasciando inalterato lo schema di controllo della corrente ed aggiungendo un regolatore di velocità che ha in ingresso l'errore di velocità ed in uscita la corrente di riferimento secondo l'asse in quadratura. Il regolatore aumenterà la corrente per accelerare e la diminuirà per rallentare, dato che la corrente è direttamente proporzionale alla coppia elettromagnetica. Lo schema prende il nome di controllo in cascata ed è mostrato in figura 2.47. E' necessario che l'anello di regolazione interno (della corrente) sia più rapido di quello esterno (di velocità) per garantire la funzionalità del controllo in cascata. Negli azionamenti elettrici questa condizione è facilmente verificata dato che la corrente (grandezza elettrica) tende a variare molto più velocemente della velocità (grandezza meccanica). Tipicamente la banda passante dell'anello di regolazione della corrente è dell'ordine delle centinaia di hertz mentre quella della velocità è dell'ordine delle decine di Hertz. Nel caso in cui la grandezza regolata fosse la posizione, il corrispondente anello di controllo sarebbe ancora più lento con dinamiche attese dell'ordine degli hertz.

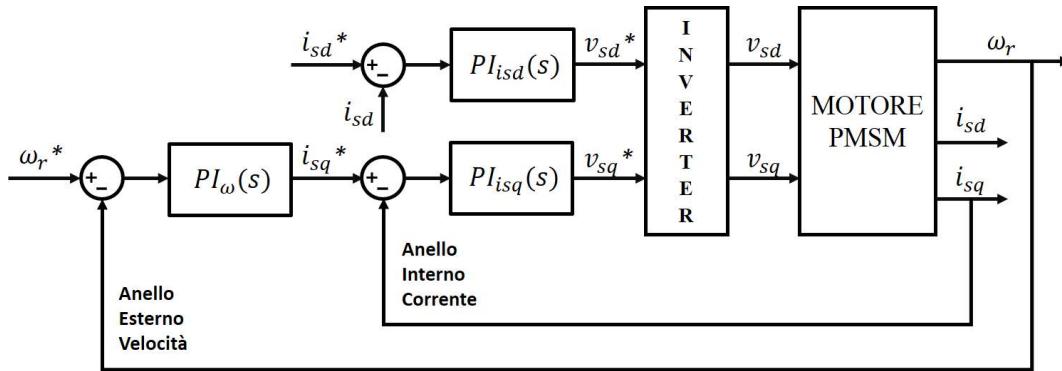


Figura 2.47 Schema di controllo in cascata di corrente e velocità

Questo schema a blocchi supera i limiti esaminati in precedenza:

- L'anello di controllo della corrente assicura che a fronte di una richiesta di corrente, anche con variazione a gradino del riferimento, la risposta della corrente rispetterà il criterio di progetto scelto (e.g. overshoot $<5\%$ nel caso del criterio del modulo ottimo);
- Imponendo un limite all'azione di controllo calcolata dal regolatore di velocità, è possibile limitare il valore massimo della corrente.

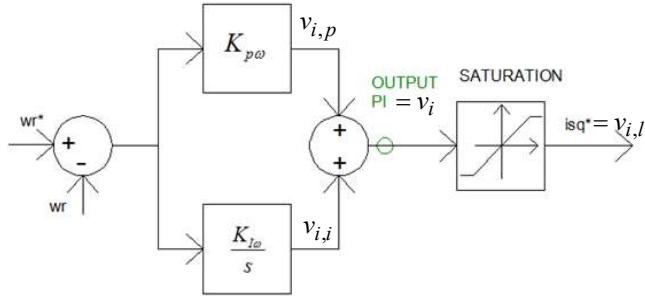


Figura 2.48 Regolatore PI di velocità e blocco di limitazione dell'azione di controllo

Il valore massimo della corrente è limitato utilizzando un blocco di saturazione a valle del regolatore della velocità, come mostrato in figura 2.48.

Questo blocco di saturazione ha un legame ingresso-uscita per cui sono definiti il limite minimo ($-i_{sqmax}$) e il limite massimo ($+i_{sqmax}$) di saturazione. In genere i_{sqmax} è tra 1.5 e 2 volte la corrente nominale del motore, in funzione del criterio scelto per il dimensionamento del convertitore. Nel seguito, per semplicità, ipotizzeremo $i_{sqmax} = 2i_{sqn}$. Se la corrente che entra nel blocco di saturazione ha un valore compreso nell'intervallo tra il valore minimo e quello massimo di saturazione, il valore in uscita è uguale a quello in ingresso (comportamento lineare), altrimenti l'azione di controllo è limitata. Sarà di conseguenza limitato il valore massimo di corrente che può assorbire il motore.

La limitazione dell'azione di controllo è tipica di qualunque sistema di controllo, non esiste un regolatore che non abbia un blocco di saturazione a valle perché non esiste un sistema fisico con una azione di controllo che può assumere valori infinitamente grandi.

In uno schema in cui è presente un integratore, seguito da un blocco di saturazione, può verificarsi il problema del wind-up, che si manifesta attraverso forti oscillazioni della grandezza regolata, come mostrato in figure 2.49.

Poiché inizialmente la macchina è ferma l'errore di velocità è elevato, ed il limitatore entra subito in saturazione, per cui l'uscita del limitatore è $v_{i,l} = v_{i,max} = i_{sqmax}$. Quindi si ha una corrente costante i_{sqmax} che produce una coppia elettromotrice costante. Quest'ultima provoca un'accelerazione costante, cioè un andamento lineare crescente della velocità.

Risulta $v_{i,max} = 2i_{sqn}$, $C_e = K_c 2i_{sqn}$, $\frac{J}{n_p} \frac{d\omega_r}{dt} = C_e$, quindi integrando l'equazione elettromeccanica si ricava l'andamento della velocità: $\omega_r = \frac{n_p K_c 2i_{sqn}}{J} t$. Definendo l'errore di velocità $e_\omega = \omega_r^* - \omega_r$, le azioni di controllo proporzionale ed integrale risultano avere andamento rispettivamente lineare e parabolico:

$$\begin{cases} v_{i,p} = K_{p\omega} e_\omega = K_{p\omega} \left(\omega_r^* - \frac{n_p K_c 2i_{sqn}}{J} t \right) \\ v_{i,i} = K_{i\omega} \int_0^t e_\omega dt = K_{i\omega} \left(\omega_r^* t - \frac{n_p K_c 2i_{sqn}}{J} \frac{t^2}{2} \right) \end{cases}$$

In figura 2.49 sono rappresentate le caratteristiche appena ottenute. Si nota che l'azione proporzionale diviene nulla quando l'errore di velocità si annulla, cioè nell'istante $t_{\epsilon\omega=0}$. Nell'istante $t_{\epsilon\omega}$ il sistema ha raggiunto la velocità desiderata e non dovrebbe continuare ad accelerare, come invece accade. In $t_{\epsilon\omega=0}$ pur essendo nullo il contributo proporzionale, $v_{i,p} = 0$, il ramo integrale continua a fornire un segnale $v_{i,i} > v_{i,max}$. Perciò il limitatore continua a funzionare in saturazione fino a t_1 , si ha $v_{i,l} = v_{i,max}$ e la velocità continua ad aumentare. In questo intervallo di tempo si può dire che il sistema sta funzionando in anello aperto dato che non risente del segnale di feedback. Solo dopo l'istante t_1 accade che $v_i < v_{i,max}$ e il limitatore riprende a funzionare nella zona lineare. Si ha finalmente $v_{i,l} = v_i$, però la velocità è cresciuta sino $\approx 2\omega^*$.

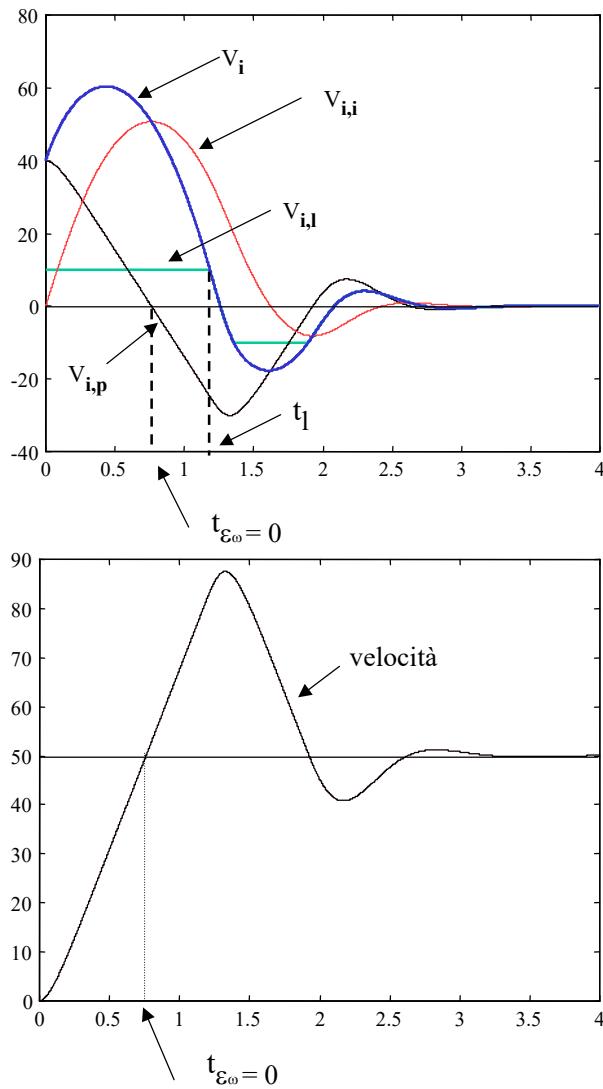


Figura 2.49 Fenomeno del wind-up: andamento dei vari termini che compongono l'azione di controllo (in alto) ed andamento della velocità (in basso)

L'errore è divenuto negativo e di entità tale da riproporre il problema iniziale invertito di segno: il limitatore entra di nuovo in saturazione e l'uscita è $v_{i,l} = -v_{i,max}$. Poi il limitatore non entra più in saturazione ed il fenomeno di wind-up termina. Il problema del wind-up si risolve utilizzando un integratore limitato.

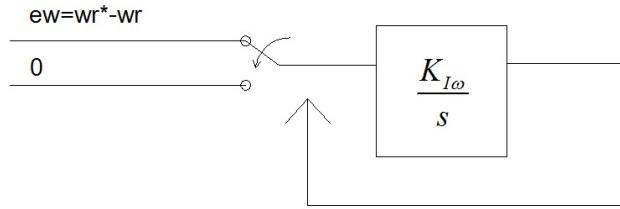


Figura 2.50 Integratore limitato

L'integratore limitato ha in ingresso un commutatore a due posizioni: la prima collega l'ingresso dell'integratore con l'errore e_ω (condizione normale di funzionamento), quando l'uscita dell'integratore supera la massima azione di controllo possibile, l'uscita agisce come switch all'ingresso dell'integratore e pone zero in ingresso all'integratore al posto di e_ω . Il commutatore si riposiziona su e_ω solo quando la velocità raggiunge il set-point. Nella figura 2.51 si può notare come si modifica l'andamento delle varie grandezze dopo l'introduzione dell'integratore limitato.

Nel primo tratto, quando $v_{i,i} < v_{i,max}$, l'integratore integra l'errore. Quando l'uscita dell'integratore raggiunge il valore $v_{i,max}$, l'integratore integra lo zero per cui la sua uscita resta costante e pari a $v_{i,max}$. All'istante $t_{e_0}=0$ l'azione proporzionale è nulla, quindi la $v_i = v_{i,p} + v_{i,i} = v_{i,max}$. Il limitatore esce dalla saturazione quando $\omega = \omega^*$. Il funzionamento dell'anello di regolazione della velocità riprende poiché il regolatore ritorna a lavorare nel tratto lineare.

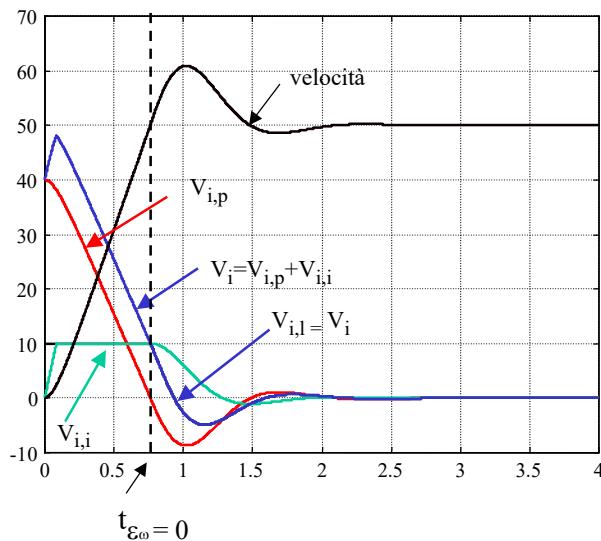


Figura 2.51

Volendo scrivere uno pseudo-codice che corrisponda a un integratore proporzionale integrale di tipo anti-windup, utilizzando le equazioni alle differenze e discretizzando con il metodo di Eulero, l'azione di controllo, in ciascun istante di campionamento, deve essere la somma della parte integrale dell'azione di controllo e quella proporzionale:

$$i_{sg}'(k+1) = i_{sg}'(k) + K_{I\omega}(\omega_r^*(k) - \omega_r(k))T_C + K_{P\omega}(\omega_r^*(k) - \omega_r(k))$$

Contributo integrale
Contributo proporzionale

La saturazione sarà gestita da un ciclo *if*:

if $i_{sq}(k + 1) > i_{sqmax}$

$i_{sq}(k + 1) = i_{sqmax}$

elseif $i_{sq}(k + 1) < -i_{sqmax}$

$i_{sq}(k + 1) = -i_{sqmax}$

end

Se interviene la saturazione massima positiva, al passo di campionamento successivo nella equazione alle differenza $i_{sq}(k) = i_{sqmax}$ a cui si sommeranno i due addendi relativi a parte integrale e proporzionale. Se l'errore è cambiato di segno risulterà $i_{sq}(k) < i_{sqmax}$ ed il regolatore tornerà ad operare in regione lineare, altrimenti il ciclo *if* porrà nuovamente $i_{sq}(k + 1) = i_{sqmax}$. Quindi, un solo ciclo *if* satura l'azione di controllo ed implementa l'integratore limitato.

2.15 SINTESI DEL REGOLATORE DI VELOCITÀ: CRITERIO DELL'OTTIMO SIMMETRICO

Il diagramma a blocchi da utilizzare per la sintesi del regolatore di velocità è mostrato in figura 2.52.

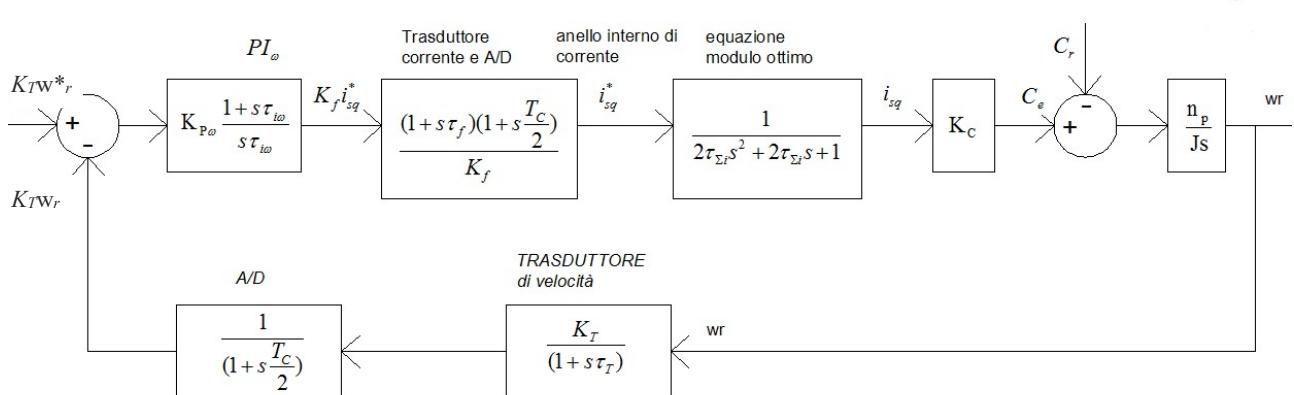


Figura 2.52

L'anello interno di regolazione della corrente è rappresentato dalla funzione di trasferimento in anello chiuso G_{oisq} , supponendo di aver tarato il regolatore secondo il criterio del modulo ottimo. A monte di questa funzione di trasferimento bisogna includere i blocchi derivanti dall'aver riportato l'anello di regolazione della corrente in retroazione unitaria. Le funzioni di trasferimento reciproche del trasduttore di corrente $\frac{K_f}{(1+s\tau_f)}$ e del convertitore A/D $\frac{1}{(1+s\frac{T_C}{2})}$ sono ora riportate sul ramo diretto. Il trasduttore di velocità è rappresentato tramite una funzione del primo ordine. In retroazione c'è anche il blocco che porta in conto del ritardo introdotto dal campionamento della velocità.

Per ridurre l'ordine del sistema si trascurano i termini del secondo ordine legati alle costanti di tempo elettroniche ed elettriche. Dopo aver riportato il sistema in retroazione unitaria, si introduce la somma delle

piccole costanti di tempo (le c.d.t. relative agli zeri sono tenute in conto con il segno negativo in quanto costituiscono un anticipo di fase e non un ritardo; infatti $\frac{(1+s\tau_f)}{1} = \frac{(1+s\tau_f)}{1} \frac{(1-s\tau_f)}{(1-s\tau_f)} = \frac{(1-s^2\tau_f^2)}{(1-s\tau_f)} \approx \frac{1}{(1-s\tau_f)}$):

$$\tau_{\Sigma\omega} = \frac{T_C}{2} + \tau_T + 2\tau_{\Sigma i} - \tau_f - \frac{T_C}{2}$$

Lo schema in retroazione unitaria diventa:

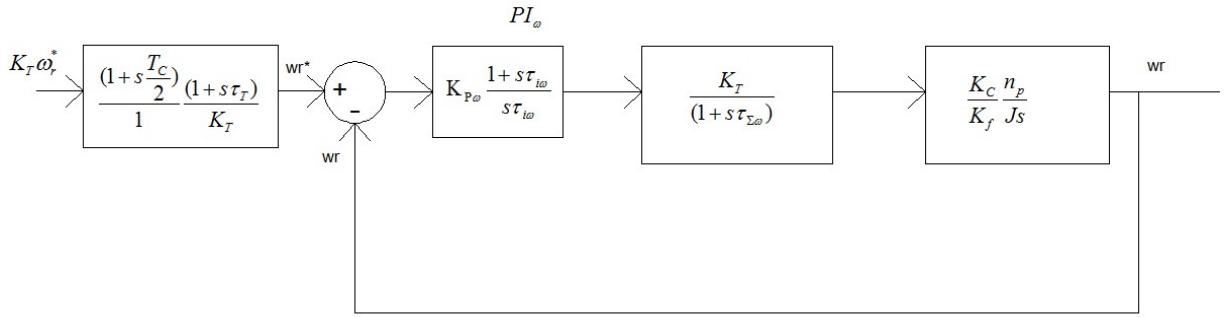


Figura 2.53

Per semplicità includiamo tutte le costanti in un'unica costante K_ω , pari a:

$$K_\omega = \frac{K_t K_c n_p}{K_f J}$$

In anello aperto, la funzione di trasferimento è:

$$G_\omega(s) = K_{p\omega} K_\omega \frac{1+s\tau_{i\omega}}{s(s\tau_{i\omega})(1+s\tau_{\Sigma\omega})} = \underbrace{K_{p\omega} \frac{1+s\tau_{i\omega}}{(s\tau_{i\omega})}}_{\text{Regolatore}} \underbrace{K_\omega \frac{1}{s(1+s\tau_{\Sigma\omega})}}_{\text{Plant}}$$

Il plant è caratterizzato dall'avere un certo guadagno, una costante di tempo del primo ordine che è la somma delle piccole costanti di tempo $\tau_{\Sigma\omega}$ e un polo nell'origine. Aggiungendo il polo nell'origine del regolatore si hanno due poli nell'origine in anello aperto. La funzione di trasferimento può scriversi come:

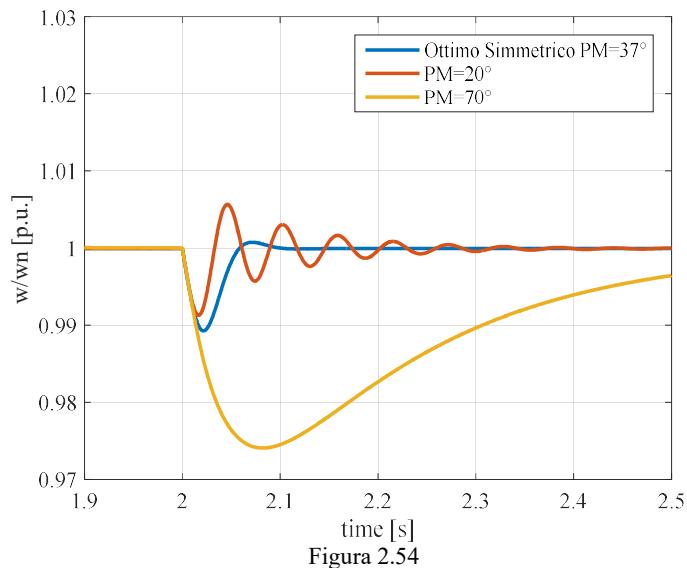
$$G_\omega(s) = K_{p\omega} K_\omega \frac{1}{s^2} \frac{1+s\tau_{i\omega}}{\tau_{i\omega}(1+s\tau_{\Sigma\omega})}$$

Per abbassare l'ordine del sistema non si può utilizzare la procedura di cancellazione polo-zero: in anello aperto rimarrebbero due poli nell'origine ($G_\omega(s) = \frac{K}{s^2}$) ed il sistema in anello chiuso sarebbe marginalmente stabile ($G_{0\omega}(s) = \frac{K}{s^2+K}$). Se si scegliesse $\tau_{i\omega} < \tau_{\Sigma\omega}$ La funzione di trasferimento $\frac{1+s\tau_{i\omega}}{1+s\tau_{\Sigma\omega}}$ rappresenterebbe una rete ritardatrice la cui fase sarebbe sempre minore di zero. Tale contributo alla fase, sommato con quello del doppio integratore (-2π) renderebbe il sistema instabile. Ne consegue che dovrà risultare $\tau_{i\omega} > \tau_{\Sigma\omega}$ e la funzione di trasferimento $\frac{1+s\tau_{i\omega}}{1+s\tau_{\Sigma\omega}}$ dovrà corrispondere ad una rete anticipatrice. La fase della rete anticipatrice è maggiore

di zero a tutte le frequenze. Tale contributo positivo alla fase, sommato a quello del doppio integratore ($-\pi$) permette di avere un margine di fase positivo e quindi un sistema asintoticamente stabile.

Nella taratura del regolatore di velocità si potrebbe ottimizzare la risposta di velocità alle variazioni del set-point oppure considerare la prestazione a velocità costante dopo l'applicazione brusca di un disturbo esterno (e.g. applicazione della coppia di carico).

La dinamica di velocità a seguito di una variazione del riferimento dipende dalla massima corrente erogabile e dal momento di inerzia del sistema. Per avviare il motore nel minor tempo possibile bisogna sviluppare la coppia massima durante l'avviamento. In tal caso il tempo di avviamento dipende in modo minimale dalla taratura del regolatore di velocità. D'altro canto, la capacità del regolatore di velocità di ripristinare la velocità a seguito di un disturbo esterno, dipende sostanzialmente dalla taratura del regolatore stesso. Scegliendo $\tau_{i\omega}$ poco maggiore di $\tau_{\Sigma\omega}$ il sistema sarebbe vicino alla condizione di marginale stabilità e, a seguito dell'applicazione di un disturbo, si innescerebbero delle oscillazioni prolungate nel tempo. Se invece si scegliesse $\tau_{i\omega} \gg \tau_{\Sigma\omega}$ (per esempio 10 volte maggiore) il regolatore sarebbe molto lento nel ripristinare la velocità a seguito dell'applicazione di un disturbo. Il miglior compromesso è rappresentato dal criterio di progetto dell'ottimo simmetrico che suggerisce di scegliere $\tau_{i\omega} = 4\tau_{\Sigma\omega}$. In figura 2.54 sono riportate le risposte di velocità ottenute a seguito dell'applicazione di una variazione brusca del carico evidenziando la reiezione al disturbo del sistema con diverse scelte per la costante di tempo $\tau_{i\omega}$.



2.15.1 Diagrammi di bode: criterio dell'ottimo simmetrico

Stabilito il valore della costante di tempo integrale ($\tau_{i\omega} = 4\tau_{\Sigma\omega}$), rimane da decidere quale valore assegnare al guadagno proporzionale del regolatore e quindi al guadagno della funzione di trasferimento in anello aperto $K = \frac{K_p\omega K_\omega}{\tau_{i\omega}}$:

$$G_\omega = \frac{K}{s^2} \frac{1 + s\tau_{i\omega}}{1 + s\tau_{\Sigma\omega}}$$

Possono essere valutati separatamente e poi sommati i diagrammi di Bode di $\frac{K}{s^2}$ e $\frac{1+s\tau_{i\omega}}{1+s\tau_{\Sigma\omega}}$.

Il diagramma di Bode della rete anticipatrice è riportato in figura 2.55 considerando $\tau_{\Sigma\omega} = 1$ e $\tau_{i\omega} = 4$. Il valore massimo dell'anticipo di fase è pari a circa 37° e si ottiene alla pulsazione data dalla media geometrica delle pulsazioni dello zero e del polo $\omega_{max} = \frac{1}{\sqrt{\tau_{\Sigma\omega}\tau_{i\omega}}} = \frac{1}{\sqrt{4\tau_{\Sigma\omega}^2}}$. Il valore massimo dell'anticipo di fase della rete anticipatrice φ_{MAX} è genericamente dato dalla seguente relazione

$$\sin(\varphi_{MAX}) = \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha}$$

dove $\alpha = \frac{\tau_{\Sigma\omega}}{\tau_{i\omega}}$. Scegliendo α prossimo ad uno ($\tau_{i\omega}$ poco maggiore di $\tau_{\Sigma\omega}$) si ha che il massimo anticipo di fase tende a zero. In tal caso non sarebbe possibile garantire un adeguato margine di fase al sistema controllato. Se si scegliesse α prossimo a zero ($\tau_{i\omega}$ molto maggiore di $\tau_{\Sigma\omega}$) il massimo margine di fase tenderebbe a 90° e si otterebbe un sistema relativamente lento. La scelta di $\alpha = \frac{1}{4}$ in accordo con il criterio dell'ottimo simmetrico rappresenta un compromesso tra velocità di risposta (buona reiezione al disturbo) e garanzia di stabilità anche in presenza di incertezze di modello.

Il guadagno della rete anticipatrice per pulsazioni molto alte tende a $A = 20 \log_{10} \frac{\tau_{i\omega}}{\tau_{\Sigma\omega}} dB$. Alla pulsazione ω_{max} il guadagno vale $\frac{A}{2} dB$. Il diagramma di bode di $\frac{K}{s^2}$ è piuttosto semplice: la fase è costante e pari a -180° , il diagramma dell'ampiezza in scala logaritmica è una retta a pendenza negativa pari a $-40dB/dec$ la cui posizione dipenderà dal valore scelto del guadagno K. Per sfruttare la fase della rete anticipatrice in modo da massimizzare il margine di fase, la pulsazione di crossover dovrà coincidere con ω_{max} . Il guadagno di $\frac{K}{s^2}$ alla pulsazione $\omega_{CR} = \omega_{max}$ dovrà quindi essere pari a $-\frac{A}{2} dB$ in modo che la funzione di trasferimento complessiva in anello aperto abbia modulo unitario (0 dB):

$$-\frac{A}{2} = -\frac{1}{2} 20 \log_{10} \frac{\tau_{i\omega}}{\tau_{\Sigma\omega}} = -20 \log_{10} \sqrt{\frac{\tau_{i\omega}}{\tau_{\Sigma\omega}}} = 20 \log_{10} \sqrt{\frac{\tau_{\Sigma\omega}}{\tau_{i\omega}}}$$

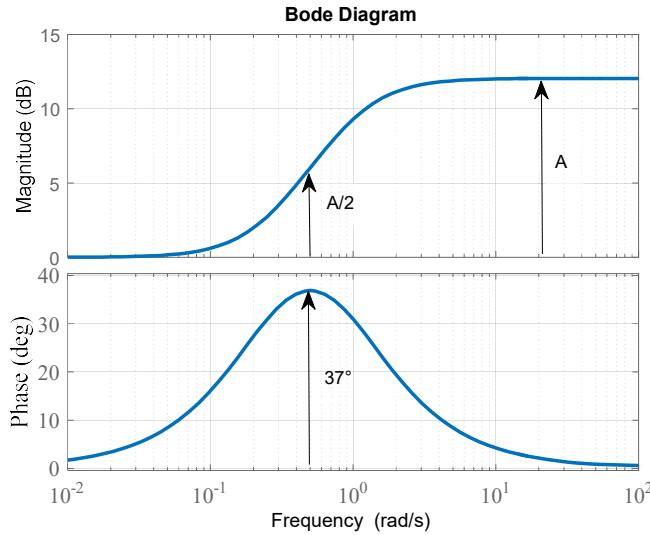


Figura 2.55 Diagramma di Bode della rete anticipatrice

Il modulo di $\frac{K}{s^2}$ alla pulsazione ω_{CR} vale $20 \log_{10} \frac{K}{\omega_{cr}^2}$. Imponendo che questo valore coincida con $-\frac{A}{2}$

$$\left(20 \log_{10} \frac{K}{\omega_{cr}^2} = 20 \log_{10} \sqrt{\frac{\tau_{\Sigma\omega}}{\tau_{i\omega}}}\right)$$

$$\frac{K}{\omega_{cr}^2} = \sqrt{\frac{\tau_{\Sigma\omega}}{\tau_{i\omega}}} \Rightarrow \frac{K}{\left(\frac{1}{\sqrt{\tau_{\Sigma\omega}\tau_{i\omega}}}\right)^2} = \sqrt{\frac{\tau_{\Sigma\omega}}{\tau_{i\omega}}} \Rightarrow K = \frac{1}{\tau_{\Sigma\omega}\tau_{i\omega}} \sqrt{\frac{\tau_{\Sigma\omega}}{\tau_{i\omega}}}$$

Imponendo $\tau_{i\omega} = 4\tau_{\Sigma\omega}$ si ottiene $K = \frac{1}{8\tau_{\Sigma\omega}^2}$. Questo metodo di progetto è chiamato "criterio dell'ottimo simmetrico". Le formule di progetto sono:

$$\begin{aligned} \tau_{i\omega} &= 4\tau_{\Sigma\omega} \\ K &= \frac{1}{8\tau_{\Sigma\omega}^2} \end{aligned}$$

Inoltre:

$$K = \frac{K_{p\omega}K_\omega}{\tau_{i\omega}}$$

Quindi:

$$K_{p\omega} = \frac{\tau_{i\omega}}{K_\omega} \frac{1}{8\tau_{\Sigma\omega}^2} = \frac{4\tau_{\Sigma\omega}}{K_\omega} \frac{1}{8\tau_{\Sigma\omega}^2} = \frac{1}{2K_\omega\tau_{\Sigma\omega}}$$

Questo criterio di progetto porta ad una funzione di trasferimento in catena diretta data da:

$$G_\omega(s) = \frac{1}{8\tau_{\Sigma\omega}^2} \frac{1}{s^2} \frac{1 + s4\tau_{\Sigma\omega}}{(1 + s\tau_{\Sigma\omega})}$$

In anello chiuso:

$$G_{0\omega}(s) = \frac{1 + s4\tau_{\Sigma\omega}}{8\tau_{\Sigma\omega}^3 s^3 + 8\tau_{\Sigma\omega}^2 s^2 + 4\tau_{\Sigma\omega} s + 1}$$

La figura 2.56 mostra i diagrammi di Bode delle ultime due funzioni di trasferimento. La figura 2.57 riporta la risposta al gradino che evidenzia una sovraelongazione di circa il 43%. La sovraelongazione può essere contenuta applicando degli ingressi a rampa con pendenza limitata o utilizzando un filtro di smoothing.

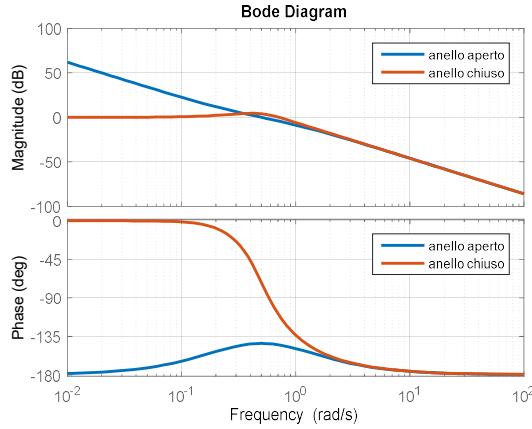


Figura 2.56 Diagrammi di Bode delle funzioni di trasferimento dell'ottimo simmetrico

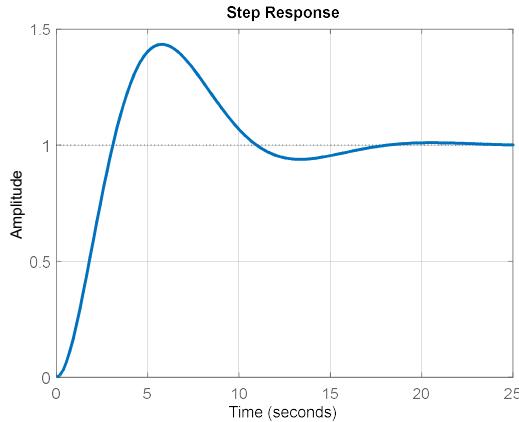


Figura 2.57 Risposta al gradino dell'ottimo simmetrico

2.15.2 Determinazione della pendenza della rampa di avviamento

Per determinare la massima pendenza della rampa di velocità che può essere sostenuta senza superare la corrente limite i_{sqmax} bisogna considerare l'equazione elettromeccanica

$$\frac{J}{n_p} \frac{d\omega_r}{dt} = C_e - C_r$$

Consideriamo l'avviamento a vuoto:

$$\frac{J}{n_p} \frac{d\omega_r}{dt} = C_e = K_c i_{sq}$$

Supponendo di poter erogare il doppio della corrente nominale in fase di avviamento, $i_{sqmax} = 2i_{sqn}$, risulta:

$$\left(\frac{d\omega_r}{dt} \right)^{max} = \frac{n_p K_c}{J} i_{sqmax} = 2 \frac{n_p K_c}{J} i_{sqn} = \tan \varphi$$

dove $\tan \varphi$ è la pendenza della rampa di velocità di riferimento. Se si volesse considerare un avviamento a carico (coppia di carico nominale applicata durante l'avviamento della macchina), dato che $C_r = C_n = K_c i_{sqn}$, risulterebbe:

$$\frac{J}{n_p} \left(\frac{d\omega_r}{dt} \right)^{\max} = C_e - C_r = K_c i_{sqmax} - K_c i_{sqn}$$

Se anche in questo caso risulta $i_{sqmax} = 2i_{sqn}$, la massima accelerazione a carico sarà metà della precedente:

$$\left(\frac{d\omega_r}{dt} \right)^{\max} = \frac{n_p K_c}{J} i_{sqn}$$

2.1 Avviamento con filtro di *smoothing*

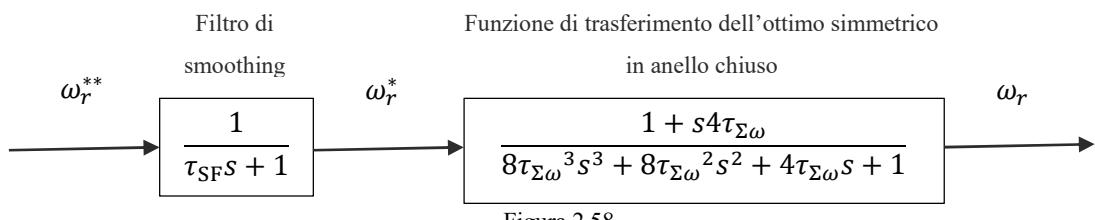


Figura 2.58

Per ridurre il problema della sovraelongazione della velocità si può introdurre un filtro di *smoothing*. Il filtro di *smoothing* è un filtro del primo ordine che viene posizionato prima del set-point di velocità e serve per filtrare il riferimento di velocità, come mostrato in figura 2.58. L'utente potrà variare anche bruscamente il riferimento ω_r^{**} , il filtro provvederà a smussare queste variazioni in ingresso al sistema di controllo (ω_r^*). Tanto più grande è la costante di tempo del filtro di *smoothing* tanto più sarà limitato l'overshoot complessivo del sistema. La sovraelongazione elevata è dovuta anche allo zero della funzione di trasferimento in anello chiuso. Per limitare la sovra elongazione della funzione di trasferimento, si può provare a cancellare lo zero della funzione di trasferimento scegliendo $\tau_{sf} = 4\tau_{\Sigma w}$. Valori pratici di τ_{sf} appartengono all'intervallo compreso tra una volta e 1.5 volte la costante di tempo dello zero della funzione di trasferimento: [$4\tau_{\Sigma w}$ 1.5* $4\tau_{\Sigma w}$]. La figura 2.59 riporta alcune risposte al gradino ottenute al variare della costante di tempo del filtro. Se $\tau_{sf} = 4\tau_{\Sigma w}$ l'overshoot si riduce al 8%, con $\tau_{sf} = 1.3 * 4\tau_{\Sigma w}$ l'overshoot si annulla.

Per la taratura del filtro di *smoothing* bisogna considerare che sul ramo di retroazione della velocità erano presenti funzioni di trasferimento, relative al tempo di campionamento e al trasduttore (filtri del I ordine in retroazione), che erano state riportate a monte del riferimento al fine di riportare la f.d.t. in retroazione unitaria. Ci sono quindi degli zeri a monte del riferimento che avranno lo stesso effetto che ha lo zero della f.d.t. dell'ottimo simmetrico, cioè tenderanno a rendere un po' più anticipata la risposta del sistema incrementando le oscillazioni. Le costanti di tempo in questione però sono di tipo elettroniche, e quindi molto piccole, per cui l'effetto complessivo è comunque minimo e può essere compensato con un lieve aumento della costante di tempo del filtro di *smoothing*.

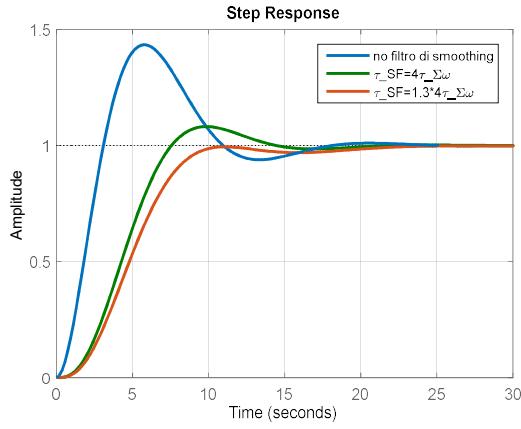


Figura 2.59

2.16 CONTROLLO DELLA POSIZIONE

Come già fatto nel caso del controllo della velocità, anche per la regolazione della posizione si può ricorrere ad uno schema di controllo in cascata. Si può mantenere inalterato lo schema di controllo in cascata di corrente e velocità già progettato ed aggiungere un ulteriore anello esterno di regolazione della posizione. Il regolatore della posizione incrementerà la velocità per avere degli avanzamenti della posizione e imporrà velocità negativa per retrocedere. Ricordando la procedura seguita per la taratura del regolatore di velocità, è possibile ricavare il diagramma a blocchi di figura 2.60.

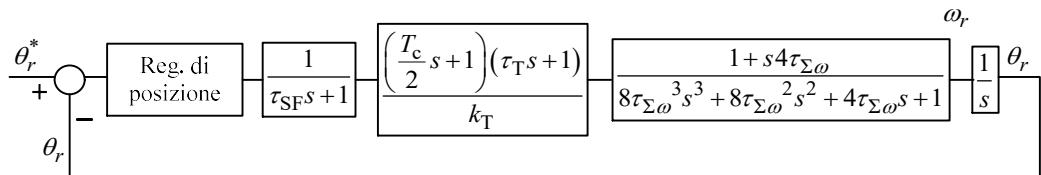


Figura 2.60

Dato che in catena diretta è già presente un integratore (tra velocità e posizione della macchina) non è necessario aggiungere un polo nell'origine nel regolatore per assicurare errore nullo a regime. In genere si utilizza un regolatore a sola azione proporzionale $k_{P\theta}$. Per scegliere il guadagno del regolatore di posizione è possibile calcolare il valore limite del guadagno che porta il sistema alla marginale stabilità. Tale valore, denominato $k_{P\theta \text{ LIMITE}}$, può essere calcolato analiticamente o con l'ausilio del luogo delle radici (mostrato in figura 2.61). Se il guadagno fosse scelto pari a $k_{P\theta \text{ LIMITE}}$ il sistema in anello chiuso avrebbe due poli sull'asse immaginario. Per preservare un congruo margine rispetto alle condizioni di instabilità, si sceglie $k_{P\theta} \in [0,2k_{P\theta \text{ LIMITE}}; 0,5k_{P\theta \text{ LIMITE}}]$.

Più è alto $k_{P\theta}$ più il modulo in catena diretta aumenta, l'attraversamento del diagramma di Bode relativo si sposta verso destra e quindi aumenta la banda passante del sistema. Purtroppo con la banda passante aumenta la tendenza del sistema ad innescare oscillazioni che possono compromettere la qualità del posizionamento e l'integrità del sistema meccanico.

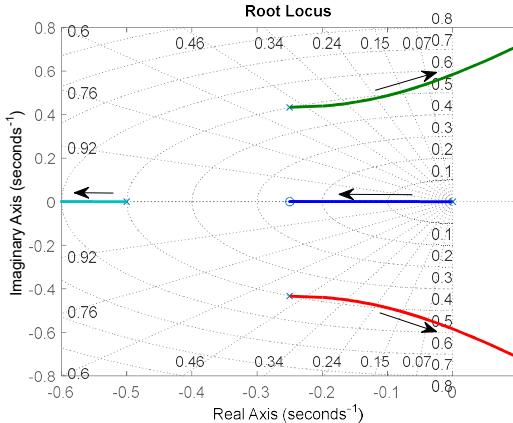


Figura 2.61

Una via analitica più semplice per la determinazione del guadagno del regolatore passa attraverso la semplificazione della funzione di trasferimento. Nel considerare la funzione di trasferimento dell'anello di regolazione per la sintesi del regolatore di posizione si può considerare che la dinamica di posizione è più lenta di quella di velocità e che quindi le dinamiche di natura elettronica risultano trascurabili. Potremmo portare in conto la funzione di trasferimento dell'anello di regolazione della velocità con un unico ritardo del primo ordine avente costante di tempo $\tau_{eq\omega}$ pari al ritardo equivalente dell'anello di regolazione. In prima approssimazione possiamo considerare tale ritardo equivalente sia pari a $\tau_{eq\omega} = 4\tau_{\Sigma\omega}$. Il diagramma a blocchi di figura 2.60 può essere quindi semplificato come in figura 2.62.

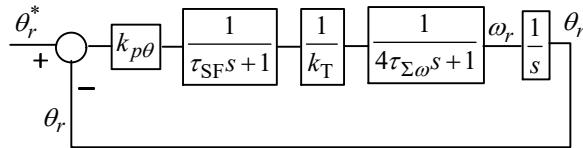


Figura 2.62

Analogamente a quanto fatto per gli anelli di regolazione più interni, è possibile introdurre un'unica costante di tempo che tenga conto dei ritardi (funzioni di trasferimento del primo ordine) presenti in catena diretta nell'anello di regolazione della posizione:

$$\tau_{eq\theta} = \tau_{SF} + 4\tau_{\Sigma\omega}$$

Si può quindi approssimare il prodotto delle due funzioni di trasferimento del primo ordine con un'unica funzione di trasferimento avente costante di tempo equivalente $\tau_{eq\theta}$. È opportuno precisare che il regolatore di posizione potrebbe essere implementato utilizzando un tempo di campionamento T_θ maggiore del tempo di campionamento T_c utilizzato per gli anelli di regolazione di corrente e velocità. Questo si giustifica perché la dinamica di posizione è molto lenta rispetto alle altre, ed implementare anche il controllo di posizione con lo stesso tempo di campionamento potrebbe risultare in uno spreco di risorse computazionali (le variazioni di posizione da un T_c all'altro sono estremamente piccole). Se si utilizzasse un tempo di campionamento T_θ , si introducerebbe un ritardo aggiuntivo dovuto all'implementazione digitale del sistema di controllo che andrebbe portato in conto durante la sintesi del regolatore di posizione. Tale ritardo addizionale si può quantificare in

$\frac{3}{2}T_\vartheta$ secondi (T_ϑ dovuti al calcolo ed al mantenimento, $\frac{1}{2}T_\vartheta$ dovuti alla conversione analogico digitale della posizione). Se T_ϑ non fosse trascurabile rispetto alle dinamiche della posizione, la costante di tempo equivalente sarebbe da correggere nel seguente modo:

$$\tau_{eq\vartheta} = \tau_{SF} + 4\tau_{\Sigma\omega} + \frac{3}{2}T_\vartheta$$

Tornando alla sintesi del regolatore di posizione, introducendo il guadagno $k' = \frac{k_{P\vartheta}}{k_T}$ e calcolando le fdt in anello aperto si ottiene:

$$G_\vartheta(s) = \frac{k'}{(1 + \tau_{eq\vartheta}s)s} = \frac{k'}{\tau_{eq\vartheta}s^2 + s}$$

Tale funzione di trasferimento in anello aperto, in anello chiuso e retroazione unitaria diventa:

$$G_{O\vartheta}(s) = \frac{k'}{\tau_{eq\vartheta}s^2 + s + k'} = \frac{1}{\frac{\tau_{eq\vartheta}}{k'}s^2 + \frac{1}{k'}s + 1} = \frac{1}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{2\delta}{\omega_0}s + 1}$$

dove:

$$\frac{\tau_{eq\vartheta}}{k'} = \frac{1}{\omega_0^2} \quad e \quad \frac{1}{k'} = \frac{2\delta}{\omega_0}$$

Ciascuna delle due equazioni consente il calcolo di k' dopo aver scelto la pulsazione ω_0 o il grado di smorzamento δ . Ovviamente, non è possibile scegliere in modo indipendente ω_0 e δ , scelto il primo sarà automaticamente determinato il secondo e viceversa. Ricavando ω_0 dalla prima delle due equazioni e sostituendo nella seconda si ottiene:

$$\begin{aligned} \omega_0 &= \sqrt{\frac{k'}{\tau_{eq\vartheta}}} \\ k' &= \frac{\omega_0}{2\delta} = \sqrt{\frac{k'}{\tau_{eq\vartheta}}} \cdot \frac{1}{2\delta} \quad \Rightarrow \quad k' = \frac{1}{\tau_{eq\vartheta}} \cdot \frac{1}{4\delta^2} = \frac{1}{4\tau_{eq\vartheta}\delta^2} \end{aligned}$$

Per esempio, imponendo lo smorzamento critico $\delta = 0,707$, si ottiene:

$$k' = \frac{2}{4\tau_{eq\vartheta}} = \frac{1}{2\tau_{eq\vartheta}} \quad \Rightarrow \quad k_{P\vartheta} = \frac{k_T}{2\tau_{eq\vartheta}}$$

Scegliendo δ pari a 0,707 si massimizza la banda passante del sistema di controllo della posizione evitando la presenza di fenomeni di risonanza, in accordo con il criterio del modulo ottimo.

2.16.1 Inseguimento della traiettoria

Fino ad ora si è parlato di risposta al gradino anche quando ci si riferiva ad un anello di regolazione della posizione. È improbabile che il riferimento di posizione vari bruscamente (come accade nella regolazione di velocità), perché il controllo della posizione è associato in genere a lavorazioni di precisione per i quali non è

definita solo una posizione iniziale ed una finale ma è necessario seguire fedelmente una traiettoria assegnata in ogni istante di tempo:

$$\vartheta_r(t) = \vartheta_r^*(t) \forall t$$

Se si considera un sistema di controllo in retroazione con due funzioni di trasferimento generiche per il regolatore e per il plant, come mostrato in figura 2.63, si ottiene la funzione di trasferimento in anello chiuso:

$$G_{O\vartheta}(s) = \frac{G_C(s)G_P(s)}{1 + G_C(s)G_P(s)} = \frac{\vartheta_r(s)}{\vartheta_r^*(s)} \neq 1$$

Si deduce quindi che tale schema di controllo non è idoneo a garantire analiticamente la condizione di inseguimento della traiettoria. Sarebbe possibile avvicinare tale condizione incrementando il guadagno del regolatore, ma questo potrebbe innescare vibrazioni o, addirittura instabilità. Per ovviare a tali problemi, si modifica lo schema di controllo introducendo un termine di controllo aggiuntivo a valle del regolatore, come mostrato in figura 2.64. Tale termine aggiuntivo pari a $\vartheta_r^*(s)G_X(s)$ prende il nome di compensazione in avanti della traiettoria. La funzione di trasferimento $G_X(s)$ è, per ora, incognita. Per determinare bisogna imporre alla funzione di trasferimento rappresentata in figura 2.64 la condizione di inseguimento della traiettoria.

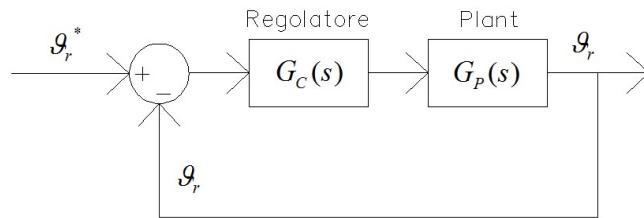


Figura 2.63

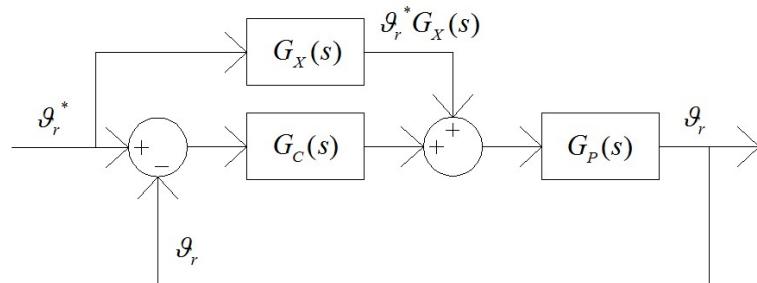


Figura 2.64

Dal diagramma a blocchi di figura 2.64 si ricava:

$$\vartheta_r(s) = G_P(s)[\vartheta_r^*(s)G_X(s) + (\vartheta_r^*(s) - \vartheta_r(s))G_C(s)]$$

$$\vartheta_r(s) = \vartheta_r^*(s)G_P(s)G_X(s) + \vartheta_r^*(s)G_C(s)G_P(s) - \vartheta_r(s)G_C(s)G_P(s)$$

$$\vartheta_r(s)[1 + G_C(s)G_P(s)] = \vartheta_r^*(s)[G_P(s)G_X(s) + G_C(s)G_P(s)]$$

Imponendo la condizione di inseguimento della traiettoria:

$$\vartheta_r(s) = \vartheta_r^*(s)$$

si ottiene:

$$1 + G_C(s)G_P(s) = G_P(s)G_X(s) + G_C(s)G_P(s) \Rightarrow 1 = G_P(s)G_X(s) \Rightarrow G_X(s) = \frac{1}{G_P(s)}$$

La funzione di trasferimento $G_X(s)$ deve essere pari al reciproco di quella del plant. Si noti che in assenza di fenomeni non ideali (errori di modello, variazioni parametriche) la sola compensazione in avanti sarebbe in grado di garantire l'inseguimento di traiettoria anche in assenza del regolatore di posizione. In pratica il regolatore di posizione compenserà le dinamiche non modellate. Considerando come funzione di trasferimento del plant $G_P(s) = \frac{1}{k_T \tau_{eq\vartheta} s^2 + s}$ si può dedurre la composizione della compensazione in avanti:

$$\begin{aligned}\vartheta_r^*(s)G_X(s) &= \vartheta_r^*(s)\frac{1}{G_P(s)} = \vartheta_r^*(s)k_T(\tau_{eq\vartheta}s^2 + s) = \\ &= \vartheta_r^*(s)k_T\tau_{eq\vartheta}s^2 + \vartheta_r^*(s)k_Ts = a_r^*(s)k_T\tau_{eq\vartheta} + \omega_r^*(s)k_T\end{aligned}$$

che corrisponde al diagramma a blocchi di figura 2.65.

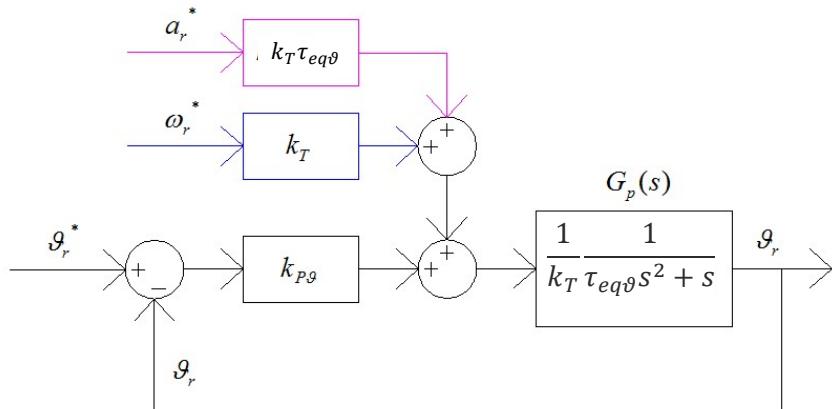


Figura 2.65

Una volta scelta la traiettoria di posizione, si potrà definire la posizione istantanea, la velocità istantanea e l'accelerazione istantanea, in ogni istante di tempo. Tali valori saranno noti prima di effettuare il movimento quindi non sarà necessario calcolarli durante l'esecuzione della traiettoria. Le traiettorie, solitamente sono e costituite da tratti a velocità o accelerazione costante. I tratti di accelerazione e di decelerazione durano relativamente poco rispetto al tempo di spostamento, diversamente dai tratti a velocità diversa da zero. Quindi, nella compensazione in avanti, il termine funzione della velocità di riferimento è più importante di quello legato all'accelerazione. Quest'ultimo interviene per periodi di tempo brevi e potrebbe essere trascurato in alcune applicazioni che non richiedono elevata precisione di posizionamento.

Includendo solo il termine di compensazione in avanti della velocità di riferimento, il diagramma ablocchi del controllo in cascata di posizione e velocità diventa quello riportato in figura 2.66.

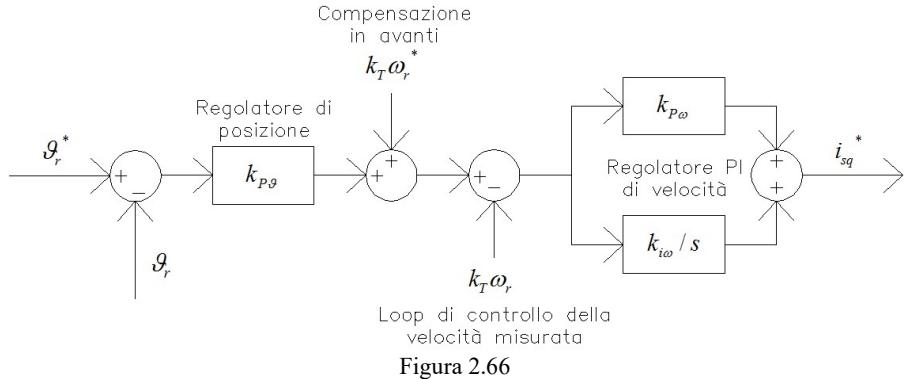


Figura 2.66

La corrente di riferimento in uscita dal regolatore di velocità avrebbe la seguente espressione:

$$i_{sq}^*(s) = (k_{P\omega} + \frac{k_{i\omega}}{s})[k_T \omega_r^*(s) - k_T \omega_r(s) + k_{P\theta}(\vartheta_r^*(s) - \vartheta_r(s))]$$

dove:

$$\omega_r^*(s) = s\vartheta_r^*(s) \quad \omega_r(s) = s\vartheta_r(s)$$

Sostituendo si ottiene:

$$\begin{aligned} i_{sq}^*(s) &= (k_{P\omega} + \frac{k_{i\omega}}{s})[k_T s(\vartheta_r^*(s) - \vartheta_r(s)) + k_{P\theta}(\vartheta_r^*(s) - \vartheta_r(s))] = \\ &= \left[k_{P\omega} k_{P\theta} + k_{i\omega} k_T + k_{P\omega} k_T s + \frac{k_{i\omega} k_{P\theta}}{s} \right] (\vartheta_r^*(s) - \vartheta_r(s)) = \\ &= \left[k_P + k_D s + \frac{k_i}{s} \right] (\vartheta_r^*(s) - \vartheta_r(s)) \end{aligned}$$

Si è quindi dimostrato che il controllo in cascata di posizione e velocità con compensazione in avanti della traiettoria è equivalente al controllo di posizione con regolatore PID, come evidenziato dal diagramma a blocchi di figura 2.67. Tale azione di controllo corrisponde a quella di un regolatore PID di posizione. Le due implementazioni, rappresentate in figura 2.66 e 2.67 sono equivalenti matematicamente. Entrambe adottano un anello più interno per la regolazione della corrente. Il regolatore PID ha una amplificazione infinita alle alte frequenze. Nelle implementazioni pratiche si aggiunge un filtro passa basso del primo ordine con costante di tempo pari ad un decimo di quella derivativa all'uscita del regolatore. Il diagramma di Bode delle ampiezze si modifica come in figura 2.68. Nel caso dell'implementazione con i regolatori di posizione e velocità in cascata un problema analogo si pone nella determinazione della velocità di rotazione e sarà analizzato in seguito.

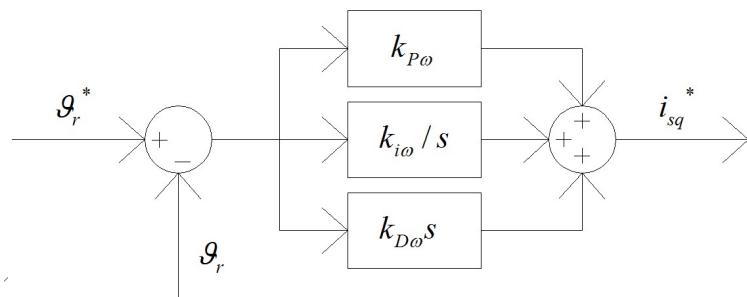


Figura 2.67 Regolatore PID

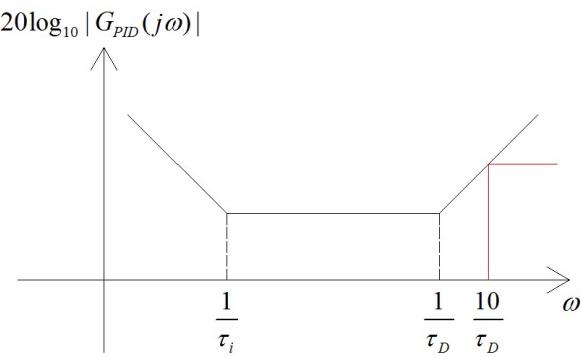


Figura 2.68 Diagramma di Bode delle ampiezze di un regolatore PID. In rosso è evidenziato l'effetto del filtro passa-basso aggiunto a valle dell'azione derivatrice.

3 MISURA DELLA POSIZIONE

3.1 ENCORDER INCREMENTALE

L'encoder è costituito da un disco calettato sull'albero del motore. Il disco può ruotare attraversando un supporto fisso a forma di U nel quale è installato uno o più fotodiodi capaci di distinguere le diverse sezioni del disco ("parti piene" e "parti vuote"). La figura 3.1 mostra un encoder commerciale. Un esempio di encoder con quattro intagli o tacche è riportato in figura 3.2. Un tale encoder avrebbe 4 settori "pieni" e 4 "vuoti". Durante una rotazione completa il fotodiodo genererà un segnale del tipo ad onda quadra con 4 fronti di salita e 4 fronti di discesa. Sarà possibile apprezzare una rotazione pari o multipla di un ottavo di giro, valore che rappresenta la risoluzione di misura della posizione. In pratica gli encoder sono prodotti con un numero elevato di settori, variabile tra qualche centinaia nelle applicazioni più comuni fino a qualche decina di migliaia nelle applicazioni di maggiore precisione.



Figura 3.2 Encoder prodotto da US Digital (<http://www.usdigital.com/products/encoders>)

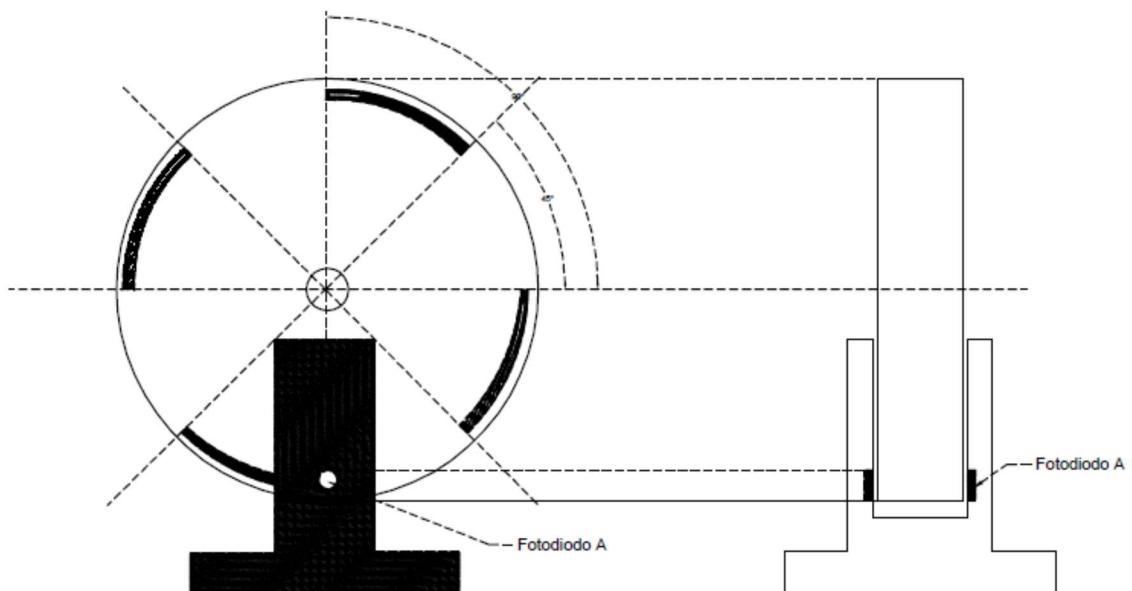


Figura 3.2

La figura 3.3 mostra il segnale atteso in uscita dal fotodiodo nel caso dell'encoder con quattro intagli, ciascuno disposto su un arco di 45 gradi meccanici.

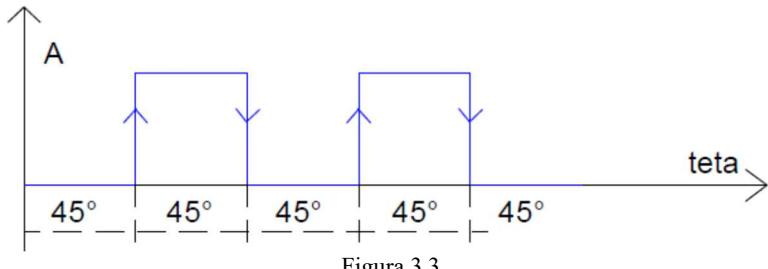


Figura 3.3

I fronti di salita e di discesa saranno equispaziati nel tempo nel caso di moto uniforme, altrimenti tenderanno ad avvicinarsi se l'asse accelera o allontanarsi se l'asse rallenta. Un tale encoder rileva solo gli spostamenti e non la posizione assoluta dell'asse: un tale encoder si dirà di tipo incrementale.

Con un singolo segnale non è possibile discriminare il verso di rotazione, per superare tale limite si aggiunge un secondo fotodiodo ed una seconda serie concentrica di intagli sfasata di un quarto di periodo rispetto alla precedente. Il periodo è costituito da un settore pieno più un settore vuoto e, nell'esempio considerato, corrisponde ad una rotazione di 90 gradi meccanici. Un quarto di periodo corrisponde quindi a 22,5 gradi, come evidenziato dalla figura 3.4. I segnali A e B prodotti dall'encoder saranno sfasati di 90 gradi elettrici e si dicono in quadratura.

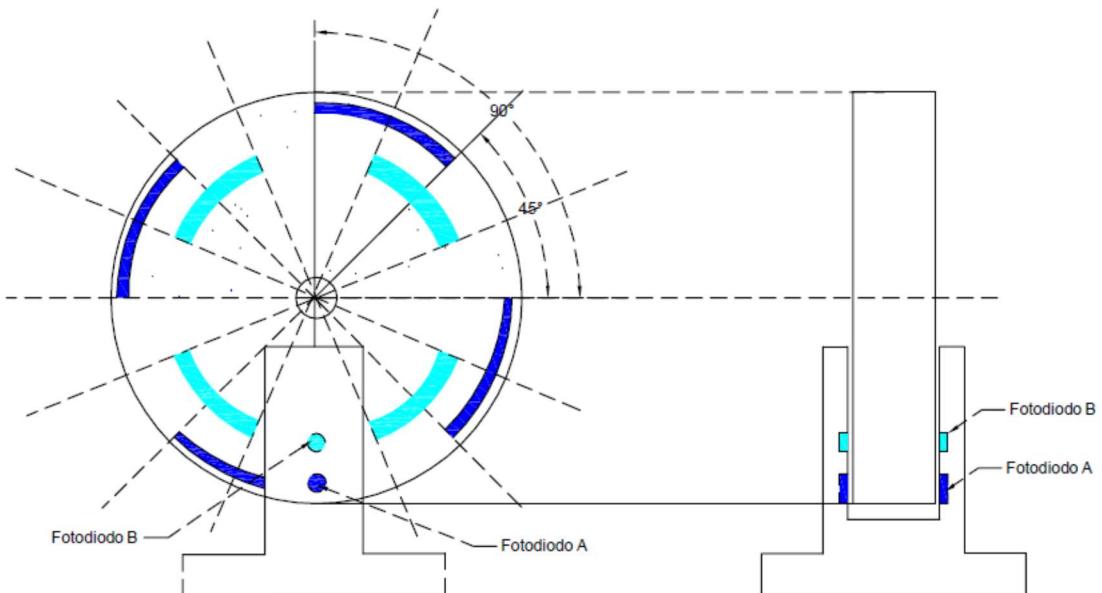


Figura 3.4

Partendo dalla posizione visualizzata in figura 3.4, in caso di rotazione oraria, il segnale B sarà in anticipo rispetto al segnale A, come mostrato in figura 3.5, in caso di rotazione antioraria sarà A in anticipo rispetto a B (vedi figura 3.6). Per discriminare il verso di rotazione, in corrispondenza di ciascun fronte di salita del segnale A si guarda lo stato del segnale B: se è alto vuol dire che B è in anticipo quindi la rotazione è oraria, viceversa se il segnale B è basso.

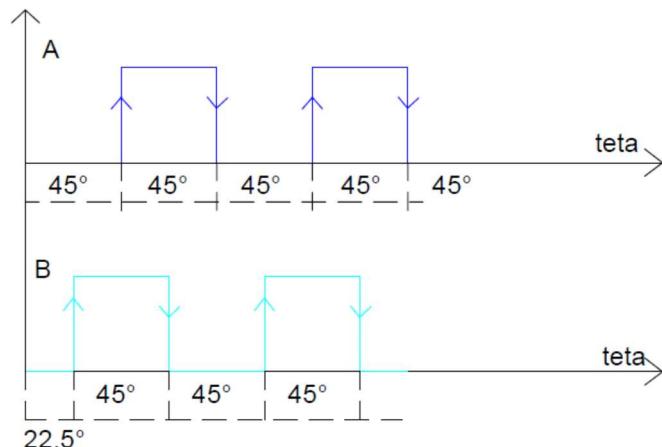


Figura 3.5

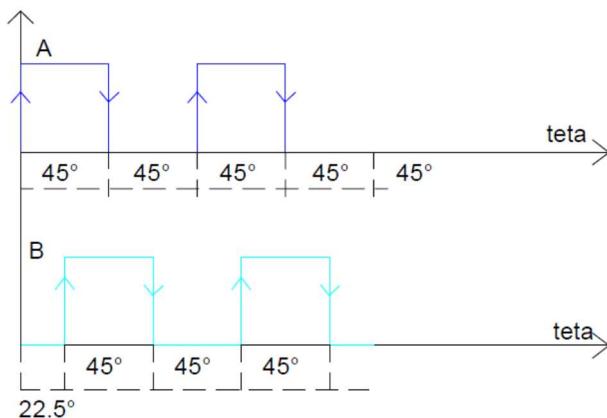


Figura 3.6

3.1.1 Calcolo della velocità media

Con un encoder non è possibile determinare la velocità istantanea ma solo la velocità media in un intervallo di tempo predeterminato T_c (tempo di campionamento). Si indica con PPR (Pulses Per Revolution) il numero di fronti di salita di un singolo segnale dell'encoder in un giro meccanico (equivale al numero di tacche per il singolo segnale). Nell'esempio considerato $PPR=4$. Durante il periodo di campionamento T_c saranno contati tutti i fronti, di salita e di discesa, di entrambi i segnali dell'encoder in modo da migliorare la risoluzione di misura. In pratica, i segnali A e B sono inviati ad una porta XOR in modo da utilizzare un singolo contatore sul segnale di uscita della porta. Il numero di fronti contati in T_c (indicato con N_p) moltiplicato per la risoluzione della misura (distanza angolare tra due fronti consecutivi, pari a 22.5 gradi nel nostro esempio) fornisce la rotazione effettuata nel periodo di campionamento. Approssimando la derivata della posizione con il rapporto incrementale, si ottiene la velocità media nel periodo di campionamento considerato:

$$\omega(k) = \frac{\Delta\theta}{T_c} = \frac{2\pi}{4PPR} \cdot N_p \cdot \frac{1}{T_c} \left[\frac{rad}{s} \right]$$

dove $4PPR$ indica il numero totale di fronti presenti in un giro meccanico di 2π radianti. La risoluzione della misura di posizione è data da $Ris\theta = \frac{2\pi}{4PPR}$ [rad], mentre la risoluzione della misura della velocità è $Ris\omega =$

$\frac{2\pi}{4PPR} \cdot \frac{1}{T_c}$. Per esempio, si consideri un encoder con $PPR = 256$ e si supponga di campionare la velocità ogni $100 \mu s$. La risoluzione di velocità sarebbe:

$$Ris\omega = \frac{2\pi}{4PPR} \cdot \frac{1}{T_c} = \frac{2\pi}{1024} \cdot \frac{1}{100 \cdot 10^{-6}} = 61.4 \left[\frac{rad}{s} \right]$$

Quindi potrò misurare solo pari o multiple intere di tale valore. A causa della quantizzazione nella misura della posizione dovuta al numero finito di tacche, c'è anche una quantizzazione nella misura della velocità. Si consideri che 3000 rpm (giri al minuto) rappresenta una velocità nominale tipica di molti motori elettrici e corrisponde a 314 rad/s. In tal caso nel nostro esempio avremmo solo 5 livelli di quantizzazione tra 0 e la velocità nominale ($N_p = 0 \rightarrow 0 \frac{rad}{s}$, $N_p = 1 \rightarrow \approx 60 \frac{rad}{s}$, $N_p = 2 \rightarrow \approx 120 \frac{rad}{s}$, $N_p = 3 \rightarrow \approx 180 \frac{rad}{s}$, $N_p = 4 \rightarrow \approx 240 \frac{rad}{s}$, $N_p = 5 \rightarrow \approx 300 \frac{rad}{s}$), quindi una misura piuttosto grossolana della velocità.

Supponiamo ancora di voler realizzare un controllo di velocità in anello chiuso e di imporre un set-point pari a $240 \frac{rad}{s}$, valore intermedio tra due multipli interi successivi della risoluzione. Il numero N_p di impulsi contati sarà pari a 3 in alcuni intervalli di campionamento e 4 in altri, mediamente saranno contati circa 3.5 impulsi. L'andamento atteso della velocità misurata è riportato in blu nella figura 3.7. Ci sarà sempre un errore di velocità diverso da zero e pari a circa la metà della risoluzione di velocità, anche se la velocità reale fosse esattamente pari al riferimento. A causa del guadagno proporzionale del regolatore di velocità, questo produrrà continue e brusche variazioni del riferimento di corrente (coppia). L'azione di controllo integrale del regolatore di velocità varia lentamente, quindi le sue oscillazioni saranno trascurabili. L'anello di regolazione della corrente è invece molto rapido e potrebbe riuscire ad inseguire le variazioni del riferimento dovute all'errore di quantizzazione.

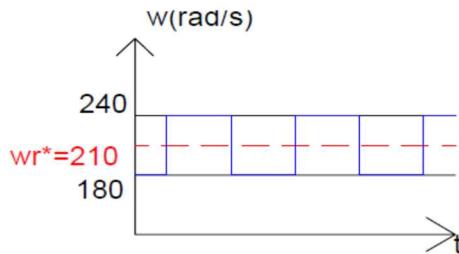


Figura 3.7

Quello che succederebbe è che la velocità sarebbe praticamente costante e pari al riferimento ma nascerebbero forti oscillazioni di corrente e di coppia che produrrebbero perdite addizionali, rumore e usura delle parti meccaniche.

Ci sarebbero due possibilità per risolvere questo problema: un'alternativa è quella di investire maggiore denaro nell'encoder, prendendolo con maggiori impulsi giro, ma questa soluzione determina comunque un errore, anche se meno accentuato; un'altra possibilità è quella di aumentare T_c , rilassando un po' il tempo di campionamento per il controllo della velocità, ma questa soluzione diventa un problema dal punto di vista dell'implementazione in cascata. Per risolvere questo problema si potrebbe utilizzare un encoder con un

numero elevato di impulsi per giro. Una soluzione alternativa e più economica consiste nell'inserire un filtro passa basso a valle della velocità misurata, come mostrato in figura 3.8. Al crescere della costante di tempo del filtro si riduce la sua banda passante e sempre più armoniche dell'onda quadra costituita dalla velocità misurata si cancellano. Come è mostrato in figura 3.9, al crescere della costante di tempo del filtro, la velocità misurata si avvicina al riferimento con conseguente riduzione delle oscillazioni del riferimento di corrente. Per contro, il filtro costituirà un limite alla banda passante che sarà possibile ottenere dall'anello di regolazione della velocità.

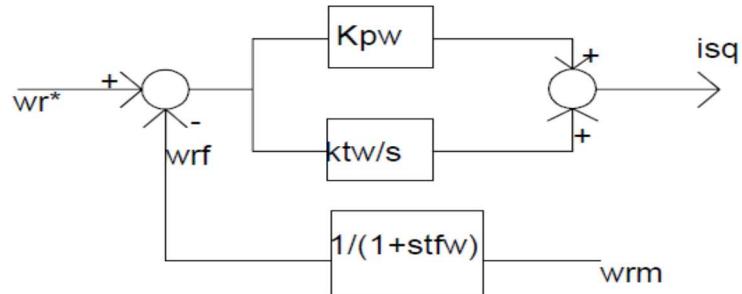


Figura 3.8

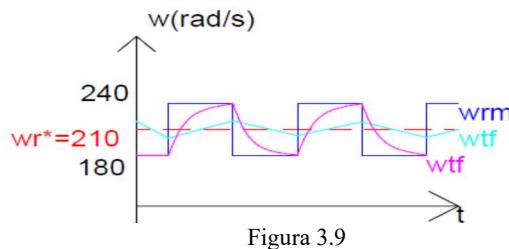


Figura 3.9

3.1.2 Impulso di zero (tacca di zero)

Tipicamente, gli encoder sono dotati di un terzo fotodiodo (Z) che è montato su un raggio concentrico rispetto agli altri due ed in corrispondenza del quale c'è un singolo piccolo intaglio sull'intera circonferenza detto tacca di zero (vedi figura 3.10).

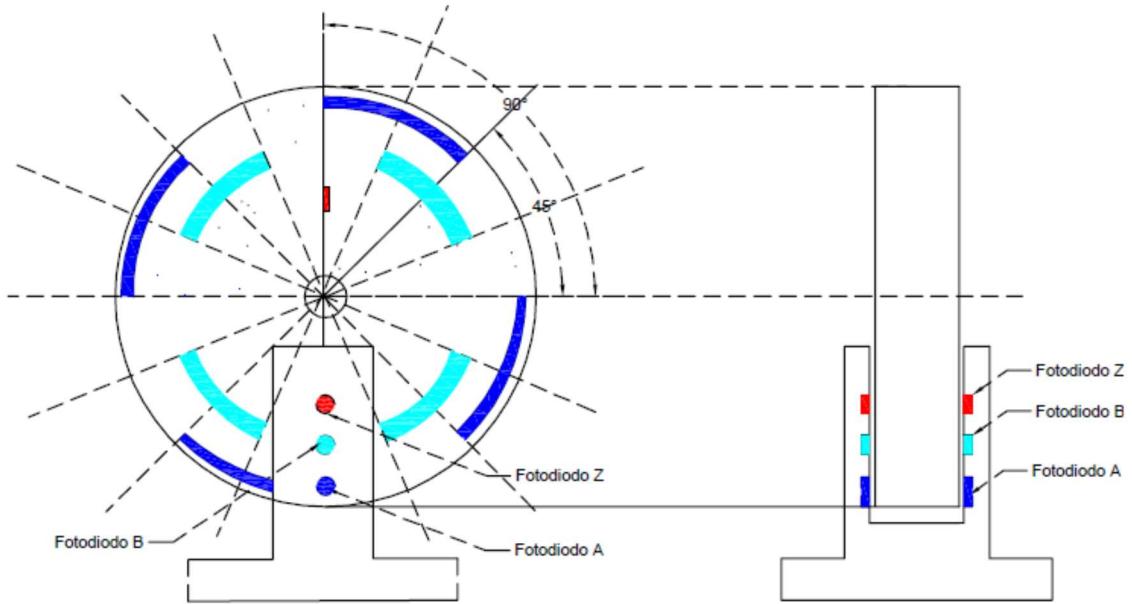


Figura 3.10

La tacca di zero costituisce un riferimento che permette di misurare il valore assoluto della posizione. Per esempio si supponga di installare l'encoder con tacca di zero sul rotore di un motore a magneti permanenti, allineando la tacca di zero con il polo nord del magnete permanente ed i fotodiodi con l'asse della fase A. Potendo muovere il rotore con uno strumento esterno o controllando la macchina in anello aperto, al passaggio della prima tacca di zero è possibile azzerare la misura della posizione. Da quel momento in poi, la misura della posizione incrementale fornita dall'encoder coinciderà con la posizione assoluta dell'asse diretto rispetto all'asse della fase A. Tale posizione potrà essere utilizzata per implementare il controllo vettoriale della macchina elettrica.

3.2 ENCODER ASSOLUTO

Un encoder assoluto ha un disco con un certo numero di fotodiodi, in corrispondenza di ciascuno di questi c'è una serie di tratti pieni e vuoti. La combinazione degli stati (alto/basso) dei fotodiodi permette di individuare univocamente il settore in cui è posizionato il rotore. Per esempio si divida il disco in 8 settori e si considerino tre fotodiodi come mostrato in figura 3.11. Rappresentando con una terna di numeri binari lo stato dei tre fotodiodi, in corrispondenza di ciascuno degli otto settori considerati si ha:

$$\vartheta_1 = [0 \ 0 \ 0]$$

$$\vartheta_2 = [0 \ 1 \ 0]$$

$$\vartheta_3 = [0 \ 1 \ 1]$$

$$\vartheta_4 = [1 \ 1 \ 1]$$

$$\vartheta_5 = [1 \ 0 \ 1]$$

$$\vartheta_6 = [1 \ 0 \ 0]$$

$$\vartheta_7 = [1 \ 1 \ 0]$$

$$\vartheta_8 = [0 \ 0 \ 1]$$

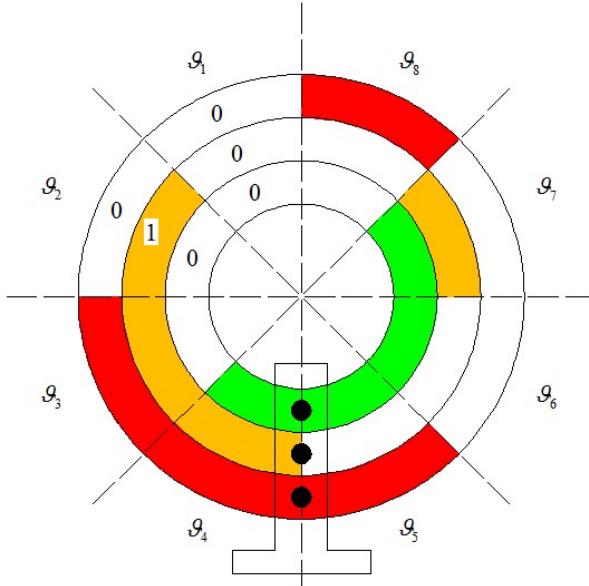


Figura 3.11

Con questo tipo di encoder la posizione è nota in modo assoluto anche in assenza di movimento dell'asse. La risoluzione dipende dal numero di bit (numero di fotodiodi). Per esempio con un encoder a 13 bit si potrebbe misurare la posizione con una risoluzione di $\frac{1}{8192}$ di giro. La precisione della misura dipende dalla qualità di realizzazione del disco (dall'accuratezza nel posizionamento delle tacche sul disco rotante).

3.3 RESOLVER

Un altro dispositivo comunemente impiegato per la misura assoluta della posizione angolare è il resolver. Il resolver è una macchina elettrica bifase con due avvolgimenti disposti con gli assi a 90° sullo statore e un avvolgimento sul rotore, come mostrato schematicamente in figura . La bobina di rotore è sottoposta ad una tensione alternata $v_f(t)$ e quindi attraversata da una corrente $i_f(t)$. La bobina di rotore è caratterizzata da una resistenza piccola rispetto alla reattanza ω delle grandezze elettriche. La corrente è quindi in quadratura in ritardo rispetto alla tensione. Applicando una tensione del tipo $v_f(t) = V_M \cos \omega t$ si otterrà una corrente

$$i_f(t) = I_M \sin \omega t$$

Nelle bobine statoriche saranno indotte delle forze elettromotrici funzione della variazione di flusso prodotto dal rotore che si concatena con esse. Saranno utilizzati due voltmetri per rilevare tali forze elettromotrici. Se si indica con M_{af} e M_{bf} le mutue induttanze tra le bobine statoriche e quella rotorica si ha:

$$e_a(t) = \frac{d(M_{af}(t)i_f(t))}{dt}$$

$$e_b(t) = \frac{d(M_{bf}(t)i_f(t))}{dt}$$

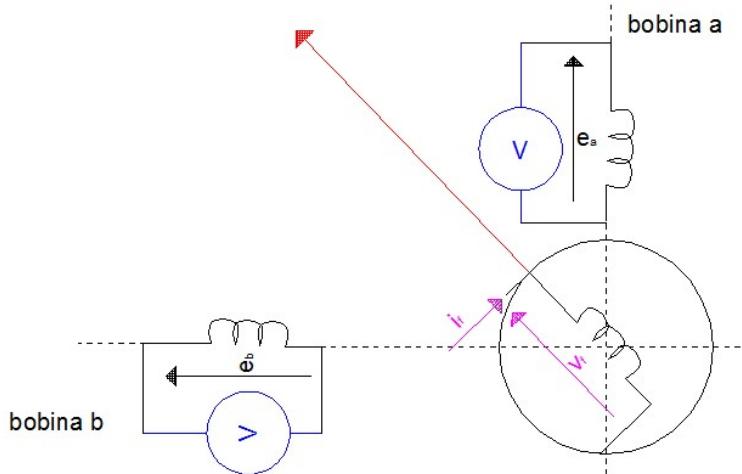


Figura 3.12

Se si indica con M il valore massimo del coefficiente di mutua induzione che si avrà quando gli assi delle bobine di statore e di rotore sono allineati, si può scrivere:

$$M_{af} = M \cos \theta_r$$

$$M_{bf} = M \sin \theta_r$$

dove θ_r è la posizione del rotore rispetto all'asse della bobina a. Le forze elettromotrici indotte si possono quindi riscrivere:

$$e_a = \frac{d(M \cos \theta_r \cdot I_M \sin \omega t)}{dt} = MI_M(-\omega_r \sin \theta_r \sin \omega t + \omega \cos \theta_r \cos \omega t)$$

$$e_b = \frac{d(M \sin \theta_r \cdot I_M \sin \omega t)}{dt} = MI_M(\omega_r \cos \theta_r \sin \omega t + \omega \sin \theta_r \cos \omega t)$$

Se si sceglie $\omega \gg \omega_r$ i termini dipendenti da ω_r diventano molto piccoli e quindi trascurabili. Le forze elettromotrici sono quindi approssimabili:

$$e_a = MI_M \omega \cos \theta_r \cos \omega t$$

$$e_b = MI_M \omega \sin \theta_r \cos \omega t$$

Calcolando il rapporto tra le due forze elettromotrici:

$$\frac{e_b}{e_a} = \frac{MI_M \omega \sin \theta_r \cos \omega t}{MI_M \omega \cos \theta_r \cos \omega t} = \tan \theta_r$$

Il valore di θ_r può essere trovato istante per istante come:

$$\theta_r = \tan^{-1} \frac{e_b}{e_a}$$

L'andamento nel tempo delle tensioni v_f , e_a ed e_b è riportato in figura 3.13. Si nota come le due forze elettromotrici siano modulate dal segnale $\pm \cos \theta_r$ e $\pm \sin \theta_r$, rappresentati con la curva nera tratteggiata. Anche con il rotore fermo le tensioni restano alternate ed il rapporto delle loro ampiezze permette di rilevare la posizione.

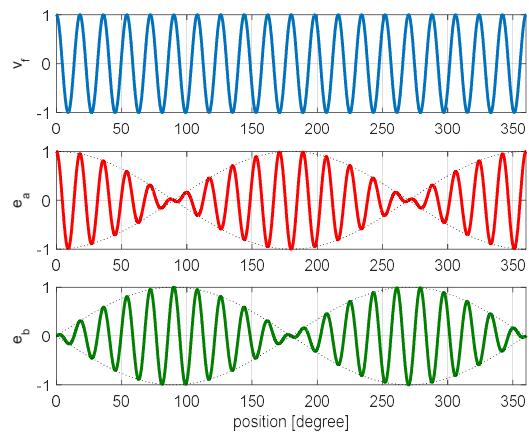


Figura 3.13 Segnali del resolver durante una rotazione a velocità costante

4 ACCOPPIAMENTO TRA MOTORE E CARICO

4.1 MODELLO MATEMATICO DELL'OSCILLATORE A DUE MASSE

I motori elettrici sono spesso collegati al carico meccanico tramite sistemi di trasmissione del moto non perfettamente rigidi. Durante il movimento possono insorgere oscillazioni meccaniche che potrebbero compromettere la qualità della lavorazione, ridurre l'efficienza del sistema ed anche usurare precocemente le parti meccaniche. Esistono anche applicazioni ad accoppiamento diretto tra motore e carico nelle quali l'utensile può essere coassiale e rigidamente vincolato al rotore della macchina elettrica. Applicazioni con accoppiamenti diretti possono anche essere realizzate con i motori lineari che sono trattati in un altro capitolo, ma restano una minoranza tra le applicazioni industriali degli azionamenti elettrici. Spesso è invece necessario ridurre o incrementare la velocità di rotazione, trasferire il moto da un asse ad un altro oppure trasformare un movimento di rotazione in uno di traslazione. In tutti questi casi si utilizzano ruote dentate, cinghie e pulegge, accoppiamenti pignone e cremagliera o vite e madrevite. Tali sistemi di trasmissione e trasformazione del moto possono deformarsi durante il funzionamento contribuendo in modo significativo a determinare le prestazioni del sistema. A titolo di esempio si consideri la macchina utensile rappresentata in figura 4.1 nella quale il movimento è trasferito dal motore elettrico al pezzo in lavorazione attraverso un accoppiamento a cinghia per adattare la velocità di rotazione ed un sistema vite chiocciola per realizzare un movimento di traslazione.

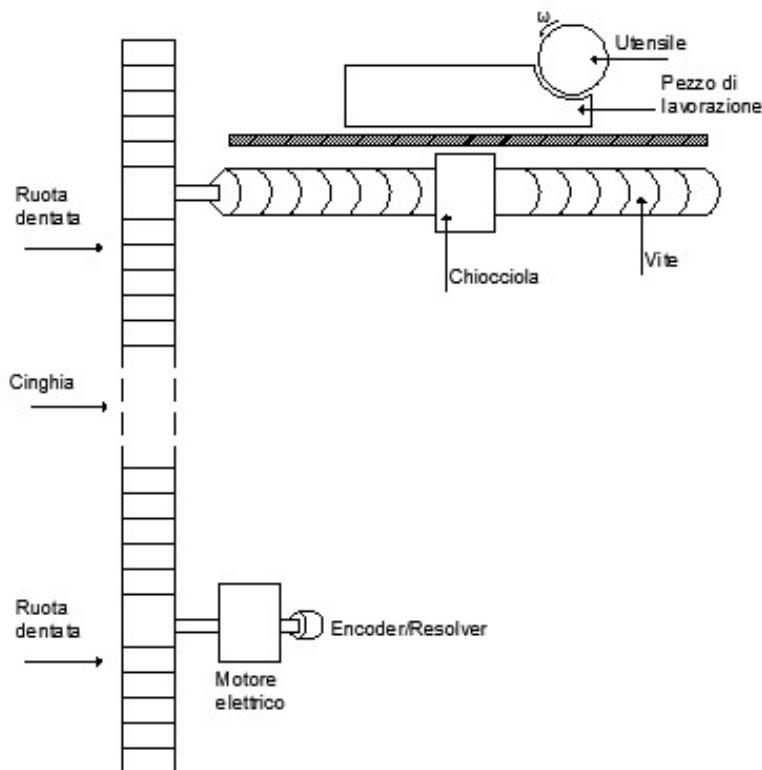


Figura 4.1 Esempio di trasformazioni del moto in una macchina utensile

Ciascuno di questi accoppiamenti non sarà perfettamente rigido. Se il sistema fosse rigido e senza giochi meccanici, nota la posizione istantanea del motore elettrico, noto il passo della vite e noto il rapporto di

trasformazione tra le due ruote dentate si potrebbe correlare con assoluta precisione la posizione del rotore con quella del pezzo di lavorazione. Nei casi reali gli accoppiamenti sono dotati di una certa elasticità e si deformano quando sono soggetti a forze o coppie esterne. Tra il motore e il pezzo in lavorazione ci saranno diversi accoppiamenti non rigidi che dovrebbero essere considerati per poter studiare con precisione il comportamento dinamico della macchina. Nel seguito ci limiteremo, per semplicità, a considerare un singolo accoppiamento meccanico tra due oggetti posti in rotazione. La trattazione matematica potrà poi essere applicata ai diversi accoppiamenti meccanici presenti nella catena di trasmissione del moto. Consideriamo quindi due masse (una che rappresenta il motore, l'altra il carico) collegate tramite un giunto, come in figura 4.2. Per definire le quantità a monte e a valle si utilizza il pedice "M" per le grandezze riferite al motore e pedice "L" per quelle riferite al carico.

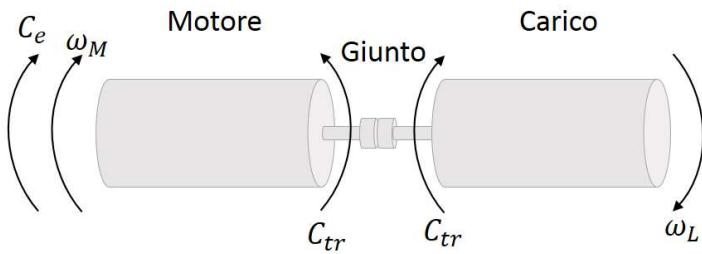


Figura 4.2 Accoppiamento tra motore e carico

Si supponga che il motore sviluppi una coppia elettromagnetica C_e e ruoti a velocità ω_M oraria nel piano. Alla rotazione del motore si oppone una coppia di carico che sarà trasmessa dal motore al giunto, chiamata C_{tr} , opposta alla coppia elettromagnetica; dall'altra parte ci sarà una coppia uguale e contraria trasmessa dal giunto al carico. Supponendo che al carico non siano applicate ulteriori coppie, per esempio una tavola, le leggi del moto per il motore e per il carico possono essere scritte come:

$$\text{per il motore } J_M \frac{d\omega_M}{dt} = C_e - C_{tr} \quad (1)$$

$$\text{per il carico } J_L \frac{d\omega_L}{dt} = C_{tr} \quad (2)$$

La coppia trasmessa è concorde alla velocità del carico e quindi è presente con il segno +.

La coppia trasmessa del giunto si può scomporre in coppia elastica e coppia di attrito viscoso. Quindi:

$$C_{tr} = K_\theta (\vartheta_M(t) - \vartheta_L(t)) + d_\omega (\omega_M(t) - \omega_L(t)) \quad (3)$$

Le velocità a monte e a valle del giunto in regime permanente sono uguali: in condizioni stazionarie, ci sarà soltanto la coppia elastica torsionale che dipende istante per istante da quanto si sta deformando il giunto. Il giunto perciò può essere modellato come una molla e uno smorzatore che servono per trasmettere il moto:

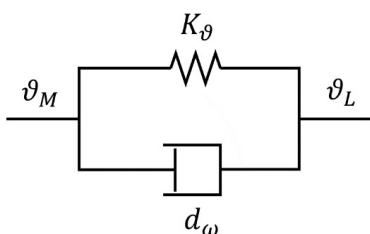


Figura 4.3 Modellazione del giunto tramite sistema molla-smorzatore

Avendo modellato la coppia trasmessa, si sostituisce alle equazioni (1) e (2) di equilibrio elettromeccanico. Quindi:

$$J_M \frac{d\omega_M}{dt} = C_e - K_\vartheta (\vartheta_M(t) - \vartheta_L(t)) - d_\omega (\omega_M(t) - \omega_L(t)) \quad (3)$$

$$J_L \frac{d\omega_L}{dt} = K_\vartheta (\vartheta_M(t) - \vartheta_L(t)) + d_\omega (\omega_M(t) - \omega_L(t)) \quad (4)$$

Trasformando secondo Laplace l'equazione (4):

$$s J_L \omega_L(s) = K_\vartheta (\vartheta_M(s) - \vartheta_L(s)) + d_\omega (\omega_M(s) - \omega_L(s)) \quad (5)$$

Considerando che $\omega_M = s\vartheta_M$ e $\omega_L = s\vartheta_L$ allora è possibile riscrivere la (5) e da questa ricavare la funzione di trasferimento tra la posizione del carico e quella del motore.

$$\begin{aligned} s^2 J_L \vartheta_L(s) &= K_\vartheta (\vartheta_M(s) - \vartheta_L(s)) + d_\omega (s\vartheta_M(s) - s\vartheta_L(s)) \\ s^2 J_L \vartheta_L(s) + d_\omega \vartheta_L(s) + K_\vartheta \vartheta_L(s) &= K_\vartheta \vartheta_M(s) + d_\omega s \vartheta_M(s) \\ (s^2 J_L + d_\omega s + K_\vartheta) \vartheta_L(s) &= (K_\vartheta + d_\omega s) (\vartheta_M(s)) \\ \vartheta_L(s) &= \frac{(K_\vartheta + d_\omega s)}{(s^2 J_L + d_\omega s + K_\vartheta)} \vartheta_M(s) \end{aligned} \quad (6)$$

La funzione di trasferimento che lega la posizione di ingresso a quella di uscita è:

$$G_\vartheta(s) = \frac{(K_\vartheta + d_\omega s)}{(s^2 J_L + d_\omega s + K_\vartheta)} \quad (7)$$

Sotto forma di costanti di tempo:

$$G_\vartheta(s) = \frac{\left(1 + \frac{d_\omega s}{K_\vartheta}\right)}{\left(\frac{s^2 J_L}{K_\vartheta} + \frac{d_\omega s}{K_\vartheta} + 1\right)} \quad (8)$$

La funzione di trasferimento (8) rappresenta il legame dinamico istante per istante tra l'ingresso e l'uscita e dipende dai parametri caratteristici del giunto d_ω e K_ϑ e dall'inerzia del carico J_L .

Di solito, la costante di tempo dello zero $\frac{d_\omega}{K_\vartheta}$ è numericamente molto piccola rispetto alle costanti di tempo che caratterizzano la dinamica di posizione e quindi è possibile trascurarla. Di conseguenza la (8) diviene:

$$G_\vartheta(s) = \frac{1}{\left(\frac{s^2 J_L}{K_\vartheta} + \frac{d_\omega s}{K_\vartheta} + 1\right)} = \frac{1}{\left(\frac{s^2}{\omega_{0mecc}^2} + \frac{2\delta_{mecc}}{\omega_{0mecc}} s + 1\right)} \quad (9)$$

dove ω_{0mecc} è la pulsazione naturale del giunto e δ_{mecc} è il coefficiente di smorzamento dell'accoppiamento elastico. Eguagliando i coefficienti di grado omonimo si trovano le relazioni tra queste quantità e le grandezze meccaniche del giunto:

$$\begin{cases} \frac{1}{\omega_{0mecc}^2} = \frac{J_L}{K_\vartheta} \\ \frac{2\delta_{mecc}}{\omega_{0mecc}} = \frac{d_\omega}{K_\vartheta} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \omega_{0mecc} = \sqrt{\frac{K_\vartheta}{J_L}} \\ \delta_{mecc} = \frac{1}{2} \frac{d_\omega}{K_\vartheta} \sqrt{\frac{K_\vartheta}{J_L}} = \frac{d_\omega}{2\sqrt{K_\vartheta J_L}} \end{cases} \quad (10)$$

$$(11)$$

Se ω_{0mecc} è al di sopra della banda passante dell'anello di regolazione della velocità e della corrente, un modo di oscillazione dell'accoppiamento elastico non potrà essere innescato dal motore elettrico. Se, al contrario, questa pulsazione si trova all'interno della banda passante, si può innescare un modo di oscillazione molto

vicino alla frequenza di risonanza con possibili problemi legati alla precisione del posizionamento, alle sollecitazioni meccaniche ed alle perdite aggiuntive. Il fatto che si inneschi oppure no una oscillazione indesiderata dipenderà dalla struttura e dalla sintesi del regolatore di posizione. I valori tipici di δ_{mecc} sono relativamente piccoli, dell'ordine di 0,1-0,3 determinando un sistema con una dinamica molto sottosmorzata. Quando è possibile intervenire sulla progettazione dell'accoppiamento, si preferisce un valore ω_{0mecc} alto. Questo si può ottenere in due modi: irrigidendo l'albero utilizzando dei materiali che trasferiscono molta coppia con poca torsione meccanica, oppure si potrebbe ridurre J_L utilizzando materiali molto leggeri. Entrambe le opzioni sono costose e spesso non percorribili.

La pulsazione di risonanza è la pulsazione alla quale un sistema sottosmorzato presenta un picco di risonanza caratterizzato da un'uscita di ampiezza superiore all'ingresso, del tipo mostrato in figura 4.4.

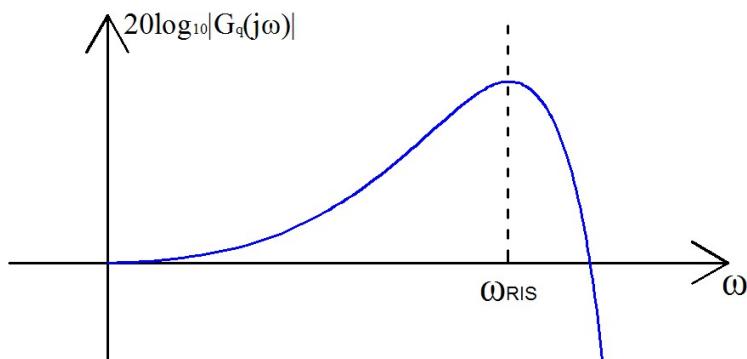


Figura 4.4 Diagramma di Bode con picco di risonanza

Tale pulsazione è uguale a:

$$\omega_{ris} = \omega_{0mecc} \sqrt{1 - 2\delta_{mecc}^2} \quad (12)$$

Per sistemi molto sottosmorzati (i.e. grado di smorzamento molto piccolo), come nel caso di interesse, la radice quadrata è circa uguale ad 1 e quindi la differenza tra ω_{0mecc} e ω_{ris} è molto piccola.

Secondo l'equazione (13)

$$\vartheta_L(s) = G_\theta(s)\vartheta_M(s) \quad (13)$$

potrebbe esserci la possibilità che, in presenza di un accoppiamento con comportamento sottosmorzato e frequenza di risonanza inferiore alla massima frequenza realizzabile nei segnali di comando, si inneschino delle oscillazioni della posizione del carico, anche persistenti in presenza di movimenti continui. Queste oscillazioni riducono la precisione di posizionamento e portano a usura dei componenti meccanici e riduzione del rendimento.

Nella figura seguente è mostrato lo schema a blocchi dell'accoppiamento elastico tenendo conto delle equazioni (1), (2) e (3). Il diagramma a blocchi ha come unico ingresso la coppia elettromagnetica prodotta dal motore che è l'uscita del suo modello elettrico.

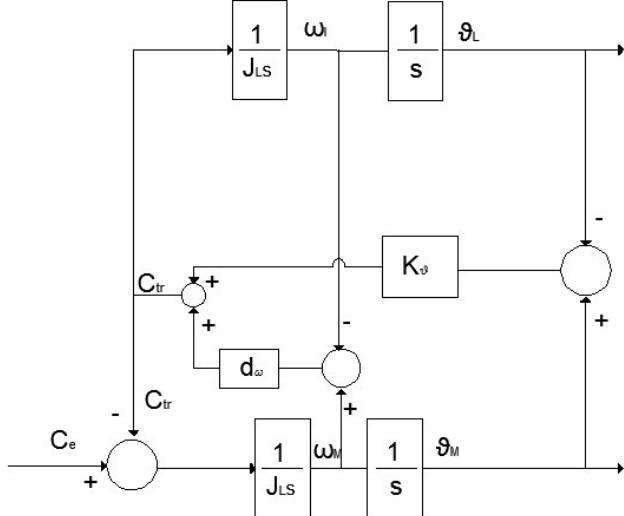


Figura 4.5 – Diagramma a blocchi dell'accoppiamento meccanico

Per realizzare il controllo della posizione è possibile misurare direttamente la posizione del carico (o *end effector* della macchina operatrice). In questo caso si parla di misura di tipo diretto. Questo è il modo più preciso di controllare la lavorazione ma, alle volte non è possibile (per eccesso di complessità, costo o assenza di adeguata tecnologia) procedere ad una misura di tipo diretto. Si pensi, a titolo di esempio, all'*end effector* di un robot antropomorfo. In questi casi si preferisce misurare la posizione del motore e risalire a quella del carico supponendo rigidi tutti gli accoppiamenti meccanici. In quest'ultimo caso, si parla di misura di tipo indiretto. Nel primo caso la funzione di trasferimento dell'accoppiamento meccanico sarà interna all'anello di regolazione della posizione, mentre nel secondo caso sarà esterna. Nel seguito sarà analizzato il comportamento dinamico del sistema separatamente nei due casi di misura diretta ed indiretta della posizione. Nel caso in cui fossero presenti diversi accoppiamenti non rigidi, la seguente trattazione sarebbe da applicare su ciascun giunto a partire da quello caratterizzato dalla pulsazione propria minore.

4.1 RISPOSTA DINAMICA DEGLI ANELLI DI POSIZIONE

4.1.1 Progetto del regolatore di posizione, misura indiretta

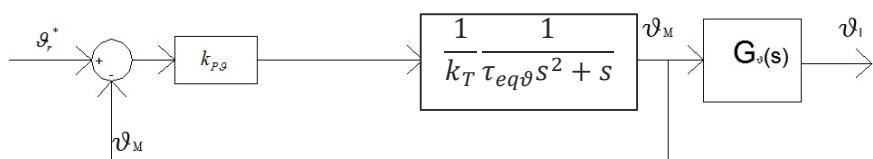


Figura 4.6 – Diagramma a blocchi dello schema di controllo con misura di tipo indiretta

In questo caso, la posizione misurata ed utilizzata per chiudere l'anello di regolazione della posizione è ϑ_M . L'obiettivo da perseguire nella taratura di $K_{p\vartheta}$ è quello di evitare che ci siano fenomeni di risonanza tra l'uscita e il riferimento principalmente per le seguenti ragioni:

- la posizione di uscita avrebbe oscillazioni maggiori del riferimento alla pulsazioni prossime a ω_{ris} ;

- segnali indesiderati alla frequenza ω_{ris} , dovuti a rumore o interferenze, sarebbero amplificati erroneamente;
- le vibrazioni a pulsazione ω_{ris} sollecitano gli organi meccanici determinando usura precoce delle trasmissioni, perdite e rumore acustico;
- potrebbe risultare compromessa la precisione del posizionamento, quindi la qualità della lavorazione in atto.

Per poter evitare tali effetti si deve garantire innanzitutto che il motore non presenti fenomeni di risonanza e successivamente si verificherà che la funzione di trasferimento tra il riferimento ed il carico non presenti risonanza. Bisognerà quindi garantire che il diagramma di Bode dei moduli delle funzioni di trasferimento appena citate, non abbia una pulsazione per la quale si presenta un massimo positivo.

Se si definisce la f.d.t. in catena aperta del controllo di posizione $G_M(s)$ come

$$G_M(s) = \frac{k_{p\theta}}{k_T} \frac{1}{(1 + \tau_{eq} s)} \frac{1}{s}$$

e la f.d.t. dell'accoppiamento meccanico come

$$G_\theta(s) = \frac{1}{\frac{s^2}{\omega_{0mecc}^2} + \frac{2\delta_{mecc}}{\omega_{0mecc}} s + 1}$$

il loop di controllo si presenta come in figura 4.7.

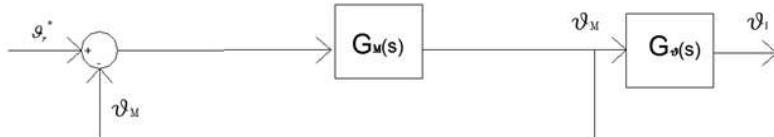


Figura 4.7 Anello di regolazione della posizione con misura di tipo indiretto

Nel dominio della frequenza, si deve verificare che:

$$|G_{0M}(j\omega)| \leq 1 \quad \forall \omega \quad (13)$$

$$|G_{0M}(j\omega)G_\theta(j\omega)| \leq 1 \quad \forall \omega \quad (14)$$

Tali condizioni sono utili a identificare il valore più opportuno da dare al guadagno del regolatore di posizione in maniera tale da evitare fenomeni di risonanza. Dalla risoluzione delle due disequazioni in funzione di $K_{p\theta}$ si considera il valore più piccolo che le soddisfi contemporaneamente.

Per la prima condizione, tenendo conto di un unico guadagno k'_θ per semplicità, la f.d.t. diviene:

$$G_M(s) = \frac{k'_\theta}{(s^2\tau_{eq} + s + k'_\theta)} \quad (15)$$

In anello chiuso:

$$G_{0M}(s) = \frac{k'_\theta}{(s^2\tau_{eq} + s + k'_\theta)} = \frac{1}{\frac{s^2\tau_{eq}}{k'_\theta} + \frac{s}{k'_\theta} + 1} = \frac{1}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{2\delta s}{\omega_0} + 1} \quad (16)$$

Eguagliando i termini dello stesso ordine è possibile determinare le espressioni della pulsazione propria e del grado di smorzamento di questo sistema del secondo ordine:

$$\begin{cases} \frac{1}{\omega_0^2} = \frac{\tau_{eq}}{k'_\theta} \\ \frac{2\delta}{\omega_0} = \frac{1}{k'_\theta} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \omega_0 = \sqrt{\frac{k'_\theta}{\tau_{eq\theta}}} \\ \delta = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{k'_\theta}{\tau_{eq\theta}}} \cdot \frac{1}{k'_\theta} = \frac{1}{2\sqrt{\tau_{eq\theta} k'_\theta}} \end{cases}$$

In questo caso si deve verificare che il modulo della funzione di trasferimento sia sempre minore di 1 a tutte le frequenze. Questa equivale a dire che la funzione di trasferimento non deve avere picco di risonanza; ovvero:

$$\delta \geq 0.707 = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (17)$$

Mentre in precedenza nel caso di accoppiamento rigido, applicando il criterio del modulo ottimo si aveva l'uguaglianza e si poneva $\delta = 0.707$, ora si ha una condizione di disuguaglianza sul δ . Applicando quindi la condizione (17) all'espressione di δ (16), si ottiene:

$$\delta = \frac{1}{2\sqrt{\tau_{eq} k'_\theta}} \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Da cui si determina la condizione sul k'_θ :

$$k'_\theta \leq \frac{1}{\tau_{eq\theta}} \frac{1}{2} \quad (18)$$

Scegliere il guadagno del regolatore di posizione in accordo con la (18) implica il rispetto della condizione (13). Adesso è possibile verificare la seconda condizione espressa nella (14). Le funzioni di risposta armonica $G_{0M}(j\omega)$ e $G_\theta(j\omega)$ sono:

$$G_{0M}(j\omega) = \frac{1}{1 - \frac{\omega^2 \tau_{eq\theta}}{k'_\theta} + \frac{j\omega}{k'_\theta}} \quad (19)$$

$$G_\theta(j\omega) = \frac{1}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{0mecc}^2}\right) + j2\delta_{mecc} \frac{\omega}{\omega_{0mecc}}} \quad (20)$$

mentre il loro modulo è

$$|G_{0M}(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2 \tau_{eq\theta}}{k'_\theta}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{k'_\theta}\right)^2}} \quad (21)$$

$$|G_\theta(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{0mecc}^2}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_{0mecc}} 2\delta_{mecc}\right)^2}} \quad (22)$$

Dovremmo verificare l'assenza di risonanza a qualunque pulsazione ma, in genere, è sufficiente assicurarsi che non ci sia risonanza alla pulsazione

$$\omega = \omega_{ris} = \omega_{0mecc} \sqrt{1 - 2\delta_{mecc}^2} \quad (23)$$

dove $|G_\theta(j\omega)|$ avrà il suo valore massimo. Dovendo verificare la disequazione (18) è già sicuro che $|G_{0M}(j\omega)|$ sarà minore di uno a tutte le pulsazioni.

Dalla (23) è possibile ricavare la seguente relazione:

$$\frac{\omega}{\omega_{omecc}} = \frac{\omega_{ris}}{\omega_{omecc}} = \sqrt{1 - 2\delta_{mecc}^2} \quad (24)$$

Quindi, ponendo $\omega = \omega_{ris}$ nella (21) si ottiene:

$$|G_{0M}(j\omega_{ris})| = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega_{ris}^2 \tau_{eq\theta}}{k'_\theta}\right)^2 + \left(\frac{\omega_{ris}}{k'_\theta}\right)^2}} \quad (25)$$

e sostituendo la (24) nella (22):

$$\begin{aligned} |G_\theta(j\omega_{ris})| &= \frac{1}{\sqrt{(1 - 1 + 2\delta_{mecc}^2)^2 + (2\delta_{mecc}\sqrt{1 - 2\delta_{mecc}^2})^2}} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{4\delta_{mecc}^4 + 4\delta_{mecc}^2(1 - 2\delta_{mecc}^2)}} = \frac{1}{\sqrt{4\delta_{mecc}^4 + 4\delta_{mecc}^2 - 8\delta_{mecc}^4}} \rightarrow \\ |G_\theta(j\omega_{ris})| &= \frac{1}{\sqrt{4\delta_{mecc}^2 - 4\delta_{mecc}^4}} \end{aligned} \quad (26)$$

Sostituendo le espressioni trovate (25) e (26) nella condizione (14) si ottiene

$$|G_{0M}(j\omega_{ris})G_\theta(j\omega_{ris})| = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega_{ris}^2 \tau_{eq\theta}}{k'_\theta}\right)^2 + \left(\frac{\omega_{ris}}{k'_\theta}\right)^2}} \frac{1}{\sqrt{4\delta_{mecc}^2 - 4\delta_{mecc}^4}} \leq 1 \quad (27)$$

La disequazione (27) imporrà un'altra condizione per k'_θ la quale, insieme alla (18), darà origine ad un sistema di disequazioni. Dalle soluzioni delle disequazioni saranno scartati i valori negativi di k'_θ poiché inaccettabili dal punto di vista del controllo. Si determinerà un intervallo di valori ammissibili per k'_θ in genere compreso tra zero ed un certo valore massimo (o valore limite) che dipenderà dalla più restrittiva tra le condizioni (18) e (27).

Se la condizione (18) impone un limite più restrittivo delle (27) vuol dire che, anche tarando il regolatore con il criterio del modulo ottimo e senza considerare l'accoppiamento non rigido, non ci sono problemi di risonanza. In tal caso la frequenza di risonanza dell'accoppiamento meccanico è superiore alla banda passante dell'anello di regolazione della posizione. Quest'ultimo non sarà in grado di innescare fenomeni di risonanza e garantirà una adeguata attenuazione delle frequenze prossime a quella di risonanza dell'accoppiamento meccanico. Questa condizione è rappresentata nel diagramma di Bode di figura 4.8, dove in blu è riportato il modulo di $G_{0M}(j\omega)$ in rosso quello di $G_\theta(j\omega)$ ed in giallo la loro somma, avendo tarato il regolatore di posizione con il criterio del modulo ottimo. Si nota che la curva gialla è al di sotto dell'asse delle ascisse a tutte le frequenze, il regolatore di posizione è stato tarato correttamente.

Se, invece è la condizione (27) ad imporre un limite al guadagno del regolatore di posizione, bisognerà utilizzare un valore più basso di quello che deriva dal criterio del modulo ottimo. In questo caso, se si tarasse il regolatore di posizione con il criterio del modulo ottimo, la banda passante del solo controllo di posizione

sarebbe maggiore o confrontabile con la frequenza di risonanza dell'accoppiamento meccanico e quindi il sistema complessivo avrà un guadagno maggiore di uno a tale frequenza. Questa condizione è rappresentata nel diagramma di Bode di figura 4.9. Il diagramma di bode della funzione di trasferimento complessiva è sopra l'asse delle ascisse alla pulsazione di risonanza dell'accoppiamento meccanico. Bisogna ridurre il guadagno del regolatore di posizione, sacrificando la banda passante ma riportandosi in una condizione simile a quella descritta nella figura 4.8.

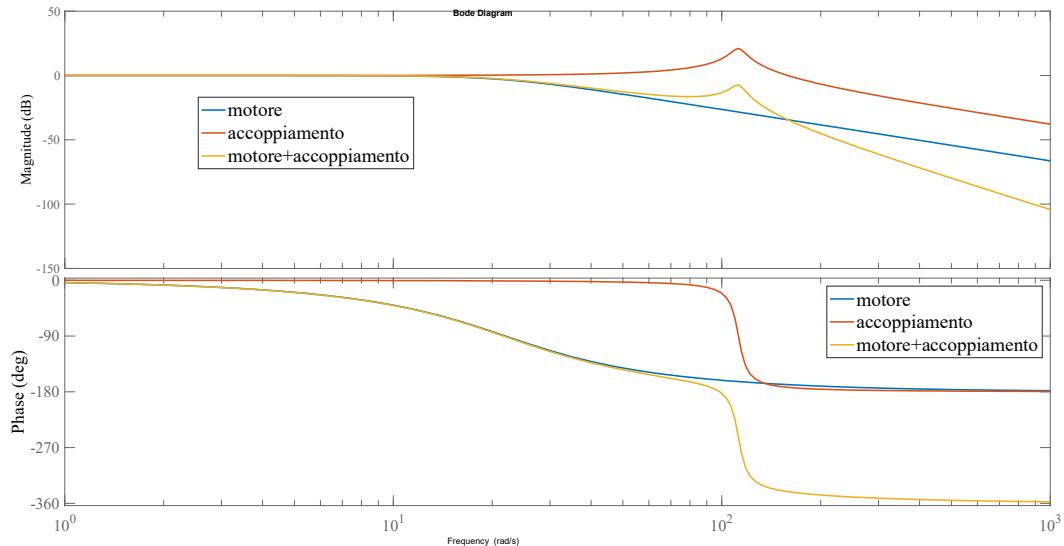


Figura 4.8 – Diagrammi di Bode di motore, accoppiamento meccanico e loro somma in caso di corretto dimensionamento del regolatore di posizione

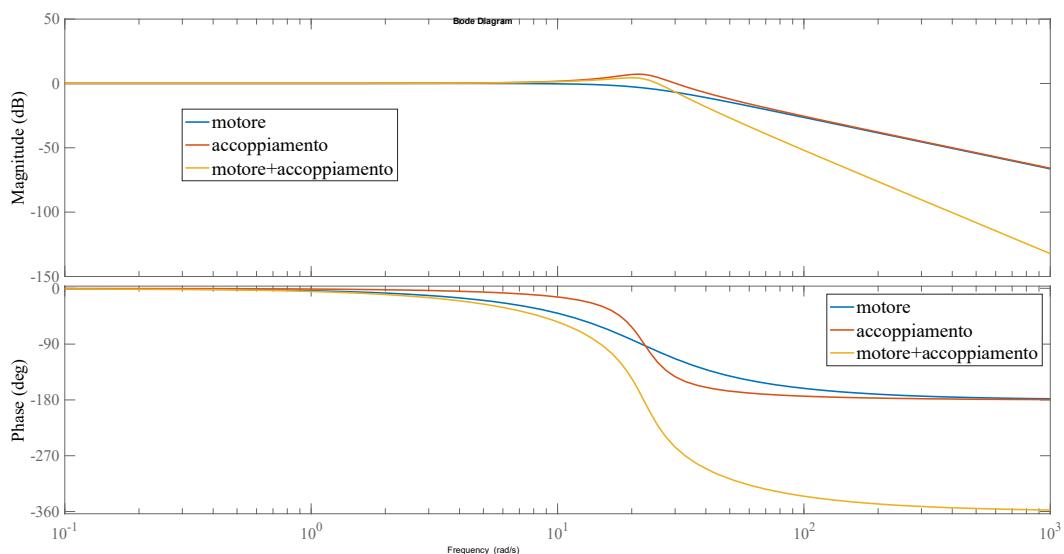


Figura 4.9 - Diagrammi di Bode di motore, accoppiamento meccanico e loro somma in caso di guadagno eccessivo del regolatore di posizione

L'assenza di risonanza può essere verificata con una simulazione dinamica in Simulink, ponendo in ingresso come riferimento di posizione un segnale sinusoidale di ampiezza unitaria alla pulsazione di risonanza e osservando che l'uscita abbia ampiezza minore o uguale a quella in ingresso.

4.1.2 Progetto del regolatore di posizione, misura diretta

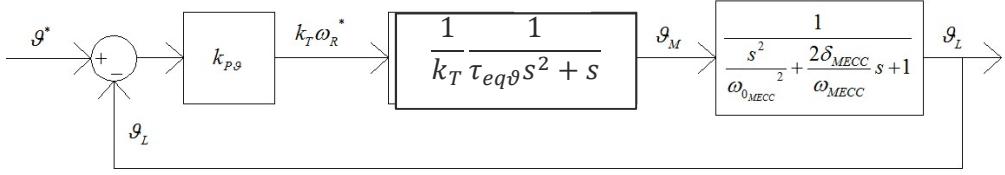


Figura 4.10 - Anello di regolazione della posizione con misura di tipo diretto

In questo caso, la posizione misurata ed utilizzata per chiudere l'anello di regolazione della posizione è ϑ_L . La funzione di trasferimento in catena diretta, introducendo come unico guadagno k'_θ , è:

$$G_{Md}(s) = \frac{k'_\theta}{(1+\tau_{eq\theta}s)} \frac{1}{s \frac{s^2}{\omega_{0mecc}^2} + \frac{2\delta_{mecc}}{\omega_{0mecc}} + 1} \quad (28)$$

A questo punto si dovrebbe determinare la funzione di trasferimento in catena chiusa e imporre che il suo modulo sia minore di uno a tutte le frequenze:

$$|G_{0Md}(j\omega)| \leq 1 \quad \forall \omega \quad (29)$$

In modo analogo a quanto già fatto nel caso della misura diretta, ci si può limitare a verificare la (29) solo alla frequenza di risonanza dell'accoppiamento meccanico $\omega_{ris} = \omega_{0me} \sqrt{1 - 2\delta_{mecc}^2}$.

È possibile in questo caso seguire un criterio empirico che semplifica ulteriormente la taratura del regolatore. Per ottenere che la funzione di trasferimento in anello chiuso abbia modulo minore di uno alla pulsazione di risonanza, si impone che la funzione di trasferimento in anello aperto abbia, alla stessa frequenza, amplificazione pari o inferiore a $\frac{1}{2}$:

$$|G_{Md}(j\omega_{ris})| \leq \frac{1}{2} \quad (30)$$

Questo equivale a dire che in dB:

$$20 \log_{10} |G_{Md}(j\omega_{ris})| \leq -6 \text{ dB} \quad (31)$$

Si può intuire che, se alla pulsazione ω_{ris} il diagramma di Bode in anello aperto è “adeguatamente” inferiore all’asse delle ascisse, anche il diagramma di Bode in anello chiuso non avrà un punto di massimo positivo alla stessa pulsazione. Questa condizione è descritta nel diagramma di figura 4.11.

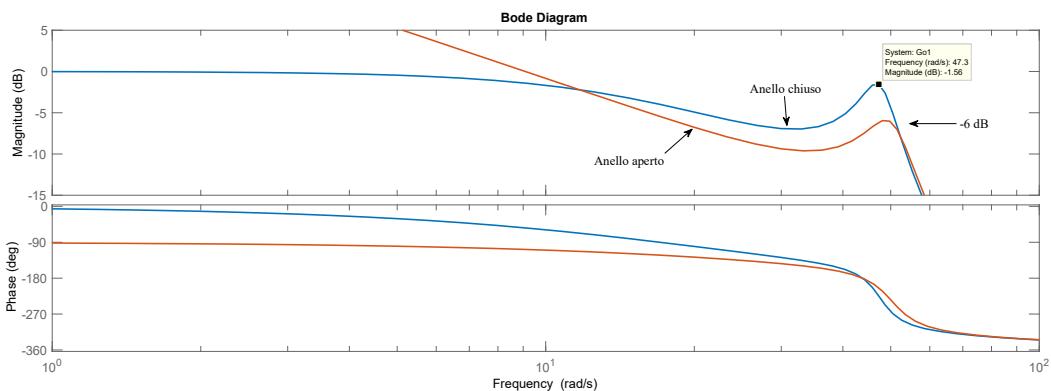


Figura 4.11 Diagramma di Bode in anello aperto (curva rossa) ed in anello chiuso (curva blu)

Applicando la condizione (30) si ottiene una disequazione che permette di selezionare il guadagno k'_θ :

$$|G_{Md}(j\omega_{ris})| = \frac{k'_\theta}{\omega_{ris}} \frac{1}{\sqrt{(1 + (\tau_{eq\theta}\omega_{ris})^2)^2}} \frac{1}{\sqrt{4\delta_{mecc}^2 - 4\delta_{mecc}^4}} \leq 0.5 \rightarrow$$

$$k'_\theta \leq 0.5\omega_{ris} \sqrt{(1 + (\tau_{eq\theta}\omega_{ris})^2)^2} \sqrt{4\delta_{mecc}^2 - 4\delta_{mecc}^4} \quad (32)$$

A conferma della validità del criterio, è possibile effettuare una simulazione e ottenere i diagrammi di Bode grazie all'ausilio del software Matlab.

In linea di massima, dovrebbe essere preferibile la misura di tipo diretto, perché permette una conoscenza diretta della posizione dell'attuatore in movimento e non una stima attraverso una funzione di trasferimento. Quest'ultima però, non è sempre possibile a causa delle condizioni ambientali di lavoro dell'attuatore (umidità, temperatura, ecc.) ma anche per ragioni di affidabilità. Un altro modo di confrontare le due misure (diretta ed indiretta) potrebbe essere quello di preferire la misura che permette di far funzionare il sistema senza risonanza col valore maggiore di k'_θ . Tendenzialmente, si ricerca un valore di k'_θ massimo perché questo consente di incrementare la banda passante dell'anello di regolazione della posizione. Il guadagno $k'_\theta = \frac{k_{p\theta}}{k_t}$, moltiplicato per l'errore di posizione fornisce la velocità di riferimento per l'anello di regolazione della velocità. A parità di errore di posizione in ingresso, un regolatore con il guadagno maggiore consente di seguire traiettorie con velocità maggiori. Il limite al valore del guadagno è dato dalle oscillazioni che si possono innescare in quanto, come noto, aumentare troppo i guadagni avvicina il sistema alla condizione di instabilità.

4.2 ERRORE DI CIRCOLARITÀ

La presenza di accoppiamenti elastici introduce incertezze nel posizionamento e potrebbe indurre errori di lavorazione nelle macchine utensili. Per l'analisi seguente, si suppone di avere una tavola cartesiana x-y, una macchina utensile con 2 gradi di libertà, che deve descrivere un moto circolare uniforme nel piano, come descritto dalla figura 4.12.

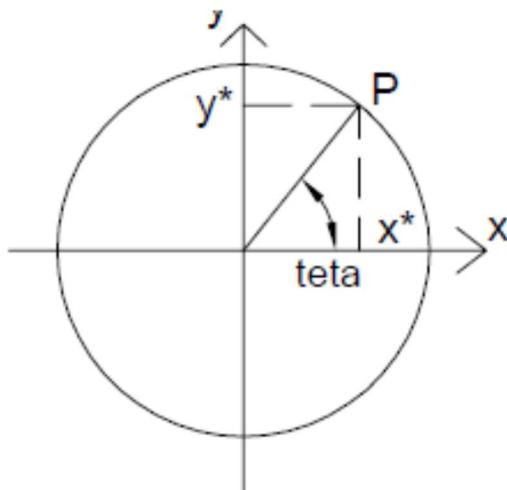


Figura 4.12 – Contorno circolare nel piano x-y

Il punto P, che descrive la posizione desiderata dell'utensile istante per istante, si muove a velocità angolare costante ω sulla circonferenza. La circonferenza descritta prende il nome di contorno circolare, inoltre si definisce:

- r: raggio del contorno circolare
- ω : velocità di contornatura

I riferimenti di posizione per i due assi della macchina utensile sono:

$$\begin{cases} x^* = r \cos \theta \\ y^* = r \sin \theta \end{cases}$$

Si suppone che ciascun asse sia mosso da una macchina elettrica tramite un sistema di trasformazione del moto che include accoppiamenti meccanici non perfettamente rigidi.

Analizzando il diagramma di Bode del controllo di posizione in catena chiusa di ciascun asse si può prevedere se ciascun asse sarà in grado di seguire fedelmente il proprio riferimento e di conseguenza si potrà prevedere la qualità dell'effettivo contorno tracciato. L'obiettivo è quello di ottenere in ogni istante la condizione di inseguimento della traiettoria:

$$\begin{cases} x^*(t) = x(t) \\ y^*(t) = y(t) \end{cases}$$

Si definiscono $G_{0\theta x}(s) = \frac{\theta_{Lx}(s)}{x^*(s)}$ e $G_{0\theta y}(s) = \frac{\theta_{Ly}(s)}{y^*(s)}$ come funzioni di trasferimento in catena chiusa del controllo di posizione sui due assi. Dato che la generica funzione di risposta armonica $G_{0\theta}(j\omega)$ ha ampiezza non esattamente unitaria e fase non esattamente nulla, non è verificato che le traiettorie reali coincidano con i rispettivi riferimenti e si introducono degli errori di contornatura. Gli errori di contornatura si classificano in deviazioni e distorsioni del contorno circolare.

La *deviazione dal controllo circolare* si verifica se gli errori introdotti nei due assi sono identici, ovvero ampiezza e fase dei due assi ad una data pulsazione (i.e. alla velocità di contornatura) sono uguali tra loro. Questo caso è rappresentato in figura 4.13.

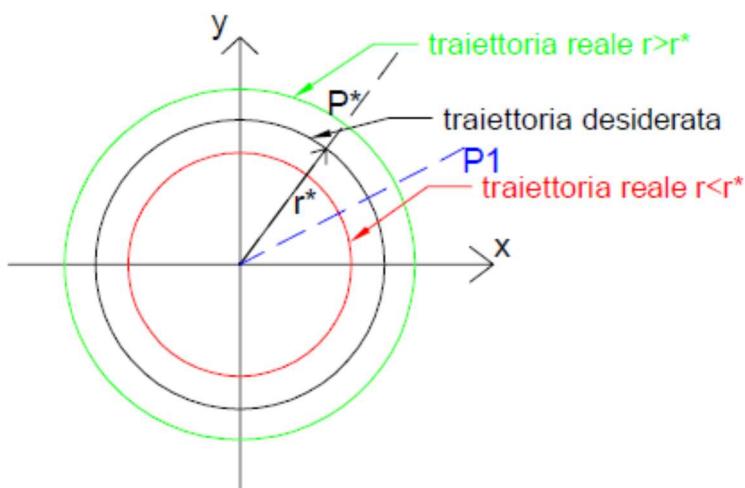


Figura 4.13 – Esempio di deviazione del contorno circolare

Nella figura 4.13 la traiettoria desiderata è rappresentata in nero, la traiettoria reale in caso di deviazione del contorno diventerà un cerchio di raggio maggiore (verde) oppure un cerchio di raggio minore (rosso). Ad esempio, nel caso sia introdotto solo un errore di fase pari a -45° , ma in assenza di errore di ampiezza (modulo di $G_{0\theta}(j\omega)$ unitario) entrambe le coordinate sia per l'asse x che per l'asse y saranno inseguite con 45° di ritardo, con il risultato che il punto P reale invece che trovarsi in P^* si ritroverà in ritardo di 45° , sul cerchio in nero della figura 4.13 ma in corrispondenza della linea blu tratteggiata (P1). Quello di fase è pur sempre un errore in quanto il raggio della circonferenza tracciata risulta uguale a quella desiderata ma, essendoci ritardi, non si ha il controllo istante per istante della posizione dell'*end effector* (potrebbero esserci interferenze o scontri con altri assi). Con la presenza di entrambi gli errori (fase e ampiezza), il punto P reale non solo non si troverà sulla circonferenza desiderata ma avrà anche un certo ritardo di fase. Se il modulo $G_{0\theta}(j\omega)$ sarà maggiore di uno sarà descritta una circonferenza di raggio maggiore di quello desiderato (e.g. la traiettoria verde in figura 4.13) viceversa si tracerà un cerchio di raggio minore. In caso di assi con comportamento uguale, sarà comunque tracciata una circonferenza.

Se i due assi hanno comportamenti diversi tra loro questi introducono due errori diversi nell'inseguimento delle traiettorie lungo gli assi cartesiani: si parla di *distorsione del contorno circolare* (vedi figura 4.14).

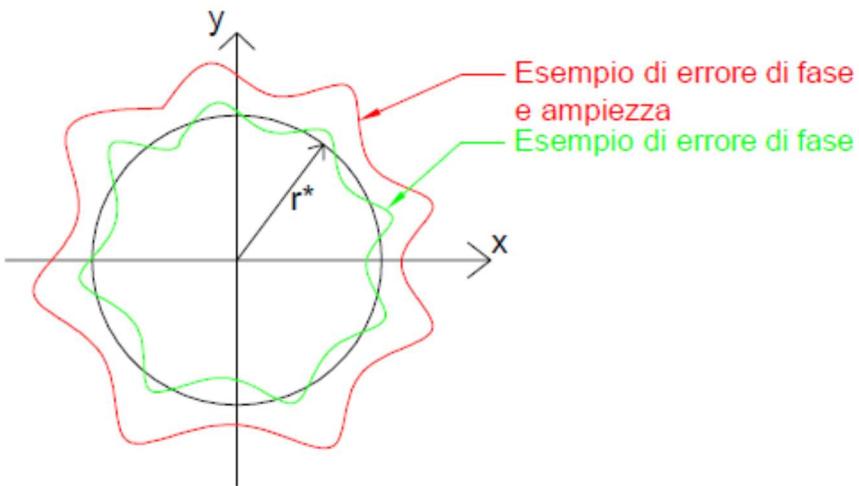


Figura 4.14 – Esempio di distorsione del contorno circolare

Poiché i due assi introducono errori diversi, si perde la relazione di fase tra gli assi cartesiani e il risultato finale della composizione dei due moti non è più una circonferenza. Nell'esempio in figura 4.14 è rappresentato in verde una circonferenza il cui raggio medio è quello desiderato: questo lo si ottiene in presenza di solo errore di fase. Nel secondo caso in rosso, non solo il contorno è distorto ma anche il raggio è mediamente più grande, presentando quindi un errore sia in ampiezza che di fase. Nella pratica il comportamento degli assi non sarà mai identico e il caso più probabile è che si abbia la distorsione del contorno circolare.

Nel seguito, per semplicità di trattazione, si considererà unicamente la deviazione del contorno circolare supponendo che i due assi abbiano la stessa funzione di trasferimento $G_{0\theta}(s) = G_{0\theta_y}(s) = G_{0\theta}(s)$. Si

procederà con l'analisi dell'entità degli errori di contornatura al variare della velocità di lavorazione (o di contornatura).

Oltre a definire una certa pulsazione ω di contornatura e il raggio desiderato r^* , si definisce anche Δr_{max} come la massima tolleranza accettabile per il contorno circolare. Affinché la lavorazione sia accettabile il raggio r reale deve rispettare le seguenti condizioni:

$$\begin{cases} r < r^* + \Delta r_{max} \\ r > r^* - \Delta r_{max} \end{cases}$$

I due limiti sono rappresentati in figura 4.15 dalle circonferenze rossa e verde.

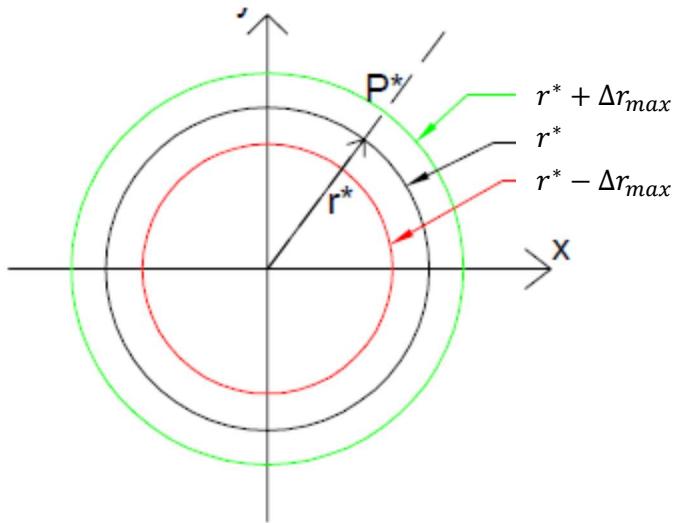


Figura 4.15 Limiti di tolleranza del contorno circolare

Per semplicità, si suppone che le tolleranze in eccesso ed in difetto sul raggio nominale siano uguali, anche se potrebbe capitare nella pratica che i due Δr siano diversi. In genere, questo dettaglio dipende dalla funzione del pezzo lavorato. Aver introdotto la tolleranza, permette di definire una corona circolare, come mostrato in figura 4.16. Se il cerchio effettivamente tracciato fosse contenuto in questa corona circolare, la lavorazione sarebbe accettabile, sia che sia deviata, sia che sia distorta; se invece la lavorazione fosse al di fuori di questa corona circolare, la lavorazione sarebbe da scartare perché non rispetterebbe le tolleranze imposte.

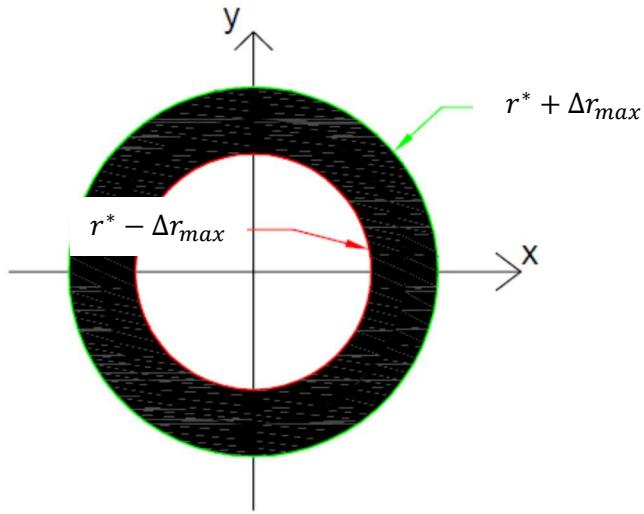


Figura 4.16 – Toroide nel piano xy nel quale deve trovarsi il contorno effettivamente tracciato

Per bassi valori di velocità di contornatura, la funzione di risposta armonica $G_{0\theta}(j\omega)$ ha circa ampiezza unitaria (0db) e ritardo di fase nullo. All'aumentare della velocità, l'errore di contornatura aumenta. La problematica che ci si pone è dunque la seguente: dati due azionamenti gemelli, uno che movimenta l'asse x e un altro che movimenta l'asse y, si vuol determinare la massima velocità di contornatura per la quale si riesce a tracciare il controllo circolare rispettando i limiti di tolleranza imposti dalle specifiche.

Mantenere una velocità abbastanza bassa è troppo cautelativa, per la quale l'amplificazione dei due sistemi è unitaria e il risultato è un cerchio quasi perfetto, non è economicamente conveniente perché si lavorerebbero pochissimi pezzi durante la giornata. Questo è accettabile solo per pezzi per particolari applicazioni, dove si richiedono specifiche dimensionali molto restringenti. Nella maggior parte dei casi, l'obiettivo è quello di aumentare la velocità di contornatura a patto di rientrare nelle tolleranze dimensionali.

Si deve quindi determinare la velocità massima possibile alla quale i risultati ricadano nella tolleranza imposta.

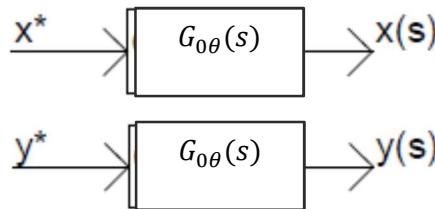


Figura 4.17 Funzioni di trasferimento degli assi x e y.

È possibile definire gli errori di posizionamento dei due assi, rispettivamente lungo le ascisse Δx e lungo le ordinate Δy , come:

$$\Delta x = x^* - x = x^* - x^* G_{0\theta} = x^*(1 - G_{0\theta}) \quad (34)$$

$$\Delta y = y^* - y = y^* - y^* G_{0\theta} = y^*(1 - G_{0\theta}) \quad (35)$$

L'errore di contornatura Δr è pari a:

$$\Delta r = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = r^*(1 - G_{0\theta}) \quad (37)$$

posto

$$r^* = \sqrt{x^{*2} + y^{*2}}$$

Dalla (37) si ottiene la relazione tra $G_{0\theta}$ e la tolleranza dimensionale:

$$G_{0\theta} = 1 - \frac{\Delta r}{r^*} \quad (38)$$

Dovendo contenere l'errore entro il massimo scostamento ammesso,

$$\Delta r \in [-\Delta r_{max}, +\Delta r_{max}]$$

risulta che la banda entro la quale deve trovarsi $G_{0\theta}$ è

$$\begin{cases} G_{0\theta_{max}} = 1 + \frac{\Delta r_{max}}{r^*} \\ G_{0\theta_{min}} = 1 - \frac{\Delta r_{max}}{r^*} \end{cases}$$

dove $G_{0\theta_{max}}$ è l'errore massimo positivo mentre $G_{0\theta_{min}}$ è l'errore massimo negativo.

Si mostra in figura 4.18 l'andamento possibile di varie funzioni di risposta armonica $G_{0\theta}$. Queste potrebbero essere riferite a sistemi differenti oppure allo stesso sistema ma al variare del guadagno del regolatore di posizione (i.e. k'_θ).

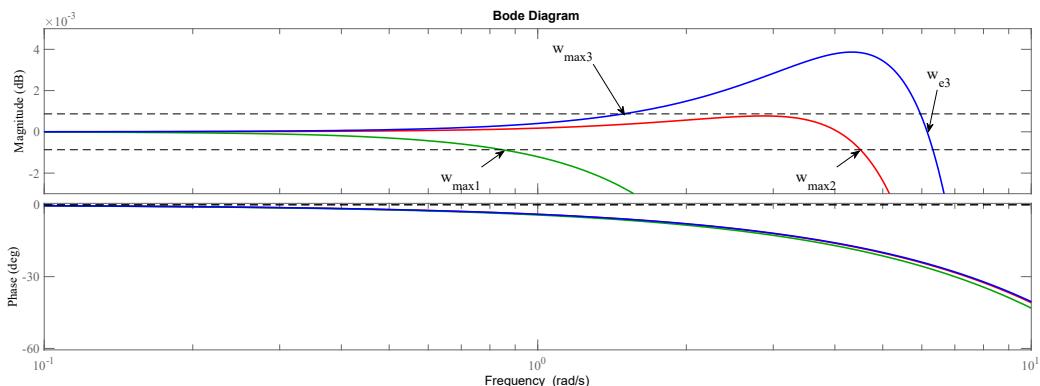


Figura 4.18 Calcolo della massima velocità di contornatura attraverso il diagramma di Bode

Le due linee orizzontali tratteggiate in nero delimitano la regione di lavoro nella quale deve rimanere il diagramma di Bode della funzione di trasferimento affinché la lavorazione rispetti i limiti di tolleranza. Dato che i diagrammi di Bode partiranno sempre dall'origine del sistema di riferimento (il sistema di controllo imporrà sempre errore nullo a regime in risposta al gradino) si potrà definire la velocità massima di contornatura come la pulsazione alla quale il diagramma di Bode attraversa una delle due bande di tolleranza.

Nel primo caso, rappresentato in verde in figura 4.18, la funzione di trasferimento ha ampiezza sempre minore di uno e la velocità massima di contornatura è rappresentata da ω_{max1} . Nel secondo caso, rappresentato in rosso in figura 4.18, la funzione di trasferimento ha un picco di risonanza di piccola ampiezza, compatibile con i limiti di tolleranza imposti. In questo caso, la massima velocità di contornatura sarà ω_{max2} .

Nel terzo caso, rappresentato in blu, si ha un massimo del diagramma di Bode delle ampiezze che supera il limite superiore di tolleranza. Sicuramente il sistema potrà lavorare tra 0 e la pulsazione massima ω_{max3} . Si

potrebbe pensare di far operare la macchina a velocità superiori, per esempio alla pulsazione ω_{e3} , alla quale il modulo della funzione di trasferimento è unitario e l'errore di contornatura sarebbe nullo. Questa possibilità non si può considerare nei casi pratici sia perché per raggiungere la velocità ω_{e3} bisogna attraversare il picco di risonanza, cosa che potrebbe indurre vibrazioni pericolose per il sistema di trasmissione del moto, sia perché la funzione di trasferimento è nota con un certo errore di modello per cui la velocità ω_{e3} è affetta da una incertezza. Questa incertezza, unita al fatto che dopo il picco di risonanza il diagramma di Bode tende a diminuire con elevata ripidità, rende assai difficoltoso garantire errori di contornatura effettivamente ridotti operando in un intorno di ω_{e3} .

A causa delle incertezze di modello che saranno sempre presenti, si imporrà una effettiva velocità massima un po' ridotta rispetto alle ω_{max} trovate sui diagrammi di Bode in modo da introdurre un margine di sicurezza.

5 TRAIETTORIE E CRITERI DI DIMENSIONAMENTO

Una necessità tipica delle macchine utensili che eseguono lavorazioni o movimentazioni, è la definizione di una legge oraria del moto o traiettoria. La traiettoria è necessaria per poter prevedere le prestazioni della macchina, per coordinare le varie parti in movimento (e.g. per evitare collisioni o coordinare diverse macchine che devono collaborare) ma anche per implementare tecniche di controllo ad elevata precisione. Sebbene la grandezza controllata potrebbe essere indifferentemente la coppia, la velocità o la posizione, nel seguito di questo capitolo si farà riferimento al controllo di posizione che rappresenta il caso più comune nelle macchine utensili. Si considera, quindi, il problema di definire una traiettoria che identifichi uno spostamento da una posizione iniziale ϑ_0 ad una posizione finale ϑ_1 . È importante che la legge oraria della traiettoria di posizione sia derivabile, in modo da poter definire almeno la traiettoria di velocità se non anche quella di accelerazione. Dato che l'accelerazione è direttamente legata alla coppia e alla corrente assorbita dalle macchine elettriche, dal suo andamento temporale dipendono in modo importante le prestazioni dei sistemi di posizionamento, eventuali vibrazioni che si possono innescare nelle catene cinematiche ed il dimensionamento dei sistemi di azionamento. Nel piano tempo-posizione è possibile definire il punto iniziale P_0 di coordinate (ϑ_0, t_0) ed il punto finale P_1 di coordinate (ϑ_1, t_1) , dove t_0 e t_1 sono rispettivamente l'istante iniziale e finale dello spostamento. Si definisce ampiezza dello spostamento $\Delta\vartheta = \vartheta_1 - \vartheta_0$ e tempo di spostamento $\Delta T = t_1 - t_0$.

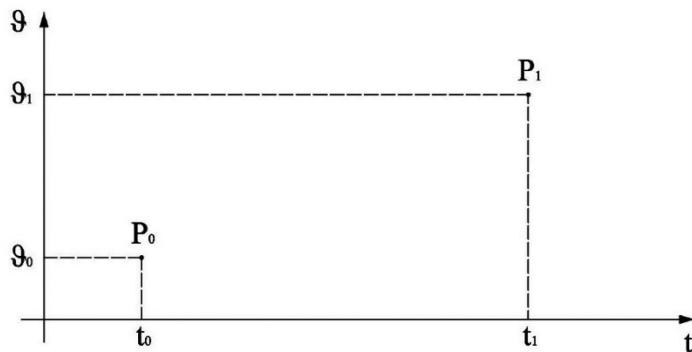


Figura 1 – Punti iniziale e finale dello spostamento

5.1 TRAIETTORIE POLINOMICHE

Nel seguito si considererà la definizione di una traiettoria che permetta lo spostamento dal punto P_0 al punto P_1 nel tempo ΔT e nell'ipotesi di avere velocità nulla sia nell'istante iniziale sia nell'istante finale. La trattazione si potrà facilmente estendere al caso più generico di velocità non nulle negli istanti iniziale e finale quando, ad esempio, si effettuano traiettorie complesse che prevedano diversi punti di passaggio con continuità di movimento. Un esempio è fornito da un robot antropomorfo che deve eseguire un processo di verniciatura sulla scocca di un'automobile. Quello che si chiede al robot antropomorfo è di spostarsi in modo da verniciare uniformemente tutta la carrozzeria, fornendogli un certo numero di punti di passaggio e determinandone la traiettoria da seguire. Però, i punti di passaggio non richiedono che il robot debba necessariamente fermarsi ma sono punti in cui bisogna garantire il suo passaggio imponendo velocità non nulle. Nel seguito si spiegherà come imporre una velocità nulla all'inizio e alla fine, analogamente si potrà imporre velocità non nulla nei

punti di passaggio. Le traiettorie più semplici comunemente utilizzate nella pratica industriale sono quelle polinomiali definite da un polinomio di grado n.

5.1.1 Traiettoria di I grado: la traiettoria lineare

Il polinomio più semplice è chiaramente il polinomio di primo grado, cioè una retta, che definisce tra i punti P_0 e P_1 una traiettoria rettilinea.

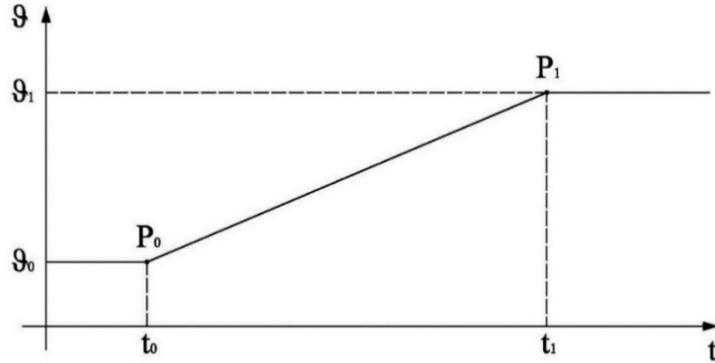


Figura 2 - Traiettoria rettilinea (polinomio di primo grado)

Il polinomio del primo ordine che descrive questa retta viene definito con la seguente relazione:

$$\vartheta(t) = a_0 + a_1 t \quad (1)$$

Nel caso della retta, si definiscono i coefficienti dell'equazione a_0 e a_1 imponendo le condizioni di passaggio della traiettoria per i punti P_0 e P_1 . Nella traiettoria lineare, avendo solo due gradi di libertà utilizzati per impostare il passaggio dai punti, non è possibile scegliere la velocità di arrivo e la velocità di partenza o l'accelerazione di arrivo e l'accelerazione di partenza, cosa possibile con traiettorie di grado più elevato. Come vedremo in seguito, questo comporterà una discontinuità della velocità negli istanti iniziale e finale.

Per quanto detto, si possono determinare i coefficienti imponendo il passaggio per i punti P_0 e P_1 risolvendo il seguente sistema lineare:

$$\vartheta(t_0) = a_0 + a_1 t_0 = \vartheta_0 \quad (2)$$

$$\vartheta(t_1) = a_0 + a_1 t_1 = \vartheta_1 \quad (3)$$

Sottraendo membro a membro si ottiene

$$a_1(t_1 - t_0) = \vartheta_1 - \vartheta_0 \rightarrow a_1 = \frac{\Delta\vartheta}{\Delta T} \quad (4)$$

e sostituendo la (4) nella (2)

$$a_0 = \vartheta_0 - a_1 t_0 = \vartheta_0 - \frac{\Delta\vartheta}{\Delta T} t_0 \quad (5)$$

Portando i due coefficienti appena determinati nell'equazione della retta si può scrivere che:

$$\vartheta(t) = \vartheta_0 - \frac{\Delta\vartheta}{\Delta T} t_0 + \frac{\Delta\vartheta}{\Delta T} t = \vartheta_0 + \frac{\Delta\vartheta}{\Delta T} (t - t_0) \quad (6)$$

Di conseguenza, volendo riportare in tre grafici l'andamento nel tempo della posizione della velocità e dell'accelerazione basta derivare la traiettoria di posizione per trovare l'andamento della traiettoria di velocità:

$$\omega(t) = \frac{d\vartheta(t)}{dt} = \frac{\Delta\vartheta}{\Delta T}$$

L'accelerazione sarà pari a:

$$a(t) = \frac{d\omega(t)}{dt} = 0$$

L'accelerazione sarà sempre nulla a meno dei punti t_0 e t_1 nei quali la traiettoria di velocità non è derivabile. In figura 3 sono rappresentate le traiettorie.

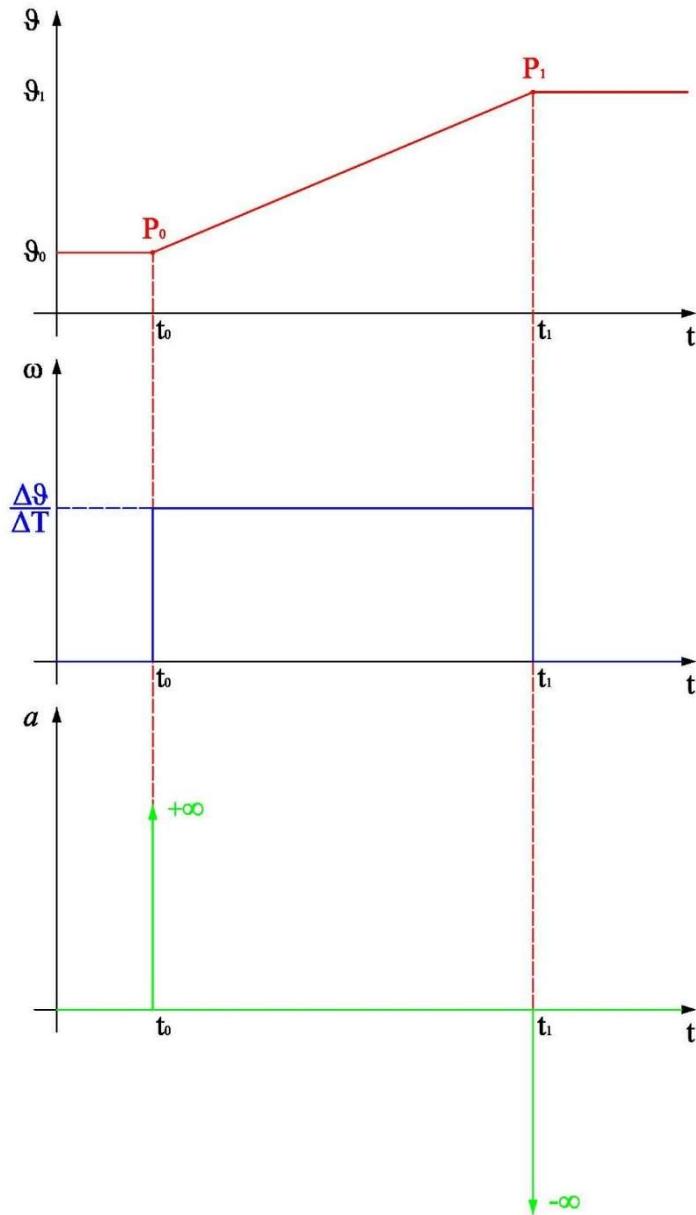


Figura 3

La velocità è costante nell'intervallo compreso tra t_0 e t_1 e pari a $\Delta\vartheta/\Delta T$ mentre è nulla all'inizio e alla fine della traiettoria, evidenziando due discontinuità negli istanti di tempo t_0 e t_1 . Di conseguenza, l'accelerazione risulta nulla sempre, tranne nel tempo t_0 e t_1 dove è impulsiva e, rispettivamente, pari a:

$$a(t_0) = +\infty$$

$$a(t_1) = -\infty$$

Esistono alcune applicazioni in cui può essere utilizzata tale traiettoria, quando non è necessario raggiungere un elevato livello di precisione come, ad esempio, nel caso della movimentazione di un nastro trasportatore. Le traiettorie lineari sono anche impiegate come tratti di raccordo in traiettorie più complesse. Nel caso del semplice movimento dal punto P_0 al punto P_1 , se fosse necessario garantire delle elevate precisioni di inseguimento, la traiettoria lineare sarebbe da sconsigliare perché è chiaro che è impossibile impostare una traiettoria rettangolare di velocità con variazioni istantanee. Sarebbe inevitabile avere un certo errore di inseguimento della traiettoria, soprattutto nelle fasi iniziale e finale.

Una traiettoria impulsiva di accelerazione porta ulteriori conseguenze negative. Con riferimento all'accoppiamento tra il motore ed il carico meccanico, si deve tener presente che, a causa dell'accoppiamento elastico, esiste sicuramente una pulsazione di risonanza che non dovrebbe essere sollecitata dal movimento del motore. La presenza di discontinuità sulle traiettorie provoca variazioni brusche di corrente, quindi anche di coppia e di accelerazione, che sollecitano l'accoppiamento con un ampio spettro di componenti armoniche. Tra queste è probabile che ci siano delle armoniche prossime alla frequenza di risonanza che potrebbero innescare oscillazioni indesiderate. Se volessimo evitare questa situazione, dovremmo utilizzare delle traiettorie diverse che permettono di attenuare o evitare le discontinuità nella traiettoria di posizione, velocità o di accelerazione.

5.1.2 Traiettoria di II grado: la traiettoria parabolica

Incrementando il polinomio al grado immediatamente successivo, si passa ad una traiettoria del secondo ordine, che sarà ovviamente una parabola. Come detto in precedenza, si suppone di partire da P_0 con valori nulli di velocità ed accelerazione e arrivare in P_1 con valori nulli di velocità ed accelerazione (partire da fermo ed arrivare fermo). Questo comporta l'impossibilità di utilizzare una sola parabola per descrivere l'intera traiettoria. Sarà necessaria la composizione di due parabole: una valida per la prima metà dello spostamento e l'altra valida per la seconda metà dello spostamento. Le due parabole saranno una a concavità verso l'alto e una con concavità verso il basso, come mostrato in figura 4.

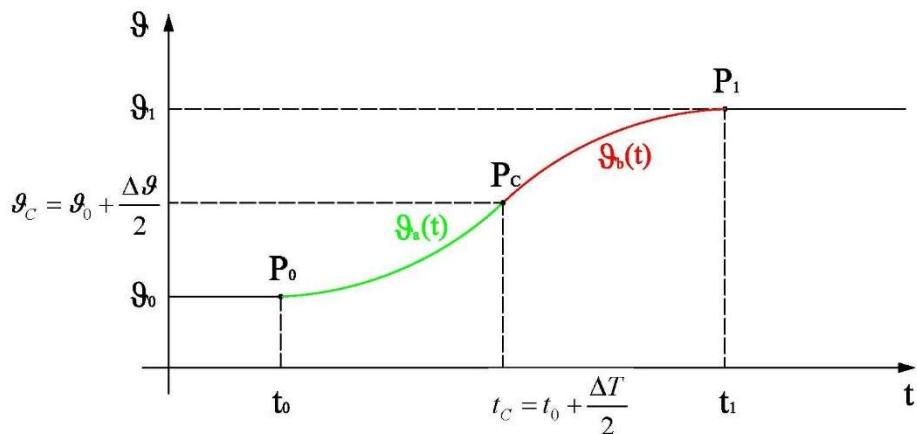


Figura 4 – Traiettoria parabolica (polinomio di secondo grado)

Si definisce il punto centrale della traiettoria P_c , in cui avviene il cambio di traiettoria, avente le seguenti coordinate:

$$t_c = t_0 + \frac{\Delta T}{2}$$

$$\vartheta_c = \vartheta_0 + \frac{\Delta \vartheta}{2}$$

Di conseguenza, si definisce una traiettoria $\vartheta_a(t)$ che descriverà il primo tratto dello spostamento:

$$\vartheta_a(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 \quad (7)$$

ed una traiettoria $\vartheta_b(t)$ che descriverà la seconda metà dello spostamento:

$$\vartheta_b(t) = b_0 + b_1 t + b_2 t^2 \quad (8)$$

Occorre determinare i sei coefficienti imponendo sei condizioni; due sono le stesse del caso precedente ovvero il passaggio per i punti P_0 e P_1 :

$$\vartheta_a(t_0) = a_0 + a_1 t_0 + a_2 t_0^2 = \vartheta_0 \quad (9)$$

$$\vartheta_b(t_1) = b_0 + b_1 t_1 + b_2 t_1^2 = \vartheta_1 \quad (10)$$

Inoltre, è possibile imporre le velocità di passaggio in P_0 e P_1 , nel seguente caso nulle, rispettivamente:

$$\omega_a(t_0) = a_1 + 2a_2 t_0 = 0 \quad (11)$$

$$\omega_b(t_1) = b_1 + 2b_2 t_1 = 0 \quad (12)$$

Le ultime due condizioni sono il passaggio per il punto P_c di tutte e due le parabole, in quanto le due parabole devono unirsi nel punto centrale allo stesso istante:

$$\vartheta_a(t_c) = a_0 + a_1 t_c + a_2 t_c^2 = \vartheta_c \quad (13)$$

$$\vartheta_b(t_c) = b_0 + b_1 t_c + b_2 t_c^2 = \vartheta_c \quad (14)$$

Le equazioni dalla (9) alla (14) forniscono un sistema di sei equazioni in sei incognite, che permette di determinare i sei coefficienti da attribuire ai due polinomi per comporre la legge oraria del moto.

Si riporta l'andamento della posizione, velocità e accelerazione in figura 5. La traiettoria di velocità ha un andamento triangolare: nel primo è una retta con pendenza crescente (la posizione è rappresentata da una parabola con concavità verso l'alto) e la seconda parte è una retta con pendenza decrescente (derivata di una parabola con concavità verso il basso).

$$\omega_a(t) = \frac{d\vartheta_a(t)}{dt} = a_1 + 2a_2 t \quad (15)$$

$$\omega_b(t) = \frac{d\vartheta_b(t)}{dt} = b_1 + 2b_2 t \quad (16)$$

La velocità massima, raggiunta in t_c , è determinabile tenendo conto che integrando la traiettoria di velocità nel tempo si ottiene lo spostamento complessivo; ciò è equivalente a dire che l'area del triangolo è uguale a $\Delta\vartheta$:

$$Area = \Delta\vartheta = \frac{\Delta T \cdot \omega_{max}}{2} \rightarrow \omega_{max} = 2 \frac{\Delta\vartheta}{\Delta T} = 2\omega_{lineare} \quad (17)$$

Dalla (17) si evince che, a parità di spostamento $\Delta\theta$ e di intervallo di tempo ΔT , si raggiunge una velocità massima doppia rispetto alla traiettoria lineare.

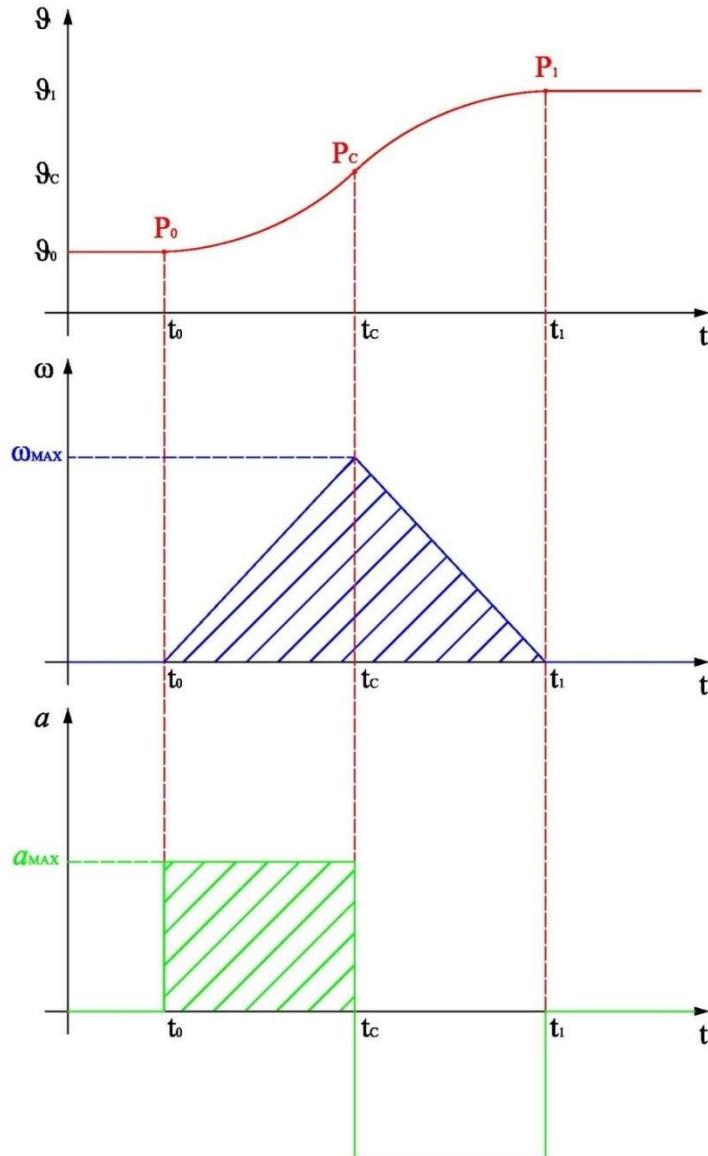


Figura 5 – Posizione, velocità ed accelerazione con traiettoria parabolica

Rispetto alla traiettoria lineare, non è presente una variazione brusca della velocità ma essa varia a rampa. Di contro, il suo valore di picco raddoppia necessitando un motore capace di raggiungere una velocità doppia di quella richiesta con la traiettoria rettilinea. Come accennato inizialmente, la traiettoria è collegata alla scelta dell'azionamento e al dimensionamento della macchina utensile. Le diverse traiettorie, oltre ad avere un impatto differente sull'innesco di oscillazioni e vibrazioni meccaniche, determinano un diverso dimensionamento della macchina in termini di velocità nominale, velocità massima e altre caratteristiche meglio mostrate successivamente.

L'accelerazione si può definire derivando la velocità:

$$a_a(t) = \frac{d\omega_a(t)}{dt} = 2a_2 \quad (18)$$

$$a_b(t) = \frac{d\omega_a(t)}{dt} = 2b_2 \quad (19)$$

L'accelerazione è costante e positiva nella prima parte della traiettoria mentre è costante e negativa nella seconda parte, definendo un'onda quadra. In modo del tutto analogo al calcolo della velocità massima, l'accelerazione massima è determinabile attraverso il calcolo dell'area della traiettoria dell'accelerazione, noto che l'integrale dell'accelerazione è la velocità. Ovviamente, il calcolo dell'area si riduce a metà periodo in modo da avere un valore uguale alla velocità massima

$$Area_1 = a_{max} \frac{\Delta T}{2} = \omega_{max} \quad \rightarrow \quad a_{max} = 2 \frac{\omega_{max}}{\Delta T} = 4 \frac{\Delta \vartheta}{\Delta T^2} \quad (20)$$

Così come l'azionamento deve poter raggiungere una determinata velocità massima, esso deve poter sostenere anche l'accelerazione massima, considerando anche operazioni ripetute molte volte nel tempo.

Si deve sostanzialmente tener conto di due aspetti. Il primo è quello di poter raggiungere il valore di picco dell'accelerazione, sviluppando, anche se per brevi istanti di tempo, la coppia corrispondente. Il secondo aspetto da considerare è quello termico perché, maggiore è l'accelerazione connessa alla coppia che deve sviluppare il motore e maggiore è la corrente che assorbe in fase transitoria. Questi aspetti, uniti alla tipologia di ciclo di lavoro e alla sua durata, determinano il dimensionamento dell'azionamento.

Passando da un'accelerazione indefinita della traiettoria rettilinea ad un'accelerazione discontinua della traiettoria parabolica, si migliora il sistema dal punto di vista delle oscillazioni meccaniche sebbene sia necessario un valore della velocità massima maggiore. È possibile utilizzare traiettorie polinomiali di grado superiore al secondo per ridurre le discontinuità all'interno della traiettoria di accelerazione.

5.1.3 Traiettoria di III grado: la traiettoria cubica

La traiettoria è mostrata in figura 6

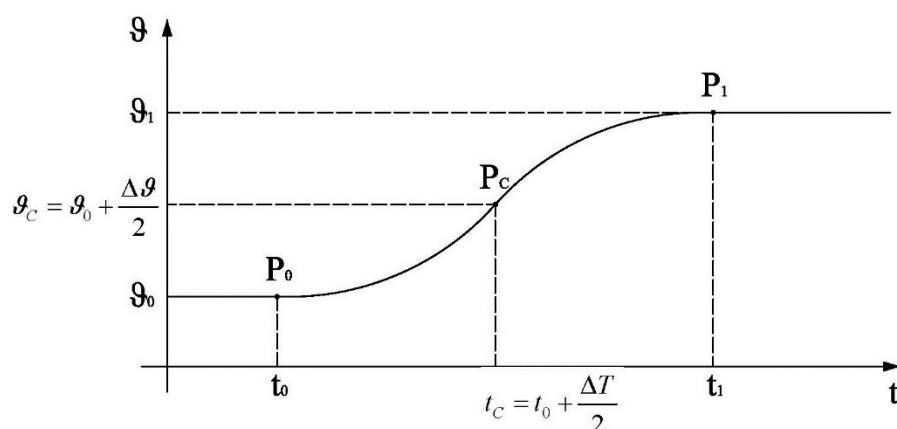


Figura 6 – La traiettoria cubica

Il polinomio che descrive la traiettoria è definito come

$$\vartheta(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 \quad (21)$$

Utilizzando un polinomio di terzo grado si riesce a definire la stessa traiettoria del caso precedente però con un'unica espressione. Infatti, questo polinomio è descritto da quattro coefficienti determinabili attraverso

l'imposizione di quattro condizioni che sono date dalla condizione di passaggio per i punti P_0 e P_1 e dall'imposizione della velocità in P_0 e P_1 :

$$\begin{cases} \vartheta(t_0) = a_0 + a_1 t_0 + a_2 t_0^2 + a_3 t_0^3 = \vartheta_0 \\ \vartheta(t_1) = a_0 + a_1 t_1 + a_2 t_1^2 + a_3 t_1^3 = \vartheta_1 \\ \omega(t_0) = a_1 + 2a_2 t_0 + 3a_3 t_0^2 = 0 \\ \omega(t_1) = a_1 + 2a_2 t_1 + 3a_3 t_1^2 = 0 \end{cases} \quad (22)$$

Si analizzano le variazioni di traiettoria tra il polinomio di secondo e di terzo ordine. Quella dello spostamento cambia davvero di poco, invece di essere composta da due parabole è un unico polinomio di terzo grado con il punto di flesso in corrispondenza del punto P_c . La traiettoria di velocità è rappresentata da una parabola con concavità rivolta verso il basso e vertice nel punto di flesso della traiettoria di posizione. Si passa da una traiettoria di velocità rettilinea ad una traiettoria di velocità parabolica di equazione

$$\omega(t) = \frac{d\vartheta(t)}{dt} = a_1 + 2a_2 t + 3a_3 t^2 \quad (23)$$

La traiettoria di accelerazione sarà invece pari a

$$a(t) = \frac{d\omega(t)}{dt} = 2a_2 + 6a_3 t \quad (24)$$

L'accelerazione risulta essere una retta con valori positivi nella prima metà della traiettoria e negativi nella seconda metà della traiettoria. Essa, rispetto alla traiettoria parabolica, continua ad avere delle discontinuità però, in questo caso, solo nell'istante iniziale e nell'istante finale mentre nel caso precedente si aveva anche nell'istante di tempo t_c .

Volendo eliminare le discontinuità presenti nella traiettoria di accelerazione anche nell'istante iniziale e nell'istante finale, bisognerebbe incrementare il grado della traiettoria, passando ad una del quinto ordine.

Man mano che si aumentano i gradi di libertà (e l'ordine del polinomio), la traiettoria tende ad essere più lenta in partenza per evitare le brusche variazioni di velocità ed accelerazione e di conseguenza nel punto centrale, per poter completare lo stesso spostamento nello stesso intervallo di tempo, tende ad avere pendenze sempre più ripide con accelerazioni e velocità transitorie sempre più elevate.

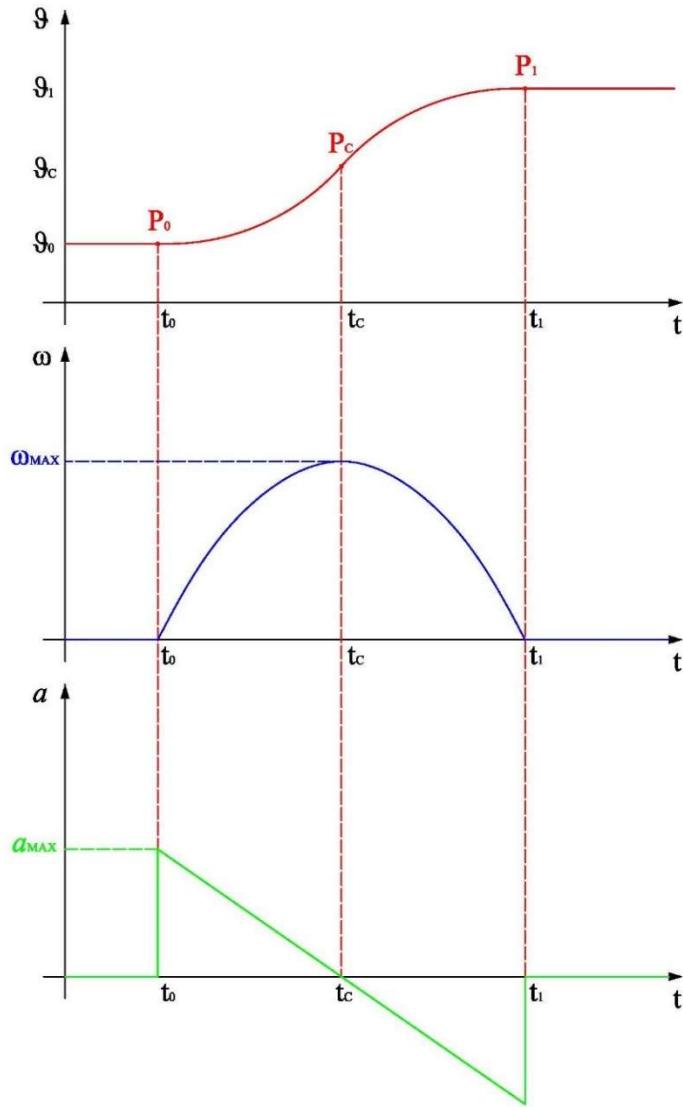


Figura 7 – Posizione, velocità ed accelerazione con traiettoria cubica

5.1.4 Traiettoria di V grado

La traiettoria del quinto ordine sarà definita da un polinomio del quinto ordine con sei coefficienti:

$$\vartheta(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4 + a_5 t^5 \quad (25)$$

Questa volta abbiamo sei coefficienti da determinare e per poterli determinare andremo ad imporre sei condizioni che sono:

$$\left\{ \begin{array}{l} \vartheta(t_0) = a_0 + a_1 t_0 + a_2 t_0^2 + a_3 t_0^3 + a_4 t_0^4 + a_5 t_0^5 = \vartheta_0 \\ \vartheta(t_1) = a_0 + a_1 t_1 + a_2 t_1^2 + a_3 t_1^3 + a_4 t_1^4 + a_5 t_1^5 = \vartheta_1 \\ \omega(t_0) = a_1 + 2a_2 t_0 + 3a_3 t_0^2 + 4a_4 t_0^3 + 5a_5 t_0^4 = 0 \\ \omega(t_1) = a_1 + 2a_2 t_1 + 3a_3 t_1^2 + 4a_4 t_1^3 + 5a_5 t_1^4 = 0 \\ a(t_0) = 2a_2 + 6a_3 t_0 + 12a_4 t_0^2 + 20a_5 t_0^3 = 0 \\ a(t_1) = 2a_2 + 6a_3 t_1 + 12a_4 t_1^2 + 20a_5 t_1^3 = 0 \end{array} \right. \quad (26)$$

Determinato e risolto il sistema di sei equazioni in sei incognite, si ottengono i valori dei sei coefficienti e si determinano le tre traiettorie.

$$\omega(t) = \frac{d\vartheta(t)}{dt} = a_1 + 2a_2 t + 3a_3 t^2 + 4a_4 t^3 + 5a_5 t^4 \quad (27)$$

$$a(t) = \frac{d\omega(t)}{dt} = 2a_2 + 6a_3 t + 12a_4 t^2 + 20a_5 t^3 \quad (28)$$

Rispetto al caso di traiettoria di III grado, si riesce a imporre il valore desiderato all'accelerazione iniziale e finale.

In prima approssimazione, la traiettoria di accelerazione assomiglia ad un tratto cosinusoidale passando da un valore nullo, ad uno positivo, per poi diventare negativo ed infine ancora nullo. Per cui, su tale traiettoria si può definire i punti di massimo e di minimo che definiranno i punti di flesso della traiettoria di velocità.

La traiettoria di velocità sarà data dal raccordo dai seguenti tratti: il primo quarto di traiettoria assomiglia ad una parabola con concavità verso l'alto, la parte centrale ha concavità verso il basso mentre l'ultimo quarto ha ancora concavità verso l'alto. Questi tratti sono separati dai due punti di flesso, in corrispondenza del massimo e del minimo della accelerazione. L'aspetto più importante da cogliere rispetto al caso precedente è che la traiettoria di accelerazione non ha punti di discontinuità in quanto l'accelerazione è un polinomio di terzo grado continuo e derivabile istante per istante.

La condizione che non può essere imposta è la pendenza della curva dell'accelerazione nel tratto iniziale e finale avendo terminato gradi di libertà a disposizione. La pendenza in questione, che non è altro che la derivata dell'accelerazione, prende anche il nome di *jerk* ed è un parametro importante da controllare: controllare il valore massimo assunto dal jerk, soprattutto negli istanti iniziale e finale della traiettoria, permette di limitare eventuali problemi di oscillazioni meccaniche. Per poter controllare il jerk occorre imporre altre due condizioni, richiedendo altri due gradi di libertà, che si ottengono utilizzando un polinomio del settimo ordine.

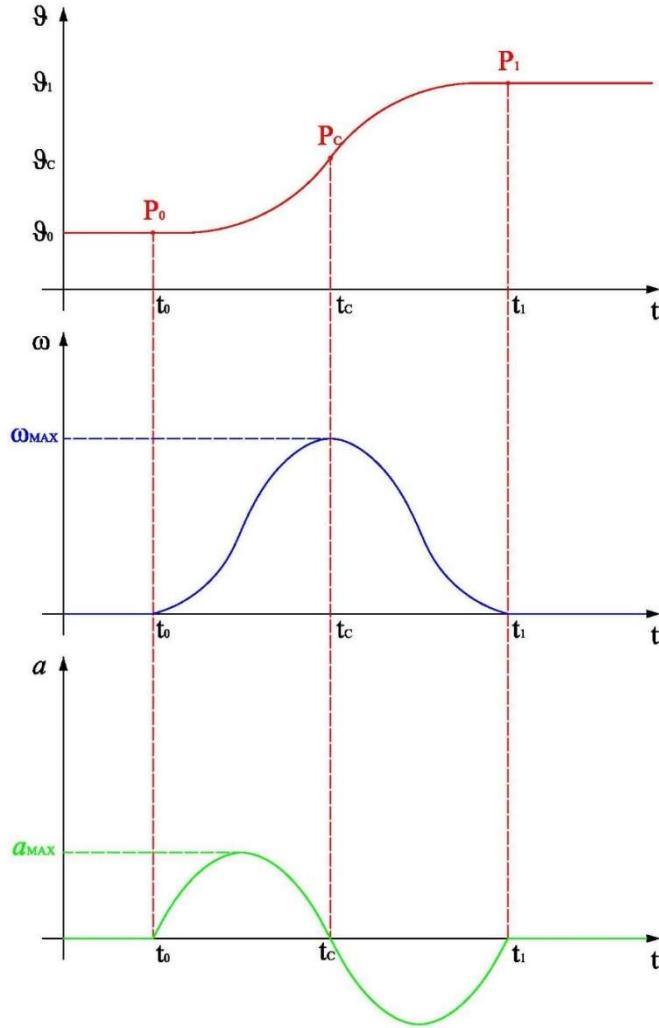


Figura 8 - Posizione, velocità ed accelerazione con traiettoria polinomiale del quinto ordine

5.1.5 Traiettoria di VII grado

Il polinomio che rappresenta la traiettoria più complessa, e di fatto utilizzato nelle macchine utensili, è rappresentato da un polinomio del settimo ordine descritto dalla seguente equazione

$$\vartheta(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4 + a_5 t^5 + a_6 t^6 + a_7 t^7 \quad (29)$$

Questa traiettoria fornisce otto gradi di libertà e quindi otto condizioni che sono in parte identiche al caso della traiettoria del V ordine ma con l'aggiunta delle due nuove condizioni sul jerk nell'istante iniziale e finale.

$$\left\{ \begin{array}{l} \vartheta(t_0) = a_0 + a_1 t_0 + a_2 t_0^2 + a_3 t_0^3 + a_4 t_0^4 + a_5 t_0^5 + a_6 t_0^6 + a_7 t_0^7 = \vartheta_0 \\ \vartheta(t_1) = a_0 + a_1 t_1 + a_2 t_1^2 + a_3 t_1^3 + a_4 t_1^4 + a_5 t_1^5 + a_6 t_1^6 + a_7 t_1^7 = \vartheta_1 \\ \omega(t_0) = a_1 + 2a_2 t_0 + 3a_3 t_0^2 + 4a_4 t_0^3 + 5a_5 t_0^4 + 6a_6 t_0^5 + 7a_7 t_0^6 = 0 \\ \omega(t_1) = a_1 + 2a_2 t_1 + 3a_3 t_1^2 + 4a_4 t_1^3 + 5a_5 t_1^4 + 6a_6 t_1^5 + 7a_7 t_1^6 = 0 \\ a(t_0) = 2a_2 + 6a_3 t_0 + 12a_4 t_0^2 + 20a_5 t_0^3 + 30a_6 t_0^4 + 42a_7 t_0^5 = 0 \\ a(t_1) = 2a_2 + 6a_3 t_1 + 12a_4 t_1^2 + 20a_5 t_1^3 + 30a_6 t_1^4 + 42a_7 t_1^5 = 0 \\ J(t_0) = 6a_3 + 24a_4 t_0 + 60a_5 t_0^2 + 120a_6 t_0^3 + 210a_7 t_0^4 = 0 \\ J(t_1) = 6a_3 + 24a_4 t_1 + 60a_5 t_1^2 + 120a_6 t_1^3 + 210a_7 t_1^4 = 0 \end{array} \right. \quad (30)$$

Imporre il jerk nullo equivale ad avere una traiettoria di accelerazione che dovrà partire gradualmente fino ad arrivare ad un valore massimo per poi diminuire fino al valore minimo e annullarsi nuovamente. Ovviamente è possibile impostare un qualunque valore di jerk iniziale e finale.

5.1.6 Traiettoria di tempo minimo dati ω_{LIM} e a_{LIM}

Una frequente situazione nell'automazione industriale è quella di definire una traiettoria che permetta effettuare lo spostamento dalla posizione iniziale a quella finale nel minimo tempo. Nei casi visti in precedenza bisognava determinare la traiettoria ottimale per compiere lo spostamento $\Delta\theta$ nell'intervallo di tempo predeterminato ΔT . Questo caso è duale in quanto, nota la massima velocità ω_{LIM} che l'azionamento può raggiungere, la massima accelerazione a_{LIM} ed i punti estremi della traiettoria, si vuole ottenere la legge oraria che permetta di spostarsi nel minor tempo possibile da P_0 a P_1 senza eccedere i limiti di velocità e di accelerazione. Tale traiettoria prende il nome di *traiettoria di tempo minimo* ed è generalmente composta da tratti di traiettorie paraboliche e lineari come mostrato in figura 9. In questo caso si ammette che ci possano essere variazioni brusche di accelerazione.

Noti i limiti imposti della velocità e dell'accelerazione, la soluzione più logica per raggiungere il punto finale, dovendo effettuare lo spostamento nel minor tempo possibile, è accelerare con la massima accelerazione fino a che la velocità diventa la massima possibile. Di conseguenza, dal tempo 0 al tempo t_A , l'accelerazione è massima e costante, la velocità è rettilinea e quindi la traiettoria di posizione descriverà un tratto parabolico con concavità rivolta verso l'alto.

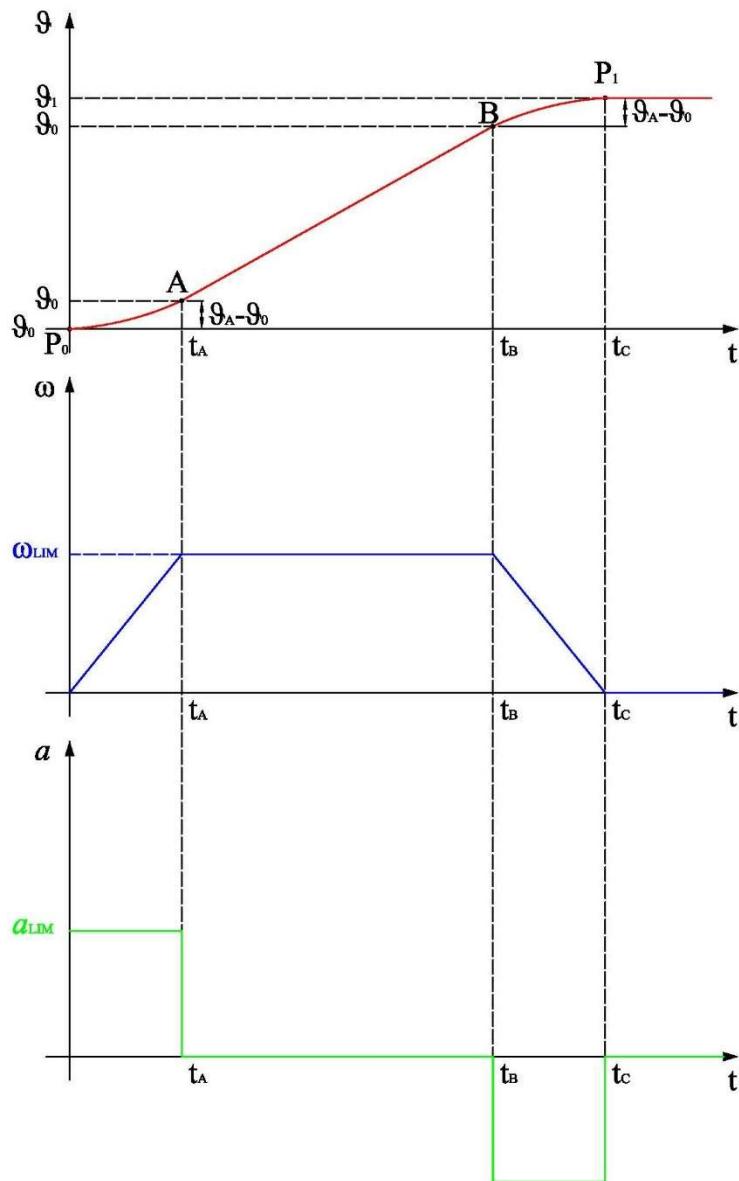


Figura 9

Al tempo t_A la velocità si mantiene costante e pari al valore limite, l'accelerazione si annulla mentre la traiettoria di posizione è rettilinea poiché l'integrale di una costante. Dato che durante il tratto parabolico lo spostamento effettuato è stato pari a $(\theta_A - \theta_0)$, quando la posizione raggiunta sarà pari a θ_B dove $(\theta_f - \theta_B) = (\theta_A - \theta_0)$, la macchina dovrà rallentare con la massima decelerazione per potersi fermare esattamente nel punto finale. Questo perché il tempo impiegato per arrivare da zero a ω_{LIM} è uguale al tempo che impiegherà la velocità per andare da ω_{LIM} fino a zero essendo l'accelerazione massima negativa uguale all'accelerazione massima positiva in modulo. Dal momento in cui comincia a rallentare fino al momento in cui la macchina si ferma, è effettuato uno spostamento esattamente pari a quello fatto nel primo tratto. Di conseguenza, si giunge alla posizione θ_B con velocità massima ed accelerazione nulla per poi rallentare con la massima accelerazione negativa possibile tra t_B e t_c . La velocità è descritta da un tratto lineare decrescente per annullarsi nel punto finale mentre la posizione della macchina ha una traiettoria parabolica però questa volta con concavità rivolta verso il basso.

Questa operazione è molto comune nelle macchine utensili e ci sono anche degli algoritmi che permettono automaticamente di generare, istante per istante, la legge orario del moto rispettando i vincoli di velocità ed accelerazione limite (R. Zanasi, C. Guarino Lo Bianco, A. Tonielli “Nonlinear filters for the generation of smooth trajectories”, Automatica, Vol. 36, Issue 3, March 2000, Pages 439-448).

5.2 TRAIETTORIE TRIGONOMETRICHE

Le traiettorie trigonometriche sono espresse come somma di seni e coseni. Esse hanno il grande vantaggio di avere le derivate tutte non nulle e derivabili fino all'n-esimo grado. Le macchine utensili, in genere, riescono ad implementare sia le traiettorie di tipo polinomiale che quelle di tipo trigonometrico, oltre ad altre traiettorie (e.g. spline) che non saranno trattate e per le quali si rimanda al testo di C. Melchiorri “Traiettorie per Azionamenti Elettrici”, Editrice Esculapio, 2001. Tra le traiettorie trigonometriche sono qui considerate la traiettoria armonica e la traiettoria cicloidale.

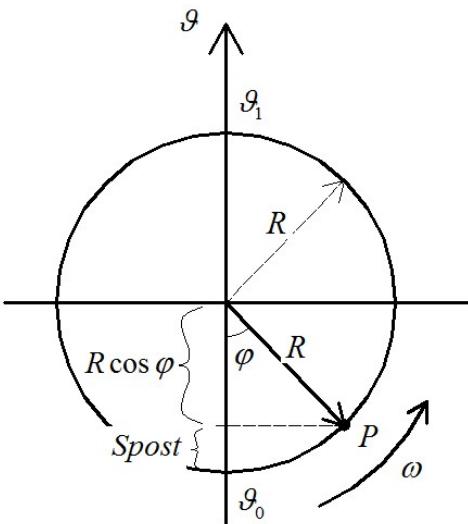


Figura 10 Rappresentazione del moto armonico

5.2.1 Traiettoria armonica

Il cerchio rappresentato in figura 10 ha raggio R , l'asse verticale è l'asse θ dello spostamento. Il punto di intersezione inferiore del cerchio con l'asse verticale si chiama ϑ_0 mentre quello superiore si chiama ϑ_1 e rappresentano rispettivamente la posizione iniziale e finale dello spostamento.

Il punto P si muove con velocità angolare ω costante sulla circonferenza: la sua proiezione sull'asse delle posizioni descrive un moto armonico. La legge del moto armonico che descrive lo spostamento dalla posizione ϑ_0 alla posizione ϑ_1 è:

$$\vartheta(t) = \vartheta_0 + Spost = \vartheta_0 + (R - R \cos \varphi) = \vartheta_0 + R(1 - \cos \varphi) = \vartheta_0 + \frac{\vartheta_1 - \vartheta_0}{2} \left[1 - \cos \left(\pi \cdot \frac{t - t_0}{t_1 - t_0} \right) \right] \quad (31)$$

dove φ è l'angolo formato dal segmento congiungente il centro della circonferenza con il punto P e l'asse delle posizioni, la proiezione $R \cos \varphi$ è la parte soprastante il punto P mentre lo spostamento $Spost$ è il tratto sottostante sull'asse verticale fino a ϑ_0 . Il raggio R è stato espresso come mezzo spostamento, l'angolo φ è un angolo che varia tra 0 e π mentre il punto P si sposta da ϑ_0 a ϑ_1 .

Dalla (31) si osserva che il prodotto all'inizio della traiettoria ($t=t_0$) è nullo per cui il coseno è nullo anch'esso. Successivamente il rapporto, con legge lineare, tende al valore 1 (per $t=t_1$). Di conseguenza, $\cos\varphi$ varia da 0 a 1 con legge lineare perché il punto P si muove con moto uniforme sulla circonferenza e l'argomento del coseno varia tra 0 a π con legge lineare.

5.2.2 Traiettoria cicloidale

Il limite della traiettoria armonica è quello di avere delle discontinuità nella traiettoria di accelerazione. La traiettoria di velocità avrà un andamento simile ad una parabola con pendenze non regolabili dall'utente, per cui la traiettoria di accelerazione sarà discontinua sia nell'istante iniziale che in quello finale. Queste discontinuità, come noto, in presenza di accoppiamenti meccanici non rigidi possono sollecitare modi di vibrare alla pulsazione di risonanza dell'accoppiamento meccanico con conseguenti oscillazioni. Quindi, in presenza di accoppiamenti meccanici non rigidi e di lavorazioni di particolare pregio è preferibile evitare discontinuità usando traiettorie trigonometriche di ordine superiore. Un esempio può essere la seguente *traiettoria cicloidale*:

$$\vartheta(t) = (\vartheta_1 - \vartheta_0) \left[\frac{t-t_0}{t_1-t_0} - \frac{1}{2\pi} \sin \left(2\pi \cdot \frac{t-t_0}{t_1-t_0} \right) \right] + \vartheta_0 \quad (32)$$

Questo tipo di traiettoria ha la traiettoria di velocità che parte con pendenza orizzontale e quindi l'accelerazione parte da zero. Derivando due volte la legge del moto espressa dalla (32) e ricavando l'espressione dell'accelerazione nel tempo, si ottiene una certa somma di seni e coseni: valutando questa in $t=t_0$ e $t=t_1$, si può verificare che l'accelerazione è nulla negli istanti t_0 e t_1 . La traiettoria cicloidale, quindi, è analoga alla traiettoria del V ordine eliminando le discontinuità presenti nella traiettoria di accelerazione.

5.3 CRITERIO DI DIMENSIONAMENTO DI UN AZIONAMENTO ELETTRICO PER UNA DATA TRAIETTORIA

Si supponga che la traiettoria sia imposta poiché, volendo realizzare una certa lavorazione, è necessario compiere un certo spostamento in un certo intervallo di tempo in modo tale da assicurare anche una certa produttività alla macchina. Si analizza nel seguito come sia possibile trovare dei criteri di dimensionamento dell'azionamento elettrico sulla base della conoscenza della legge oraria del moto.

Nel seguito si fanno alcune ipotesi sul tipo di spostamento che si vuole realizzare.

1. Si suppone di fare lo spostamento da ϑ_0 a ϑ_1 nel tempo che intercorre tra t_0 a t_1 utilizzando una traiettoria di tipo parabolico (polinomio del II ordine). Ne deriva che, la posizione sarà definita da due parabole raffigurate in nero, una con concavità rivolta verso l'alto, l'altra verso il basso, la velocità sarà caratterizzata da una traiettoria triangolare con velocità massima ω_{\max} raffigurata in blu mentre l'accelerazione sarà una traiettoria di tipo rettangolare con accelerazione massima a_{\max} rappresentata in magenta.
2. Si suppone che *il ciclo di lavorazione*, definito come la sequenza di spostamenti e arresti compiuti dal motore, sia ben definito. Una volta raggiunta la posizione ϑ_1 , fino all'istante di tempo t_2 , la macchina resta ferma per poi ripetere tale ciclo un numero elevato di volte durante la giornata. Quindi, tutta la lavorazione che

inizia in t_0 e finisce in t_2 è contraddistinta da un tempo di lavorazione t_ℓ che è somma di due tempi: un tempo di spostamento t_{RUN} e, un tempo di fermo t_{STOP} . Il numero di lavorazioni da effettuare sarà abbastanza elevato da permettere alla macchina elettrica di raggiungere il regime termico. I tempi t_{RUN} e t_{STOP} Sono relativamente piccoli rispetto alla costante di tempo termica della macchina elettrica.

Una successione di cicli di lavorazione della macchina sono indicati in figura 13

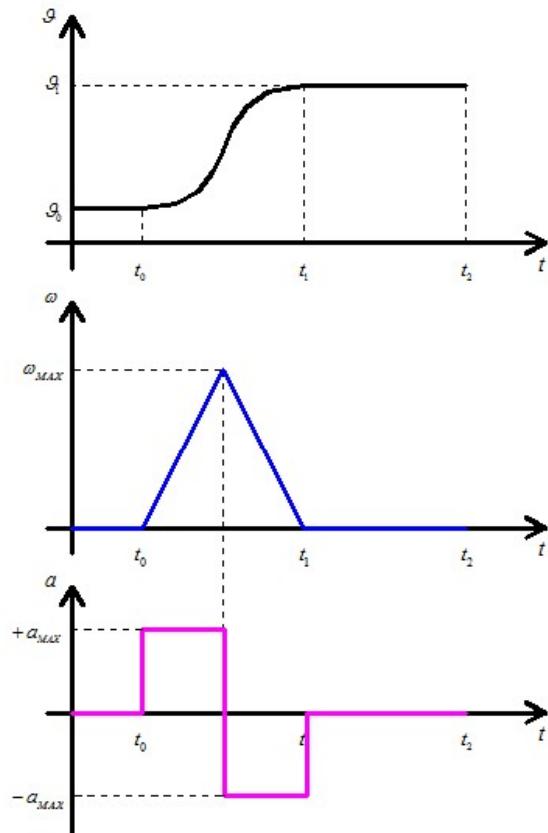
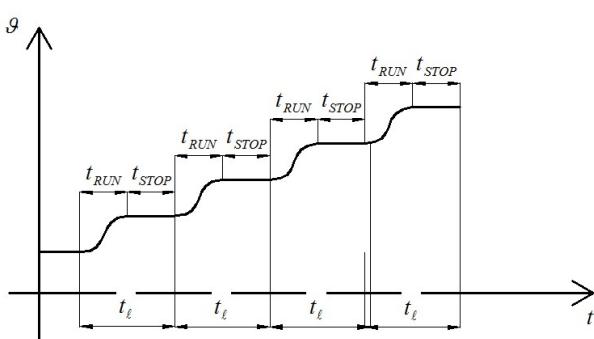


Figura 11 - Traiettoria di riferimento per il dimensionamento dell'azionamento



$t_\ell = \text{Tempo di lavorazione} = t_{RUN} + t_{STOP}$

Figura 12 – Successione di cicli di lavorazione

Volendo dimensionare l'azionamento elettrico, si deve tener conto di tre condizioni: *limite di velocità*, *limite termico* e *limite di accelerazione*.

La prima informazione nota deve essere la velocità nominale del motore. Nota la velocità massima della traiettoria ω_{max} , l'azionamento dovrà essere capace di far ruotare il motore almeno alla velocità ω_{max} . In realtà, tenendo conto di un margine operativo di regolazione, ci si aspetta che la macchina abbia una velocità nominale

di rotazione maggiore di ω_{\max} . Considerando per semplicità un azionamento accoppiato tramite un rapporto di trasmissione 1:1, la velocità nominale ω_n della macchina elettrica deve essere empiricamente:

$$\omega_n > 1,2\omega_{MAX} \quad (33)$$

La ragione per la quale il margine operativo di velocità sia almeno il 20% è perché così non si rischia di raggiungere la velocità massima dell'azionamento e far saturare i regolatori in qualche istante della traiettoria. Infatti, per definizione di valori nominali, se si assorbisse la corrente nominale alla velocità nominale, alla macchina dovrebbe essere applicata la tensione nominale che potrebbe essere la massima a disposizione del convertitore. Negli spostamenti non è inusuale avere delle correnti transitorie superiori alla corrente nominale, quindi raggiungere velocità vicine alla velocità nominale è, in genere, sconsigliabile. Nel caso di saturazione dei regolatori, il sistema di controllo opererebbe in anello aperto e non sarebbe più in grado di garantire un corretto inseguimento della traiettoria.

La seconda informazione è relativa alla corrente nominale o alla coppia nominale del motore. Essendo il motore in esame a magneti permanenti, corrente nominale e coppia nominale sono scalati secondo il coefficiente di coppia k_C :

$$i_n = i_{qn} \quad C_{en} = k_C i_{qn}$$

La legge oraria di accelerazione fornisce informazione sulla coppia in quanto, secondo l'equazione elettromecanica, tra accelerazione e coppia esiste un legame di proporzionalità, trascurando la coppia di carico:

$$\frac{J}{np} \left(\frac{d\omega}{dt} \right) = C_e - C_r \quad \Rightarrow \quad \frac{J}{np} a(t) = C_e \quad (34)$$

Per la (34), in assenza di coppia di carico, l'andamento nel tempo della coppia elettromagnetica sarà quello riportato in figura 13. L'andamento è caratterizzato da una coppia elettromagnetica massima $+C_e^{MAX}$ in un primo tratto di accelerazione, una coppia elettromagnetica massima negativa $-C_e^{MAX}$ e poi c'è la coppia nulla nel tempo di stop t_{STOP} .

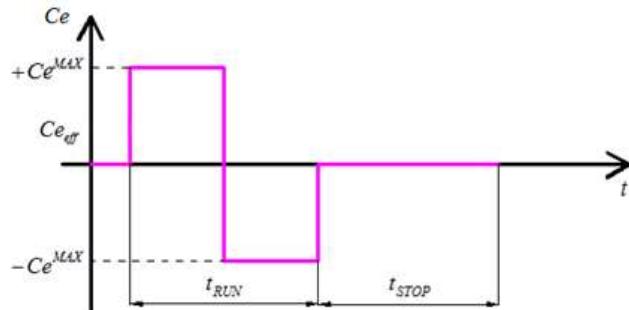


Figura 13 – Andamento nel tempo della coppia elettromagnetica

La C_e^{MAX} è definita come:

$$\frac{J}{np} a_{max}(t) = C_e^{MAX} \quad (35)$$

Erogando una coppia maggiore di quella nominale, le perdite Joule della macchina sono maggiori di quelle nominali e se il tempo in cui questa situazione si protraesse fosse lungo, nella macchina si potrebbe raggiungere

una temperatura superiore alla temperatura nominale dell'isolamento. Superando tale temperatura, il tempo di vita atteso del materiale isolante tende a diminuire rispetto a quello nominale (ogni +10°C di temperatura rispetto alla temperatura nominale, la vita del dielettrico si dimezza). Di conseguenza, noto che le costanti di tempo termiche delle macchine elettriche sono dell'ordine dei minuti, o delle decine di minuti, se questo spostamento è rapido non si ha un notevole riscaldamento del motore. Però, non si può trascurare il fatto che lo spostamento avviene n volte durante la giornata per cui, con il passare del tempo, si potrebbero raggiungere temperature inaccettabili.

Al fine di valutare gli effetti termici di una corrente di andamento qualsiasi nel tempo, si calcola il *valore efficace della corrente* sul periodo di lavorazione t_ℓ . Il valore efficace di una corrente è quel valore di corrente continua che produce gli stessi effetti termici di una corrente variabile in un certo periodo di tempo.

Il grafico in figura 14 indica l'andamento della corrente i_{sq} , analogo a quello della coppia: ci sarà una certa $+i_{sq}^{MAX}$ e una $-i_{sq}^{MAX}$ e poi la corrente nulla fino a quando riparte il ciclo di lavorazione (linea tratteggiata).

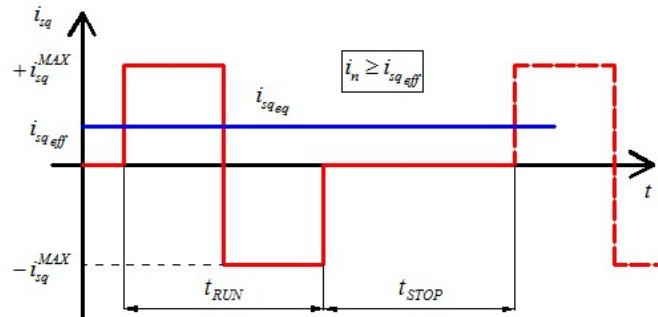


Figura 14 – Andamento nel tempo della corrente (rosso) e valore efficace della corrente (blu)

La corrente equivalente che produrrà gli stessi effetti termici è rappresentata da un tratto orizzontale (blu) e sarà il valore efficace calcolato sul periodo della corrente in rosso. La corrente efficace è ottenuta dalla seguente espressione:

$$i_{e\,eff} = \sqrt{\frac{1}{t_\ell} \int_{t_\ell} i_s^2(t) dt} = \sqrt{\frac{1}{t_\ell} \left[\int_{t_{RUN}} i_{sq}^{MAX 2}(t) dt + \int_{t_{STOP}} 0 dt \right]} = i_{sq}^{MAX} \sqrt{\frac{t_{RUN}}{t_\ell}} \quad (36)$$

L'espressione (36) è derivante dall'aver trascurato la coppia di carico, infatti se così non fosse stato, ci sarebbe stato un offset di corrente costante diversa da zero e quindi il valore efficace sarebbe stato maggiore.

Analogamente, effettuando lo stesso ragionamento per la coppia efficace, si ottiene:

$$C_{e\,eff} = C_{e\,MAX} \sqrt{\frac{t_{RUN}}{t_\ell}} \quad (37)$$

Anche nel caso di coppia elettromagnetica si può rappresentare il valore efficace nel grafico insieme al valore istantaneo come in figura 15.

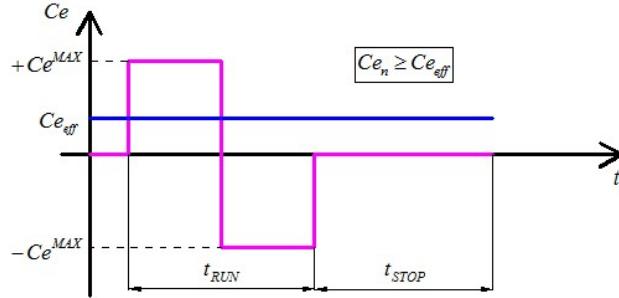


Figura 15 - Andamento nel tempo della coppia (fucsia) e valore efficace della coppia (blu)

Il valore della coppia nominale e della corrente nominale dell'azionamento dovranno essere scelti in modo tale che:

$$C_{en} \geq C_{e\ eff} \quad i_n \geq i_{e\ eff} \quad (38)$$

La terza informazione è relativa alla corrente massima del motore. Il valore massimo della corrente (o della coppia) può essere istantaneamente maggiore della corrente (o della coppia) nominale durante i periodi di spostamento. Il motore elettrico potrebbe tollerare, per brevissimi intervalli di tempo, una corrente anche 10 volte maggiore della corrente nominale durante le fasi di spostamento.

Il convertitore, al contrario del motore, ha delle capacità molto ridotte di sovraccarico. A seconda delle esigenze, può convenire sovradimensionare il convertitore o in alternativa limitare gli spostamenti bruschi che richiedono assorbimenti istantanei di corrente elevati con un conseguente rallentamento della traiettoria.

Quindi vale che

$$i_{sq}^{MAX} \geq i_n \quad (39)$$

dimensionando il convertitore in modo che sia in grado di erogare i_{sq}^{MAX} almeno per il tempo t_{RUN} .

La seguente tabella riporta i valori di ω_{max} , a_{max} e $C_{e\ eff}$ ottenuti con le differenti traiettorie considerate ipotizzando uno spostamento unitario in un tempo unitario e un azionamento con inerzia unitaria. Dall'analisi si può concludere che la scelta della traiettoria ricopre un ruolo fondamentale per poter dimensionare l'azionamento sulla base delle performance desiderate.

Tabella I – Valori massimi di velocità ed accelerazione con diverse traiettorie

TRAIETTORIA	ω_{MAX}	%	a_{MAX}	%	$C_{e\ eff}$	%
Polinomio II ordine	2	-	4	-	4	-
Polinomio III ordine	1,5	-25%	6	+50%	3,4	-14%
Polinomio V ordine	1,9	-6%	5,7	+44%	4,1	+3%
Polinomio VII ordine	2,2	+9%	7,5	+87%	5,0	+26%

5.4 NOTCH FILTER PER L'ATTENUAZIONE DELLE OSCILLAZIONI

Un accoppiamento elastico, per propria natura, introduce nel sistema una dinamica oscillatoria fortemente sottosmorzata e potrebbe introdurre dannose oscillazioni se sollecitato a frequenze prossime a quella di risonanza. In alcuni casi è possibile evitare l'innescarsi delle oscillazioni grazie al regolatore di posizione, facendo in modo che la banda passante dell'anello di regolazione della posizione sia ben al di sotto della pulsazione di risonanza. In tale caso, lo stesso sistema di controllo farebbe da filtro riducendo le componenti armoniche di pulsazione maggiore a ω_b e impedendo di sollecitare dei modi di risonanza. Questa soluzione diviene inopportuna se la pulsazione di risonanza è molto bassa in frequenza perché costringerebbe ad avere un anello chiuso di posizione con banda passante molto bassa e prestazioni molto penalizzate. Una valida alternativa è inserire nel sistema di controllo un apposito filtro che attenui le componenti armoniche nell'intorno della pulsazione di risonanza dall'accoppiamento elastico. Questo filtro è, in genere, implementato digitalmente nel sistema di controllo a valle del regolatore di posizione, e prende il nome di *Notch filter*. Il termine "notch" significa taglio a V, oppure gola, ed è dovuto alla particolare forma del diagramma di Bode della funzione di risposta armonica del filtro (si veda la figura 16).

Esso è caratterizzato dalla seguente funzione di trasferimento:

$$G_{nf}(s) = \frac{s^2 + 2d_1s + \omega_0^2}{s^2 + 2d_2s + \omega_0^2} \quad (40)$$

Tale f.d.t. è caratterizzata da un numeratore e da un denominatore del II ordine. La pulsazione naturale ω_0 è uguale sia al numeratore che al denominatore, mentre al numeratore si ha un grado di smorzamento d_1 differente dal denominatore che ha un grado di smorzamento d_2 . La taratura si esegue scegliendo la pulsazione ω_0 pari alla pulsazione naturale dell'accoppiamento elastico, d_1 pari allo smorzamento dell'accoppiamento elastico, quindi

$$\omega_0 = \omega_{0mec} \quad d_1 = \delta_{mecc} \quad (41)$$

La tecnica è quella della cancellazione polo-zero per cancellare i poli complessi dell'accoppiamento elastico con gli zeri complessi del notch filter e introducendo due nuovi poli caratterizzati da un nuovo polinomio del II ordine. Quest'ultimo avrà un coefficiente di smorzamento d_2 opportunamente scelto, purché maggiore di d_1 , per introdurre una dinamica meno sottosmorzata dell'accoppiamento meccanico.

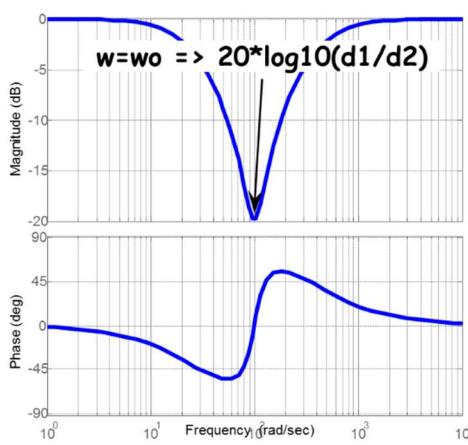


Figura 26 Diagramma di Bode del filtro di Notch

Si nota che il punto di minimo è in corrispondenza della pulsazione $\omega = \omega_0$ e vale $20 \log_{10} \left(\frac{d_1}{d_2} \right) \text{ dB}$. In figura 17 sono mostrati alcuni esempi di taratura scegliendo vari rapporti $\frac{d_1}{d_2}$. All'aumentare del rapporto $\frac{d_1}{d_2}$, l'attenuazione offerta dal filtro di notch alla pulsazione ω_0 tende via via ad essere maggiore. Tale caratteristica è utile dato che per smorzamenti molto piccoli la pulsazione di risonanza dell'accoppiamento elastico è un numero molto prossimo a ω_0 . Il comportamento ideale richiesto dal filtro sarebbe al limite una gola infinitamente stretta e profonda che lasci inalterate tutte le frequenze immediatamente inferiori e superiori alla ω_0 , sopprimendo solo il contenuto armonico in ω_0 . Nella realtà, tale condizione non è realizzabile: il grado di attenuazione ottenuto per elevati valori di d_2 , viene accompagnato da un fenomeno poco gradevole di allargamento della banda passante del filtro con conseguente aumento del range di frequenze alterate dalla presenza del filtro di notch. Definita convenzionalmente la soglia di -3 dB come frequenza di transizione, in figura 18 è possibile definire la banda passante nella quale il filtro di notch ha un'attenuazione inferiore a -3dB.

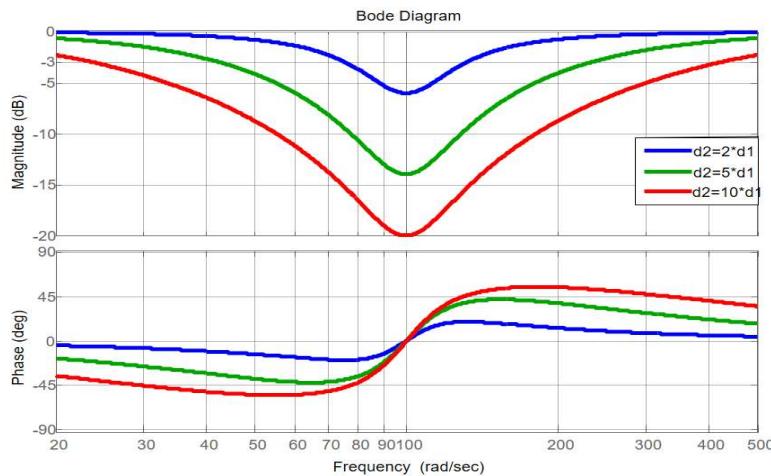


Figura 17 Diagramma di bode con $d_1=0.2$ al variare del rapporto d_1/d_2

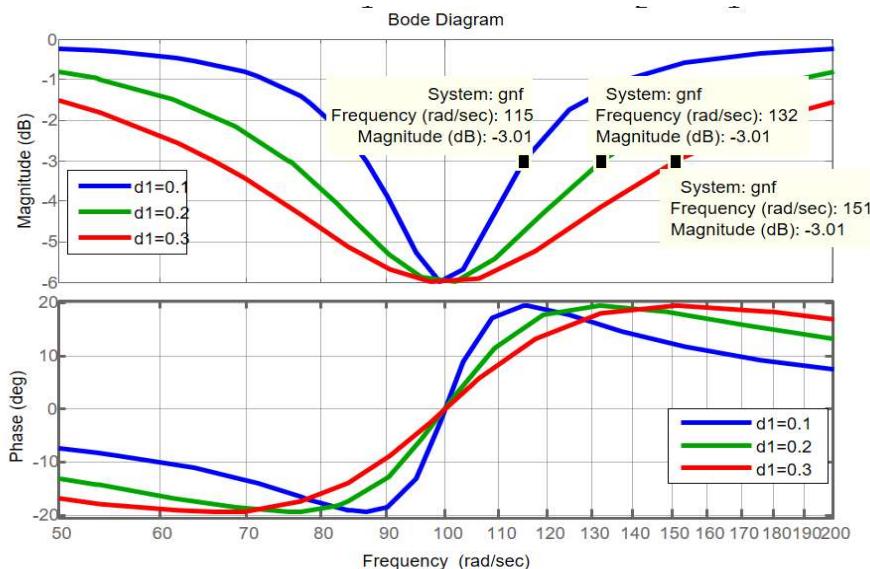


Figura 18 – Diagramma di Bode al variare di d_1 mantenendo il rapporto d_1/d_2 costante ($d_1/d_2=0.5$)

Dalle precedenti osservazioni si comprende che la taratura del notch filter risulta essere un compromesso tra due aspetti contrastanti: d_2 grande in modo tale da ridurre le oscillazioni innescate da modi risonanti ma, allo stesso tempo, non troppo grande in modo da limitare la larghezza di banda del filtro ed evitare di attenuare frequenze molto lontane dalla ω_0 .

Il filtro di notch è posizionato nello schema di controllo, in cascata al regolatore proporzionale di posizione e alla compensazione in avanti della velocità e accelerazione. Un esempio è riportato in figura 19.

Supponendo di utilizzare la traiettoria di tempo minimo riportata in figura 20, è possibile studiare le prestazioni dei sistemi di controllo della posizione, nel caso di misura diretta ed indiretta, al variare del parametro d_2 . Per la misura indiretta, gli andamenti sono mostrati in figura 21. Nella figura di sinistra è riportato l'andamento della posizione (in nero il riferimento), nella figura di destra l'andamento dell'errore di posizione. Si osserva che le oscillazioni hanno pulsazione pari alla pulsazione propria dell'accoppiamento meccanico. Aumentando il valore di d_2 , le oscillazioni tendono a diminuire in ampiezza però il sistema diventa più lento nell'inseguimento della traiettoria e si riscontra una maggiore sovraelongazione quando la traiettoria di riferimento si arresta. Per la misura diretta le considerazioni sono le medesime e gli andamenti sono mostrati in figura 22.

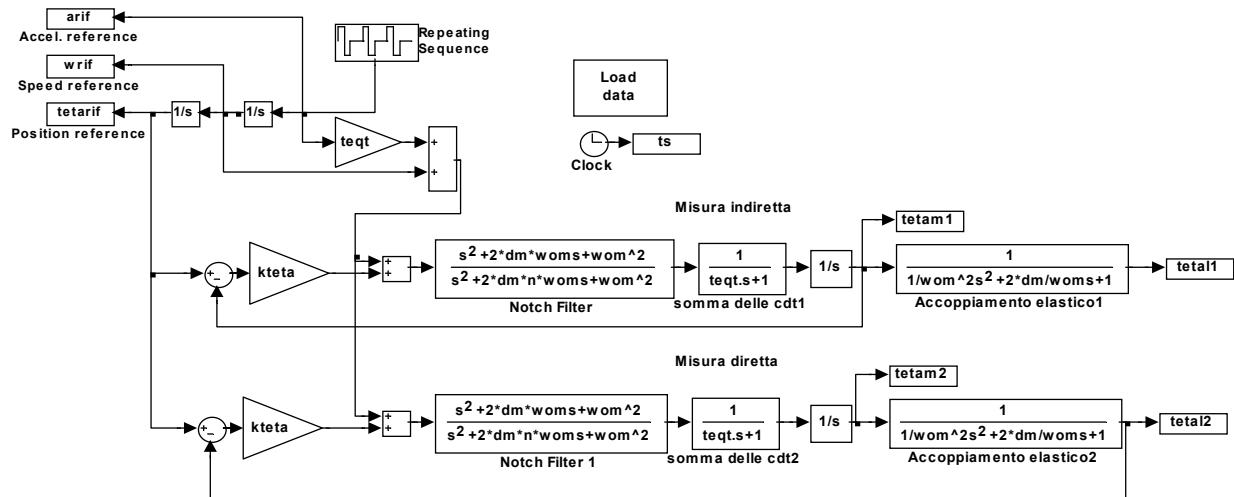


Figura 19 - Filtro di Notch nel sistema di controllo di posizione nel caso di misura di tipo indiretto e diretto

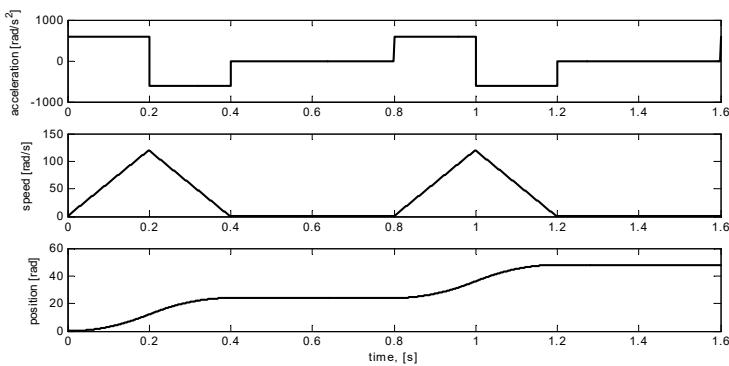


Figura 20 - Traiettoria di riferimento

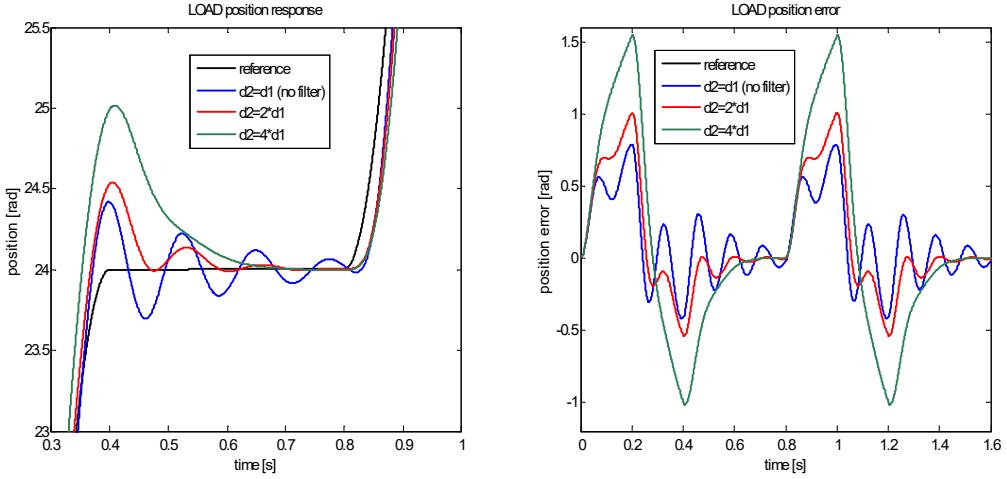


Figura 21

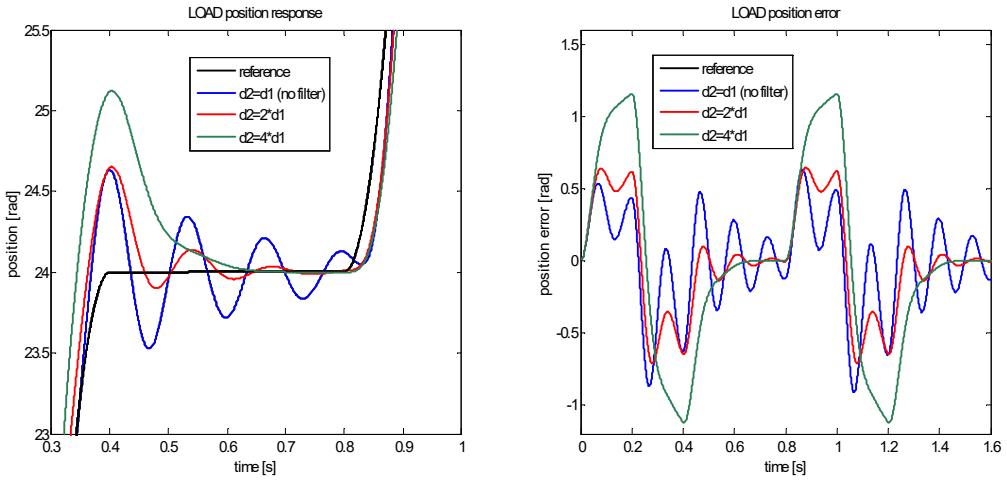


Figura 22

Bisogna tenere presente un altro aspetto non analizzato fino ad ora: la pulsazione meccanica dell'accoppiamento meccanico non è nota con assoluta precisione. Infatti, la caratteristica meccanica dell'accoppiamento meccanico è affetta da incertezza permettendo, di conseguenza, di conoscere il valore di $\omega_{0\text{mec}}$ in maniera approssimata. Questo fenomeno potrebbe vanificare la funzione del filtro che avrà una attenuazione minore di quella attesa alla pulsazione $\omega_{0\text{mec}}$. A fine esemplificativo, la figura 23 mostra cosa accade quando la $\omega_{0\text{mec}}$ "reale" è diversa del 20% rispetto a quella attesa nel caso di misura indiretta. Anche con valori relativamente elevati del parametro d_2 , tendono ad esserci delle evidenti oscillazioni alla pulsazione $\omega_{0\text{mec}}$.

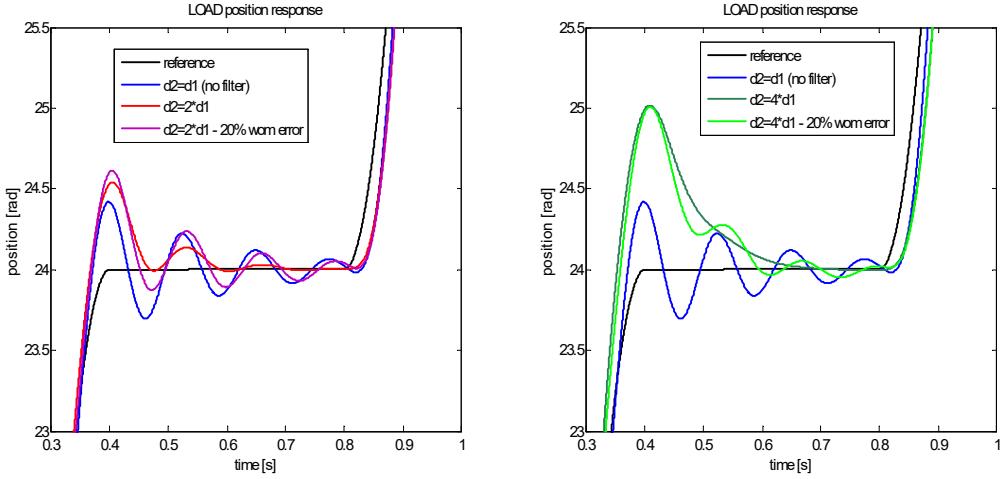


Figura 23

5.4.1 Reiezione al disturbo

La *reiezione al disturbo* si definisce come la capacità del sistema a reagire a disturbi esterni, come può essere l'applicazione della coppia di carico. Si mostra nella figura 24 l'effetto della coppia di carico attraverso la f.d.t. equivalente tra la coppia di carico e la velocità del motore, ricavata dal diagramma a blocchi completo del sistema di controllo della velocità. I risultati di simulazione, in caso di misura diretta e indiretta della posizione, sono mostrati in figura 25 e sono stati ottenuti applicando una variazione brusca della coppia di carico quando il riferimento di posizione è mantenuto costante. Dai grafici si nota che a seguito dell'applicazione della coppia di carico (disturbo a gradino), la presenza o l'assenza del filtro è poco rilevante perché il carico meccanico è applicato all'albero e non coinvolge il filtro di Notch. In tutti i casi mostrati, l'errore di posizione ha una certa dinamica con delle oscillazioni alla pulsazione naturale del sistema. Questo risultato conferma quanto sia importante evitare nelle macchine utensili applicazioni brusche di coppia di carico. Il sistema di controllo poco può per limitare le oscillazioni ed il pezzo in lavorazione sarebbe molto probabilmente da scartare.

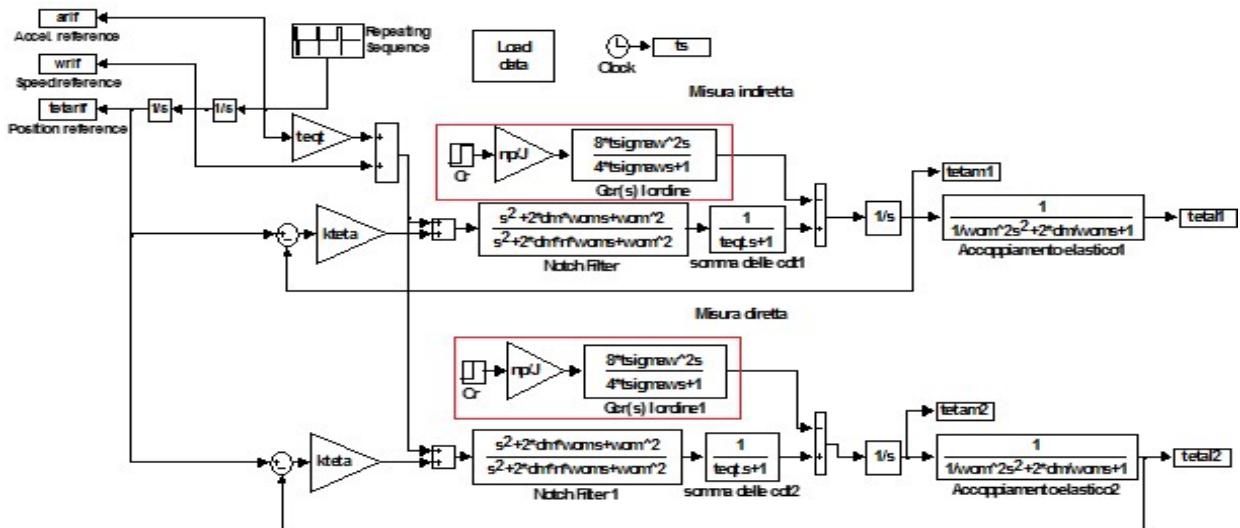


Figura 24 - Diagramma a blocchi che include la coppia di carico

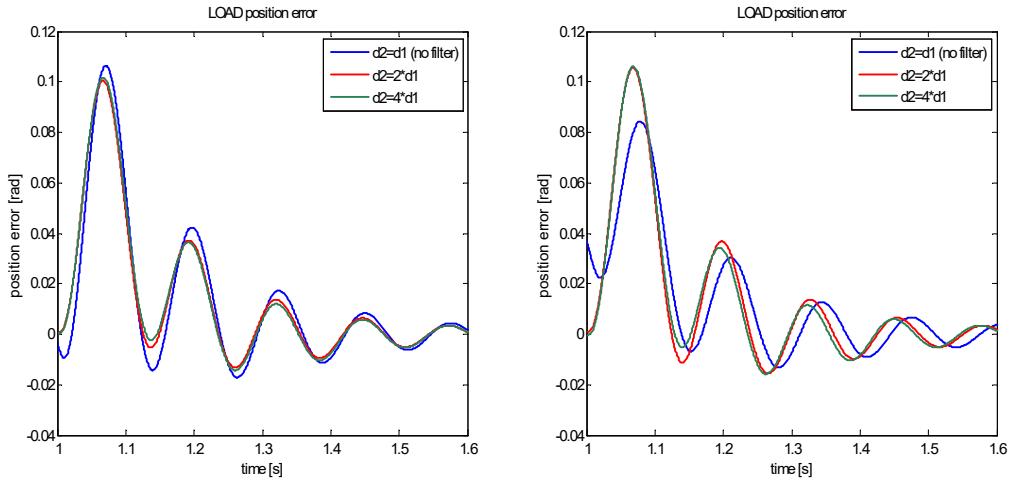


Figura 25

5.4.2 Luogo delle radici

Le conclusioni sul notch filter, tratte dall'osservazione dei diagrammi di Bode della funzione di risposta armonica del filtro, possono essere tratte anche attraverso il luogo delle radici. Questo è riportato nelle figure 26, 27 e 28 per il sistema di controllo della posizione rispettivamente in assenza del filtro di notch, con $d_2 = 2 d_1$ e con $d_2 = 4 d_1$. Tramite la cancellazione zero-polo, il filtro sovrappone i suoi zeri ai due poli dell'accoppiamento elastico inserendo due poli complessi più lontani dall'asse immaginario. Aumentare troppo d_2 tende a diventare inefficace. A parità di guadagno ci sono altri rami del luogo che si avvicinano all'asse immaginario e dominano la risposta del sistema (si veda la figura 28).

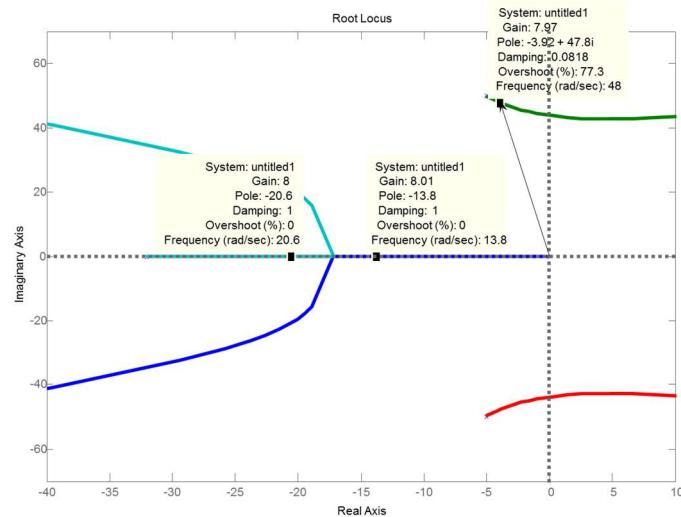


Figura 26 – Luogo delle radici in assenza di filtro di Notch

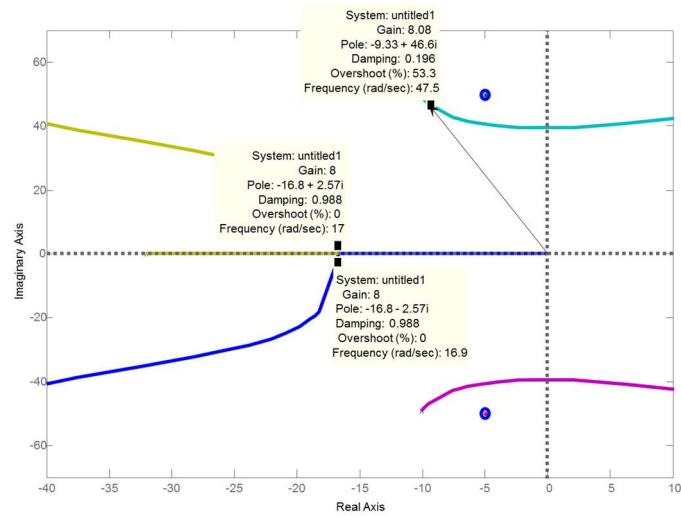


Figura 27 – Luogo delle radici con filtro di Notch e $d_2 = 2 d_1$

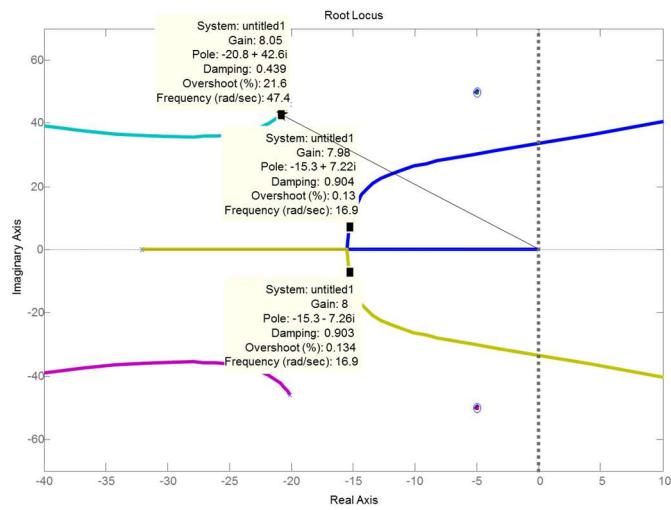


Figura 28 – Luogo delle radici con filtro di Notch e $d_2 = 4 d_1$

6 MOTORI LINEARI

L'utilizzo di attuatori lineari rappresenta una possibile soluzione ad una grande varietà di problemi in ambito industriale. Lo sviluppo tecnologico ha infatti reso necessario l'utilizzo di attuatori sempre più piccoli e sofisticati, in grado di raggiungere velocità elevate e notevole precisione di posizionamento. Inoltre, la maggior parte dei movimenti da realizzare nelle macchine automatiche è lineare.

Un attuatore lineare è un convertitore elettromeccanico in grado di produrre un movimento lineare. Il moto lineare si può ottenere dal moto rotatorio, accoppiando un motore elettrico rotante ad un sistema in grado di convertire il moto rotatorio in movimento di traslazione. Questo processo, tuttavia, comporta numerosi problemi, dovuti principalmente alla conversione del moto da rotatorio in traslatorio. La complessità di un sistema di questo tipo è notevole, dovuta principalmente all'incremento dell'inerzia delle masse rotanti, nonché alla presenza di giochi, di cui sono causa soprattutto gli ingranaggi che realizzano la conversione del moto. Ciò, inevitabilmente, compromette il grado di precisione del sistema che si intende realizzare.

Per questo motivo, per applicazioni in cui sono richieste prestazioni elevate, si ricorre spesso ai motori lineari, in grado di produrre direttamente il movimento di traslazione. Tali motori sono concepiti per essere accoppiati al carico meccanico senza l'uso di motoriduttori. I vantaggi che derivano dal loro utilizzo sono molteplici.

- La struttura dei motori risulta notevolmente semplificata
- L'influenza degli attriti è molto ridotta. Questo consente un ottimo controllo della forza. Pertanto è possibile realizzare un controllo in cascata di velocità e di posizione molto efficace.
- Una peculiarità dei motori lineari è l'assenza di risonanze meccaniche dovute all'elasticità, che invece sono notevoli se si utilizzano organi di conversione e trasmissione del moto.
- La struttura dei motori lineari può essere modulare, pertanto questo li rende molto versatili.
- Poiché nei motori lineari si elimina il problema delle cedevolezze, dei giochi e degli effetti dell'usura, ne derivano un aumento dell'accuratezza di posizionamento ed un aumento dell'affidabilità degli impianti.

6.1 TIPOLOGIE DI MOTORI LINEARI

Esistono diversi tipi di motori lineari, aventi caratteristiche anche molto differenti tra loro. L'uso di un motore lineare piuttosto che un altro dipende dal tipo di applicazione a cui esso è destinato.

I principi fisici alla base del funzionamento sono analoghi a quelli delle macchine rotanti. In linea di principio, infatti, una macchina lineare è ottenibile a partire dalla corrispondente macchina rotante a seguito di un taglio, lungo la medesima generatrice, dello statore e del rotore, con successivo svolgimento in piano (Figura 1). In tal caso, il rotore diventa "*moveante*" e il movimento si trasforma da rotatorio in traslatorio.

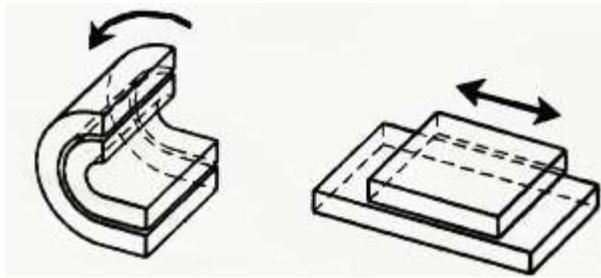


Fig. 1. Schema di principio che illustra il legame tra macchine rotanti e motori lineari

In analogia con i motori rotanti, quindi, è possibile classificare i motori lineari in base al principio di funzionamento:

- motori lineari in corrente continua
- motori lineari passo-passo
- motori lineari asincroni
- motori lineari sincroni brushless

Un'altra fondamentale classificazione dei motori lineari può essere effettuata analizzando le diverse forme costruttive:

6.1.1 Motori lineari monolateri

Un motore lineare monolatero, mostrato in Fig. 1 e in Fig. 2 (a), è costituito da una pista di magneti permanenti e da un cursore (generalmente mobile) che ospita gli avvolgimenti ed è quindi collegato al cavo di alimentazione. Questa struttura è particolarmente semplice, ma ha il difetto di essere caratterizzata da una forte asimmetria del campo magnetico. Per rafforzare il più possibile il flusso magnetico concatenato, s'introduce nell'avvolgimento un nucleo ferromagnetico laminato. Questo, se da un lato aumenta nettamente la forza che il dispositivo è in grado di sviluppare, diventa, per contro, sede di un'indesiderata forza di attrazione da parte dei magneti dello statore.

6.1.2 Motori lineari bilateri

Un motore lineare bilatero è mostrato in Fig. 2 (b). In tale motore il movente è circondato dallo statore da entrambi i lati. In tal modo la struttura recupera la simmetria del campo magnetico, consentendone inoltre un ottimo sfruttamento. Infatti, l'avvolgimento è affiancato da due piste di magneti e le linee di flusso tagliano in pieno le bobine del movente. Gli avvolgimenti sono sostenuti da una leggerissima struttura in resina. Grazie al ridotto peso del movente, tale motore è adatto ad applicazioni in cui sono richieste forti accelerazioni. D'altro canto, la struttura molto chiusa non favorisce lo smaltimento del calore per cui non si possono raggiungere alti valori della spinta.

6.1.3 Motori lineari tubolari

I motori lineari tubolari si ottengono “avvolgendo” un motore lineare tradizionale attorno ad un asse parallelo alla direzione del movimento (Fig. 3). Il termine utilizzato per definire tali motori si riferisce alla forma della sezione trasversale, che si ottiene intersecando la struttura geometrica del motore con un piano appartenente al fascio di piani generato dall'asse del motore.

Tra le varie configurazioni possibili, quella tubolare risulta essere tra le più compatte. Inoltre, la simmetria cilindrica riduce gli effetti di bordo trasversali, che comunemente sono presenti in altri motori lineari.

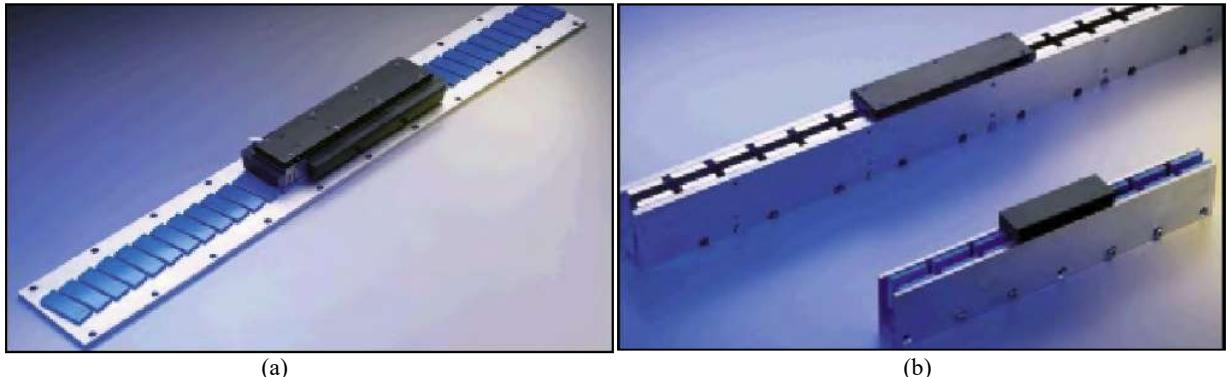


Figura 2 Esempio di motore lineare monolatero (a) e motore lineare bilatero (b)

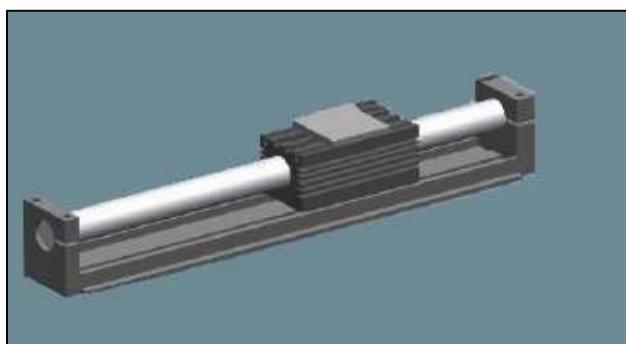


Figura 3 Motore lineare tubolare

6.2 MACCHINA CILINDRICA

Una macchina cilindrica tradizionale a 4 poli, è formata dal rotore con 4 magneti permanenti, polarizzati alternativamente (la freccia magenta nel disegno indica la direzione di magnetizzazione, sempre uscente dal polo nord di ogni magnete) e, lo statore con le relative cave statoriche.

La direzione dell'asse diretto è quella uscente dal polo nord. Ci saranno due assi diretti in questa rappresentazione meccanica perché, appunto, essendo una rappresentazione meccanica (e non elettrica) entrambi i magneti permanenti che hanno il polo nord affacciato sul traferro avranno il relativo asse diretto della macchina.

Nel rappresentare il rotore, i magneti permanenti sono stati disegnati rientrati nel rotore, per mostrare un'ulteriore configurazione della macchina elettrica, infatti, questa macchina è una macchina chiamata “macchina elettrica con i magneti inset”, cioè inseriti nel rotore, ovvero annegati in esso, ma sono pur sempre dei magneti superficiali. Questa struttura è leggermente più robusta di quella che si ottiene incollando i magneti permanenti sulla superficie esterna del rotore, inoltre, consente l'operazione di bendaggio che generalmente viene fatta sul rotore al fine di favorire la resistenza meccanica. Per quanto riguarda lo statore, supponendo che ciascuna fase sia distribuita su 4 cave: siccome ciascuna fase ha 2 paia di poli, ciascun paio di poli avrà due cave per fase, per cui si avrà 1 cava per polo per fase (vedi figura 4). Nella pratica, gli avvolgimenti non

si fanno concentrati ma si fanno distribuiti per favorire la sinusoidalità della fmm al traferro. Per semplicità, in questo caso, si approssima l'avvolgimento concentrato tutto in una cava.

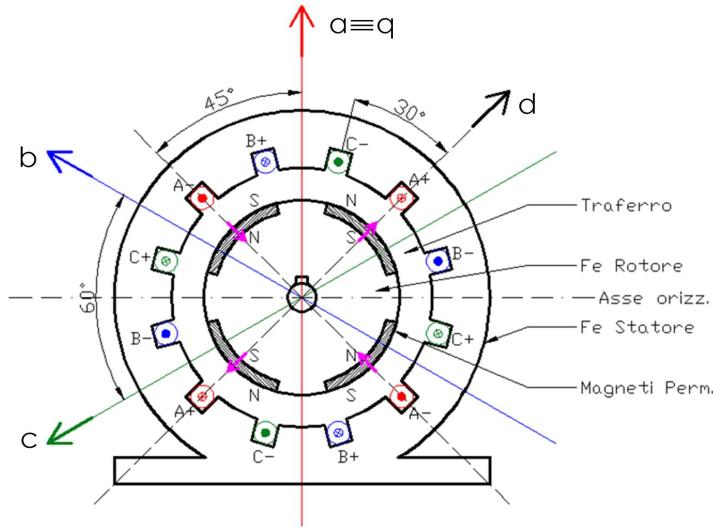


Figura 4 Distribuzione di un avvolgimento a 4 poli nelle cave di statore

Se la macchina avesse solo un polo nord e un polo sud (1 paio di poli), le bobine della fase A sarebbero messe a 90° rispetto all'asse della fase A, ma in questo caso avendo 2 paia di poli, i 90° che dovrebbero esserci tra l'asse della fase A e la bobina della fase A diventano 45° meccanici. Trovato l'asse della fase A, l'asse della fase B sta a 60° gradi meccanici rispetto all'asse della fase A.

Il seguente disegno in figura 5 mostra una macchina a 2 poli con 2 magneti permanenti montati sul rotore con l'asse diretto rivolto verso l'alto e coincidente con la fase A. Le bobine della fase A sono disposte a 90° meccanici rispetto all'asse della fase A (asse d). L'asse della fase B sta a 120° meccanici rispetto alla fase A, e le bobine della fase B stanno in quadratura rispetto all'asse della fase B. Stesso ragionamento per l'asse e le bobine della fase C.

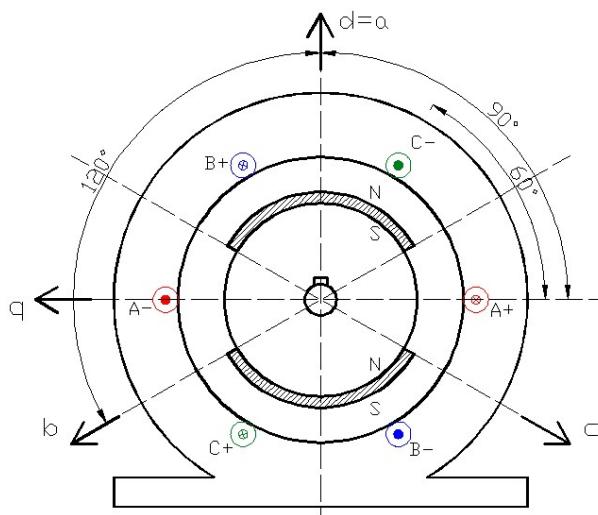


Figura 5 Distribuzione di un avvolgimento a 2 poli nelle cave di statore

Tra due cave, per ogni fase, ci sono 180° elettrici, assumendo che ci siano 6 cave ogni coppia di poli (avvolgimenti concentrati), tra ogni coppia di cave adiacenti ci saranno 60° elettrici.

In una macchina a 2 poli ($np=1$) i gradi elettrici sono anche gradi meccanici, sono uguali; mentre, nella macchina a 4 poli ($np=2$) i gradi elettrici restano gli stessi della macchina a 2 poli, ma i gradi meccanici diventano la metà di quegli elettrici, per cui l'asse della fase B non sta a 120° ma sarà a 60° rispetto alla bobina della fase A. Quindi, in generale, sapendo che np è il numero di coppie polari, si ha che:

$$\text{gradi mecc.} = \frac{\text{gradi elettr.}}{np}$$

Nella macchina a 4 poli, mostrata in figura 1, la bobina della fase A si trova in quadratura rispetto all'asse della fase A quindi a 90° elettrici, cioè a 45° meccanici; ovviamente, nel piano meccanico in cui è rappresentata la macchina, il disegno è speculare rispetto all'asse verticale della fase A, infatti in entrambi i casi tale asse è uscente dal centro della macchina, ciò è vero perché avendo 2 paia di poli ciascun paio di poli della macchina è indistinguibile dall'altro paio di poli.

Se si seguono le cave partendo dalla direzione in cui si trova la bobina della fase A e proseguendo in senso antiorario, si troverà la sequenza delle cave A-, C+, B-, e così via alternando i segni. La sequenza di successione delle cave è la stessa che si ha nella macchina a 2 poli, solo che invece di essere distribuite su un arco di 360° , quelle stesse 6 cave saranno distribuite ora su un arco che sarà la metà, cioè 180° .

La configurazione degli avvolgimenti di statore è mostrata in figura 6 per una macchina con 4 poli, 12 cave ed una cava per polo e per fase.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A+	C-	B+	A-	C+	B-	A+	C-	B+	A-	C+	B-

Figura 6 Configurazione degli avvolgimenti di statore

6.3 MODELLO DELLA MACCHINA LINEARE

La versione linearizzata della macchina cilindrica è la macchina lineare, illustrata in figura 7.

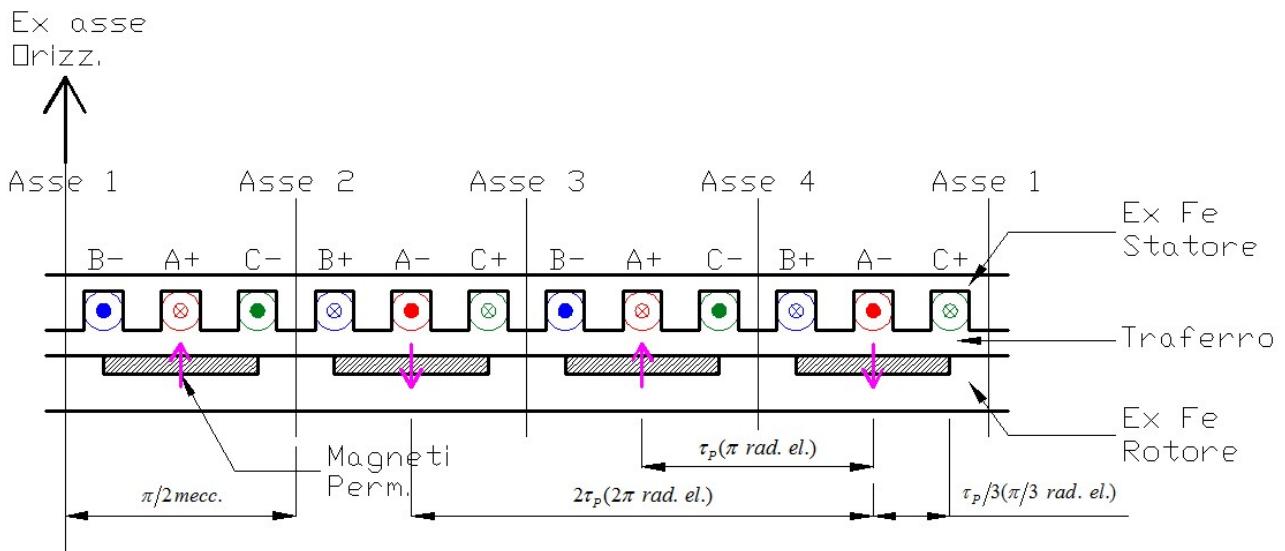


Figura 7

La macchina è formata da un lamierino statorico con delle cave statoriche dove saranno alloggiati gli avvolgimenti di statore, poi c'è il traferro e infine il rotore con i magneti permanenti.

Per linearizzare la macchina cilindrica, si fa diventare l'asse orizzontale della macchina cilindrica, un asse verticale (ex asse orizzontale), quindi si linearizza la macchina partendo dall'asse orizzontale uscente verso destra in senso antiorario. Linearizzando il rotore, seguendo l'indicazione precedente, si trova prima un pezzo di ferro, poi un magnete permanente magnetizzato con direzione uscente dal rotore stesso, poi un altro pezzo di ferro e il secondo magnete permanente, che sarà magnetizzato al contrario rispetto al precedente, e così via per gli altri due magneti permanenti. Quindi i magneti permanenti si susseguono uno dopo l'altro, e prima erano delle cupole, ora sono dei parallelepipedi contenuti nel ferro di rotore. In una macchina lineare non è scontato stabilire quale sarà la parte fissa e quale quella mobile. In genere, si preferisce muovere la parte con le bobine (ex statore) che prenderà il nome di movente (in inglese mover) in quanto è più leggera della struttura lineare con i magneti permanenti. La distanza che intercorre tra A+ e A- è pari π , in radianti elettrici; tale distanza è chiamata τ_p che rappresenta il passo di un polo della macchina ed è l'equivalente in metri di π radianti elettrici. Quindi, la distanza tra A- e A- è pari a $2\tau_p$, cioè 2π radianti elettrici. La distanza tra due bobine adiacenti, per esempio A- e C+, è pari a $\tau_p/3$, cioè $\pi/3$ radianti elettrici.

Per la macchina cilindrica l'espressione della coppia elettromagnetica è la seguente:

$$C_e = \frac{3}{2} np \Psi_{PM} i_{sq} = F_e r \quad (1)$$

Tale relazione è in funzione del flusso dei magneti concatenato con gli avvolgimenti statorici Ψ_{PM} e la componente della corrente in quadratura rispetto al flusso. La coppia elettromagnetica può essere intesa come un prodotto tra una forza elettromagnetica per il raggio al traferro r .

Di conseguenza, l'espressione della forza elettromagnetica è la seguente:

$$F_e = \frac{\frac{3}{2} np}{r} \Psi_{PM} i_{sq} \quad (2)$$

Tale espressione rappresenta la forza elettromagnetica che la macchina lineare svilupperà, a parità di dimensioni e caratteristiche rispetto alla macchina cilindrica. Ai fini pratici, è utile fare un analisi della circonferenza della macchina, infatti la circonferenza al traferro è espressa mediante la seguente relazione:

$$2\pi r = n_p(2\tau_p) \quad (3)$$

La relazione sopra esprime la circonferenza al traferro anche in funzione di τ_p , dove si nota che un polo è lungo τ_p , un paio di poli sarà lunghi $2\tau_p$, quindi la macchina al traferro, dopo averla linearizzata, sarà lunga proprio $n_p(2\tau_p)$. Di conseguenza, dalla relazione sopra è possibile ricavare il raggio, quindi si ha:

$$r = \frac{2n_p \tau_p}{2\pi} = \frac{n_p \tau_p}{\pi} \quad (4)$$

Riportando l'espressione del raggio all'interno dell'espressione della forza elettromagnetica si ha:

$$F_e = \frac{3}{2} n_p \frac{\pi}{n_p \tau_p} \Psi_{PM} i_{sq} = \frac{3}{2} \frac{\pi}{\tau_p} \Psi_{PM} i_{sq} \quad (5)$$

La forza elettromagnetica di una macchina lineare ha un'espressione simile a quella della coppia elettromagnetica di una macchina cilindrica all'interno della quale il numero di paia di poli n_p è sostituito dal rapporto π/τ_P .

Il numero n_p è il fattore di conversione che permette di passare da gradi elettrici a gradi meccanici, cioè:

$$\vartheta_{Mecc} \cdot np = \vartheta_{Elettr} \quad (6)$$

Ciò è valido nella macchina cilindrica che gira, nella macchina lineare non si ha più un angolo meccanico ϑ_{Mecc} perché è sostituito in una posizione meccanica espressa in metri, per cui si ha:

$$x \cdot \frac{\pi}{\tau_P} = \vartheta_{Elettr} \quad (7)$$

Dove x è lo spostamento meccanico. Quindi, così come nella macchina cilindrica si aveva il numero di paia di poli nella relazione tra angoli meccanici ed angoli elettrici, adesso nella relazione tra spostamenti meccanici e spostamenti elettrici della macchina lineare si ha una quantità pari a π/τ_P , che è proprio ciò che ha sostituito n_p nell'espressione della forza elettromagnetica.

6.4 MODELLO DELLA PARTE ELETTROMECCANICA

Dal punto di vista del modello matematico, passando dalla macchina cilindrica alla macchina lineare cambia relativamente poco. Le equazioni di macchina non variano sia nel sistema delle coordinate di fase, sia nel sistema di coordinate dq. In realtà, qualcosa cambia a causa del fatto che la macchina elettrica ha un'estensione limitata, infatti le bobine interne hanno la bobina dell'altra fase contigua, le bobine terminali (B- e C+, in questo caso) da una parte hanno una bobina ma dall'altra parte non hanno niente. Questo provoca uno sbilanciamento della mutue induttanze in quanto c'è l'effetto di bordo della macchina (che è in genere di scarsa entità grazie all'elevato numero di bobine). Possiamo quindi assumere che le due macchine siano elettricamente identiche perché hanno lo stesso modello matematico elettrico e quindi le equazioni in dq sono identiche. Ciò che cambia è solo la parte elettromeccanica, come mostrato in figura 8.

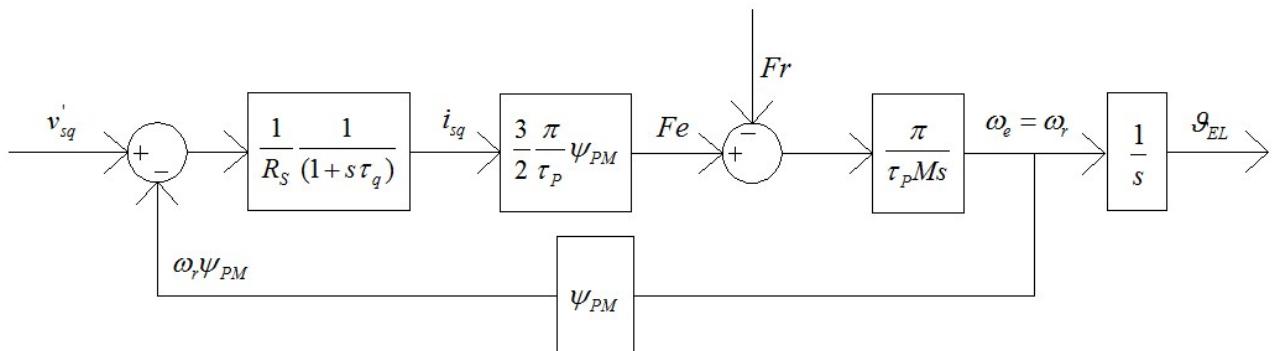


Figura 8

L'equazione elettromeccanica è la seguente:

$$M \cdot a = F_e - F_r \quad (8)$$

Dove:

- M : massa parte mobile;
- a : accelerazione lineare $\left[\frac{m}{s^2}\right]$;
- F_e : forza elettromagnetica;
- F_r : forza resistente (carico applicato).

La massa M include quella del movente e quella del carico, in modo analogo a quello che succede per le macchine rotanti quando dobbiamo sommare all'inerzia del motore, quella del carico. L'accelerazione ha la seguente espressione:

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2\vartheta_{EI}(\tau_P/\pi)}{dt^2} = \frac{\tau_P}{\pi} \frac{d^2\vartheta_{EI}}{dt^2} = \frac{\tau_P}{\pi} \frac{d\omega_r}{dt} \quad (9)$$

dove ω_r è la pulsazione elettrica della macchina. Sostituendo (9) in (8) l'equazione elettromeccanica assume una espressione molto simile a quella utilizzata per le macchine rotanti:

$$M \frac{\tau_P}{\pi} \frac{d\omega_r}{dt} = F_e - F_r \quad (10)$$

Quindi, con riferimento al diagramma a blocchi di figura 5, alla forza elettromagnetica F_e è sottratta la forza resistente F_r . La differenza delle due forze è pari al primo membro della relazione (10). Trasformando (10) secondo Laplace si giustifica facilmente il resto del diagramma a blocchi. In particolare, il rapporto $\frac{\pi}{\tau_P M}$ è il reciproco del guadagno, mentre s è la trasformata di Laplace della derivata.

Fino ad ora il modello delle macchine elettriche è stato studiato con le grandezze elettriche. Finché si tratta di rotazioni la differenza tra grandezze elettriche e grandezze meccaniche non è rilevante, perché tra loro c'è solo un fattore di scala. Quando si parla di traslazioni, la grandezza meccanica (traslazione) è diversa rispetto alla rotazione e, quindi la differenza è più rilevante.

Si potrebbe utilizzare un modello con le valibili meccaniche ma, ovviamente, bisognerebbe dare il set-point in modo opportuno tenendo presente la differenza tra le due grandezze. Un compromesso può essere un modello misto, cioè le equazioni elettriche saranno descritte con le variabili elettriche per comodità, ma nel momento in cui si deve dare un set-point si fa in modo tale che venga dato in variabili meccaniche e poi venga moltiplicandolo per $\frac{\pi}{\tau_P}$ in modo tale da essere tradotto in radianti elettrici così da renderlo utilizzabile dallo schema di controllo. Questo si ottiene mettendo un blocco di guadagno $\frac{\tau_P}{\pi}$ subito dopo il set-point.

6.5 MACCHINA TUBOLARE

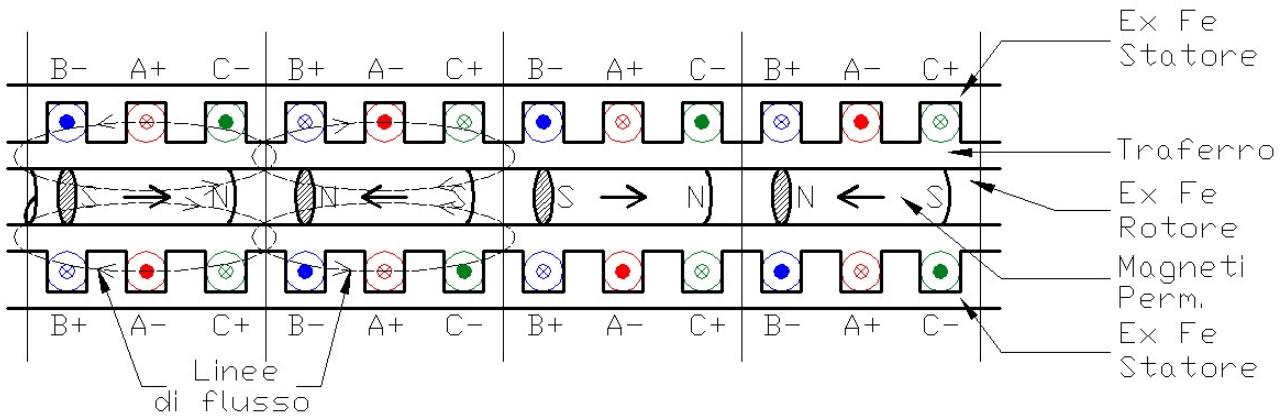


Figura 9

La versione tubolare della macchina è molto simile a quella lineare, infatti la macchina tubolare è la rivoluzione nel piano della macchina lineare attorno al proprio asse orizzontale. Il magnete permanente che prima era un parallelepipedo, ora è un cilindro; le bobine invece di essere dritte, ora sono dei toroidi (deglì anelli) che scorrono attorno ai magneti permanenti. Un motore tubolare lineare è costituito fondamentalmente da un albero, detto *rod*, e da una carcassa (*mover*) in cui sono disposti gli avvolgimenti del circuito di armatura. Il rod è un albero che contiene al suo interno (o sulla sua superficie) i magneti permanenti che sostituiscono circuito di eccitazione. La carcassa che ospita il circuito di armatura è solitamente costituita da una serie di dischi cilindrici di metallo sui quali sono realizzati un incavo per alloggiare le bobine ed un foro necessario per lo scorrimento relativo tra i due componenti. La disposizione degli avvolgimenti, in tal caso, rispecchia quella di una omonima macchina rotante.

Una particolare classe di motori tubolari a magneti permanenti è quella in cui la carcassa è priva di ferro. Lo schema di un motore tubolare a magneti permanenti “ironless” è mostrata in Fig. 10. Questa tipologia di motore tubolare consente di raggiungere valori di forza elettromagnetica più ridotti rispetto alla configurazione “iron core”, tuttavia il *ripple* di forza si riduce notevolmente, poiché la *cogging force* in tal caso è assente.

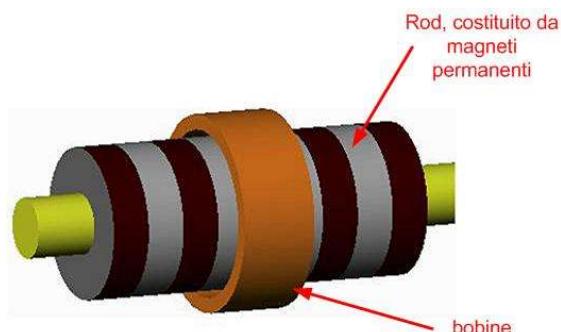


Figura 10. Struttura di un motore tubolare “ironless.”

Ogni bobina è un toroide avvolto, e ciò permette di non avere le testate, infatti i percorsi di richiusura (parte passiva) dell'avvolgimento in questo caso non esistono. Nei motori rotanti di piccola potenza molte volte la quantità di rame che sta al di fuori della cava, cioè la quantità di rame che non produce coppia elettromagnetica è confrontabile con la quantità di rame che sta nella cava, cioè la lunghezza dei conduttori attivi e quella dei conduttori passivi è quasi uguale; ciò vuol dire che la macchina fa il doppio di perdite Joule rispetto a quelle

strettamente necessarie per produrre una certa coppia elettromagnetica. Nella macchina tubolare questo problema è risolvibile in quanto non esiste una parte passiva dei conduttori perché il conduttore ruotando attorno al magnete permanente riesce a concatenare il flusso di rotore in tutte le direzioni e quindi non c'è un tratto passivo, se non quello che collega le bobine all'alimentazione esterna.

Se si dovesse magnetizzare la macchina in modo coerente con il disegno della macchina lineare monolatera, si dovrebbe realizzare una magnetizzazione cilindrica radiale, ma sarebbero necessari dei magneti cavi come quelli mostrati in figura 11a. Si preferisce magnetizzare il magnete in senso assiale, potendo utilizzare quindi un cilindro pieno, come indicato in figura 11b. Il magnete successivo avrà sempre magnetizzazione assiale ma opposta rispetto al precedente. Il fatto di avere dei magneti pieni, e non dei magneti cavi, permette di aumentare il flusso al traferro della macchina e quindi la densità di coppia che la macchina produrrà a parità di volume. Le linee di flusso saranno uscenti dal polo nord e si piegheranno nella struttura statorica entrando nel polo sud del magnete; la stessa cosa accade per il magnete successivo, ma le linee di flusso avranno verso contrario. Tutto ciò vale sia per la parte superiore che per quella inferiore della macchina: le linee di flusso hanno una simmetria di rivoluzione intorno all'asse di traslazione della macchina.

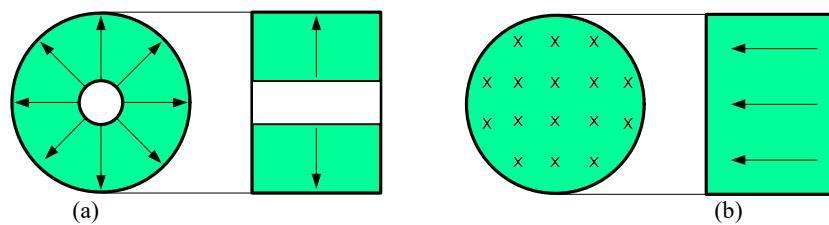


Figura 2 Magnete permanente con magnetizzazione radiale (a) e con magnetizzazione assiale (b)

7 AZIONAMENTI CON MOTORI AD INDUZIONE

7.1 CONTROLLO SCALARE DI MOTORI AD INDUZIONE

La maggior parte dei motori in commercio per taglie industriali da pochi kW a qualche decina di kW in applicazioni come pompe, ventilatori e compressori sono ad induzione per ragioni storiche (avviamento semplice del motore e possibilità di lavoro in assenza di un sistema di controllo) e per motivi tecnici (robustezza, assenza di spazzole, ecc...).

Il controllo più semplice che si può implementare con un motore a induzione è il controllo scalare che esprime la coppia a regime permanente:

$$C_e = 3n_p \left(\frac{E_{ms}}{\omega_s} \right)^2 \frac{1}{2L'_{dr}} \frac{2s\omega_s T_{TR}}{1 + (s\omega_s T_{TR})^2}$$

Trascurando le derivate delle variabili elettriche si ottiene una rappresentazione approssimativa del comportamento della macchina che non consentirà di raggiungere prestazioni dinamiche di rilievo. Nella maggior parte delle applicazioni (pompe, ventilatori, compressori, ecc...) le prestazioni dinamiche (tempi di avviamento e reiezione al disturbo) non sono il requisito principale per cui possono essere affrontate utilizzando sistemi di controllo più semplici di quello vettoriale. Per implementare il controllo scalare serve solo la conoscenza dei parametri di targa del motore, a differenza del controllo vettoriale che, come si vedrà nel seguito, richiede la conoscenza dei parametri del modello equivalente della macchina. I parametri che costituiscono la equazione della coppia elettromagnetica sono:

ω_s = pulsazione di statore

$s\omega_s = \omega_s - \omega_r$ = scorrimento

ω_r = velocità elettrica di rotore $\left[\frac{\text{rad}_\text{elett}}{\text{sec}} \right]$

$T_{TR} = \frac{L_{dr}}{R_r}$ costante di tempo transitoria di rotore

Per la definizione di \bar{E}_{ms} si faccia riferimento al circuito equivalente monofase di figura 1.

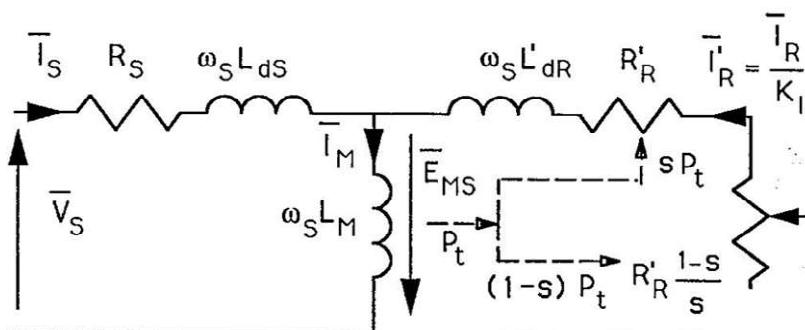


Figura 1

Applicando in ingresso la tensione \bar{V}_S , circola una corrente \bar{I}_S ; nel circuito risultano una caduta di tensione sulla resistenza statorica ($R_S \bar{I}_S$), una caduta di tensione sulla induttanza di dispersione dello statore ($j\omega_S L_{ds}$). La tensione residua, cioè la tensione ai capi del ramo trasversale è definita \bar{E}_{ms} (forza elettromotrice al traferro della macchina).

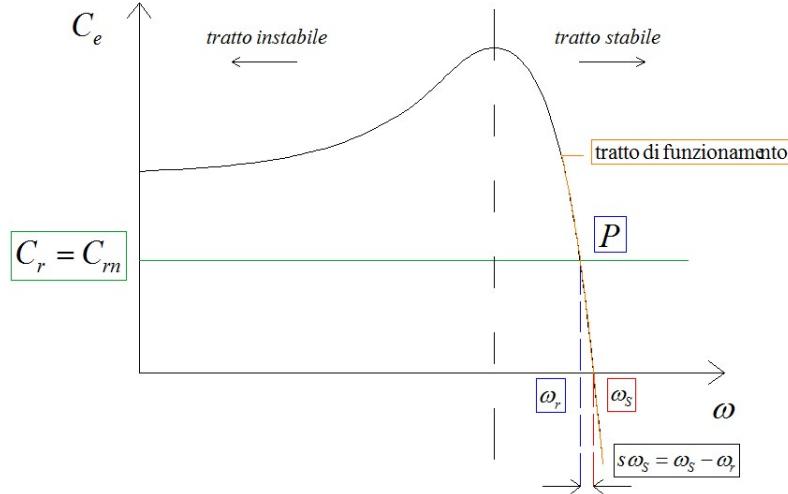


Figura 2

La pulsazione di statore ω_S individua il punto di intersezione della caratteristica con l'asse delle ascisse. All'avviamento la coppia (l'intersezione con l'asse delle ordinate) è tra una e due volte la coppia nominale C_{rn} , mentre la coppia massima (vertice della caratteristica) può arrivare a 3 ÷ 4 volte C_{rn} .

Supponendo di avere una coppia di carico applicata costante e pari alla coppia di carico nominale C_{rn} , indipendente dalla velocità di rotazione, il punto di lavoro della macchina P è dato dall'intersezione della caratteristica del motore con la caratteristica del carico con ascissa pari a ω_r .

A vuoto meccanico ($C_r = 0$) il punto di lavoro coincide con l'asse delle ascisse ($\omega_r = \omega_S$); all'aumentare della coppia di carico la velocità ω_r si riduce. Per coppie comprese tra zero e la coppia nominale tale riduzione di velocità è di modesta entità. Quindi, quando il punto di lavoro si trova nel tratto di normale funzionamento, nella espressione della coppia elettromagnetica si può trascurare il termine $(s\omega_S T_{TR})^2$ e allora la coppia elettromagnetica risulta funzione solo di $s\omega_S$:

$$C_e \propto s\omega_S$$

Quindi $C_e = k's\omega_S$. In linea di massima, tutti gli altri termini che costituiscono l'equazione della coppia elettromagnetica risultano costanti perché T_{TR} è numero costante come lo sono anche L'_{dr} e n_p .

Il rapporto $\frac{E_{ms}}{\omega_S}$ lo si mantiene volontariamente costante perché rappresenta il modulo del flusso al traferro della macchina ϕ_{ms} dato che il flusso è la derivata della forza elettromotrice e siamo in regime sinusoidale:

$$\bar{E}_{ms} = j\omega_S \bar{\phi}_{ms}$$

In genere si fa lavorare la macchina con un flusso al traferro costante in modo da sfruttare opportunamente il materiale magnetico di cui è fatta la macchina. Abbassando la densità di flusso si riduce la coppia prodotta a parità di massa e volume, aumentandola aumentano le perdite e si riduce l'efficienza.

Mantenendo il flusso al traferro costante e variando la frequenza di alimentazione, la caratteristica del motore varia come mostrato in figura 2.

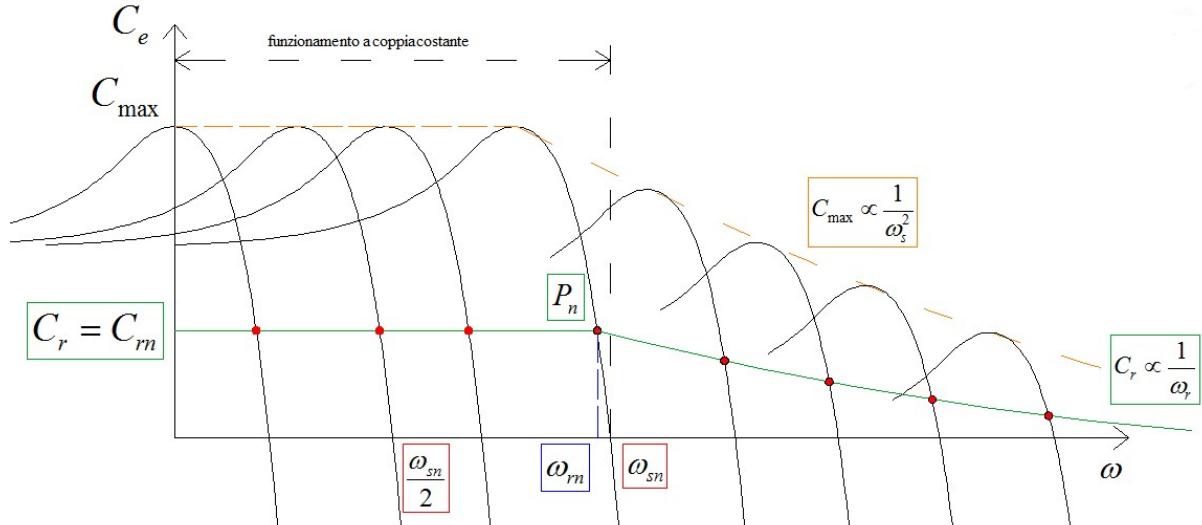


Figura 3

La caratteristica a frequenza nominale è quella per cui $\omega_s = \omega_{sn}$. Se si dimezza la frequenza di alimentazione, l'intercetta con l'asse delle ascisse si dimezza anch'essa e risulta pari a $\frac{\omega_{sn}}{2}$. Per lavorare con flusso costante, il rapporto $\frac{E_{ms}}{\omega_s}$ deve mantenersi costante e quindi al dimezzarsi della pulsazione di alimentazione deve anche dimezzarsi la E_{ms} e quindi anche la tensione di alimentazione V_s (le cadute di tensione sulla resistenza e sulla induttanza di dispersione di statore sono in genere piccole). Il valore di picco della caratteristica di coppia, detto coppia massima C_{max} si mantiene costante se è costante il flusso al traferro:

$$C_{max} = 3n_p \left(\frac{E_{ms}}{\omega_s} \right)^2 \frac{1}{2L'_{dr}}$$

Di conseguenza, al variare della frequenza tra 0 e ω_{sn} la caratteristica coppia-velocità trasla mantenendosi parallela a se stessa. Questo permette la regolazione della velocità di rotazione ω_r . È anche possibile produrre la coppia massima anche a macchina ferma, riducendo i tempi di avviamento del motore.

Allora per un valore di frequenza di alimentazione compreso tra 0 e ω_{sn} è possibile lavorare per qualsiasi valore di velocità ω_r , con una qualunque coppia tra 0 e C_{max} (fatti salvo eventuali problemi di raffreddamento della macchina a velocità particolarmente ridotte). Tale regione di funzionamento è definita a coppia costante.

La potenza in uscita dalla macchina non può eccedere la potenza nominale.

In corrispondenza del punto nominale P_n si ha:

$$\omega_r = \omega_{rn}; \quad V_s = V_{sn}; \quad I_s = I_{sn}$$

La potenza meccanica vale:

$$P_{mecc} = C_{en} \cdot \frac{\omega_{rn}}{n_p} = P_{mecc\ nominal}$$

la potenza elettrica vale (supponendo un motore elettrico trifase):

$$P_e = \frac{P_{mecc}}{\eta} = 3V_s I_s \cos\varphi_n$$

Per un valore di $\omega_s > \omega_{sn}$, la macchina può lavorare con un valore di $\omega_r > \omega_{rn}$ purchè siano sostenibili le sollecitazioni meccaniche. Se si superasse la potenza nominale, o la tensione applicata o la corrente assorbita dovrebbero essere maggiori dei rispettivi valori nominali ($V_s > V_{sn}$ oppure $I_s > I_{sn}$). Questo non è ammissibile per motivi di isolamento (tensione) o per motivi di eccessivo riscaldamento (corrente). Quindi, superata la velocità nominale la coppia erogabile si riduce rispetto al valore nominale in modo inversamente proporzionale alla velocità, in modo da mantenere la potenza costante:

$$C_e = n_p \frac{P_n}{\omega_r}$$

Oltre la velocità nominale la tensione non può aumentare, quindi anche la forza elettromotrice E_{ms} resta costante e la coppia massima C_{max} si riduce con legge proporzionale all'inverso di ω_s^2 :

$$C_{max} \propto \frac{1}{\omega_s^2}$$

Di conseguenza all'aumentare della frequenza di alimentazione, la caratteristica della coppia elettromagnetica trasla verso destra ma non si mantiene uguale a se stessa a causa della riduzione della coppia massima. Per $\omega_r \approx 2 \div 3 \omega_{rn}$ la coppia massima raggiunge la coppia nominale C_{rn} (in quanto decresce più velocemente). Per velocità ancora maggiori si potrà lavorare al più con coppia massima e la potenza erogabile decrescerà con la velocità.

Il metodo di controllo prende il nome di scalare dato che si controlla una sola quantità data dal rapporto tra forza elettromotrice e frequenza (quindi si controlla il flusso). Per tale motivo il controllo prende anche il nome di controllo tensione-frequenza o controllo V/Hz (“volt su hertz”) costante. Nel seguito saranno realizzati una serie di schemi di controllo scalare facendo diverse ipotesi semplificative.

7.1.1 Ipotesi: $\omega_s \approx \omega_r$ e $\bar{E}_{ms} \approx \bar{V}_s$

Supporre $\bar{E}_{ms} \approx \bar{V}_s$ significa trascurare gli effetti della resistenza di statore e della induttanza di dispersione. Per supporre $\omega_s \approx \omega_r$ è necessario approssimare la caratteristica della macchina nel tratto di lavoro ad una retta verticale. Questo può essere accettato in applicazioni che non richiedano una regolazione particolarmente accurata della velocità di rotazione. La figura 4 mostra un diagramma a blocchi che implementa il controllo scalare con queste ipotesi semplificative.

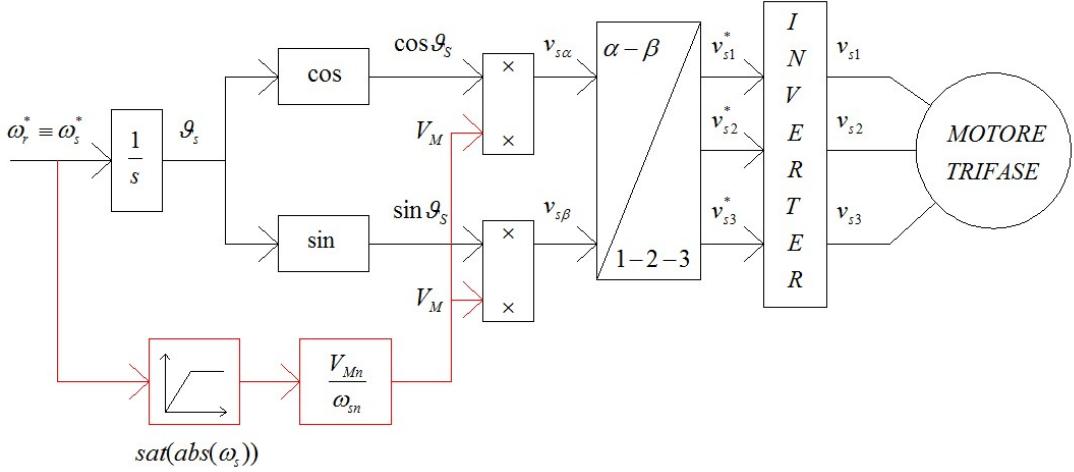


Figura 4

In ingresso allo schema a blocchi si ha la velocità di rotazione chiesta dall'utente. Lo schema di controllo impone una pulsazione di statore uguale alla velocità richiesta: $\omega_r^* \equiv \omega_s^*$. L'integrale della pulsazione di riferimento fornisce la posizione del vettore rappresentativo della tensione di alimentazione ϑ_s . Per definire la tensione di alimentazione dello statore della macchina è necessario conoscere l'ampiezza della tensione di alimentazione, in quanto le tensioni di alimentazione hanno espressione:

$$v_{s1} = V_M \cos(\vartheta_s(t))$$

$$v_{s2} = V_M \cos(\vartheta_s(t) - \frac{2}{3}\pi)$$

$$v_{s3} = V_M \cos(\vartheta_s(t) - \frac{4}{3}\pi)$$

in cui

$$\vartheta_s(t) = \int_0^t \omega_s(t) dt$$

Inoltre il vettore rappresentativo della terna delle tensioni di alimentazione è definito come:

$$\bar{v}_{s\alpha\beta} = V_M e^{j\vartheta_s(t)} = V_M \cos \vartheta_s(t) + j V_M \sin \vartheta_s(t) = v_{s\alpha} + j v_{s\beta}$$

Per calcolare V_M bisogna ricordare che si è ipotizzato $\bar{E}_{ms} \approx \bar{V}_S$; quindi per lavorare con flusso costante:

$$\phi_{ms} = \frac{E_{ms}}{\omega_s} = cost \approx \frac{V_s}{\omega_s}$$

Di conseguenza anche:

$$\frac{\sqrt{2}V_s}{\omega_s} = cost \Rightarrow \frac{V_M}{\omega_s} = cost$$

Il rapporto $\frac{V_M}{\omega_s} = cost$ deve essere pari al valore del flusso che si ottiene in condizioni nominali, quindi nel punto P_n (nominale) deve risultare:

$$\frac{V_{Mn}}{\omega_{sn}} = \frac{V_M}{\omega_s} \quad \forall \omega_s \in [0, \omega_{sn}]$$

E quindi:

$$V_M = |\omega_s| \frac{V_{Mn}}{\omega_{sn}}$$

come realizzato in figura 4. Quanto detto è valido per punti di funzionamento compresi tra 0 e ω_{sn} (regione a flusso costante). Oltre la velocità nominale la tensione deve essere mantenuta di ampiezza costante e pari a quella nominale. Questo si implementa con un blocco di saturazione, posto a monte del calcolo della tensione per limitare ω_s entro ω_{sn} . La pulsazione di alimentazione aumenterà, ma la tensione resterà pari a quella nominale. Il flusso al traferro risulterà ridotto in modo proporzionale all'aumento di velocità: si parla di funzionamento a flusso indebolito.

7.1.2 Ipotesi: $\omega_s \neq \omega_r$ e $\bar{E}_{ms} \approx \bar{V}_s$

Nel funzionamento da motore, la velocità effettiva del motore sarà inferiore rispetto alla pulsazione di alimentazione. In applicazioni nelle quali è necessaria una regolazione precisa della velocità, almeno in condizioni di regime, non è accettabile l'ipotesi di considerare velocità e pulsazione di alimentazione uguali tra loro. La regolazione fine della velocità è in genere associata all'utilizzo di schemi di controllo in retroazione. Si potrebbe utilizzare un regolatore di velocità che abbia in uscita la pulsazione di alimentazione, come mostrato in figura 5. Il regolatore trasla la caratteristica coppia velocità verso destra o sinistra per regolare la velocità. Un tale schema non avrebbe alcun controllo sulla corrente assorbita dal motore. Ad esempio, nel caso in cui ci fosse un guasto che impedisce al rotore di muoversi, il regolatore continuerebbe ad aumentare frequenza e tensione fino a raggiungere almeno i valori nominali. La corrente assorbita in tali condizioni sarebbe diverse volte maggiore di quella nominale e potrebbe danneggiare il convertitore (il motore può tollerare delle correnti elevate purché intervengano rapidamente le protezioni termiche).

Questo tipo di problemi si superano modificando lo schema di controllo come mostrato in figura 6. Il regolatore di velocità fornisce lo scorrimento $s\omega_s = \omega_s - \omega_r$ al quale si somma la velocità misurata per ottenere la pulsazione di alimentazione. Il vantaggio di questo schema è dato dalla possibilità di controllare il valore massimo della corrente assorbita dal motore inserendo una limitazione all'azione di controllo del regolatore: il regolatore sarà di tipo antiwind-up e la massima azione di controllo sarà limitata per esempio al doppio dello scorrimento di coppia nominale $2(s\omega_s)_n$. Definito $(s\omega_s)_n = \omega_{sn} - \omega_{rn}$, in condizioni nominali lo scorrimento nominale corrisponde alla coppia elettromagnetica nominale e la corrente assorbita dal motore in tale condizione è pari alla corrente nominale. Limitando l'azione di controllo entro $\pm 2(s\omega_s)_n$, la macchina risulterà alimentata in modo tale che lo scorrimento sarà contenuto al più entro il doppio dello scorrimento nominale e la corrente sarà approssimativamente limitata entro il doppio della corrente nominale. Nella regione di funzionamento stabile del motore (tratto di normale funzionamento), le relazioni tra coppia, corrente e scorrimento sono pressoché lineari.

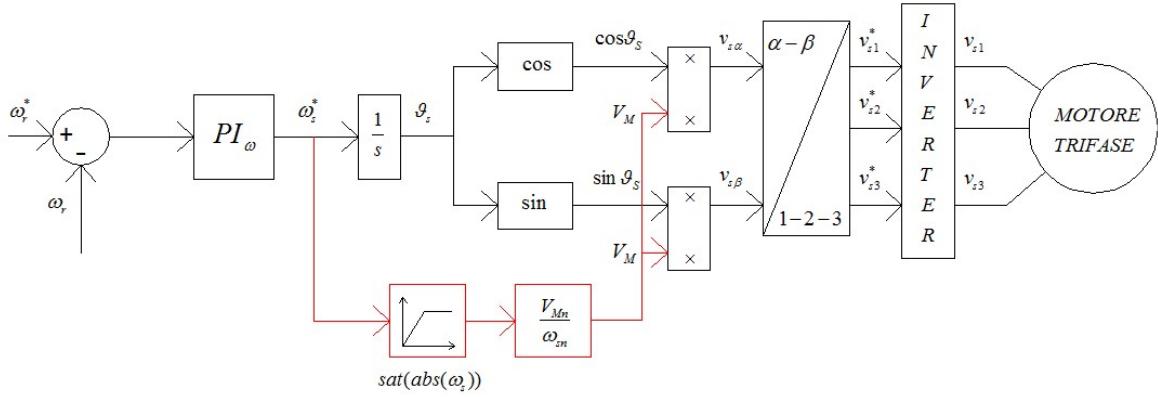


Figura 5

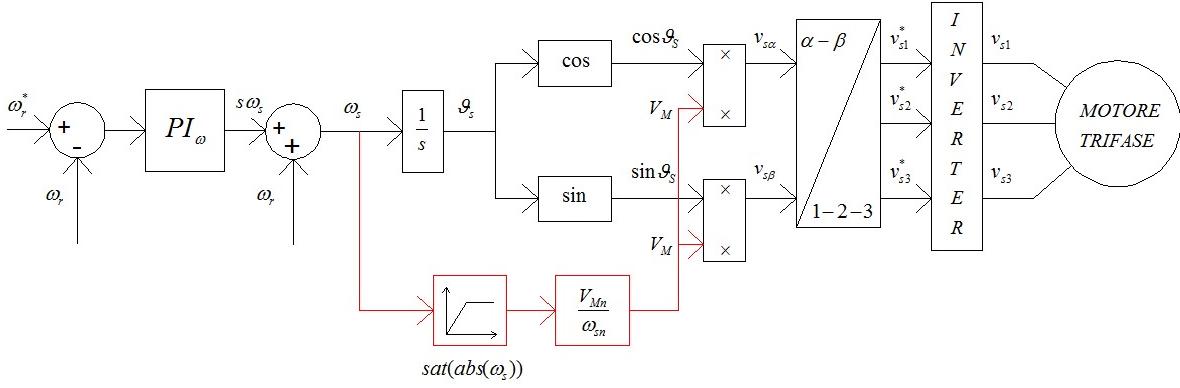


Figura 6

Utilizzando lo schema di figura 6, nel caso di funzionamento a rotore bloccato il set-point di velocità sarebbe quello nominale ma la velocità misurata è nulla e quindi il regolatore tende ad aumentare lo scorrimento di riferimento al più a $2(s\omega_s)_n$. Il motore risulterebbe alimentato con una pulsazione ω_s pari al massimo valore ammesso per lo scorrimento $\omega_s - \omega_r (= 0) = 2(s\omega_s)_n$. Limitando lo scorrimento massimo è possibile limitare la corrente entro limiti tollerabili dal convertitore almeno fino all'intervento delle protezioni termiche.

7.1.3 Ipotesi: $\bar{E}_{ms} \neq \bar{V}_S$

I precedenti schemi di controllo, considerando $\bar{E}_{ms} \cong \bar{V}_S$, mantengono costante il rapporto tra la tensione di alimentazione e la pulsazione anziché il rapporto tra la forza elettromotrice e la pulsazione di alimentazione. Questa approssimazione è poco significativa alle alte velocità ma potrebbe compromettere il funzionamento della macchina a velocità medio-basse. Per illustrare meglio il problema, si supponga di trascurare l'induttanza di dispersione (solo al fine di semplificare la trattazione matematica, nella pratica si potrebbe tenere conto anche di questo parametro), risulta quindi:

$$V_S = R_S I_S + E_{ms}$$

In condizioni nominali $\omega_s = \omega_{sn}$, il flusso è pari a $\phi_n = \frac{E_{msn}}{\omega_{sn}}$ e si ha:

$$V_{sn} = R_S I_{sn} + E_{msn}$$

Un esempio numerico potrebbe essere il seguente:

$$V_{sn} = 230V = 30V + 200V \quad (\omega_s = \omega_{sn})$$

In cui 30V è pari alla caduta di tensione ohmica, mentre 200V è la f.e.m. nominale.

Se si suppone $\bar{E}_{ms} = \bar{V}_S$, come negli schemi di controllo precedenti, volendo dimezzare la velocità si dimezza la tensione. Quindi, supponendo che il motore continui ad erogare la coppia nominale ed ad assorbire la corrente nominale, risulterebbe:

$$V_s = 115V = 30V + 85V \quad (\omega_s = \frac{\omega_{sn}}{2})$$

Dato che la caduta ohmica resta invariata perché la corrente per sostenere un certo carico resta invariata, in tutto il range di funzionamento tra 0 e ω_{sn} il primo termine di caduta ohmica resta costante se la coppia resistente è costante. La pulsazione di alimentazione si è dimezzata mentre la forza elettromotrice si è ridotta al $\frac{85}{200} = 42.5\%$. Il flusso non si mantiene costante, in quanto per $\omega_s = \frac{\omega_{sn}}{2}$ servirebbe una E_{ms} pari a 100V.

Quindi, dato che la E_{ms} si è ridotta del 15% in eccesso, anche il flusso si riduce del 15%.

Ne consegue che per $\omega_s = \frac{\omega_{sn}}{2}$ sarebbe possibile produrre al più l'85% della coppia nominale senza superare la corrente nominale della macchina. Se si dimezzasse ulteriormente la tensione, cioè ponendo per $\omega_s = \frac{\omega_{sn}}{4}$, $V_s = \frac{V_{sn}}{4}$ allora:

$$V_s = 57V = 30V + 27V \quad (\omega_s = \frac{\omega_{sn}}{4})$$

Per mantenere il flusso costante sarebbe necessaria $E_{ms} = \frac{E_{msn}}{4} = 50V$ e quindi circa il doppio della E_{ms} effettiva. Di conseguenza la macchina produce metà del flusso nominale e la coppia prodotta risulterà entro $C_e \propto \frac{\phi_n}{2} \cdot I_n = \frac{C_{en}}{2}$ a meno di non superare la corrente nominale.

Sarà quindi necessario modificare la caratteristica di controllo mostrata in figura 7 in modo da garantire una maggiore tensione di alimentazione alle basse velocità: si utilizza una caratteristica che intercetta l'asse delle ordinate per un valore di tensione pari alla tensione di boost V_{boost} (tensione che compensa la caduta di tensione sulla resistenza di statore). La nuova caratteristica è una retta che passa per i punti $[0; V_{boost}]$ e $[\omega_{sn}; V_{sn}]$. Questo boost di tensione permette di non smagnetizzare la macchina per basse velocità di rotazione. Nel diagramma a blocchi del controllo si modifica il calcolo dell'ampiezza della tensione di alimentazione come mostrato in figura 8. Il valore $V_{dc}/\sqrt{3}$ rappresenta la massima tensione disponibile in uscita ad un convertitore di tipo PWM-VSI.

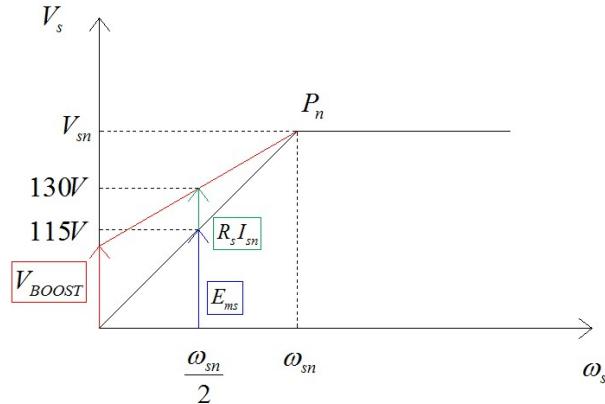


Figura 7

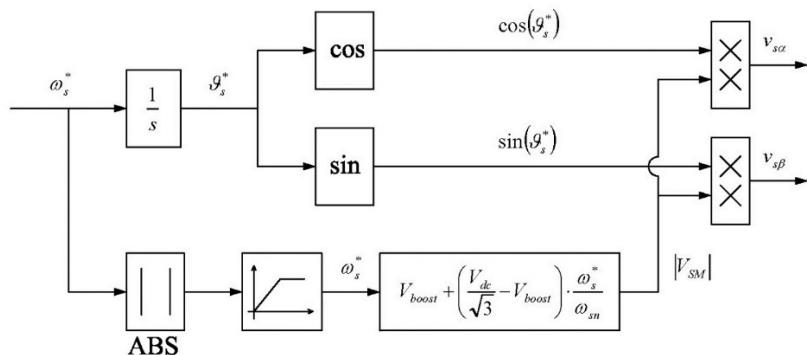


Figura 8

7.2 MODELLI MATEMATICI DEL MOTORE AD INDUZIONE VALIDI IN REGIME DINAMICO

Nello studio degli azionamenti industriali è necessario rappresentare il motore con un modello matematico in grado di descriverne il comportamento statico e dinamico della macchina e, nello stesso tempo, utile al fine del progetto del sistema di controllo relativo alla macchina stessa.

Un modello matematico del motore ad induzione è un sistema di equazioni algebrico differenziali che permette di determinare, in maniera univoca, l'evoluzione nel tempo e nello spazio delle grandezze incognite, a partire dagli ingressi e dai parametri caratteristici della macchina.

I modelli matematici più usati sono: il modello nel sistema di riferimento stazionario (α, β) e quello nel sistema di riferimento (d, q).

7.2.1 Equazioni di statore e di rotore nel sistema di riferimento stazionario (α, β)

Consideriamo inizialmente l'avvolgimento di statore di un motore asincrono trifase. Per ogni fase dell'avvolgimento di statore si può scrivere la seguente equazione differenziale:

$$v_{sf}(t) = R_s i_{sf}(t) + \frac{d}{dt} \lambda_{sf}(t) \quad \text{con } f = A, B, C \quad (1)$$

dove $\lambda_{sf}(t)$ rappresenta il flusso istantaneo concatenato con l'avvolgimento della generica fase f di statore, e R_s è la resistenza della generica fase f dell'avvolgimento di statore.

Le equazioni differenziali, definite dalla (1), possono essere espresse in termini di vettori rotanti nel sistema di riferimento (α, β) . L'asse reale α del sistema di riferimento è allineato con l'asse della fase A, come è mostrato in figura 1. Combinando linearmente le equazioni differenziali relative alle fasi A,B e C, come segue:

$$\bar{v}_{s\alpha\beta} = \frac{2}{3} (v_{sa} + \alpha v_{sb} + \alpha^2 v_{sc}) \quad (2)$$

con gli operatori complessi $\alpha = e^{j\frac{2}{3}\pi}$ ed $\alpha^2 = e^{j\frac{4}{3}\pi}$, si ottiene l'equazione differenziale complessa nel sistema di riferimento (α, β) , in termini di vettori rotanti $\bar{v}_{s\alpha\beta}$, $\bar{i}_{s\alpha\beta}$, $\bar{\lambda}_{s\alpha\beta}$. Risulta:

$$\bar{v}_{s\alpha\beta} = R_s \bar{i}_{s\alpha\beta} + \frac{d}{dt} \bar{\lambda}_{s\alpha\beta} \quad (3)$$

dove $\bar{v}_{s\alpha\beta}$, $\bar{i}_{s\alpha\beta}$ e $\bar{\lambda}_{s\alpha\beta}$ sono i vettori rotanti nel sistema di riferimento (α, β) rispettivamente dei sistemi trifase di tensione di statore, di corrente di statore e di flusso concatenato con gli avvolgimenti delle fasi dell'avvolgimento di statore.

Consideriamo ora le fasi di rotore e procediamo in modo analogo a quanto fatto per le fasi di statore. Indicato con (γ, δ) il sistema di riferimento complesso avente l'asse γ allineato con l'asse della fase a di rotore, ruotante a velocità angolare elettrica ω_r , si ottiene l'equazione differenziale complessa seguente:

$$\bar{v}_{r\gamma\delta} = R_r \bar{i}_{r\gamma\delta} + \frac{d}{dt} \bar{\lambda}_{r\gamma\delta} \quad (4)$$

Essendo l'avvolgimento di rotore chiuso in corto circuito, il vettore rotante della tensione rotorica è nullo.

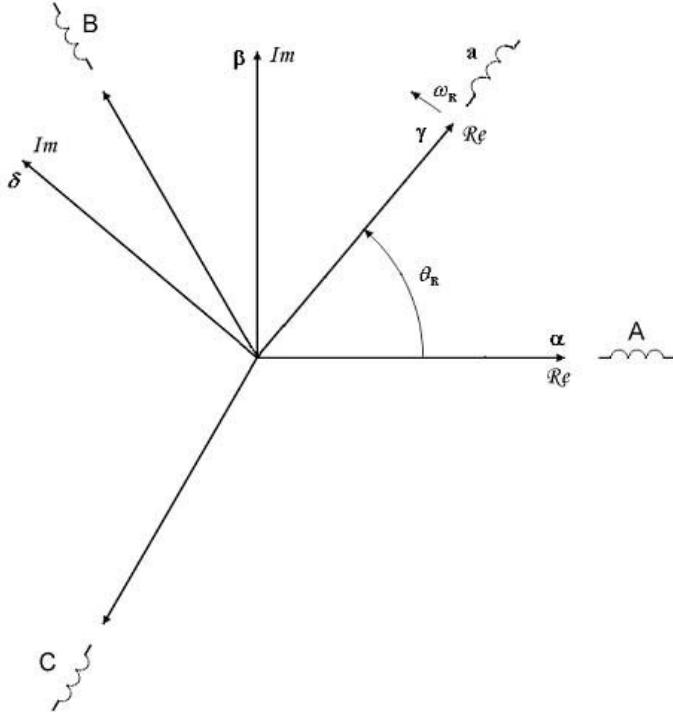


Fig. 1 – Sistema di riferimento stazionario (α, β) e sistema di riferimento complesso rotante (γ, δ)

Le grandezze elettriche di statore e di rotore devono essere definite in un unico sistema di riferimento, per ottenere un modello del motore ad induzione. Volendo usare il sistema di riferimento (α, β), l'equazione differenziale complessa delle fasi di rotore deve essere scritta in termini di vettori rotanti, rappresentativi delle grandezze rotoriche, nel suddetto sistema di riferimento. I vettori rotanti della corrente e del flusso di rotore sono dati dalle seguenti espressioni:

$$\bar{i}_{R\alpha\beta} = \bar{i}_{R\gamma\delta} e^{j\theta_R}, \quad \bar{\lambda}_{R\alpha\beta} = \bar{\lambda}_{R\gamma\delta} e^{j\theta_R} \quad (5)$$

essendo θ_R l'angolo elettrico tra l'asse della fase a di rotore e l'asse della fase A di statore.

Dalla seconda della (5) si ha:

$$\bar{\lambda}_{R\gamma\delta} = \bar{\lambda}_{R\alpha\beta} e^{-j\theta_R} \quad (6)$$

La derivata prima rispetto al tempo del flusso di rotore $\bar{\lambda}_{R\gamma\delta}$ è data dalla seguente relazione:

$$\frac{d\bar{\lambda}_{R\gamma\delta}}{dt} = \frac{d}{dt} (\bar{\lambda}_{R\alpha\beta} e^{-j\theta_R}) = \left(\frac{d}{dt} \bar{\lambda}_{R\alpha\beta} \right) e^{-j\theta_R} - j\omega_R \bar{\lambda}_{R\alpha\beta} e^{-j\theta_R} \quad (7)$$

dove $\omega_R = \frac{d}{dt} \theta_R$ è la velocità angolare elettrica del rotore. Sostituendo nella (4) la (7) e l'espressione relativa

a $\bar{i}_{R\gamma\delta}$, e moltiplicando per $e^{j\theta_R}$, si ottiene l'equazione di rotore nel riferimento stazionario:

$$0 = R_R \bar{i}_{R\alpha\beta} + \frac{d}{dt} \bar{\lambda}_{R\alpha\beta} - j\omega_R \bar{\lambda}_{R\alpha\beta} \quad (8)$$

Il modello elettrico del motore ad induzione nel sistema di riferimento (α, β) è dunque definito dalle equazioni complesse (3) e (8).

Le relazioni, che definiscono le componenti (α, β) dei flussi in funzione di quelle delle correnti di statore e di rotore, sono:

$$\bar{\lambda}_{S\alpha\beta} = L_S \bar{i}_{S\alpha\beta} + L_M \bar{i}'_{R\alpha\beta} \quad (9)$$

$$\bar{\lambda}'_{R\alpha\beta} = L'_R \bar{i}'_{R\alpha\beta} + L_M \bar{i}_{S\alpha\beta} \quad (10)$$

dove L_S e L_R rappresentano le induttanze apparenti rispettivamente di statore e di rotore, L_M l'induttanza magnetizzante e l'apice indica grandezze di rotore riportate allo statore.

Le equazioni ricavate per il motore ad induzione sono espresse in funzione sia delle correnti che dei flussi. Utilizzando le relazioni (9) e (10), è possibile ricavare un sistema di equazioni differenziali in cui compaiono solo le correnti degli avvolgimenti di statore e di rotore, solo i flussi di statore e di rotore, oppure la corrente degli avvolgimenti di statore e il flusso di rotore.

Generalmente sono utilizzati i modelli che impiegano come variabili di stato la corrente di statore e il flusso di rotore. In quest'ultimo caso si perviene al seguente modello:

$$\bar{v}_{S\alpha\beta} = R_S \bar{i}_{S\alpha\beta} + \sigma L_S \frac{d}{dt} \bar{i}_{S\alpha\beta} + \frac{L_M}{L'_R} \frac{d}{dt} \bar{\lambda}'_{R\alpha\beta} \quad (11)$$

$$0 = R'_R \left(\frac{1}{L'_R} \bar{\lambda}'_{R\alpha\beta} - \frac{L_M}{L'_R} \bar{i}_{S\alpha\beta} \right) + \frac{d}{dt} \bar{\lambda}'_{R\alpha\beta} - j\omega_R \bar{\lambda}'_{R\alpha\beta} \quad (12)$$

dove il fattore di dispersione σ è definito come segue:

$$\sigma = 1 - \frac{L_M^2}{L'_R L_S} \quad (13)$$

Le relazioni che legano la corrente dell'avvolgimento di rotore e il flusso di statore alle variabili di stato $\bar{\lambda}'_{R\alpha\beta}$, $\bar{i}_{S\alpha\beta}$ sono:

$$\bar{i}'_{R\alpha\beta} = \frac{1}{L'_R} \bar{\lambda}'_{R\alpha\beta} - \frac{L_M}{L'_R} \bar{i}_{S\alpha\beta} \quad (14)$$

$$\bar{\lambda}_{S\alpha\beta} = \sigma L_S \bar{i}_{S\alpha\beta} + \frac{L_M}{L'_R} \bar{\lambda}'_{R\alpha\beta} \quad (15)$$

Le derivate della corrente di statore e del flusso di rotore si possono ricavare dalle equazioni (11) e (12). Risulta:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \bar{i}_{S\alpha\beta} &= -\frac{1}{\sigma L_S} \left(R_S + \sigma_R \frac{L_M^2}{L'_R} \right) \bar{i}_{S\alpha\beta} + \frac{L_M \sigma_R}{\sigma L_S L'_R} \bar{\lambda}'_{R\alpha\beta} \\ &\quad - j\omega_R \frac{L_M}{\sigma L_S L'_R} \bar{\lambda}'_{R\alpha\beta} + \frac{\bar{v}_{S\alpha\beta}}{\sigma L_S} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\frac{d}{dt} \bar{\lambda}'_{R\alpha\beta} = \sigma_R L_M \bar{i}_{S\alpha\beta} - (\sigma_R - j\omega_R) \bar{\lambda}'_{R\alpha\beta} \quad (17)$$

dove:

$$\sigma_R = \frac{R'_R}{L'_R} = \frac{1}{T_R} \quad (18)$$

è l'inverso della costante di tempo di rotore.

Le equazioni differenziali (16) e (17) si risolvono al calcolatore. Ad esse si deve aggiungere l'equazione meccanica. Per ricavare l'espressione della coppia elettromagnetica, da introdurre nell'equazione meccanica, conviene esaminare l'espressione della potenza elettrica istantanea assorbita dal motore:

$$p = \text{Re} \left(\frac{3}{2} \bar{v}_{S\alpha\beta} \bar{i}_{S\alpha\beta}^* \right) \quad (19)$$

dove l'apice * indica il complesso coniugato. La potenza meccanica è il termine della potenza elettrica istantanea contenente la velocità angolare elettrica del rotore:

$$p_m = \text{Re} \left(\frac{3}{2} \frac{L_M}{L'_R} j\omega_R \bar{\lambda}'_{R\alpha\beta} \bar{i}_{S\alpha\beta}^* \right) \quad (20)$$

Dall'espressione della potenza meccanica in funzione della coppia elettromagnetica:

$$p_m = \frac{\omega_R}{n_p} C_e \quad (21)$$

si può ricavare:

$$C_e = \frac{n_p}{\omega_R} p_m = \frac{3}{2} n_p \frac{L_M}{L'_R} (\lambda'_{R\alpha} i_{S\beta} - \lambda'_{R\beta} i_{S\alpha}) \quad (22)$$

dove n_p è il numero di paia di poli.

L'equazione meccanica è la seguente:

$$\frac{d\omega_R}{dt} = \frac{3}{2} \frac{n_p^2}{J} \frac{L_M}{L'_R} (\lambda'_{R\alpha} i_{S\beta} - \lambda'_{R\beta} i_{S\alpha}) - \frac{n_p}{J} C_r \quad (23)$$

dove J è il momento di inerzia del motore e del carico, e C_r è la coppia resistente.

7.2.2 Equazioni di statore e di rotore nel sistema di riferimento rotante (d,q)

Per il controllo vettoriale di un motore ad induzione è più utile scrivere le equazioni statore e di rotore in un sistema di riferimento rotante (d,q).

Detto θ_{dq} l'angolo di sfasamento istantaneo tra il nuovo sistema di riferimento e quello stazionario (α, β), è

possibile passare dal sistema (α, β) a quello (d, q) moltiplicando i vettori rotanti per $e^{-j\theta_{dq}}$. Occorre, inoltre, considerare che:

$$\frac{d\bar{x}_{\alpha\beta}}{dt} = \frac{d}{dt}(\bar{x}_{dq} e^{j\theta_{dq}}) = \left(\frac{d}{dt} \bar{x}_{dq} \right) e^{j\theta_{dq}} + j\omega_{dq} e^{j\theta_{dq}} \bar{x}_{dq} \quad (24)$$

dove ω_{dq} è la velocità istantanea di rotazione del riferimento (d, q), $\bar{x}_{\alpha\beta}$ rappresenta il generico vettore nel sistema (α, β) e \bar{x}_{dq} quello corrispondente nel sistema (d, q). Le equazioni di statore e di rotore in coordinate (d, q) sono:

$$\bar{v}_{Sdq} = R_S \bar{i}_{Sdq} + \frac{d}{dt} \bar{\lambda}_{Sdq} + j\omega_{dq} \bar{\lambda}_{Sdq} \quad (25)$$

$$0 = R_R \bar{i}_{Rdq} + \frac{d}{dt} \bar{\lambda}'_{Rdq} - j(\omega_R - \omega_{dq}) \bar{\lambda}'_{Rdq} \quad (26)$$

Le equazioni (25) e (26) possono essere espresse in funzione dei vettori della corrente di statore e del flusso di rotore. Si ha:

$$\bar{v}_{Sdq} = R_S \bar{i}_{Sdq} + \sigma L_S \frac{d}{dt} \bar{i}_{Sdq} + j\omega_{dq} \sigma L_S \bar{i}_{Sdq} + \frac{L_M}{L'_R} \frac{d}{dt} \bar{\lambda}'_{Rdq} + j\omega_{dq} \frac{L_M}{L'_R} \bar{\lambda}'_{Rdq} \quad (27)$$

$$0 = -\sigma_R L_M \bar{i}_{Sdq} + \sigma_R \bar{\lambda}'_{Rdq} + \frac{d}{dt} \bar{\lambda}'_{Rdq} + j\omega_{dq} \bar{\lambda}'_{Rdq} - j\omega_R \bar{\lambda}'_{Rdq} \quad (28)$$

Per il *controllo ad orientamento di campo* (*Field Oriented Control, FOC*), si sceglie un sistema di riferimento avente l'asse reale d solidale con il vettore rotante rappresentativo del flusso concatenato con il rotore, vettore rotante alla velocità ω_φ , come mostrato in figura 2. Nel sistema scelto il vettore del flusso di rotore è, pertanto, una quantità reale:

$$\omega_{dq} = \omega_\varphi \Rightarrow \bar{\lambda}'_{Rdq} = \lambda'_R \quad (29)$$

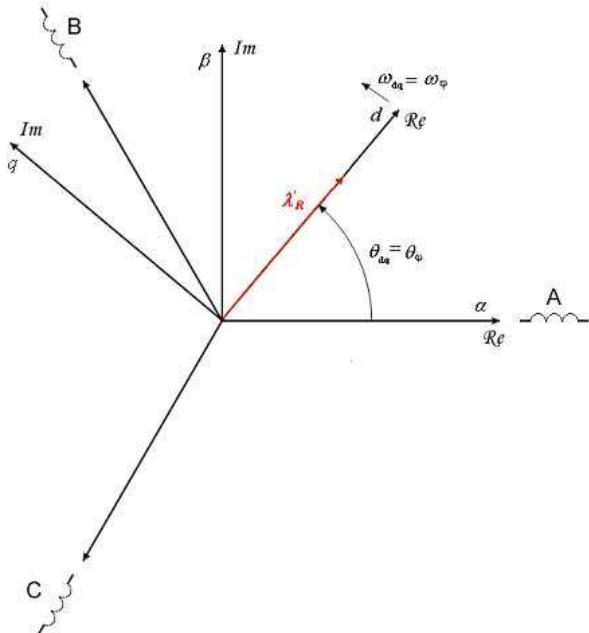


Fig. 2 - Sistema di riferimento avente l'asse reale d solidale con il vettore rappresentativo del flusso concatenato con il rotore
L'equazione di rotore secondo l'asse d, in altre parole la parte reale dell'equazione (28), è:

$$0 = -\sigma_R L_M i_{Sd} + \sigma_R \lambda'_R + s \lambda'_R \quad (30)$$

in cui l'operatore derivata è stato sostituito con l'operatore di Laplace. Dall'equazione precedente si ricava l'espressione del flusso di rotore:

$$\lambda'_R = \frac{\sigma_R L_M}{\sigma_R + s} i_{Sd} \Rightarrow \lambda'_R = \frac{L_M}{1 + T_R s} i_{Sd} \quad (31)$$

L'equazione (31) mostra che la componente della corrente di statore secondo l'asse d è la grandezza di comando del flusso di rotore.

La parte immaginaria dell'equazione di rotore (28) è.

$$0 = -\sigma_R L_M i_{Sq} + \omega_\phi \lambda'_R - \omega_R \lambda'_R \quad (32)$$

Dalla (32) si ricava l'espressione della velocità angolare del vettore rappresentativo del flusso concatenato con gli avvolgimenti di rotore:

$$\omega_\phi = \omega_R + \frac{\sigma_R L_M}{\lambda'_R} i_{Sq} \quad (33)$$

L'angolo di sfasamento tra l'asse d e l'asse α è:

$$\theta_\phi = \frac{\omega_\phi}{s} \quad (34)$$

L'equazione di statore secondo l'asse d è la parte reale della (27):

$$v_{Sd} = R_S i_{Sd} + \sigma L_S s i_{Sd} - \omega_\varphi \sigma L_S i_{Sq} + \frac{L_M}{L'_R} s \lambda'_R \quad (35)$$

Sostituendo la (31) nella (35) si ottiene:

$$v_{Sd} + \omega_\varphi \sigma L_S i_{Sq} = \left(R_S + \sigma L_S s + \frac{L_M^2}{L'_R} \frac{s}{1 + T_R s} \right) i_{Sd} \quad (36)$$

Tenendo presente che:

$$(1 - \sigma) L_S = \frac{L_M^2}{L'_R} \quad (37)$$

risulta:

$$v_{Sd} + \omega_\varphi \sigma L_S i_{Sq} = \left(1 + \sigma T_S s + (1 - \sigma) T_S \frac{s}{1 + T_R s} \right) R_S i_{Sd} \quad (38)$$

dove:

$$\frac{R_S}{L_S} = \frac{1}{T_S} \quad (39)$$

essendo T_S la costante di tempo di statore.

Dall'equazione (38) si ricava la funzione di trasferimento secondo l'asse d:

$$i_{Sd} = \frac{1}{R_S T_S T_R \sigma s^2 + (T_S + T_R)s + 1} (v_{Sd} + \omega_\varphi \sigma L_S i_{Sq}) \quad (40)$$

L'equazione di statore secondo l'asse q è la parte immaginaria della (27):

$$v_{Sq} = R_S i_{Sq} + \sigma L_S s i_{Sq} + \omega_\varphi \sigma L_S i_{Sd} - \omega_\varphi \sigma L_S i_{S\varphi} + \omega_\varphi \frac{L_M}{L'_R} \lambda'_R + \omega_\varphi \sigma L_S i_{S\varphi} \quad (41)$$

dove:

$$i_{S\varphi} = \frac{\lambda'_R}{L_M} \quad (42)$$

è la componente della corrente che genera il flusso di rotore.

Tenendo presente che:

$$\omega_\varphi \frac{L_S}{L_M} \lambda'_R = \omega_\varphi \lambda'_R \left(\frac{L_M}{L'_R} + \sigma \frac{L_S}{L_M} \right) \quad (43)$$

e sostituendo nella (41) si ottiene:

$$v_{Sq} - \omega_\varphi \sigma L_S (i_{Sd} - i_{S\varphi}) = R_S i_{Sq} + \sigma L_S s i_{Sq} + \omega_\varphi \frac{L_S}{L_M} \lambda'_R \quad (44)$$

Sostituendo nella equazione precedente la (33) si ha:

$$v_{Sq} - \omega_\varphi \sigma L_S (i_{Sd} - i_{S\varphi}) - \omega_R \frac{L_S}{L_M} \lambda'_R = \frac{R_S(T_S + T_R)}{T_R} \left(1 + \sigma \frac{T_S T_R}{T_S + T_R} s \right) i_{Sq} \quad (45)$$

Definiamo la costante di tempo T_a e la resistenza della macchina R_a secondo l'asse q come segue:

$$T_a = \sigma \frac{T_S T_R}{T_S + T_R} \quad (46)$$

$$R_a = \frac{R_S(T_S + T_R)}{T_R} \quad (47)$$

l'equazione (45) può essere riscritta nella seguente forma:

$$v_{Sq} - \omega_\varphi \sigma L_S (i_{Sd} - i_{S\varphi}) - \omega_R \frac{L_S}{L_M} \lambda'_R = R_a (1 + T_a s) i_{Sq} \quad (48)$$

Dall'equazione (48) possiamo ricavare la componente della corrente secondo l'asse q e, cioè, la funzione di trasferimento secondo l'asse q:

$$i_{Sq} = \frac{1}{R_a (1 + T_a s)} \left(v_{Sq} - \omega_\varphi \sigma L_S (i_{Sd} - i_{S\varphi}) - \omega_R \frac{L_S}{L_M} \lambda'_R \right) \quad (49)$$

Può essere facilmente dimostrato, sostituendo nella (22) alle componenti α, β le componenti d,q, che la coppia elettromagnetica ha la seguente espressione nel nuovo sistema di riferimento:

$$C_e = \frac{n_p}{\omega_R} p_m = \frac{3}{2} n_p \frac{L_M}{L'_R} \lambda'_R i_{Sq} \quad (50)$$

Dall'espressione precedente della coppia si vede che la grandezza di comando della coppia è la componente della corrente di statore secondo l'asse q, nell'ipotesi che il flusso di rotore sia mantenuto costante.

La particolare scelta degli assi (d,q) porta ad una espressione della coppia simile a quella della macchina a corrente continua. La componente della corrente di statore secondo l'asse q corrisponde alla corrente di armatura di un motore a corrente continua. La componente della corrente di statore secondo l'asse d corrisponde alla corrente di eccitazione di un motore a corrente continua. Il flusso di rotore corrisponde al flusso generato dall'avvolgimento di eccitazione del motore a corrente continua.

Il controllo del flusso di rotore e della coppia di un motore ad induzione deve essere di tipo vettoriale, nel senso che le grandezze di comando sono le componenti reale ed immaginaria del vettore di corrente di statore. Il controllo vettoriale è anche detto controllo ad orientamento di campo, poiché si controllano le componenti della corrente di statore orientate nella direzione del campo e nella direzione normale.

L'equazione meccanica in coordinate (d,q) risulta:

$$\frac{d\omega_R}{dt} = \frac{3}{2} \frac{n_p^2}{J} \frac{L_M}{L'_R} \lambda'_R i_{Sq} - \frac{n_p}{J} C_r \quad (51)$$

7.3 MODELLI PER LA SIMULAZIONE DEL MOTORE AD INDUZIONE

Il modello matematico del motore ad induzione nel sistema di riferimento (α, β) è solitamente utilizzato per la simulazione del motore. Il modello matematico del motore ad induzione nel sistema di riferimento (d, q) è solitamente utilizzato per la progettazione del sistema di controllo del motore. I modelli matematici sono posti, nel seguito, sotto la forma di diagrammi a blocchi, in modo da poter essere utilizzati con programmi come Simulink di Matlab.

7.3.1 Modello per la simulazione del motore ad induzione nel sistema di riferimento stazionario (α, β)

Le equazioni (16), (17) e (23) possono essere scritte nella seguente forma:

$$\bar{i}_{S\alpha\beta} = \frac{1}{s} (A_1 \bar{v}_{S\alpha\beta} - A_2 \bar{i}_{S\alpha\beta} + A_3 \bar{\lambda}'_{R\alpha\beta} - j\omega_R A_4 \bar{\lambda}'_{R\alpha\beta}) \quad (52)$$

$$\bar{\lambda}'_{R\alpha\beta} = \frac{1}{s} (A_5 \bar{i}_{S\alpha\beta} - \sigma_R \bar{\lambda}'_{R\alpha\beta} + j\omega_R \bar{\lambda}'_{R\alpha\beta}) \quad (53)$$

$$\omega_R = \frac{1}{s} (K_C (\lambda'_{R\alpha} i_{S\beta} - \lambda'_{R\beta} i_{S\alpha}) - C_r) \frac{n_p}{J} \quad (54)$$

dove:

$$A_1 = \frac{1}{\sigma L_S} \quad (55)$$

$$A_2 = \frac{1}{\sigma L_S} \left(R_S + \sigma_R \frac{L_M^2}{L'_R} \right) \quad (56)$$

$$A_3 = \frac{L_M \sigma_R}{\sigma L_S L'_R} \quad (57)$$

$$A_4 = \frac{L_M}{\sigma L_S L'_R} \quad (58)$$

$$A_5 = \sigma_R L_M \quad (59)$$

$$K_C = \frac{3}{2} n_p \frac{L_M}{L'_R} \quad (60)$$

Il modello per la simulazione del motore ad induzione, costituito dalle equazioni (52), (53) e (54), può essere implementato in Simulink come riportato nelle figure 3 e 4. Le equazioni complesse (52) e (53) sono state scomposte nelle parti reali ed immaginarie, anche se il software di simulazione consente la soluzione di equazioni complesse. Le variabili indicate con la lettera u sono le variabili di ingresso al Mux.

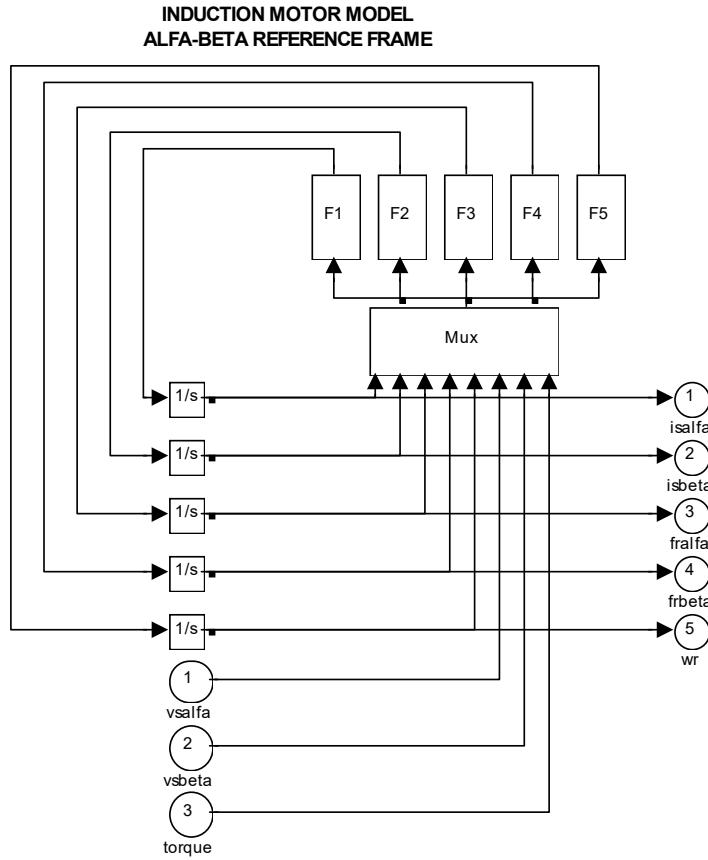


Fig. 3 - Modello per la simulazione del motore ad induzione in coordinate (α, β)



Fig. 4 – Blocchi del modello per la simulazione del motore ad induzione in coordinate (α, β)

In fig. 4 si è posto:

$$u[1] = i_{S\alpha} ; u[2] = i_{S\beta} ; u[3] = \lambda'_{R\alpha} ; u[4] = \lambda'_{R\beta} ; u[5] = \omega_R ; u[6] = v_{S\alpha} ; u[7] = v_{S\beta} ; u[8] = C_r ;$$

$$\sigma_R = \sigma_R .$$

7.3.2 Modello per la simulazione del motore ad induzione nel sistema di riferimento rotante (d,q)

Le equazioni (40) e (31) consentono di costruire il diagramma a blocchi del motore ad induzione secondo l'asse d. Dalle equazioni (49) e (51) è possibile ricavare il diagramma a blocchi secondo l'asse q. I due diagrammi sono mostrati nella figura 5. Il diagramma a blocchi del modello secondo l'asse q è simile a quello di un motore

a corrente continua. Il flusso di rotore λ'_R , moltiplicato per L_S / L_M , corrisponde al flusso di campo di un motore a corrente continua, la corrente i_{sq} alla corrente d'armatura. Si osserva, sia dalla figura 5 sia dalle equazioni (40) e (49), che per il motore ad induzione esistono due termini d'accoppiamento (non presenti nel caso di macchina a corrente continua) tra gli assi d e q:

$$v_{dc} = \omega_\phi \sigma L_S i_{sq} \quad (61)$$

$$v_{qc} = \omega_\phi \sigma L_S (i_{Sd} - i_{Sq}) \quad (62)$$

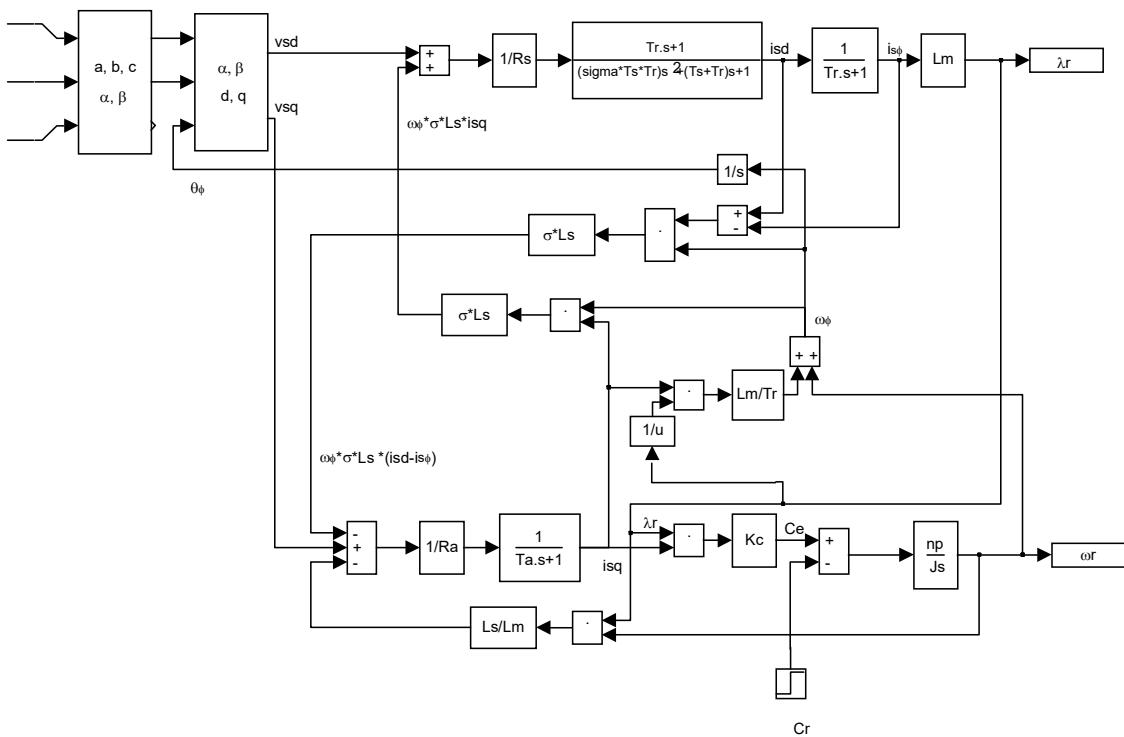


Fig. 5 - Modello per la simulazione del motore ad induzione in coordinate (d,q)

Nel caso in cui si alimenti il motore ad induzione mediante un convertitore di frequenza di tipo PWM controllato in tensione, è necessario disaccoppiare gli assi iniettando i termini $-v_{dc}$ e v_{qc} . Volendo compensare, oltre il termine di accoppiamento, anche quello di retroazione negativa (avente l'espressione $\omega_R \frac{L_S}{L_M} \lambda'_R$) occorre iniettare secondo l'asse q:

$$v_{qc} = \omega_\phi \sigma L_S (i_{Sd} - i_{Sq}) + \omega_R \frac{L_S}{L_M} \lambda'_R \quad (63)$$

7.4 CONTROLLO DIRETTO ED INDIRETTO DI UN MOTORE AD INDUZIONE

Un tempo i motori in c.c. erano i più impiegati nella realizzazione degli azionamenti elettrici per la semplicità del loro controllo basato sull'ortogonalità dei vettori rappresentativi del flusso di eccitazione e della forza magneto-motrice di armatura. Il disaccoppiamento tra queste due grandezze permette, infatti, un controllo

indipendente del flusso di eccitazione e della coppia elettromagnetica agendo rispettivamente sulla corrente di eccitazione e sulla corrente di armatura.

In una macchina in c.a. le distribuzioni spaziali del flusso di rotore e della f.m.m. di statore non sono più stazionarie ed ortogonali, ed inoltre ruotano con differenti velocità in regime transitorio. Questa maggiore complessità del sistema ed il problema dell'alimentazione con una tensione avente ampiezza e frequenza variabili, per regolare la velocità, hanno inizialmente impedito la realizzazione d'azionamenti con motori in c.a. a causa della difficoltà di effettuare sia un controllo efficace sia la conversione di frequenza.

Superato il secondo problema attraverso l'uso di convertitori statici di frequenza con dispositivi allo stato solido, restava da risolvere il primo punto. È stata la trasformazione del modello complesso della macchina ad induzione in quello di una macchina a c.c. equivalente a rendere possibile il “*controllo vettoriale*” o “*controllo ad orientamento di campo*”.

Per effettuare il controllo del motore ad induzione in un sistema rotante (d,q), con l'asse d allineato con il vettore rappresentativo del flusso di rotore, è necessario sia trasformare, in tale sistema, le correnti di fase misurate, allo scopo di retroazionarle, sia trasformare le variabili di controllo dal sistema (d,q) al sistema A,B,C. Per questo motivo è necessario determinare accuratamente la posizione angolare, rispetto all'asse α , del vettore rotante del flusso di rotore. Quest'ultima è la posizione angolare dell'asse d.

Il controllo vettoriale si può realizzare con due tecniche diverse, dette *controllo diretto* e *controllo indiretto* [12], a seconda di come si determina la posizione del vettore rappresentativo del flusso di rotore.

7.5 IL CONTROLLO DIRETTO E I MODELLI PER LA STIMA DEL FLUSSO DI ROTORE DEL MOTORE AD INDUZIONE

Attualmente, nel controllo diretto si usa il modello di corrente per la stima della posizione del flusso di rotore. Un tempo, il controllo diretto era implementato usando dei sensori ad effetto Hall, in grado di rilevare il campo al traferro. Da questo si otteneva il flusso di rotore aggiungendo il flusso disperso di rotore. I sensori ad effetto Hall sono risultati troppo sensibili alle variazioni di temperatura e alle sollecitazioni meccaniche, per cui sono stati sostituiti dai modelli di corrente.

7.5.1 Modello per la stima del flusso di rotore nel sistema di riferimento stazionario (α, β)

Il modello usato per la stima del flusso di rotore in coordinate (α, β) è basato sull'equazione di rotore (17), che può essere riscritta come segue:

$$\frac{\bar{\lambda}'_{R\alpha\beta}}{L_M} = \frac{1}{sT_R} \left(\bar{i}_{S\alpha\beta} - \frac{\bar{\lambda}'_{R\alpha\beta}}{L_M} + j\omega_R T_R \frac{\bar{\lambda}'_{R\alpha\beta}}{L_M} \right) \quad (64)$$

Scomponendo l'equazione precedente nelle parti reale ed immaginaria si ottiene:

$$\frac{\lambda'_{R\alpha}}{L_M} = \frac{1}{sT_R} \left(i_{S\alpha} - \frac{\lambda'_{R\alpha}}{L_M} - \omega_R T_R \frac{\lambda'_{R\beta}}{L_M} \right) \quad (65)$$

$$\frac{\lambda'_{R\beta}}{L_M} = \frac{1}{sT_R} \left(i_{S\beta} - \frac{\lambda'_{R\beta}}{L_M} + \omega_R T_R \frac{\lambda'_{R\alpha}}{L_M} \right) \quad (66)$$

Il diagramma a blocchi di figura 6 è costruito a partire dalle equazioni (65) e (66). Nello schema sono presenti anche dei blocchi per la stima di ω_φ , ottenuti dall'equazione (33). Nel caso si vogliano disaccoppiare gli assi (d,q), basta aggiungere i blocchi per la stima di v_{dc} e v_{qc} date dall'equazione (61) e (62), come mostrato in figura 7.

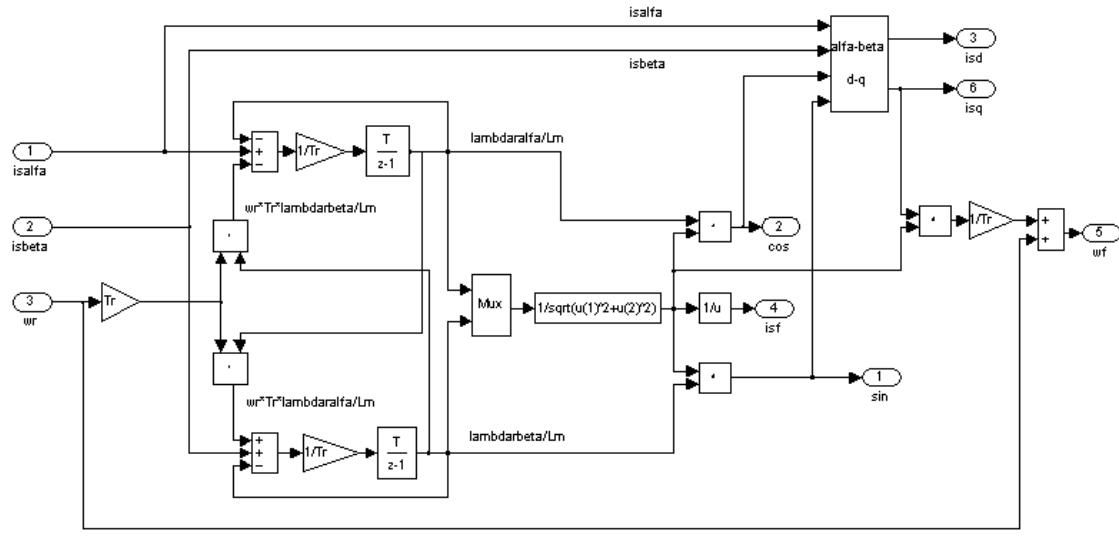


Fig. 6 - Modello di corrente per la stima del flusso di rotore in coordinate (α, β)

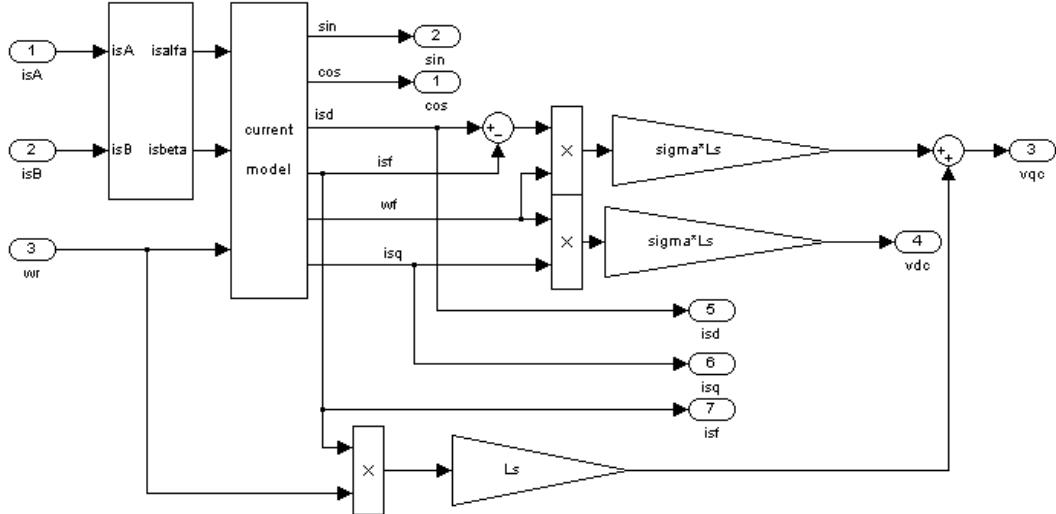


Fig. 7 – Diagramma a blocchi con modello di corrente e stima dei termini di disaccoppiamento

7.5.2 Modello per la stima del flusso di rotore nel sistema di riferimento rotante solidale con il rotore
L'equazione di rotore (28), nel riferimento (d,q), può essere riscritta in un sistema di riferimento con l'asse d solidale con l'asse della fase a del rotore, ponendo $\omega_{dq} = \omega_R$. Si ottiene così la seguente espressione:

$$\bar{i}_{Sdq} = \frac{\bar{\lambda}'_{Rdq}}{L_M} (1 + sT_R) \quad (67)$$

L'equazione precedente è stata usata per costruire il modello per la stima del flusso di rotore, riportato nella figura 8. Per determinare la posizione del vettore rappresentativo del flusso di rotore occorre: trasformare le

componenti (α, β) delle correnti di statore nel sistema (d,q) solidale con il rotore, calcolare le componenti del flusso di rotore usando l'equazione (67) ed effettuare la trasformazione inversa di queste componenti nel sistema (α, β). La qualità della stima delle componenti del flusso di rotore, mediante i modelli di corrente, è legata alla conoscenza della costante di tempo di rotore, che varia con la temperatura.

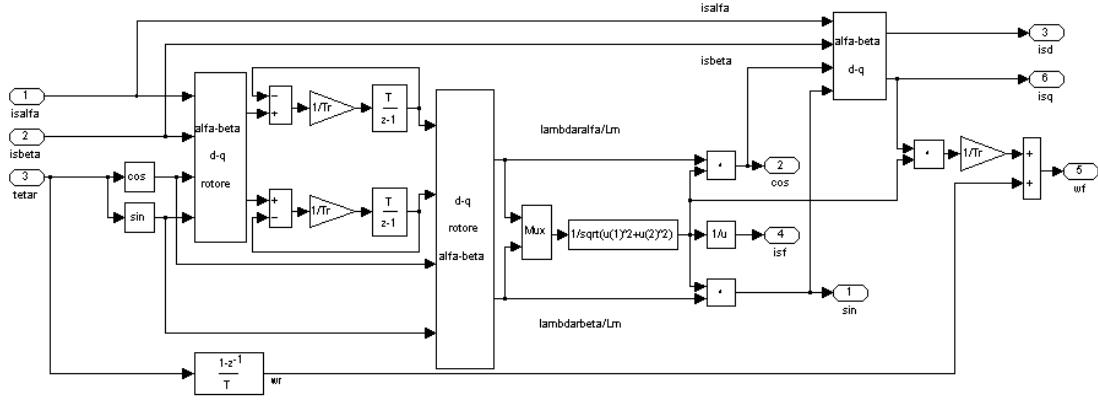


Fig. 8 - Modello di corrente per la stima del flusso di rotore in coordinate (d,q)

7.6 IL PROGETTO DEI REGOLATORI PER IL CONTROLLO DIRETTO

Nel progetto dei regolatori sia per l'asse d sia per l'asse q supporremo che l'inverter, che è l'amplificatore di potenza alimentante il motore ad induzione, abbia guadagno uguale ad uno. Il progetto dei regolatori sarà eseguito, inoltre, nell'ipotesi che le trasformazioni di coordinate dal sistema (d,q) di controllo al sistema trifase A, B, C d'alimentazione e da questo al modello (d,q) del motore abbiano prodotto unitario. Questo implica naturalmente la stima corretta della posizione del vettore del flusso di rotore. Infine per il progetto si userà la tecnica del controllo in cascata [13], come mostrato in figura 9, che offre un buon compromesso tra semplicità e prestazioni [14].

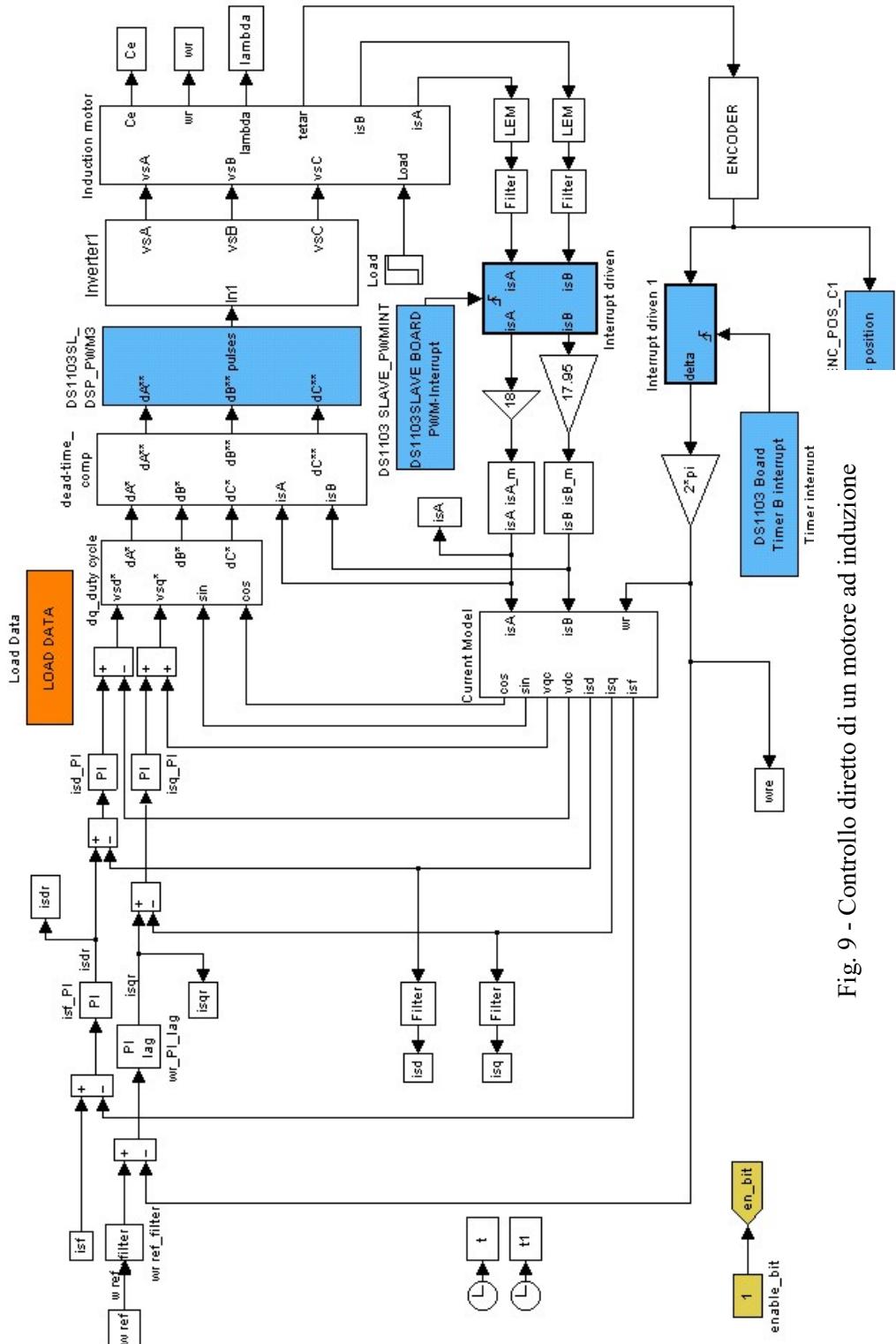


Fig. 9 - Controllo diretto di un motore ad induzione

7.6.1 Progetto del regolatore di coppia o della componente della corrente di statore secondo l'asse q

I controllori utilizzati negli azionamenti possono essere costituiti sia da componenti elettronici analogici sia da algoritmi digitali implementati su microprocessori connessi al sistema mediante convertitori A/D e D/A. I controllori digitali elaborano i segnali campionati ad intervallo di tempo T_c , per questo è necessario considerare i ritardi introdotti durante le conversioni e il tempo di calcolo dell'algoritmo di controllo.

Consideriamo il progetto del regolatore della componente di corrente secondo l'asse q, che genera il riferimento della tensione di statore secondo l'asse q, ed esaminiamo i ritardi nell'anello di corrente secondo l'asse q. Per il calcolo dell'ampiezza del segnale di retroazione digitale, acquisito tramite convertitore A/D, è necessario un intervallo di tempo. Il ritardo introdotto dall'operazione di campionamento e mantenimento del segnale può essere portato in conto tramite un ritardatore del primo ordine con costante di tempo pari a $0.5 T_c$. È necessario un ritardatore del primo ordine con costante di tempo pari a T_c per tener conto del tempo di calcolo dell'algoritmo di controllo e della necessità di mantenere in memoria il valore dell'azione di controllo per la sincronizzazione con la routine che provvede alla generazione dei segnali PWM.

Un ulteriore ritardatore del primo ordine con costante di tempo pari a $0.5 T_{pwm}$ si usa per rappresentare il ritardo dovuto alla presenza dell'inverter di tipo PWM.

Per eliminare il ripple di corrente si utilizza un filtro passa-basso con costante di tempo T_{fi} . Per evitare il fenomeno d'aliasing è necessario rispettare il teorema di Shannon, quindi si deve imporre:

$$\omega_{fi} \leq 0.5\omega_{Tc} \quad (68)$$

dove $\omega_{fi} = \frac{1}{T_{fi}}$ e $\omega_{Tc} = \frac{2\pi}{T_c}$ sono rispettivamente la pulsazione di break e la pulsazione di campionamento.

Dalla (68) si ricava che la condizione che deve soddisfare la costante di tempo del filtro di corrente:

$$T_{fi} \geq \frac{T_c}{\pi} \quad (69)$$

Il diagramma a blocchi del loop della componente della corrente di statore secondo l'asse q è riportato in figura 10.

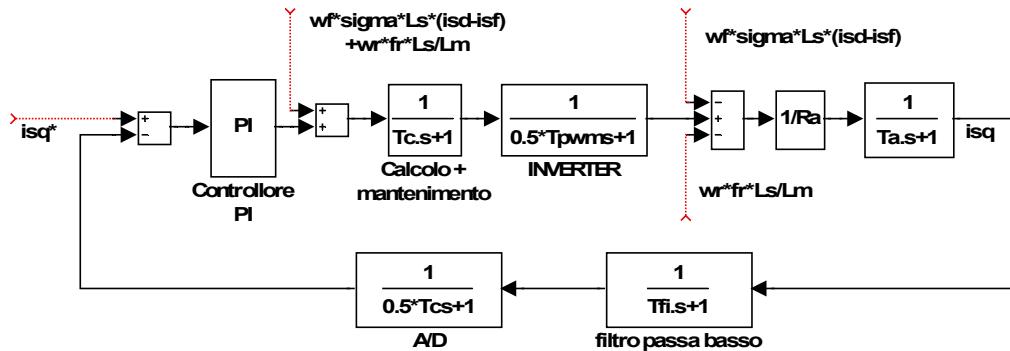


Fig. 10 - Loop della componente della corrente di statore secondo l'asse q

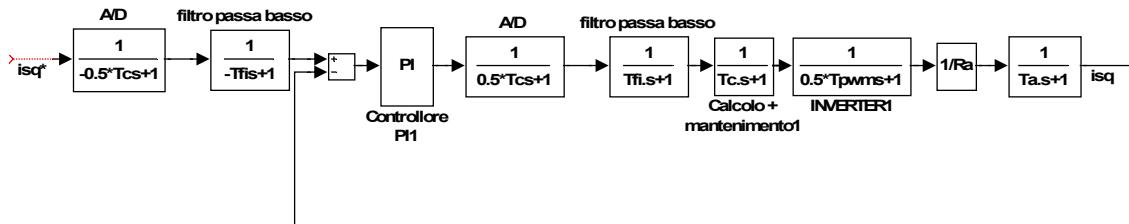


Fig. 11 - Loop della componente della corrente di statore secondo l'asse q con retroazione unitaria

Ponendo $1+T_{fi}s \equiv \frac{1}{1-T_{fi}s}$ e $1+0.5T_c s \equiv \frac{1}{1-0.5T_c s}$ e supponendo che i termini di compensazione elidano i corrispondenti termini a valle dell'inverter, il diagramma a blocchi di figura 10 si può rappresentare come in figura 11. Si può ora determinare la funzione di trasferimento ad anello aperto del loop della componente della corrente di statore secondo l'asse q, mostrato in figura 11. Si ha:

$$G_{i_{sq}} = K_{P_{i_{sq}}} \frac{1+s\tau_{ii_{sq}}}{s\tau_{ii_{sq}}} \frac{1}{R_a} \frac{1}{T_a s + 1} \frac{1}{T_c s + 1} \frac{1}{0.5T_c s + 1} \frac{1}{0.5T_{pwm} s + 1} \frac{1}{T_{fi} s + 1} \quad (70)$$

Si pone la costante di tempo integrale pari a:

$$\tau_{ii_{sq}} = T_a \quad (71)$$

e si sostituisce al prodotto dei ritardatori del primo ordine, aventi piccole costanti di tempo, un unico ritardatore avente costante di tempo T_{si} pari alla somma delle piccole costanti di tempo che determinano la risposta dinamica dell'anello di corrente secondo l'asse q:

$$T_{si} = \frac{3}{2}T_c + 0.5T_{pwm} + T_{fi} \quad (72)$$

Il controllore PI è progettato utilizzando il metodo dell'ottimo valore assoluto (AVO), detto anche del modulo ottimo, ponendo:

$$\frac{k_{pisq}}{T_a R_a} = \frac{1}{2T_{si}} \quad (73)$$

da cui si ricava il guadagno proporzionale:

$$k_{pisq} = \frac{T_a R_a}{2T_{si}} \quad (74)$$

La funzione di trasferimento in anello aperto è:

$$G_{i_{sq}} = \frac{1}{2T_{si}s(T_{si}s + 1)} \quad (75)$$

il diagramma a blocchi dell'anello di corrente si può rappresentare come in figura 12.

La funzione di trasferimento dell'anello chiuso risulta:

$$G_{oi_{sq}} = \frac{1}{2T_{si}^2 s^2 + 2T_{si}s + 1} \quad (76)$$

per cui la funzione di trasferimento complessiva è:

$$\frac{i_q(s)}{i_q^*(s)} = \frac{1}{1-T_{fi}s} \frac{1}{1-0.5T_c s} \frac{1}{2T_{si}^2 s^2 + 2T_{si}s + 1} \quad (77)$$

Trascurando i termini d'ordine superiore e ponendo:

$$T_{ei} = 2T_{si} - T_{fi} - 0.5T_{ati} \quad (78)$$

si approssima la funzione di trasferimento (77) con una del primo ordine:

$$\frac{i_q(s)}{i_q^*(s)} = \frac{1}{1 + T_{ei}s}, \quad (79)$$

utile per il progetto dell'anello di velocità, in cui T_{ei} rappresenta il tempo di ritardo equivalente dell'anello di corrente.

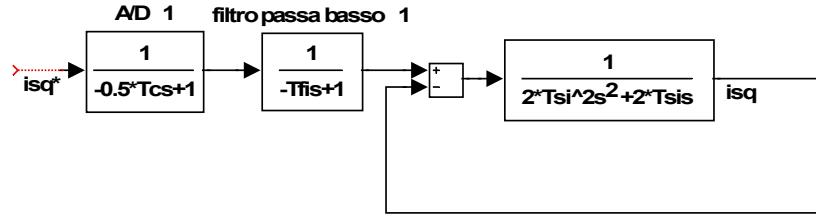


Fig. 12 - Loop della componente della corrente di statore secondo l'asse q con retroazione unitaria

La funzione di trasferimento approssimata del loop di corrente secondo l'asse q, utile per il progetto del regolatore di velocità, è riportata in figura 13.

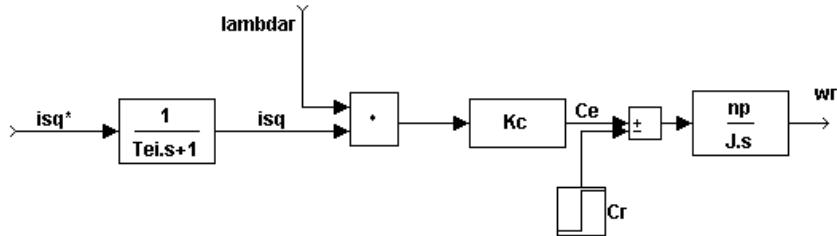


Fig. 13 - Funzione di trasferimento approssimata del loop di corrente secondo l'asse q

7.6.2 Progetto del regolatore di velocità

Analogamente a quanto visto per la regolazione della corrente, anche nel progetto del regolatore di velocità, che genera il riferimento della corrente di statore secondo l'asse q, è necessario considerare i ritardi introdotti dalla conversione A/D dei segnali. Il tempo di calcolo dell'algoritmo di controllo non è da considerare nel caso in cui la routine del controllo di velocità sia eseguita dallo stesso microcontrollore e con lo stesso tempo di campionamento del controllo di corrente. Nel seguito, pur indicando con T_{at} il tempo di campionamento del regolatore di velocità, supporremo $T_{at}=T_c$.

La conversione del segnale digitale di controllo in analogico introduce un ritardo che è rappresentato da un ritardatore del primo ordine con costante di tempo pari a $0.5 T_{at}$.

Per eliminare il ripple di velocità si utilizza un filtro passa-basso con costante di tempo T_{fw} . Per evitare il fenomeno d'aliasing è necessario rispettare il teorema di Shannon, quindi si deve imporre:

$$\omega_{fw} \leq 0.5\omega_{Tat} \quad (80)$$

dove $\omega_{fw} = \frac{1}{T_{fw}}$ e $\omega_{lat} = \frac{2\pi}{T_{at}}$ sono rispettivamente la pulsazione di break e la pulsazione di campionamento.

Dalla (80) si ricava che la costante di tempo del filtro di velocità deve rispettare la seguente condizione:

$$T_{fw} \geq \frac{T_{lat}}{\pi} \quad (81)$$

Il progetto del regolatore di velocità è realizzato in modo tale che la risposta all'ingresso sia quella del modulo ottimo e al disturbo sia quella dell'ottimo simmetrico. Il diagramma a blocchi del loop di velocità è mostrato in figura 14. La funzione di trasferimento $\frac{1}{2T_{swr}s+1}$ è denominata *modello di riferimento* ed è il modello approssimato dell'anello di velocità, come sarà mostrato in seguito. Il regolatore di velocità è di tipo Proporzionale-Integrale (PI) con modello di riferimento.

Supponiamo che, in assenza di disturbo, il segnale in ingresso all'integratore sia nullo. In questo caso il solo regolatore proporzionale controlla la risposta dell'anello di velocità. Come conseguenza, il diagramma a blocchi di figura 14 si può rappresentare come in figura 15. Il diagramma a blocchi di figura 15 si può rappresentare anche come in figura 16.

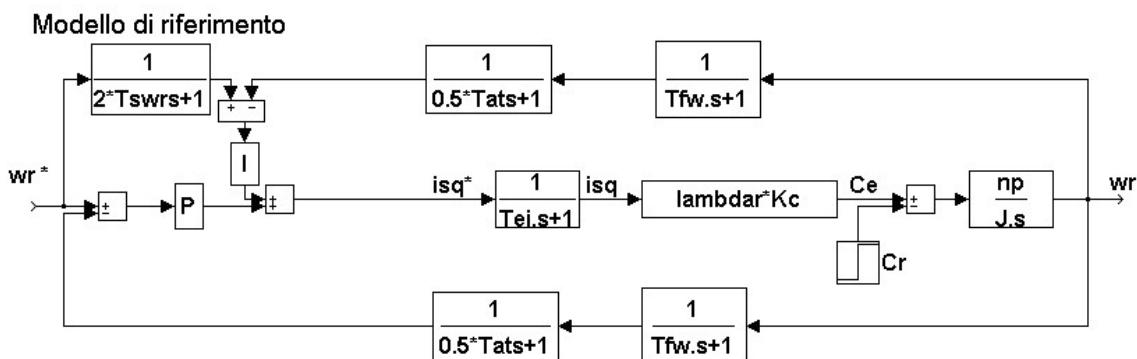


Fig. 14 - Diagramma a blocchi del loop di velocità secondo l'asse q con PI con modello di riferimento

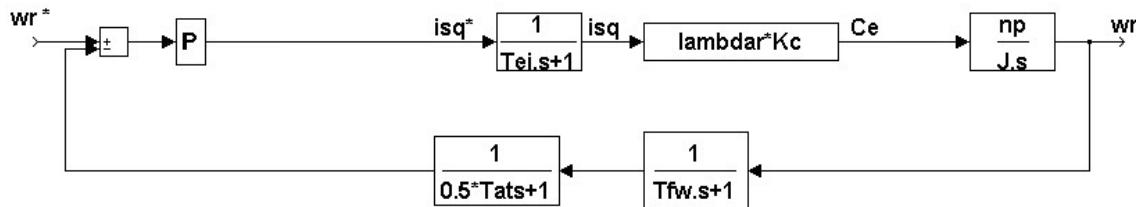


Fig. 15 - Diagramma a blocchi del loop di velocità secondo l'asse q, in assenza di disturbo

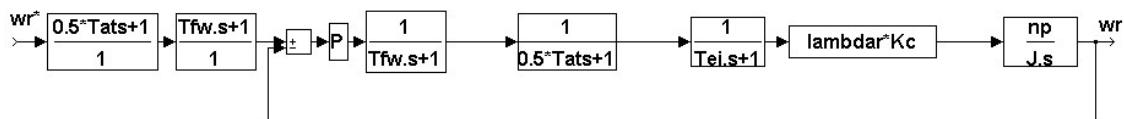


Fig. 16 - Diagramma a blocchi del loop di velocità secondo l'asse q con retroazione unitaria, in assenza di disturbo

Si può determinare la funzione di trasferimento ad anello aperto del loop di velocità, mostrato in figura 16. Si ha:

$$G_w = K_{Pw} \left(\frac{1}{T_{fw}s+1} \right) \left(\frac{1}{0.5T_{at}s+1} \right) \left(\frac{1}{T_{ei}s+1} \right) K_c \frac{n_p}{J_s} \lambda_r' \quad (82)$$

Affinché la risposta all'ingresso sia quella del modulo ottimo (AVO) si pone:

$$T_{swr} = 0.5T_{at} + T_{ei} + T_{fw} \quad (83)$$

e

$$K_{Pw} K_c \frac{n_p}{J} \lambda_r' = \frac{1}{2T_{swr}} \quad (84)$$

Approssimando il prodotto delle tre funzioni di trasferimento del primo ordine, indicate tra parentesi nella (82), con un'unica funzione di trasferimento avente costante di tempo T_{swr} , la funzione di trasferimento in anello aperto risulta:

$$G_w = \frac{1}{2T_{swr}s(T_{swr}s+1)} \quad (85)$$

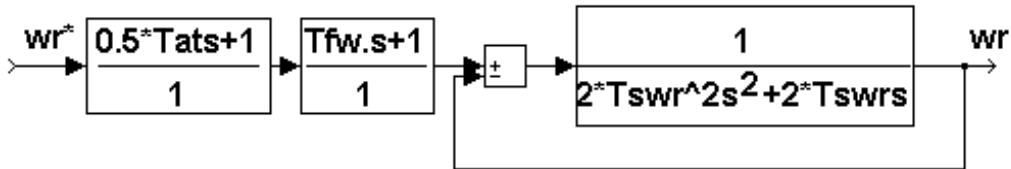


Fig. 17 - Loop di controllo della velocità con retroazione unitaria

Dalle posizioni fatte precedentemente si ricava il guadagno proporzionale dell'anello di velocità:

$$K_{Pw} = \frac{J}{2T_{swr} K_c n_p \lambda_r'} \quad (86)$$

La funzione di trasferimento del modulo ottimo in anello chiuso risulta:

$$G_{ow} = \frac{1}{2T_{swr}^2 s^2 + 2T_{swr}s + 1} \quad (87)$$

Ponendo $1+T_{fw}s \approx \frac{1}{1-T_{fw}s}$ e $1+0.5T_{at}s \approx \frac{1}{1-0.5T_{at}s}$, la funzione di trasferimento complessiva, con riferimento alla figura 17, è:

$$\frac{\omega_r(s)}{\omega_r^*(s)} = \left(\frac{1}{1-T_{fw}s} \right) \left(\frac{1}{1-0.5T_{at}s} \right) \left(\frac{1}{2T_{swr}^2 s^2 + 2T_{swr}s + 1} \right) \quad (88)$$

Trascurando i termini d'ordine superiore e ponendo:

$$T_{ew} = 2T_{swr} - T_{fi} - 0.5T_{at} \quad (89)$$

si approssima la funzione di trasferimento (88) con una del primo ordine:

$$\frac{\omega_r(s)}{\omega_r^*(s)} = \frac{1}{1 + T_{ew}s} \quad (90)$$

utile per il progetto dell'anello di posizione, in cui T_{ew} rappresenta il tempo di ritardo equivalente dell'anello di velocità.

è ora possibile mostrare che l'ipotesi iniziale, cioè che in assenza di disturbo il segnale in ingresso all'integratore sia nullo, è valida. Modifichiamo il diagramma a blocchi riportato in figura 14 in quello di figura 18. La funzione di trasferimento (87) dell'anello di corrente è stata approssimata, in figura 18, con un retardatore del primo ordine. Uno sguardo alla figura 19 mostra che, con questa approssimazione, l'ingresso all'integratore risulta nullo in assenza di disturbo. In realtà, anche in assenza di disturbo, l'integratore avrà in ingresso un errore non nullo perché il modello di riferimento comunque risulta differente dal sistema reale.

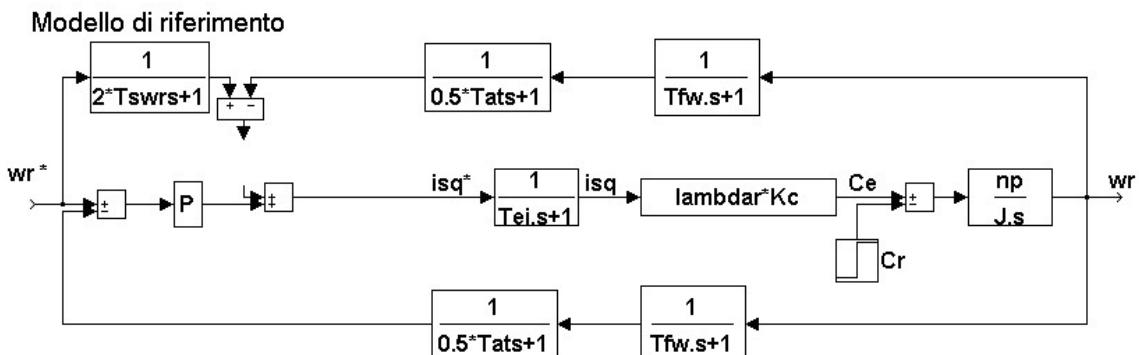


Fig. 18 - Diagramma a blocchi del loop di velocità secondo l'asse q in assenza di disturbo

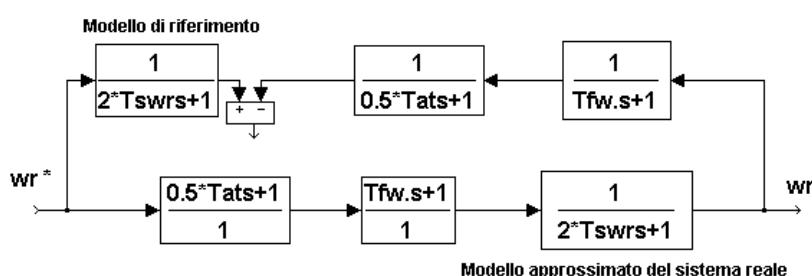


Fig. 19 - Diagramma a blocchi semplificato del loop di velocità secondo l'asse q in assenza di disturbo

Applicando il principio di sovrapposizione degli effetti, si effettua ora il progetto dell'integratore dell'anello di velocità considerando il caso in cui interviene il solo disturbo rappresentato da una coppia di carico C_r .

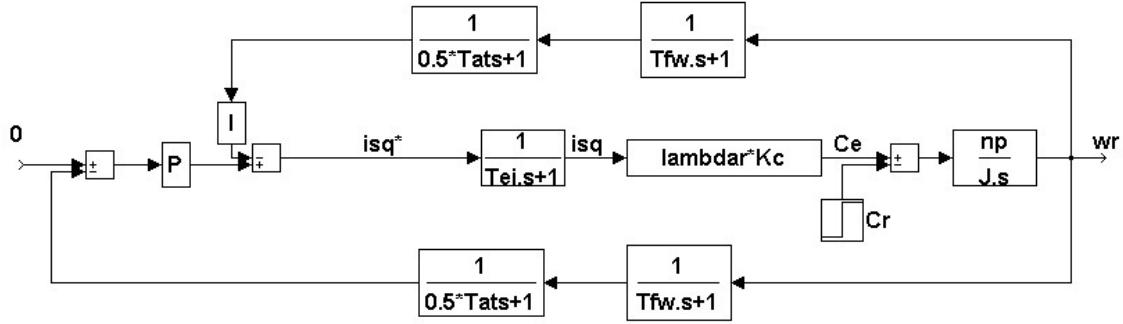


Fig. 20 - Diagramma a blocchi dell'anello di velocità con il solo disturbo in ingresso

Il ramo contenente il modello di riferimento $\frac{1}{2T_{swr}s+1}$ è stato eliminato in figura 20, poiché il riferimento di velocità è da considerarsi nullo. Determiniamo la funzione di trasferimento ω_r/C_r :

$$\frac{C_r n_p}{J_s} = -\omega_R \left(K_{Pw} + \frac{K_{iw}}{s} \right) \left[\left(\frac{1}{T_{f_w}s+1} \right) \left(\frac{1}{0.5T_{at}s+1} \right) \left(\frac{1}{T_{ei}s+1} \right) K_c \lambda_r \frac{n_p}{J_s} - \omega_R \right] \quad (91)$$

da cui, ricordando le posizioni precedenti (83) e (84), avremo:

$$\frac{C_r n_p}{J_s} = -\omega_R \left(K_{Pw} + \frac{K_{iw}}{s} \right) \left[\frac{1}{(T_{swr}s+1)2T_{swr}s} \right] \frac{1}{K_{Pw}} - \omega_R \quad (92)$$

Ricordando che:

$$K_{iw} = \frac{K_{Pw}}{T_{iw}} \quad (93)$$

la (92) diventa:

$$\frac{\omega_R}{C_r} = -\frac{\frac{n_p}{J} T_{iw} (T_{swr}s+1) 2T_{swr}s}{2T_{swr}^2 T_{iw}s^3 + 2T_{swr} T_{iw}s^2 + T_{iw}s + 1} \quad (94)$$

Utilizzando il criterio dell'ottimo simmetrico (SO) si pone la costante di tempo integrale:

$$T_{iw} = 4T_{swr} \quad (95)$$

e sostituendo tale relazione nella (94) si ottiene:

$$\frac{\omega_R}{C_r} = -\frac{n_p}{J_s} \frac{(T_{swr}s+1)8T_{swr}s^2}{8T_{swr}^3 s^3 + 8T_{swr}^2 s^2 + 4T_{swr}s + 1} \quad (96)$$

La risposta del sistema al disturbo, con la costante di tempo integrale calcolata secondo il criterio dell'ottimo simmetrico, è ottima poiché ha un tempo d'assestamento ed una sovraelongazione piccoli.

7.6.3 Progetto del regolatore della componente della corrente di statore secondo l'asse d

Il progetto del regolatore della componente della corrente di statore secondo l'asse d, che genera il riferimento della tensione di statore secondo l'asse d, deve essere realizzato portando in conto i ritardi introdotti dalle conversioni A/D, dall'algoritmo di calcolo e dai filtri.

Determiniamo la funzione di trasferimento ad anello aperto del loop della componente della corrente di statore secondo l'asse d, mostrato in figura (21). Si ha:

$$G_{i_{Sd}} = K_{P_{i_{Sd}}} \frac{1 + s\tau_{ii_{Sd}}}{s\tau_{ii_{Sd}}} \frac{1}{1 + 1.5T_c s} \frac{1}{1 + T_{fi} s} \frac{1}{1 + 0.5T_{pwm} s} \frac{1}{R_s} \frac{1 + T_r s}{\sigma T_r T_s s^2 + (T_r + T_s) s + 1} \quad (98)$$

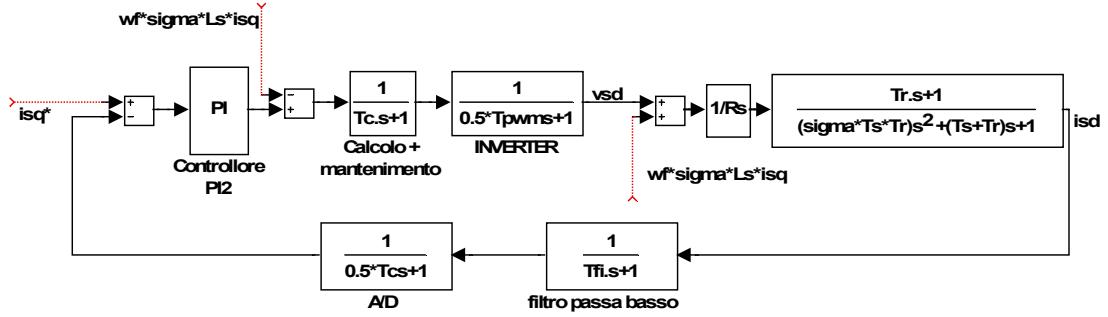


Fig. 21 - Diagramma a blocchi del loop di controllo della corrente secondo l'asse d

Essendo $T_s \approx T_r$ è accettabile la seguente approssimazione:

$$G_{i_{Sd}} \approx K_{P_{i_{Sd}}} \frac{1 + s\tau_{ii_{Sd}}}{s\tau_{ii_{Sd}}} \frac{1}{1 + 1.5T_c s} \frac{1}{1 + T_{fi} s} \frac{1}{1 + 0.5T_{pwm} s} \frac{1}{R_s} \frac{1 + T_s s}{\sigma T_s^2 s^2 + 2T_s s + 1} \quad (99)$$

Dato che $\frac{\sigma T_s}{2}$ è molto minore di $2T_s$, l'equazione precedente risulta:

$$G_{i_{Sd}} \approx K_{P_{i_{Sd}}} \frac{1 + s\tau_{ii_{Sd}}}{s\tau_{ii_{Sd}}} \frac{1}{1 + 1.5T_c s} \frac{1}{1 + T_{fi} s} \frac{1}{1 + 0.5T_{pwm} s} \frac{1}{R_s} \frac{1 + T_s s}{\sigma T_s^2 s^2 + \left(\frac{\sigma T_s}{2} + 2T_s\right) s + 1} \quad (100)$$

che può essere scritta anche nella seguente forma:

$$G_{i_{Sd}} \approx K_{P_{i_{Sd}}} \frac{1 + s\tau_{ii_{Sd}}}{s\tau_{ii_{Sd}}} \frac{1}{1 + 1.5T_c s} \frac{1}{1 + T_{fi} s} \frac{1}{1 + 0.5T_{pwm} s} \frac{1}{R_s} \frac{1}{\frac{\sigma T_s}{2} s + 1} \frac{1 + T_s s}{1 + 2T_s s} \quad (101)$$

Con la seguente approssimazione:

$$\frac{1 + T_s s}{1 + 2T_s s} \approx \frac{1}{2} \quad (102)$$

si ottiene:

$$G_{i_{Sd}} \approx K_{P_{i_{Sd}}} \frac{1 + s\tau_{ii_{Sd}}}{s\tau_{ii_{Sd}}} \frac{1}{1 + 1.5T_c s} \frac{1}{1 + T_{fi} s} \frac{1}{1 + 0.5T_{pwm} s} \frac{1}{2R_s} \frac{1}{\left(1 + \frac{\sigma T_s}{2} s\right)} \quad (103)$$

Scegliendo la costante di tempo integrale pari a:

$$\tau_{ii_{Sd}} = \frac{\sigma T_s}{2} \quad (104)$$

e ponendo $T_{si} = 1.5T_{tati} + 0.5T_{pwm} + T_{fi}$, il guadagno proporzionale è uguale a:

$$K_{Pi_{sd}} = \frac{R_s \tau_{ii_{sd}}}{T_{si}} \quad (105)$$

secondo il criterio del modulo ottimo (AVO).

Il diagramma a blocchi di figura 21 può essere ora rappresentato come in figura 22.

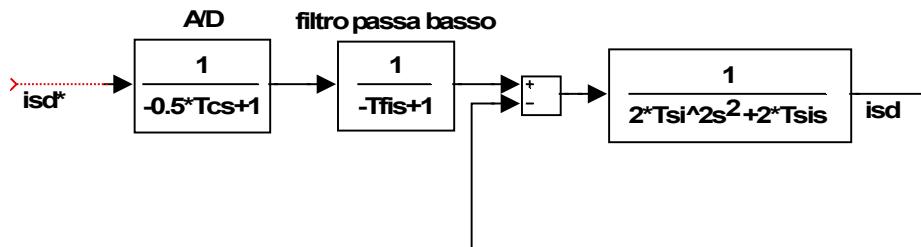


Fig. 22 - Diagramma a blocchi del loop di corrente secondo l'asse d con retroazione unitaria

La funzione di trasferimento ad anello chiuso risulta:

$$G_{i_{sd}} = \frac{1}{2T_{si}^2s^2 + 2T_{si}s + 1} \quad (106)$$

Trascurando il termine del secondo ordine ed introducendo la costante di tempo equivalente $T_{ei} = 2T_{si} - 0.5T_c - T_{fi}$, si può approssimare la funzione di trasferimento complessiva del diagramma a blocchi di figura 22 come segue

$$\frac{i_d(s)}{i_d^*(s)} = \frac{1}{1 + T_{ei}s} \quad (107)$$

La (107) sarà utilizzata per la progettazione dell'anello di flusso di rotore.

7.6.4 Progetto del regolatore di corrente che genera il flusso di rotore

Come per il progetto del regolatore che genera il riferimento della tensione di statore secondo l'asse d, anche per il progetto del regolatore che genera il riferimento della componente di corrente di statore secondo l'asse d si devono portare in conto i ritardi introdotti dalla conversione A/D e dai filtri. Il tempo di calcolo dell'algoritmo di controllo non è da considerare nel caso in cui la routine del controllo di $i_{s\phi}$ sia eseguita dallo stesso microcontrollore e con lo stesso tempo di campionamento del controllo di corrente. Nel seguito, pur indicando con T_{ati} il tempo di campionamento del regolatore di $i_{s\phi}$, supporremo $T_{ati}=T_c$.

Determiniamo la funzione di trasferimento ad anello aperto del diagramma a blocchi di figura 23.

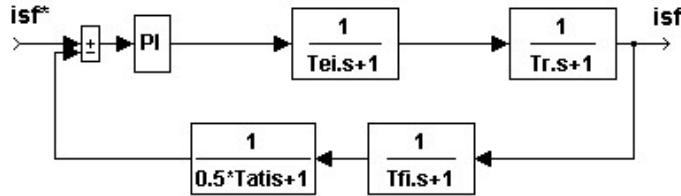


Fig. 23 - Diagramma a blocchi del loop della corrente che genera il flusso di rotore

Si ha:

$$G_{i_{S\Phi}} = K_{P_{i_{S\Phi}}} \frac{1 + s\tau_{ii_{S\Phi}}}{s\tau_{ii_{S\Phi}}} \frac{1}{1 + 0.5T_{ati}s} \frac{1}{1 + T_{fi}s} \frac{1}{1 + T_{ei}s} \frac{1}{1 + T_r s} \quad (108)$$

Poniamo $T_{sif} = T_{ei} + 0.5T_{ati} + T_{fi}$ e modifichiamo il diagramma a blocchi in modo da avere retroazione unitaria come ripotato in figura 24.



Fig. 24 - Loop della componente di corrente di statore che genera il flusso di rotore

Essendo T_r molto elevata rispetto a T_{sif} si effettua la seguente approssimazione:

$$G_{i_{S\Phi}} = K_{P_{i_{S\Phi}}} \frac{1 + s\tau_{ii_{S\Phi}}}{s\tau_{ii_{S\Phi}}} \frac{1}{1 + T_{sif}s} \frac{1}{T_r s + 1} \approx K_{P_{i_{S\Phi}}} \frac{1 + s\tau_{ii_{S\Phi}}}{s\tau_{ii_{S\Phi}}} \frac{1}{1 + T_{sif}s} \frac{1}{T_r s} \quad (109)$$

Utilizzando la tecnica dell'ottimo simmetrico (SO), in anello aperto si ottiene la seguente funzione di trasferimento:

$$G_{i_{S\Phi}} = \frac{1 + 4T_{sif}s}{8T_{sif}^2 s^2 (1 + T_{sif}s)} \quad (110)$$

se si pone la costante di tempo integrale pari a:

$$\tau_{ii_{S\Phi}} = 4T_{sif} \quad (111)$$

ed il guadagno proporzionale uguale a:

$$K_{P_{i_{S\Phi}}} = \frac{T_r \tau_{ii_{S\Phi}}}{8T_{sif}} \quad (112)$$

La funzione di trasferimento ad anello chiuso è:

$$G_{oi_{S\Phi}} = \frac{1 + 4T_{sif}s}{8T_{sif}^3 s^3 + 8T_{sif}^2 s^2 + 4T_{sif} s + 1} \quad (113)$$

7.7 IL CONTROLLO INDIRETTO DEL MOTORE AD INDUZIONE E IL MODELLO “SLIP COMPENSATION”

Nel metodo indiretto non si usano i valori stimati delle componenti del flusso di rotore per la determinazione della posizione del sistema di assi (d,q), ma la velocità del vettore rappresentativo del flusso di rotore è calcolata a partire dall'espressione (33), come mostrato nel diagramma a blocchi di simulink riportato in figura 25. La posizione dell'asse d è ottenuta integrando la velocità del vettore rappresentativo del flusso di rotore [11]:

$$\theta_\varphi = \int \omega_R dt + \int \frac{\sigma_R L_M}{\lambda'_R} i_{Sq} dt = \theta_R + \int \frac{\sigma_R L_M}{\lambda'_R} i_{Sq} dt \quad (114)$$

Il termine $\frac{\sigma_R L_M}{\lambda'_R} i_{Sq}$ è la velocità di scorrimento tra il vettore rappresentativo del flusso di rotore ed il rotore

ed è chiamato *slip speed*. L'operazione di aggiungere la slip speed alla velocità di rotore per determinare la velocità del flusso di rotore è detta *slip compensation*.

L'angolo θ_φ , determinato con la (114), può essere usato sia per la trasformazione di coordinate da (A,B,C) a (d,q) sia per quella inversa. Dato che nella formula (114) è presente l'inverso della costante di tempo del rotore, anche il controllo indiretto è sensibile alle variazioni di temperatura. Il diagramma a blocchi completo per la stima del flusso di rotore è riportato in figura 26.

Il progetto dei regolatori può essere effettuato adottando la tecnica del controllo in cascata, come per il controllo diretto e anche in questo caso è necessario portare in conto i ritardi generati dalle conversioni a A/D, dall'algoritmo di controllo e dai filtri. La figura 27 mostra lo schema del controllo indiretto.

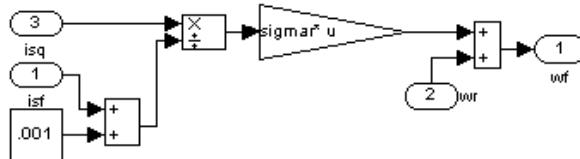


Fig. 25– Diagramma del blocco *slip compensation* per il calcolo della velocità del vettore rappresentativo del flusso di rotore

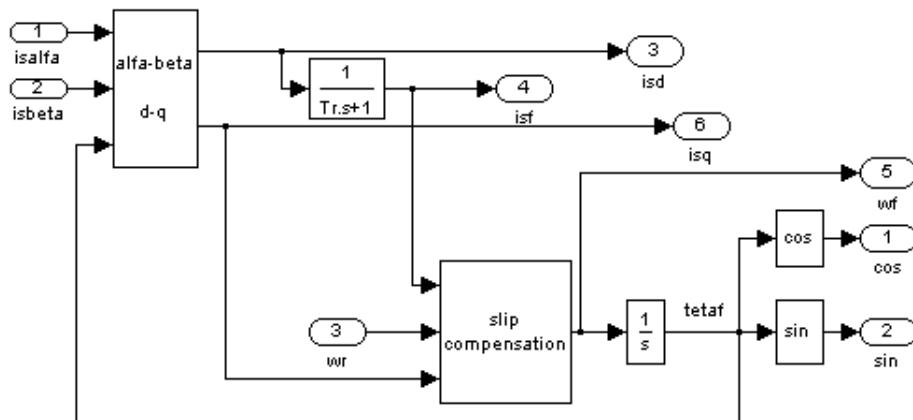


Fig. 26 - Diagramma a blocchi del modello per la stima della posizione del flusso di rotore basato sulla slip compensation

7.8 EFFETTI DEGLI ERRORI DI STIMA DI θ_ϕ

L'angolo θ_ϕ rappresenta la posizione del vettore rappresentativo del flusso di rotore nel sistema di riferimento $\alpha-\beta$ solidale con lo statore. Esso è calcolato utilizzando il modello matematico della macchina ed i relativi parametri. Nel caso in cui ci fossero errori nella conoscenza dei parametri di macchina si avrebbe un errore di stima della posizione θ_ϕ . Gli errori di modello sono inevitabili, considerando il fatto che i parametri di macchina variano con le condizioni operative: le induttanze cambiano con la corrente ed il livello di saturazione, le resistenze cambiano con la temperatura. Nel seguito si indicherà con $\hat{\theta}_\phi$ la posizione stimata e con θ_ϕ quella reale. In analogia, gli assi $\hat{d}\hat{q}$ saranno quelli stimati e gli assi dq quelli reali. Se la posizione stimata è maggiore di quella reale, gli assi stimati saranno in anticipo, viceversa in ritardo rispetto a quelli reali (figura 27).

Gli assi stimati sono quelli utilizzati per l'implementazione del sistema di controllo. Nel caso in cui si volesse far produrre al motore la coppia nominale si imporrà secondo l'asse d stimato la corrente i_{sd} nominale ($\widehat{i_{sd}} = i_{sd}^{rated}$) e secondo l'asse q stimato la corrente i_{sq} nominale ($\widehat{i_{sq}} = i_{sq}^{rated}$). Le proiezioni del vettore rappresentativo della corrente sugli assi dq reali saranno diversi dai valori di riferimento, quindi il motore non produrrà la coppia nominale. Ad esempio, come mostrato in figura 27a, se gli assi stimati sono in anticipo rispetto a quelli reali, la corrente i_{sd} tende ad essere inferiore rispetto al riferimento e la i_{sq} maggiore. Nell'esempio rappresentato, considerando che la corrente i_{sd} nominale è circa un terzo della corrente nominale, si ha che il prodotto $i_{sd}i_{sq}$ è minore del prodotto tra i rispettivi valori nominali $i_{sd}^{rated}i_{sq}^{rated}$. La coppia elettromagnetica prodotta in condizioni di regime sarà proporzionale al prodotto delle due componenti della corrente in dq e sarà quindi inferiore al valore di coppia nominale:

$$C_e = \frac{2}{3}n_p \frac{L_m}{L_r} \lambda_r i_{sq} = \frac{2}{3}n_p \frac{L_m^2}{L_r} i_{sd} i_{sq} < \frac{2}{3}n_p \frac{L_m^2}{L_r} i_{sd}^{rated} i_{sq}^{rated} = C_e^{rated}$$

Se la macchina è controllata in coppia, essa produrrà una coppia inferiore al riferimento. Se la macchina è controllata in velocità e per sostenere un certo carico fosse necessario produrre la coppia nominale, il regolatore di velocità incrementerà il riferimento di corrente in quadratura, facendo lavorare la macchina in sovraccarico, fino a che la coppia effettivamente prodotta non sarà pari alla coppia nominale. In tal caso la corrente assorbita sarà maggiore della corrente nominale. Una simile condizione operativa non sarebbe sostenibile per lungo tempo, causando l'intervento delle protezioni id sovrafflussi.

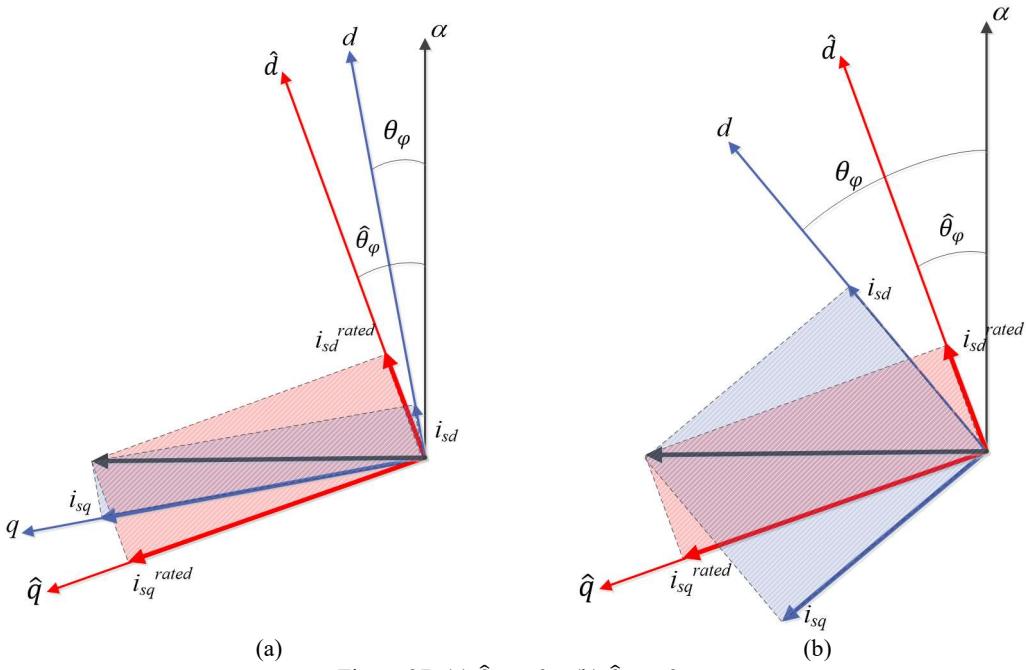


Figura 27: (a) $\hat{\theta}_\varphi > \theta_\varphi$, (b) $\hat{\theta}_\varphi < \theta_\varphi$

Nel caso in cui la posizione stimata fosse minore di quella reale, gli assi stimati sarebbero in ritardo rispetto a quelli reali. In un caso analogo al precedente, in cui i riferimenti di corrente sono pari ai rispettivi valori nominali, accadrà che la corrente i_{sd} sarà superiore rispetto al riferimento e la i_{sq} inferiore. Anche se in questo caso il prodotto $i_{sd}i_{sq}$ potrebbe risultare superiore al prodotto tra i rispettivi valori nominali $i_{sd}^{rated}i_{sq}^{rated}$, la coppia prodotta sarà comunque inferiore al valore nominale. Infatti, a causa della saturazione magnetica, per valori superiori a i_{sd}^{rated} non si hanno significativi aumenti del flusso di rotore λ_r . Quindi, il flusso non aumenta significativamente oltre il flusso nominale, la corrente i_{sq} è inferiore al valore nominale e la coppia risulta inferiore al valore richiesto anche in questo secondo caso.

Osservatori di ordine completo che utilizzano contemporaneamente le equazioni differenziali di statore e di rotore e meccanismi di adattamento dei parametri principali (resistenze statoriche e rotoriche, costante di tempo rotorica) possono ridurre i problemi conseguenti ad un non perfetto orientamento del campo. Questi problemi si possono attenuare ma non eliminare completamente. Ne consegue che, per applicazioni dove la precisione della regolazione è di particolare rilievo (e.g. la robotica) si preferisce utilizzare macchine sincrone per le quali la correttezza dell'orientamento di campo può essere garantita da un trasduttore di posizione.

7.9 CONTROLLO A VELOCITÀ SUPERIORE A QUELLA NOMINALE

Il motore ad induzione può funzionare a coppia costante da zero alla velocità nominale. Per aumentare ulteriormente la velocità, deve diminuire la coppia in modo da mantenere la potenza (prodotto di coppia e velocità) costante. Quindi al di sopra della velocità nominale è possibile indebolire il flusso e produrre una coppia che è inversamente proporzionale alla velocità di rotazione. Il motore ad induzione è caratterizzato dal fatto di non avere una velocità limite teorica, a patto che il sistema meccanico tolleri la velocità di rotazione e che la coppia resistente all'albero sia sufficientemente piccola (quasi a vuoto meccanico).

Quando si lavora a flusso indebolito con un motore asincrono, si vuole controllare l'ampiezza del flusso di rotore o l'ampiezza della corrente i_{sd} . A patto di aver stimato bene gli assi dq, riducendo la i_{sd} di riferimento si riduce il flusso, la coppia generata sarà piccolissima ma anche la tensione richiesta sarà piccola e la macchina può lavorare a velocità elevate.

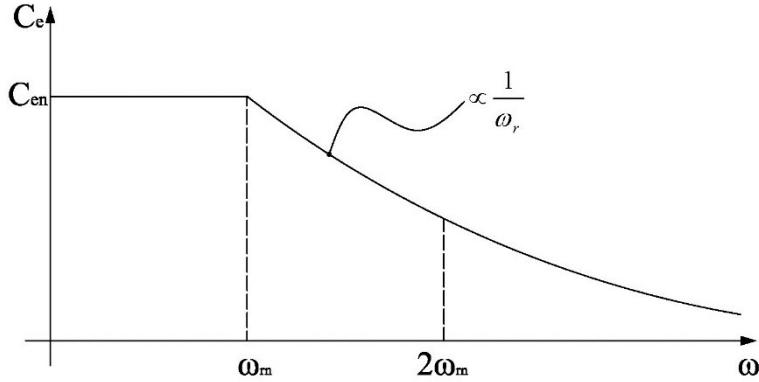


Figura 28

Per capire cosa succede a velocità superiore alla nominale con in motori a magneti permanenti bisogna considerare l'equazione di statore:

$$\bar{v}_{sdq} = R_s \bar{i}_{sdq} + \frac{d\bar{\lambda}_{sdq}}{dt} + j\omega_r \bar{\lambda}_{sdq}$$

Dove $\lambda_{sd} = L_d i_{sd} + \psi_{PM}$ e $\lambda_{sq} = L_q i_{sq}$. Quando si lavora a velocità elevate, la tensione è prossima alla nominale e di conseguenza le cadute ohmiche sono trascurabili. Il termine della derivata del flusso è nullo perché a regime le due correnti sono due grandezze costanti, come il flusso del magnete. Quindi, in prima approssimazione si può scrivere che:

$$\bar{v}_{sdq} \cong j\omega_r \bar{\lambda}_{sdq}$$

Suddividendo la parte reale dalla parte immaginaria, si ottiene:

$$\begin{cases} v_{sd} = -\omega_r \lambda_{sq} = -\omega_r L_q i_{sq} \\ v_{sq} = \omega_r \lambda_{sd} = \omega_r L_d i_{sd} + \omega_r \psi_{PM} \end{cases}$$

Calcolando il modulo della tensione di statore al quadrato, si ottiene

$$v_s^2 = v_{sd}^2 + v_{sq}^2 = (\omega_r L_d i_{sd} + \omega_r \psi_{PM})^2 + (\omega_r L_q i_{sq})^2$$

$$\left(\frac{v_s}{\omega_r}\right)^2 = (L_d i_{sd} + \psi_{PM})^2 + (L_q i_{sq})^2 = |\lambda_s|^2$$

Il rapporto $\frac{v_s}{\omega_r}$ rappresenta il modulo del flusso di statore. Se si assume che la macchina è a magneti superficiali e quindi si ha che $L_d = L_q = L$ è possibile dividere ambo i membri per L^2 ottenendo che

$$\left(i_{sd} + \frac{\psi_{PM}}{L}\right)^2 + (i_{sq})^2 = \left(\frac{\lambda_s}{L}\right)^2$$

Questa equazione, nel piano i_{sd} - i_{sq} rappresenta una circonferenza di centro $(-\psi_{PM}/L; 0)$ e raggio pari al rapporto λ_S/L .

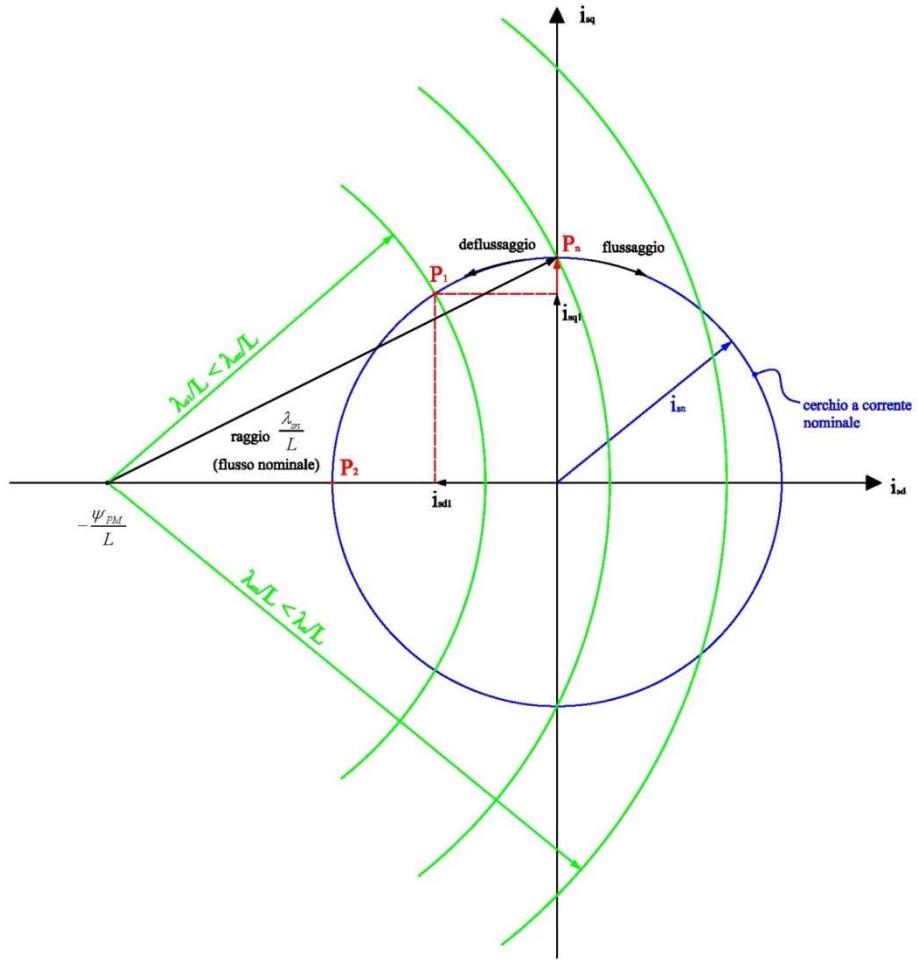


Figura 29

I cerchi in verde rappresentano i luoghi del piano a flusso di statore costante. Il cerchio che passa per il punto di funzionamento nominale P_n , rappresenta i punti a flusso di statore nominale. I punti di normale funzionamento della macchina sono tutti quelli interni al cerchio di centro nell'origine e raggio pari alla corrente nominale. Le macchine a magneti permanenti isotrope ($L_d = L_q$) di solito lavorano con corrente i_{sd} nulla perché in questo modo si massimizza il rapporto coppia per ampere (minime perdite Joule a parità di coppia prodotta). Per velocità inferiori a quella nominale, i punti di normale funzionamento sono quelli sull'asse delle ordinate: partendo dall'origine e all'aumentare del carico, il punto di lavoro si sposta sul semiasse verticale fino ad arrivare al punto di funzionamento nominale della macchina P_n . Oltre la velocità nominale la tensione è ferma al valore nominale, in accordo con la relazione tensione-flusso

$$|v_{Sdq}| = \omega_r |\lambda_S|$$

per incrementare la velocità bisogna indebolire il flusso. Il punto di lavoro si sposterà in modo da avvicinarsi al centro delle circonferenze iso-flusso. Il punto di lavoro si sposterà su un cerchio di flusso costante ed inferiore al flusso nominale. allo stesso tempo si può far lavorare la macchina al più con la corrente nominale

ed il punto di lavoro limite sarà dato dall'intersezione delle due circonferenze. Man mano che ci si sposta verso sinistra, muovendosi sul cerchio a corrente nominale, si ottiene che i cerchi verdi diventano sempre più piccoli ed il flusso diminuisce.

Considerando il punto P_1 , la corrente i_{sq} è diminuita rispetto al valore nominale mentre la i_{sd} è negativa. Il flusso creato dalla i_{sd} negativa contrasterà il flusso dei magneti riducendo il flusso complessivo concatenato di statore. Questo non sarà più quello nominale ma $\lambda_{S1}/L < \lambda_{Sn}/L$. Per quanto riguarda la coppia che il motore può produrre, questa si è ridotta come la corrente i_{sq} . Dato che il prodotto tra velocità e flusso è limitato dalla tensione nominale, si potrà aumentare la velocità tanto quanto si è ridotto il flusso di statore. Se il flusso si riduce di un fattore due, la velocità massima raggiungibile sarà pari a due volte la velocità nominale.

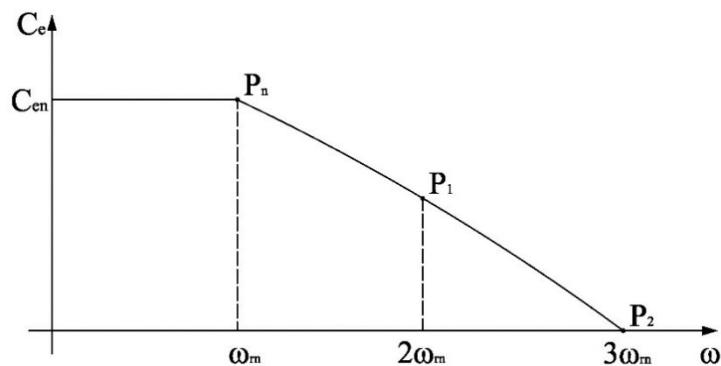


Figura 30

Con il motore a magneti permanenti non è possibile arrivare a velocità infinitamente elevate. Quando il punto di lavoro raggiunge l'asse diretto, il flusso di statore è ancora maggiore di zero ma la coppia elettromagnetica si annulla come la corrente in quadratura. La velocità massima che si potrà raggiungere sarà pari al rapporto tra la tensione nominale ed il flusso minimo ottenuto nel punto P_2 . Per esempio se in P_2 il flusso fosse pari ad un terzo del flusso nominale, la macchina potrebbe raggiungere al massimo una velocità pari a tre volte quella nominale.

Per un motore a magneti permanenti, la caratteristica coppia-velocità è del tipo riportato in figura 30. Da zero alla velocità nominale la caratteristica è analoga a quella del motore ad induzione: il motore è in grado di produrre qualsiasi coppia tra la zero e la coppia nominale. Poi la coppia tende a diminuire, prima più lentamente poi rapidamente fino ad annullarsi quando la corrente è tutta orientata lungo l'asse diretto in direzione opposta a quella dei magneti permanenti.

8 MOTORI SINCRONI A RILUTTANZA

Costruttivamente, i motori sincroni a riluttanza presentano delle strutture rotoriche anisotrope e prive di magneti, a laminazione convenzionale (ortogonale all'asse di rotore) o a laminazione assiale, costituite dall'alternanza di segmenti di materiale magnetico e amagnetico. Considerando una coppia d'assi ortogonali d-q in modo tale che l'asse d coincida con la direzione di minima riluttanza, si definisce "rapporto di anisotropia" o "rapporto di salienza" il valore $\frac{L_d}{L_q}$. Nel caso di rotore a laminazione assiale, tale rapporto aumenta al crescere del numero di segmenti.

La coppia elettromagnetica sviluppata dalla macchina è tanto maggiore quanto più alto è il rapporto di anisotropia. Bisogna tuttavia tener presente che, dal punto di vista tecnologico, non è conveniente realizzare rotori a laminazione assiale con un numero di segmenti troppo grande e pertanto, generalmente, si ottengono valori di $\frac{L_d}{L_q}$ minori di dieci.

Il motore sincrono a riluttanza può offrire, almeno teoricamente, prestazioni simili a quelle della macchina in corrente continua ad eccitazione indipendente, e cioè:

- funzionamento nella regione "a coppia costante", ottenuto regolando la componente i_q della corrente di statore lungo l'asse q e mantenendo costante la componente id lungo l'asse d;
- funzionamento nella regione "a potenza costante", realizzato regolando il flusso lungo l'asse d tramite la componente id della corrente di statore.

È poi importante sottolineare che la particolare realizzazione del rotore a laminazione assiale gioca un ruolo essenziale sulle prestazioni del motore, per le seguenti ragioni:

- l'alto valore di L_d consente di ottenere un flusso elevato anche con una corrente id contenuta;
- il basso valore di L_q permette di regolare la corrente i_q a cui è legata la coppia con rapidi transitori, consentendo buone prestazioni dinamiche.

Il rotore a laminazione assiale inoltre, se costruito con materiali magnetici pregiati, può essere considerato privo di perdite, consentendo ottimi rendimenti e semplificando i problemi di raffreddamento. La sezione di potenza dell'azionamento è costituita, come di consueto, dal raddrizzatore a diodi e da un inverter con tecnica di controllo PWM. Anche in questo caso il trasduttore di posizione (resolver o encoder) viene utilizzato per ricostruire il segnale di retroazione della velocità.

8.1 MODELLO MATEMATICO DI UN MOTORE SINCRONO A RILUTTANZA

Non presentando avvolgimenti di rotore, la macchina sincrona a riluttanza ha un comportamento dinamico descritto da un modello matematico ridotto alle equazioni di statore e all'equazione elettromeccanica. Le equazioni di statore sono analoghe a quelle già viste per le altre macchine in corrente alternata:

$$\begin{cases} v_{sa} = R_s i_{sa} + \frac{d}{dt} \lambda_{sa} \\ v_{sb} = R_s i_{sb} + \frac{d}{dt} \lambda_{sb} \\ v_{sc} = R_s i_{sc} + \frac{d}{dt} \lambda_{sc} \end{cases} \quad (1)$$

in cui la R_s rappresenta la resistenza di ciascun avvolgimento di fase, v_{sa} , v_{sb} , v_{sc} le tre tensioni di fase di statore, i_{sa} , i_{sb} , i_{sc} le tre correnti di fase che percorrono ciascun avvolgimento e λ_{sa} , λ_{sb} , λ_{sc} sono i flussi concatenati con gli avvolgimenti di fase di statore. Questi ultimi sono legati alle correnti di fase di statore dalla seguente relazione matriciale:

$$\begin{vmatrix} \lambda_{sa} \\ \lambda_{sb} \\ \lambda_{sc} \end{vmatrix} = |L_{abc}(\theta_r)| \begin{vmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{vmatrix} \quad (2)$$

dove le induttanze sono funzione della posizione elettrica di rotore indicata da θ_r . Se il centro stella è isolato la somma delle tre correnti statoriche è istantaneamente nulla. È dunque possibile esprimerele in un sistema di riferimento bifase stazionario $a\beta$ (vedi figura 1):

$$\bar{v}_{s\alpha\beta} = R_s \bar{i}_{s\alpha\beta} + \frac{d}{dt} \bar{\lambda}_{s\alpha\beta} \quad (3)$$

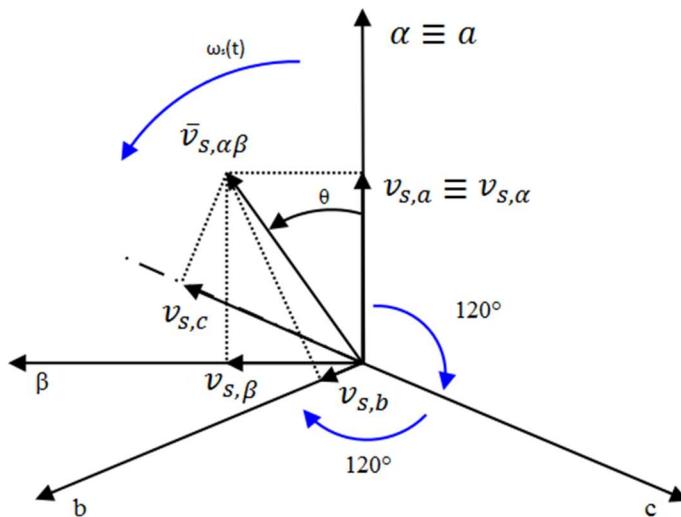


Figura 1 – Sistema stazionario bifase $a\beta$ sovrapposto alla terna simmetrica di vettori del sistema abc in modo che l'asse “ α ” coincida con “ a ”

Per eliminare la dipendenza dei flussi dalla posizione di rotore è conveniente esprimere l'equazione di tensione di statore in un sistema di riferimento rotante, solidale con il rotore, i cui assi reale ed immaginario coincidono con gli assi d e q , rispettivamente l'asse di massima e di minima induttanza (Figura 2).

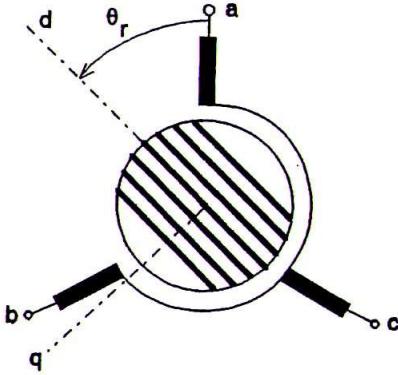


Figura 2 – Definizione del sistema di riferimento dq

Esprimendo i vettori rotanti nel nuovo sistema di riferimento rotante dq si ottiene:

$$\bar{v}_{sdq} = \bar{v}_{sa} e^{-j\theta r} \quad (4)$$

$$\bar{i}_{sdq} = \bar{i}_{sa} e^{-j\theta r} \quad (5)$$

$$\bar{\lambda}_{sdq} = \bar{\lambda}_{sa\beta} e^{-j\theta} \quad (6)$$

dove θ_r è l'angolo tra l'asse “ $a \equiv a'$ ” e l'asse d (Fig. 2). Sostituendo nella equazione del sistema di riferimento $a\beta$ si ottiene:

$$\bar{v}_{sdq} = R_s \bar{i}_{sdq} + \frac{d}{dt} \bar{\lambda}_{sdq} + j\omega_r \bar{\lambda}_{sdq} \quad (7)$$

in cui ω_r rappresenta la velocità angolare elettrica di rotore. Se si scomponete l'equazione lungo gli assi d e q , si ottiene il seguente sistema di due equazioni:

$$\begin{cases} v_{sd} = R_s i_{sd} - \omega_r \lambda_{sq} + \frac{d}{dt} \lambda_{sd} \\ v_{sq} = R_s i_{sq} + \omega_r \lambda_{sd} + \frac{d}{dt} \lambda_{sq} \end{cases} \quad (8)$$

infine, trascurando i fenomeni di saturazione e accoppiamento incrociato si possono esprimere i flussi in funzione delle correnti di statore:

$$\begin{cases} \lambda_{sd} = L_d i_{sd} \\ \lambda_{sq} = L_q i_{sq} \end{cases} \quad (9)$$

Sostituendo le equazioni (9) nelle (8) si ha:

$$\begin{cases} v_{sd} = R_s i_{sd} - \omega_r L_q i_{sq} + L_d \frac{d}{dt} i_{sd} \\ v_{sq} = R_s i_{sq} + \omega_r L_d i_{sd} + L_q \frac{d}{dt} i_{sq} \end{cases} \quad (10)$$

8.1.1 Equazione elettromeccanica

Il modello matematico viene completato dall'equazione elettromeccanica:

$$\frac{J}{n_p} \frac{d\omega_r}{dt} = C_e - C_r \quad (11)$$

in cui n_p è il numero di paia di poli, C_r è la coppia resistente, C_e è la coppia elettromagnetica, e J è il momento di inerzia del rotore e del carico ad esso collegato. Per ottenere l'espressione della coppia elettromagnetica è conveniente partire dall'espressione della potenza meccanica nel sistema bifase dq data dalla seguente formula:

$$P_m = \frac{3}{2} \operatorname{Re}\{\bar{e}_{sdq} \cdot \bar{i}_{sdq}^*\} \quad (12)$$

dove \bar{e}_{sdq} è la forza elettromotrice e \bar{i}_{sdq}^* il coniugato del vettore della corrente.

Sostituendo si ottiene:

$$P_m = \frac{3}{2} \operatorname{Re}\{j\omega_r \bar{\lambda}_{sdq} \cdot \bar{i}_{sdq}^*\} = \frac{3}{2} \omega_r \operatorname{Re}\{(j\lambda_{sd} - \lambda_{sq}) \cdot (i_{sd} - j i_{sq})\} = \frac{3}{2} \omega_r (\lambda_{sd} i_{sq} - \lambda_{sq} i_{sd}) \quad (13)$$

la coppia elettromagnetica è definita come:

$$C_e = \frac{P_m}{\Omega_r} = \frac{P_m}{\frac{\omega_r}{n_p}} = \frac{3}{2} n_p (\lambda_{sd} i_{sq} - \lambda_{sq} i_{sd}) \quad (14)$$

Sostituendo le espressioni dei flussi si ottiene:

$$C_e = \frac{3}{2} n_p (L_d - L_q) i_{sd} i_{sq} \quad (15)$$

sostituendo l'espressione della coppia ottenuta nell'equazione elettromeccanica si ottiene infine la sua forma definitiva:

$$\frac{J}{n_p} \frac{d\omega_r}{dt} = \frac{3}{2} n_p (L_d - L_q) i_{sd} i_{sq} - C_r \quad (16)$$

Le equazioni (10) unite a quella elettromeccanica appena calcolata (16) rappresentano dunque il modello matematico completo della macchina sincrona a riluttanza.

8.2 STRUTTURA DELLO SCHEMA DI CONTROLLO

In figura 3 è riportato lo schema del controllo di coppia per un motore sincrono a riluttanza nel sistema di riferimento rotante dq . I riferimenti per le correnti di asse d e q sono generati dal blocco "Generatore riferimenti correnti", avente come ingresso il riferimento di coppia che a sua volta può essere generato da un anello di velocità più esterno. A questo blocco giungono le correnti misurate e la velocità elettrica di rotazione per il calcolo dei termini di disaccoppiamento degli assi. I segnali di uscita dal blocco "Regolatore di Corrente" confluiscono nel "Generatore Duty-Cycle" che genera i duty cycle da inviare all'inverter al fine di alimentare il motore con le tensioni opportune a realizzare il controllo.

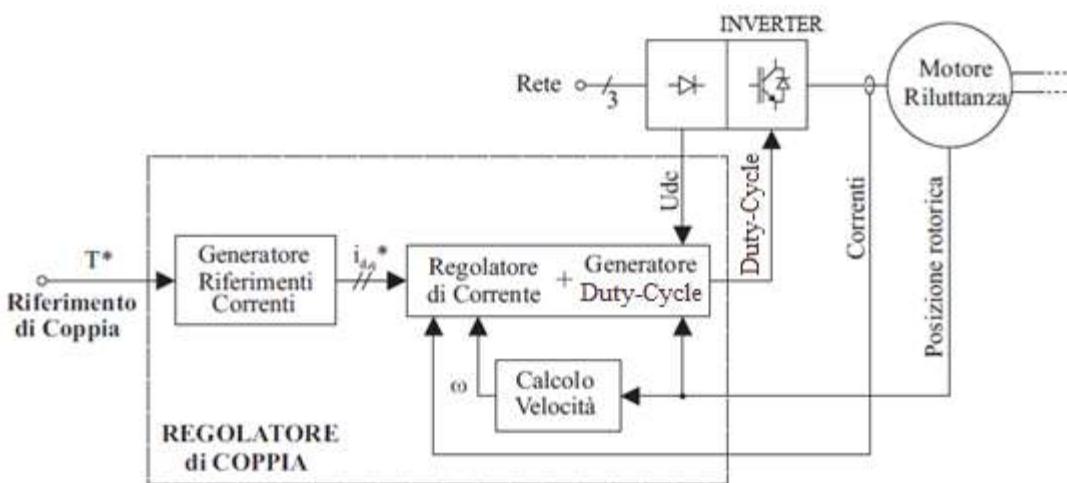


Figura 3 – Struttura del controllo vettoriale

Le grandezze da misurare sul motore saranno dunque le correnti di fase e la posizione rotorica, da cui si può ricavare la velocità di rotazione meccanica ed elettrica. In figura 4 è rappresentato lo schema di regolazione della corrente. I termini di disaccoppiamento eliminano l'interdipendenza della dinamica sui due assi in modo da poter operare il controllo di una corrente indipendentemente dalle variazioni dell'altra corrente.

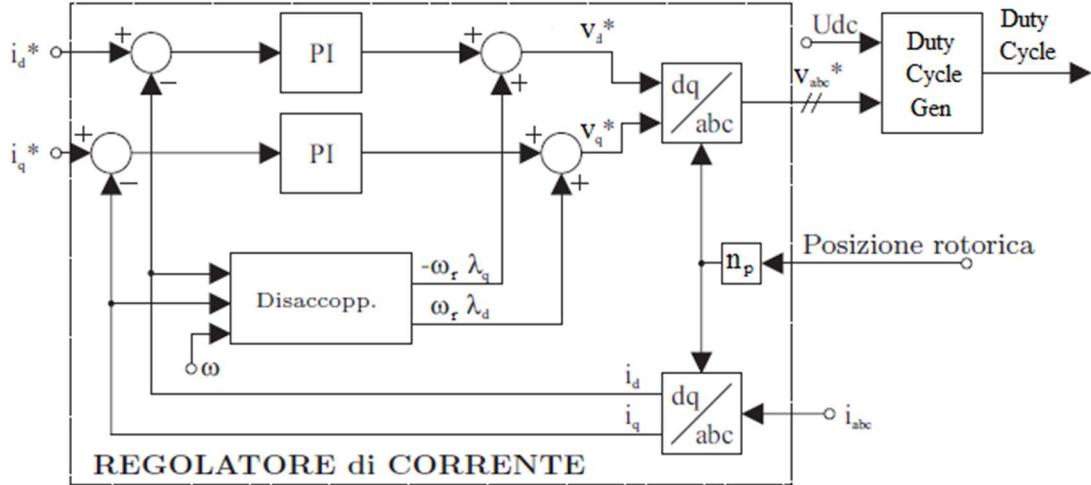


Figura 4 – Schema di regolazione della corrente

8.3 STRATEGIE DI CONTROLLO

Dall'equazione di coppia elettromagnetica (15) è evidente come, dato un determinato riferimento di coppia, i riferimenti delle correnti i_{sd} e i_{sq} non sono univocamente determinati dato che è possibile combinare più coppie di valori di i_{sd} e i_{sq} per ottenere lo stesso valore di coppia. Bisogna quindi scegliere un criterio adeguato per determinare i riferimenti di corrente. Per il controllo dell'ampiezza e della fase del vettore della corrente si possono adottare diverse tecniche, in relazione alle diverse esigenze di funzionamento della macchina. Sostanzialmente esistono due tecniche fondamentali per il controllo del vettore della corrente:

- controllo a i_{sd} costante;
- controllo dell'angolo δ tra il vettore della corrente di statore e l'asse d del sistema di riferimento sincrono di rotore.

Per il controllo dell'angolo δ possono inoltre essere applicati diversi criteri a seconda degli obiettivi che si vogliono perseguire.

8.3.1 Controllo a i_{sd} costante

Il controllo a i_{sd} costante è simile al controllo vettoriale del motore asincrono a flusso di rotore costante. In quel caso si manteneva costante la corrente di statore in fase con il flusso di rotore. In genere, i_{sd} è mantenuta pari al massimo valore compatibile con il livello di saturazione ammissibile lungo l'asse diretto in modo da poter gestire la coppia sviluppata dalla macchina tramite la variazione della sola corrente lungo l'asse in quadratura i_{sq} . Infatti la coppia sarà proporzionale alla corrente in quadratura. È comunque possibile realizzare il deflussaggio della macchina, per esempio per operare oltre la velocità nominale, riducendo il valore di i_{sd} .

8.3.2 Controllo dell'angolo δ

Con il controllo dell'angolo della corrente in dq (detto δ) i riferimenti di corrente lungo gli assi dq non sono dati di input ma sono determinati in base alla coppia elettromagnetica desiderata. È possibile esprimere le correnti lungo i due assi come funzione di coppia e δ :

$$\begin{cases} i_{sd}^* = \sqrt{\frac{2|C_e^*|}{3n_p(L_d-L_q)\tan\delta^*}} \\ i_{sq}^* = i_{sd}^* \tan\delta^* \operatorname{sign}(C_e^*) \end{cases} \quad (17)$$

Alcuni dei criteri maggiormente utilizzati saranno analizzati nel seguito:

- Criterio della massima coppia per corrente di statore;
- Criterio del massimo fattore di potenza;
- Criterio della massima coppia per flusso di statore.

8.3.3 Massima coppia per unità di corrente

Per ottenere la massima coppia per unità di corrente è necessario esprimere la componente di corrente lungo q come funzione della i_{sd} :

$$i_{sq} = \sqrt{i_s^2 - i_{sd}^2} \quad (18)$$

sostituendo questa espressione nell'equazione della coppia elettromeccanica (15) si ottiene:

$$C_e = \frac{3}{2} n_p (L_d - L_q) i_{sd} i_{sq} = \frac{3}{2} n_p (L_d - L_q) i_{sd} \sqrt{i_s^2 - i_{sd}^2} \quad (19)$$

derivando la coppia rispetto alla i_{sd} e imponendola uguale a zero si ha:

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_e}{\partial i_{sd}} &= \frac{3}{2} n_p (L_d - L_q) \sqrt{i_s^2 - i_{sd}^2} + \frac{3}{2} n_p (L_d - L_q) i_{sd} \frac{(-2i_{sd})}{2\sqrt{i_s^2 - i_{sd}^2}} = 0 \\ &\Rightarrow \sqrt{i_s^2 - i_{sd}^2} - \frac{2i_{sd}^2}{2\sqrt{i_s^2 - i_{sd}^2}} = 0 \Rightarrow i_s^2 - i_{sd}^2 - i_{sd}^2 = 0 \Rightarrow i_{sd} = \frac{i_s}{\sqrt{2}} \end{aligned} \quad (20)$$

sostituendo l'espressione di i_{sd} nella (18) si ottiene:

$$i_{sq} = \frac{i_s}{\sqrt{2}} \quad (21)$$

Infine si può scrivere:

$$\tan \delta = \frac{i_{sq}}{i_{sd}} = 1 \quad (22)$$

Dalla formula (22) è evidente come, per ottenere la massima coppia per unità di corrente, bisogna controllare il motore in modo che le due componenti delle correnti risultino uguali in modulo, seguendo la caratteristica evidenziata in figura 5.

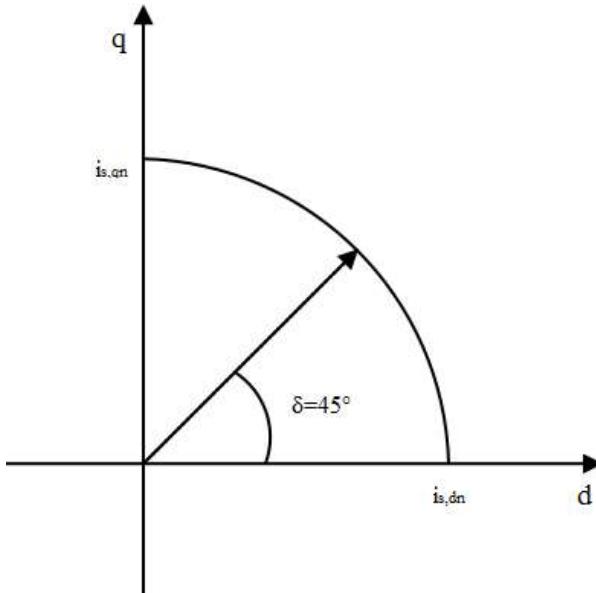


Figura 5 – Caratteristica per la massima coppia per corrente

8.3.4 Massimo fattore di potenza

Le macchine a riluttanza sono generalmente caratterizzate dall'avere un basso fattore di potenza se si confrontano con quelle a magneti permanenti. Il fattore di potenza tende ad essere anche inferiore a quello di un motore ad induzione di pari potenza. A causa dell'elevata corrente di magnetizzazione, si ha un'elevata potenza reattiva assorbita e quindi un fattore di potenza ridotto. Progettare accuratamente il rotore in modo da massimizzare il rapporto di salienza $\frac{L_d}{L_q}$ contribuisce a ridurre questo inconveniente.

Un basso fattore di potenza si traduce in un sovradimensionamento del convertitore che ha il compito di pilotare la macchina il che comporta, soprattutto per macchine di taglie più grandi, costi maggiori. Da ciò deriva l'esigenza di controllare la macchina con l'obiettivo di ridurre al minimo l'angolo tra tensione e corrente.

Trascurando la caduta di tensione sulla resistenza di statore, le equazioni di statore (10) in condizioni di funzionamento a regime si possono approssimare come segue:

$$\begin{cases} v_{sd} \cong -\omega_r L_q i_{sq} \\ v_{sq} \cong \omega_r L_d i_{sd} \end{cases} \quad (23)$$

In riferimento al diagramma vettoriale di figura 6, se si indica con θ_v l'angolo del vettore v_s e con θ_i l'angolo del vettore i_s si può definire la differenza tra i due con:

$$\varphi = \theta_v - \theta_i \quad (24)$$

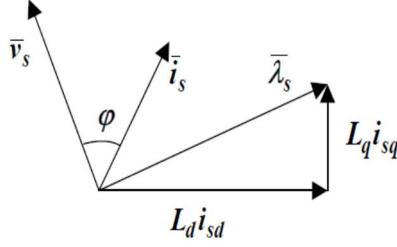


Figura 6 – Diagramma vettoriale in condizioni di regime

Inoltre:

$$\tan \varphi = \tan(\theta_v - \theta_i) = \frac{\tan \theta_v - \tan \theta_i}{1 + \tan \theta_v \cdot \tan \theta_i} \quad (25)$$

con:

$$\tan \theta_v = \frac{v_{sq}}{v_{sd}} \quad \tan \theta_i = \frac{i_{sq}}{i_{sd}} \quad (26)$$

sostituendo le (26) nella (25) si ottiene:

$$\tan \varphi = \tan(\theta_v - \theta_i) = \frac{\frac{v_{sq}}{v_{sd}} - \frac{i_{sq}}{i_{sd}}}{1 + \frac{v_{sq} i_{sq}}{v_{sd} i_{sd}}} \quad (27)$$

Per le ipotesi fatte in (23), si può scrivere:

$$\frac{v_{sq}}{v_{sd}} = -\frac{L_d i_{sd}}{L_q i_{sq}} \quad (28)$$

Sostituendo la (28) nella (27) si ha:

$$\tan \varphi = \frac{\frac{v_{sq}}{v_{sd}} - \frac{i_{sq}}{i_{sd}}}{1 + \frac{v_{sq} i_{sq}}{v_{sd} i_{sd}}} = \frac{-\frac{L_d i_{sd}}{L_q i_{sq}} - \frac{i_{sq}}{i_{sd}}}{1 - \frac{L_d i_{sd}}{L_q i_{sq}} \frac{i_{sq}}{i_{sd}}} = \frac{-\frac{L_d i_{sd}}{i_{sq}} - \frac{L_q i_{sq}}{i_{sd}}}{L_q - L_d} = \frac{L_d x + L_q \frac{1}{x}}{L_d - L_q} \quad (29)$$

dove si definisce $x = \frac{i_{sd}}{i_{s,q}}$. Derivare la (29) rispetto ad x equivale a ricercare il massimo valore della $\tan \varphi$,

ovvero il punto col massimo valore del fattore di potenza $\cos \varphi$:

$$\frac{\partial \tan \varphi}{\partial x} = \frac{L_d + L_q (-\frac{1}{x^2})}{L_d - L_q} = 0 \quad (30)$$

Dalla (30) deriva che:

$$x = \frac{i_{s,d}}{i_{s,q}} = \sqrt{\frac{L_q}{L_d}} \quad (31)$$

Sostituendo nella (29) l'espressione di x ottenuta si ha:

$$\tan \varphi = \frac{\frac{L_d}{L_d} \sqrt{\frac{L_q}{L_d}} + L_q \sqrt{\frac{L_d}{L_q}}}{L_d - L_q} = \frac{2 \cdot \sqrt{L_d \cdot L_q}}{L_d - L_q}; \Rightarrow \varphi_{min} = \text{atan}\left(\frac{2 \cdot \sqrt{L_d \cdot L_q}}{L_d - L_q}\right) \quad (32)$$

Se si considera una macchina a riluttanza in cui il rapporto di salienza è pari a 10, risulta:

$$x = \frac{i_{sd}}{i_{sq}} = \sqrt{\frac{L_{sq}}{L_{sd}}} = \sqrt{\frac{1}{10}} \cong 0.32 \quad \Rightarrow \quad i_{sq} \cong 3 \cdot i_{sd} \quad (33)$$

Per ottenere il massimo fattore di potenza, si dovrà dunque operare su una caratteristica avente, secondo le ipotesi fatte (Figura 7):

$$\tan \delta = \frac{i_{s,q}}{i_{s,d}} = \sqrt{\frac{L_d}{L_q}} \cong 3 \quad (34)$$

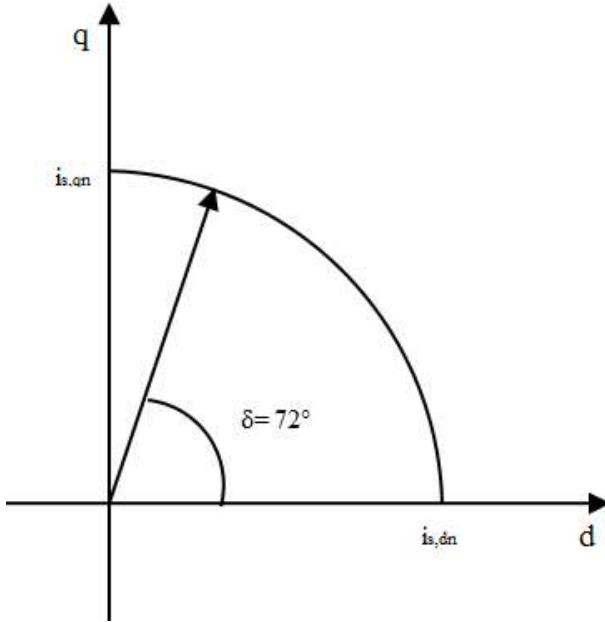


Figura 7 – Caratteristica per il massimo fattore di potenza; ($\tan \delta \approx 72^\circ$)

8.3.5 Massima coppia per flusso di statore

Esprimendo il modulo del flusso di statore come segue:

$$\lambda_s = \sqrt{(L_d i_{sd})^2 + (L_q i_{sq})^2} \quad (35)$$

è possibile isolare la i_{sq} :

$$i_{sq} = \frac{\sqrt{\lambda_s^2 - (L_d i_{sd})^2}}{L_q} \quad (36)$$

sostituendo la 36 nell'espressione della coppia si ottiene:

$$C_e = \frac{3}{2} n_p (L_d - L_q) i_{sd} i_{sq} = \frac{3}{2} n_p (L_d - L_q) L_q i_{sd} \frac{\sqrt{\lambda_s^2 - (L_d i_{sd})^2}}{L_q} \quad (37)$$

derivando la coppia così espressa rispetto alla corrente i_{sd} permette di ricercare il suo massimo rispetto ad un prefissato valore del flusso di statore:

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_e}{\partial i_{sd}} &= \frac{3}{2} n_p (L_d - L_q) \frac{\sqrt{\lambda_s^2 - (L_d i_{sd})^2}}{L_q} + \frac{3}{2} n_p (L_d - L_q) i_{sd} \frac{(-2 L_d^2 i_{sd})}{2 \cdot L_q \cdot \sqrt{\lambda_s^2 - (L_d i_{sd})^2}} = 0 \\ \Rightarrow \quad \sqrt{\lambda_s^2 - (L_d i_{sd})^2} - \frac{2 L_d^2 i_{sd}^2}{2 \cdot \sqrt{\lambda_s^2 - (L_d i_{sd})^2}} &= 0 \quad \Rightarrow \quad \lambda_s^2 - (L_d i_{sd})^2 - L_d^2 i_{sd}^2 = 0 \\ \Rightarrow \quad i_{sd} &= \frac{\lambda_s}{\sqrt{2} L_d} \quad \Rightarrow \quad i_{sq} = \frac{\lambda_s}{\sqrt{2} L_q} \end{aligned} \quad (38)$$

Calcolando l'espressione della tangente di δ si ottiene:

$$\tan \delta = \frac{i_{sq}}{i_{sd}} = \frac{L_d}{L_q} \quad (39)$$

Se si considera una macchina con rapporto di salienza pari a 10 si avrà questa volta $\tan \delta \approx 10$, che corrisponde nel diagramma vettoriale ad una caratteristica con elevata pendenza verso l'asse q (Figura 8). Un

tal criterio di controllo può essere utile a velocità superiori a quella nominale, quando flusso è imposto dalla massima tensione disponibile e dalla pulsazione di alimentazione.

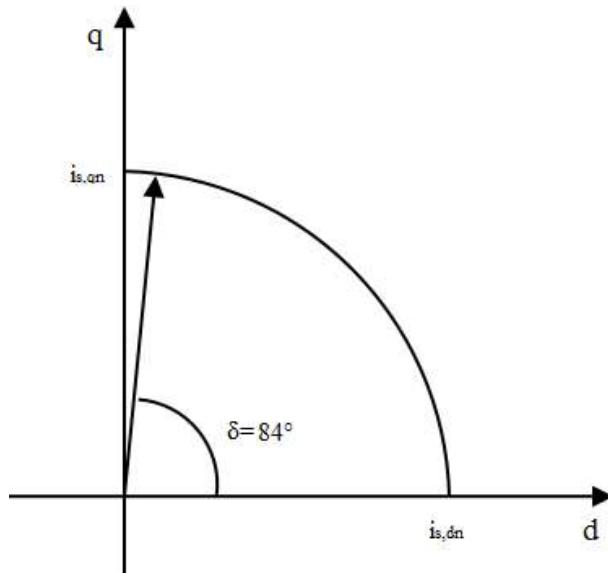


Figura 8 – Caratteristica per la massima coppia per flusso; ($\tan 10 \cong 84^\circ$)

8.4 CONFRONTO TRA I DIVERSI CRITERI

Nei diagrammi vettoriali delle figure 5, 7, 8, la coppia elettromagnetica sviluppata è proporzionale all'area del rettangolo avente lati pari alle coppie i_{sd} e i_{sq} corrispondenti ai punti delle caratteristiche tracciate. Normalmente la componente lungo l'asse diretto della corrente statorica non deve superare il 30% circa della corrente nominale al fine di limitare il livello di saturazione magnetica lungo l'asse diretto, questo perché la saturazione riduce la L_d e dunque anche la coppia erogata (vedi figura 9). In altri termini, a causa della saturazione, ulteriori incrementi di corrente i_{sd} oltre il 30% circa della corrente nominale producono aumenti poco significativi di flusso secondo l'asse diretto. Nel caso del controllo a massima coppia per unità di corrente ($\tan \delta = 1$) ci sarà un valore di coppia oltre il quale la corrente i_{sd} supererà il valore massimo compatibile con il livello di saturazione ammissibile lungo l'asse diretto. Oltre tale valore di coppia la macchina sarà controllata con corrente i_{sd} costante e pari al valore massimo ammesso. In pratica, la saturazione non interviene bruscamente superata una certa soglia di corrente, quindi la caratteristica di controllo a massima coppia per unità di corrente avrà una transizione graduale dalla caratteristica a $\tan \delta = 1$ a quella a corrente i_{sd} costante.

Dalla caratteristica di massima coppia per flusso di statore è evidente come la i_{sd} risulti essere al massimo pari a circa un decimo della corrente nominale. In queste condizioni la coppia sviluppata non raggiungerà mai il valore nominale perché lungo l'asse d si sta effettivamente deflussando la macchina. Questo tipo di funzionamento è utile per applicazioni di tipo mandrino, in cui si raggiungono velocità spesso al di sopra dei valori nominali a cui corrispondono bassi valori di coppia erogata.

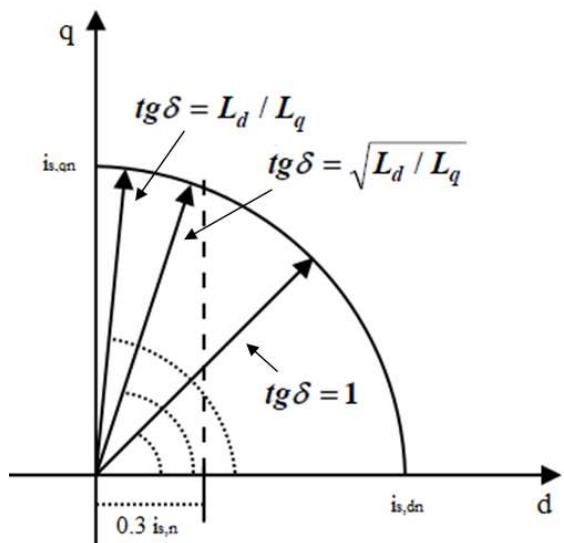


Figura 9 – Criteri per il controllo dell'angolo δ

9 CONTROLLO SENSORLESS DI MACCHINE A MAGNETI PERMANENTI

9.1 INTRODUZIONE

L'implementazione di un sistema di controllo ad elevate prestazioni dinamiche richiede la conoscenza del valore istantaneo della posizione/velocità del rotore per poter effettuare un controllo in anello chiuso di tali grandezze e, nel caso di una macchina in corrente alternata, per poter modellare correttamente la macchina nei diversi sistemi di coordinate. Per questo motivo, per poter realizzare il controllo vettoriale di una macchina in corrente alternata, diventa necessario l'utilizzo di opportuni sensori di posizione (per esempio, encoder e resolver). Questi sensori, oltre a richiedere interventi meccanici specifici per il loro montaggio, sono sensibili alla temperatura, determinano limiti operativi in termini di velocità ed incrementano l'inerzia meccanica della macchina. Non meno importanti sono poi gli svantaggi in termini economici che derivano dall'utilizzo di questi sensori: essi producono un aumento dei costi complessivi dell'azionamento (a tal proposito vanno considerati, oltre al costo d'acquisto del sensore in sé, anche i costi dei cablaggi, dei connettori e delle interfacce necessarie). Infine, i sensori di posizione provocano una riduzione dell'affidabilità dell'azionamento e necessitano di periodici interventi di manutenzione. Tutto quanto finora detto è stato di stimolo per numerosi ricercatori che, negli ultimi anni, hanno cercato di sviluppare degli azionamenti self-sensing che non richiedano l'utilizzo di sensori di posizione e/o velocità, per questo denominati azionamenti *sensorless*.

Gli schemi di controllo sensorless possono essere utilizzati sia come soluzione principale di controllo dell'azionamento che come soluzione di backup in caso di guasto del sensore di posizione. Un'opportuna transizione da un controllo sensed ad uno sensorless può, in questi casi, garantire la continuità di funzionamento della macchina durante le operazioni di manutenzione ordinaria o di riparazione in caso di guasto, oppure comandare l'arresto del sistema in caso di emergenza.

Le tecniche di controllo sensorless si distinguono in due differenti categorie, a seconda del modello matematico utilizzato per la rappresentazione della macchina [4]. La prima di queste due categorie comprende le tecniche che utilizzano le classiche equazioni dinamiche della macchina che, basate sull'ipotesi di distribuzione sinusoidale della densità di flusso nel traferro, trascurano le armoniche spaziali ed altri effetti secondari (modelli cosiddetti *fundamental wave*). Tali tecniche hanno dimostrato di essere in grado di realizzare un controllo altamente performante nel campo delle alte e medie velocità di rotazione. Le performance del controllo, tuttavia, degradano al diminuire della velocità ed il controllo fallisce del tutto per velocità di rotazione prossime allo zero o in caso di

alimentazione in continua. Per superare questa limitazione, sono stati proposti dei metodi di controllo sensorless che sfruttano le anisotropie della macchina (derivanti dalla geometria o dagli effetti della saturazione), basati su un suo modello matematico semplificato per le alte frequenze. In questo caso la stima della posizione del rotore viene effettuata in base alla risposta della macchina quando ad essa viene fornita, tramite l'inverter, un'alimentazione in alta frequenza, distinta da quella a frequenza fondamentale necessaria per la produzione di coppia [5]. In entrambi i casi, tuttavia, lo schema di controllo è basato sulla stima del vettore rotante del flusso di statore o di rotore, effettuata attraverso un opportuno osservatore di flusso (*flux observer*).

La struttura generale del controllo sensorless è rappresentata in Fig. 1: sulla base dei valori misurati delle tensioni e delle correnti di fase, attraverso le equazioni del modello matematico della macchina, vengono calcolate tutte le variabili incognite, incluse posizione e velocità del rotore. Normalmente, per evitare complicazioni aggiuntive derivanti dalla misura di forme d'onda di tipo PWM, si utilizzano i valori di riferimento delle tensioni di alimentazione, piuttosto che i corrispondenti valori reali. Nonostante le limitazioni alle basse velocità di rotazione, le tecniche di controllo sensorless basate sul modello fundamental wave della macchina sono quelle tipicamente più utilizzate poiché, oltre alla loro relativa semplicità, consentono di compensare facilmente le variazioni parametriche e presentano un funzionamento accettabile anche se progettate in base ai parametri di data-sheet della macchina.

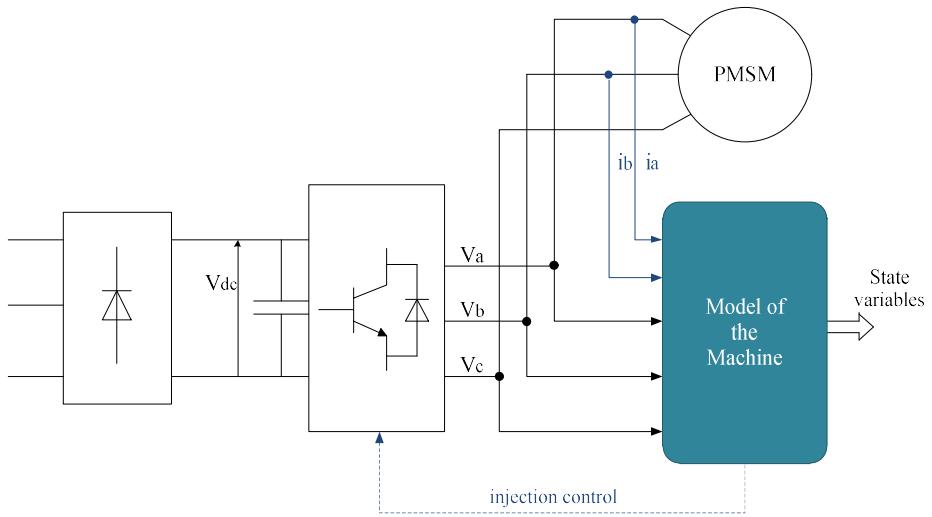


Fig. 1 Struttura generale del controllo sensorless

9.2 CONTROLLO I-F

Si consideri un sistema di riferimento arbitrario di assi (d_{IF}, q_{IF}) , rotante a velocità ω_{dqIF} ed avente l'asse d_{IF} sfasato di un angolo θ_{crt} rispetto all'asse della fase “a” di statore. Alimentando la macchina con una corrente avente ampiezza costante ed orientata secondo l'asse in quadratura del sistema di riferimento suddetto, nasce una coppia elettromagnetica dovuta alla tendenza del magnete ad allinearsi con la forza magnetomotrice

prodotta dalla corrente statorica (è come se sullo statore ci fosse un'elettrocalamita che attira a sé i magneti presenti sul rotore). Per effetto di tale coppia, quindi, il rotore tende a muoversi inseguendo il vettore rotante della corrente di statore. Se si aumenta lentamente la velocità di rotazione del sistema di riferimento (d_{IF} , q_{IF}) a partire da un valore iniziale nullo, cioè se si aumenta progressivamente la pulsazione delle correnti di alimentazione, si riesce ad auto avviare la macchina da ferma. L'importante è garantire una variazione della pulsazione delle correnti di alimentazione sufficientemente lenta, in modo tale che, accelerando gradualmente, il rotore possa inseguire il vettore rotante della forza magnetomotrice di statore senza perdere il sincronismo.

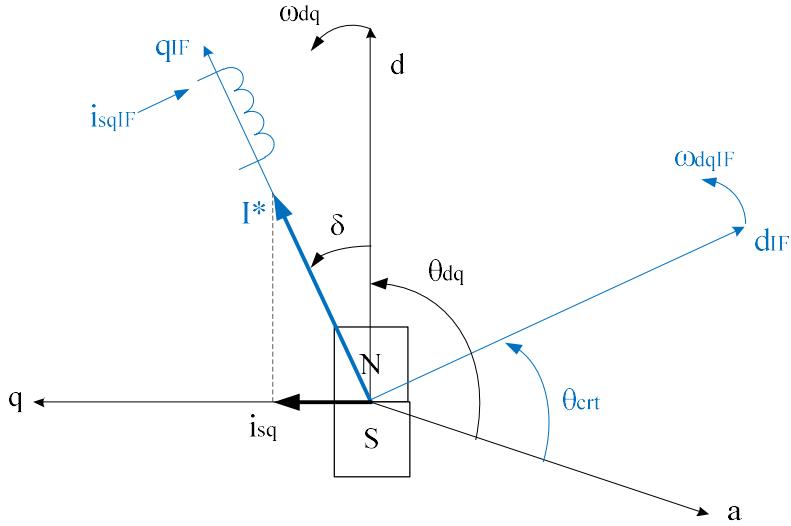


Fig. 2 Sistema di riferimento rotante in cui viene effettuato il controllo I-F

La macchina quindi tende a muoversi con una velocità angolare elettrica ω_r pari alla velocità ω_{dqIF} , cioè pari alla pulsazione elettrica delle correnti di alimentazione, posizionandosi con l'asse polare sfasato di un angolo δ rispetto all'asse q_{IF} dipendente dalle condizioni di carico. Infatti, avendo la coppia la seguente espressione:

$$C_e = k_c i_{sq} = k_c I^* \sin \delta \quad (1)$$

a parità di coppia sviluppata, quanto maggiore è il modulo I^* della corrente di riferimento imposta, tanto minore è l'angolo δ , cioè tanto maggiore è l'angolo $(\theta_{dq} - \theta_{crt})$ di sfasamento tra l'asse diretto del sistema di riferimento (d, q) reale e quello del sistema di riferimento arbitrario (d_{IF}, q_{IF}) imposto.

In tal modo quindi si riesce ad effettuare un controllo in anello aperto della velocità di rotazione della macchina. A regime, quando la velocità di riferimento ω_{dqIF} diventa costante, la coppia erogata dalla macchina diventa esattamente pari alla coppia di carico applicata.

Praticamente, il controllo I-F viene realizzato imponendo un riferimento di corrente nullo lungo l'asse d_{IF} , un riferimento di corrente costante lungo l'asse q_{IF} e una frequenza di riferimento f^* variabile secondo un'opportuna legge. La variazione nel tempo della frequenza deve essere adattata alle condizioni di carico della macchina. In linea di principio, un avviamento con carichi gravosi richiede una variazione più lenta della frequenza. A titolo di esempio si potrebbe utilizzare una legge di variazione di tipo quadratico:

$$f^* = kt^2 \quad (2)$$

dove k è un numero costante e positivo che consente di agire sulla velocità di variazione nel tempo della frequenza di riferimento. Tale frequenza viene quindi utilizzata per calcolare l'angolo θ_{crt} che individua la posizione del sistema di riferimento (d_{IF}, q_{IF}) rispetto all'asse della fase "a" di statore, necessario per effettuare le trasformazioni di coordinate dal sistema di riferimento stazionario a quello rotante imposto e viceversa [1] :

$$\theta_{crt} = \int 2\pi f^* dt \quad (3)$$

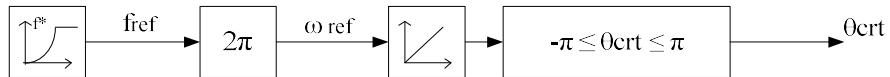


Fig. 3 Calcolo dell'angolo θ_{crt} necessario per le trasformazioni di coordinate

Imponendo un controllo delle componenti del vettore della corrente di statore, il controllo I-F potrebbe essere definito come un “controllo vettoriale di velocità in anello aperto”. Differentemente dal controllo vettoriale, però, il controllo I-F non richiede una conoscenza della posizione istantanea del rotore.

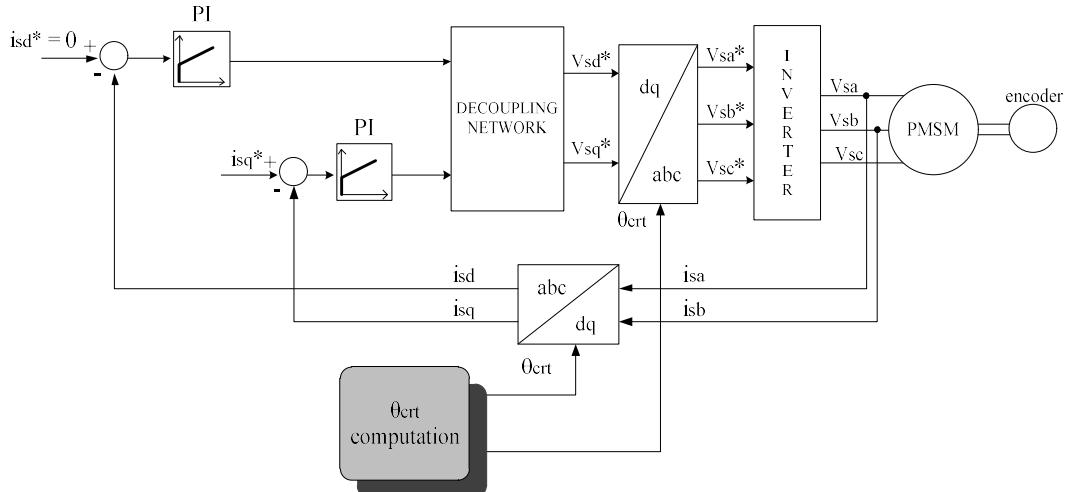


Fig. 4 Schema a blocchi del controllo I-F

Volendo far funzionare la macchina come starter, in alternativa, si potrebbe pensare di auto avviarsi da ferma attraverso un controllo scalare V/Hz. Normalmente però il controllo I-F è preferito al controllo V/Hz, poiché consente di controllare le correnti (e non le tensioni) che, se troppo elevate, potrebbero provocare danni sia alla macchina che al convertitore di potenza con cui essa viene alimentata.

Il controllo I-F non può però essere utilizzato nei casi in cui la macchina, funzionante da starter, sia soggetta a variazioni brusche della coppia di carico. Essendo, infatti, la pulsazione delle grandezze elettriche di alimentazione imposta dal sistema di controllo, la variazione dell' angolo δ a seguito di un aumento della coppia di carico tende ad essere sottosmorzata. Quindi, se la variazione richiesta è eccessiva, a causa della sovra elongazione, l'angolo δ potrebbe raggiungere e superare il valore 90°, con una conseguente possibile perdita del sincronismo.

9.3 OSSERVATORE DI POSIZIONE BASATO SULLA STIMA DELLA BACK-EMF

Il modo più semplice per stimare la posizione del rotore di un motore a magneti permanenti è quello basato sull'integrazione della forza controelettromotrice (*back ElectroMotive Force*) indotta negli avvolgimenti di statore [2].

Si consideri l'equazione di statore scritta in coordinate stazionarie (α, β):

$$\bar{v}_{s\alpha\beta} = \mathbf{R}_s \bar{l}_{s\alpha\beta} + \frac{d\bar{\lambda}_{s\alpha\beta}}{dt} \quad (4)$$

dalla quale si ricava la seguente espressione del flusso concatenato con gli avvolgimenti di statore:

$$\bar{\lambda}_{s\alpha\beta} = \int (\bar{v}_{s\alpha\beta} - \mathbf{R}_s \bar{l}_{s\alpha\beta}) dt \quad (5)$$

Ricordando l'espressione delle equazioni magnetiche scritte nel medesimo sistema di riferimento e sostituendo in esse le (3.2), il vettore rotante del flusso generato dai magneti permanenti (i.e. il flusso prodotto dal rotore) che si concatena con gli avvolgimenti di statore può essere scritto nella forma seguente:

$$\bar{\lambda}_{SPM\alpha\beta} = \int (\bar{v}_{s\alpha\beta} - \mathbf{R}_s \bar{l}_{s\alpha\beta}) dt - \mathbf{L}_s \bar{l}_{s\alpha\beta} \quad (6)$$

ovvero:

$$\begin{cases} \lambda_{SPM\alpha} = \frac{1}{s} (v_{s\alpha} - R_s i_{s\alpha}) - L_s i_{s\alpha} \\ \lambda_{SPM\beta} = \frac{1}{s} (v_{s\beta} - R_s i_{s\beta}) - L_s i_{s\beta} \end{cases} \quad (7)$$

Per evitare la misura delle tensioni di fase è possibile utilizzare le tensioni di riferimento per il convertitore PWM fornite dai regolatori di corrente. In tal caso sarà necessario compensare gli effetti introdotti dal convertitore a causa della resistenza in conduzione e dei tempi morti di commutazione dei dispositivi. Almeno due correnti di fase devono essere misurate. In alternativa si potrebbe misurare la corrente sul bus in continua e ricostruire le correnti di fase sulla base dello stato di conduzione del convertitore. Quindi, utilizzando le equazioni (7) è possibile calcolare il valore delle componenti del vettore rotante del flusso generato dai magneti permanenti che si concatena con le fasi di statore e determinare l'angolo che individua la posizione di tale vettore rotante nel sistema di riferimento stazionario (α, β), coincidente con la posizione istantanea del rotore:

$$\theta_r = \tan^{-1} \left(\frac{\lambda_{SPM\beta}}{\lambda_{SPM\alpha}} \right) \quad (8)$$

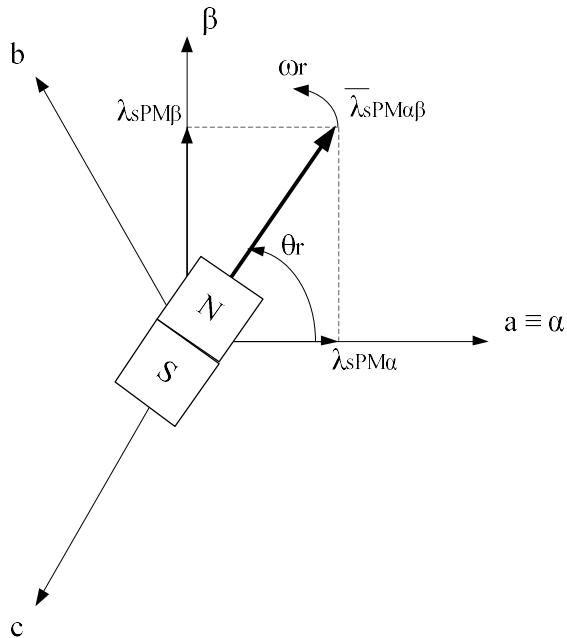


Fig. 5 Posizione del vettore rotante del flusso generato dai PM che si concatena con gli avvolgimenti di statore nel sistema di riferimento stazionario (α, β)

Nel seguito si utilizzerà il simbolo “^” per contraddistinguere i valori delle grandezze stimate dai rispettivi valori reali.

Dalle (7), che costituiscono il modello matematico dell’osservatore di flusso, si deduce facilmente che il metodo di stima proposto fallisce alle basse velocità di rotazione quando le cadute di tensione sulla resistenza di statore non sono trascurabili rispetto alle tensioni imposte. Questo accade perché nelle applicazioni pratiche sono inevitabili gli errori di stima di resistenza ed induttanza ed anche per gli offset di misura delle correnti. Il metodo di stima si basa sull’integrazione di grandezze misurate a cui, il più delle volte, si sovrappongono segnali a valore medio non nullo (e.g. offset derivanti da una taratura poco precisa dei sensori, rumore di misura). La presenza di questi segnali causa di una deriva indefinita dell’integrale e, conseguentemente, la divergenza delle stime di flusso. Tale problema può essere risolto sostituendo, nel modello matematico dell’osservatore, l’integratore puro con un integratore retroazionato, funzionante di fatto come un filtro passa-basso, avente la seguente funzione di trasferimento:

$$G_{LPF}(s) = \frac{1}{s + g} = \frac{\tau}{1 + s\tau} \quad (9)$$

essendo $\tau = 1/g$ la costante di tempo del filtro.

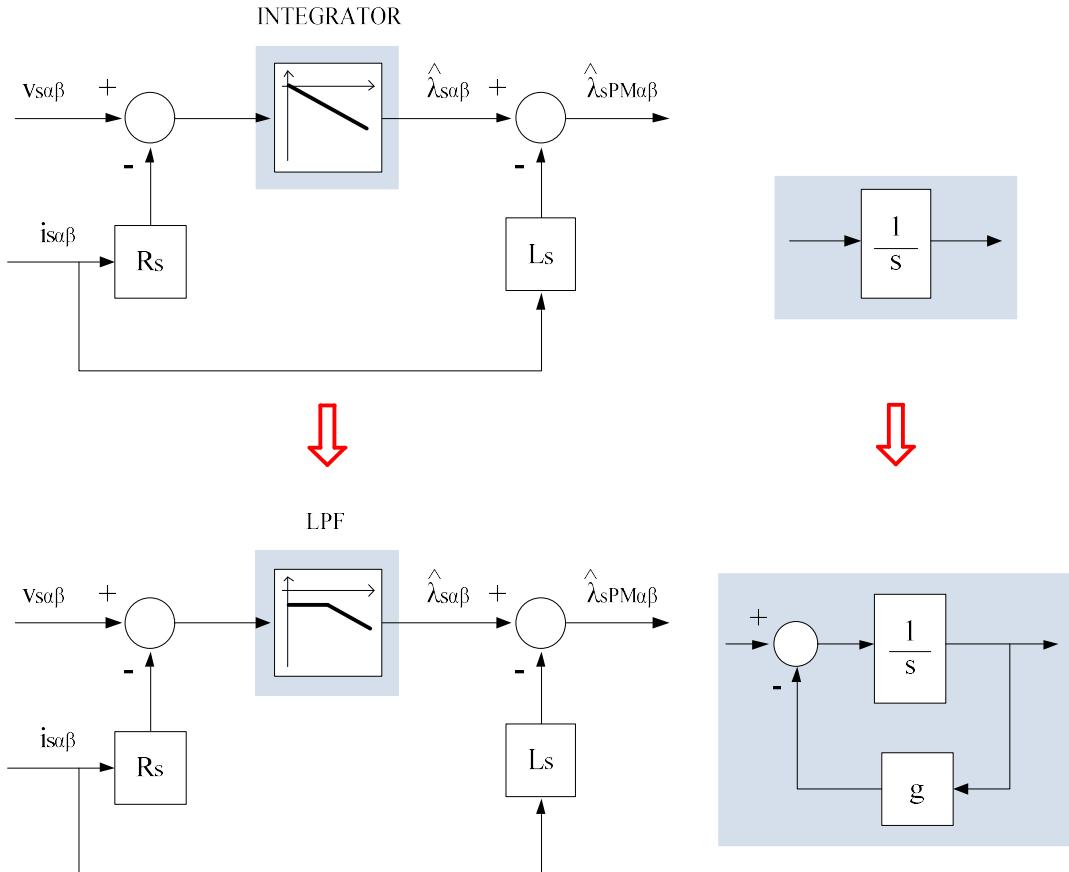


Fig. 6 Schema a blocchi dell'osservatore di flusso

Tale soluzione è giustificata dal fatto che il filtro e l'integratore puro presentano la stessa risposta in frequenza per frequenze maggiori di quella di taglio del filtro ($\omega_{gc} = 1/\tau$), la quale pertanto rappresenta la frequenza limite al di sotto della quale l'osservatore non può essere utilizzato.

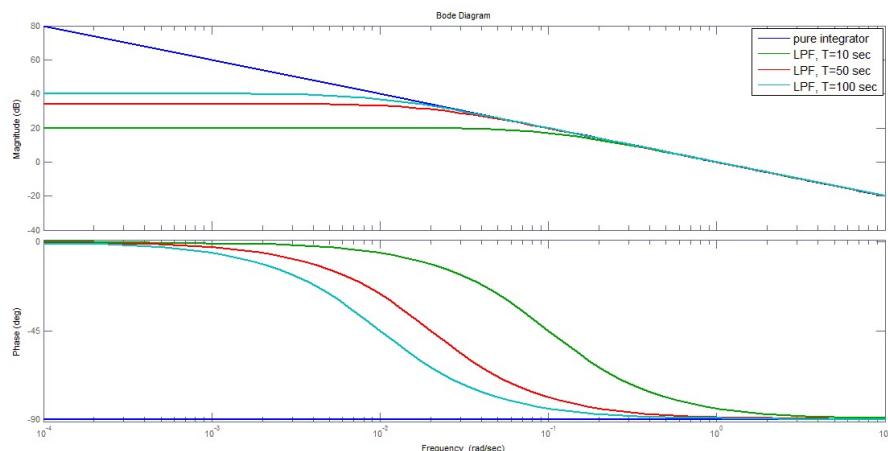


Fig. 7 Risposta in frequenza dell'integratore puro e del LPF ($\tau = 10$ sec, $\tau = 50$ sec, $\tau = 100$ sec)

Per poter utilizzare l'osservatore alle basse velocità di rotazione, è quindi necessario scegliere la costante di tempo τ del filtro passa-basso quanto più grande possibile. Ciò tuttavia produce una diminuzione dell'attenuazione alle basse frequenze, con conseguenti effetti negativi sulla qualità nella stima. Un errore eccessivo nella stima della posizione del rotore si traduce in orientamento errato del sistema di riferimento (d, q) rotante, ovvero in un degrado delle prestazioni del sistema di controllo. Il valore della costante di tempo

del filtro, pertanto, deve essere il frutto di una scelta di compromesso tra il valore minimo di velocità in corrispondenza del quale si vuole che il filtro si comporti come l'integratore puro e il grado di bontà della stima desiderato. Da quanto finora detto si deduce che l'osservatore di flusso considerato non consente la realizzazione di un controllo vettoriale sensorless auto-avviante.

Quando inserito nell'anello di controllo, l'osservatore di flusso introduce un ritardo nelle correnti utilizzate nel controllo vettoriale, tanto maggiore quanto maggiore è la costante di tempo del filtro passa-basso. Tale ritardo può essere ritenuto trascurabile, ai fini del progetto dei regolatori di corrente, solo se la dinamica dell'osservatore è sufficientemente più rapida rispetto a quella dell'anello di controllo della corrente.

9.4 STIMA DELLA VELOCITÀ

Note le quantità $\sin(\hat{\theta}_r)$ e $\cos(\hat{\theta}_r)$ fornite in uscita dall'osservatore di flusso, la velocità di rotazione del rotore potrebbe essere calcolata nel modo seguente:

$$\hat{\omega}_r = \sqrt{\left[\frac{d(\sin \hat{\theta}_r)}{dt} \right]^2 + \left[\frac{d(\cos \hat{\theta}_r)}{dt} \right]^2} \quad (10)$$

L'utilizzo delle derivate tuttavia tende ad amplificare gli errori presenti nella posizione stimata, rendendo la stima della velocità errata o comunque affetta da un errore non nullo a regime.

Gli effetti negativi prodotti dall'uso delle derivate possono essere evitati effettuando la stima della velocità mediante un PLL (*Phase Locked Loop*), ossia un sistema in grado di produrre in uscita un segnale avente stessa ampiezza, fase e frequenza del segnale applicato in ingresso [3]. Lo schema di principio di un PLL è mostrato in Fig. 8.

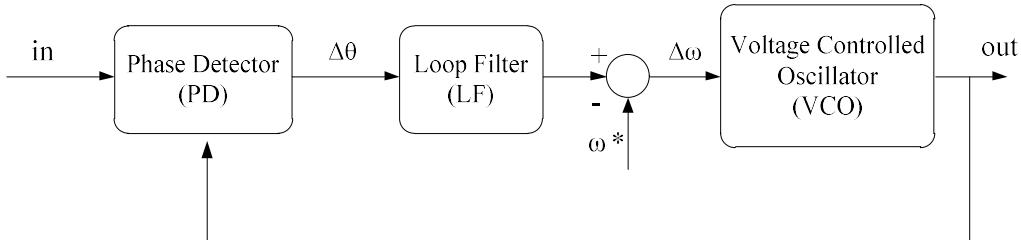


Fig. 8 Schema di principio di un PLL

La differenza di fase tra il segnale applicato in ingresso e quello generato in uscita dal sistema di sincronizzazione viene utilizzata per variare il segnale di controllo della frequenza del segnale d'uscita, finché quest'ultima non coincide con quella del segnale di ingresso.

Introdotto un sistema di riferimento (d_{PLL}, q_{PLL}) rotante con velocità ω_{PLL} , attraverso un'opportuna azione di controllo si fa in modo che il vettore rotante $(\cos \hat{\theta}_r + j \sin \hat{\theta}_r) = e^{j\hat{\theta}_r} = e^{j\hat{\omega}_r t}$ (avente ampiezza unitaria) abbia componente nulla lungo l'asse in quadratura.

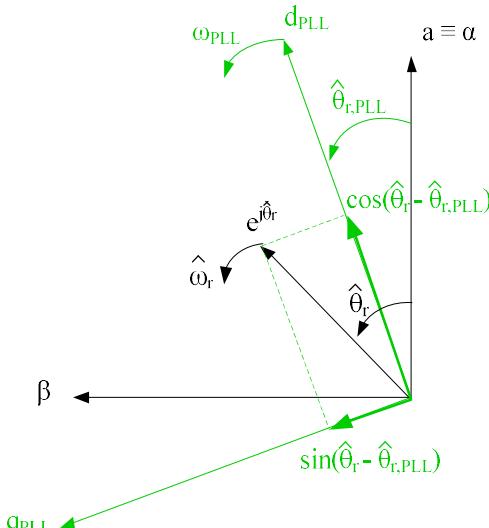


Fig. 9 Sistema di riferimento rotante (d_{PLL} , q_{PLL})

A regime, quando $\sin(\hat{\theta}_r - \hat{\theta}_{r,PLL}) = 0 \Leftrightarrow \hat{\theta}_r = \hat{\theta}_{r,PLL}$, la velocità di rotazione del sistema di riferimento (d_{PLL} , q_{PLL}) diventa pari al valore stimato della velocità di rotazione del rotore. Se eccessivamente rumorosa, tale velocità stimata può essere filtrata con un filtro passa-basso a valle del PLL.

Implementato il PLL per la stima della velocità di rotazione del rotore, si potrebbe pensare di utilizzare nelle trasformazioni di coordinate l'angolo $\hat{\theta}_{r,PLL}$ che, in linea di principio, dovrebbe essere meno rumoroso rispetto all'angolo di rotore stimato dall'osservatore, grazie all'effetto filtrante del PLL.

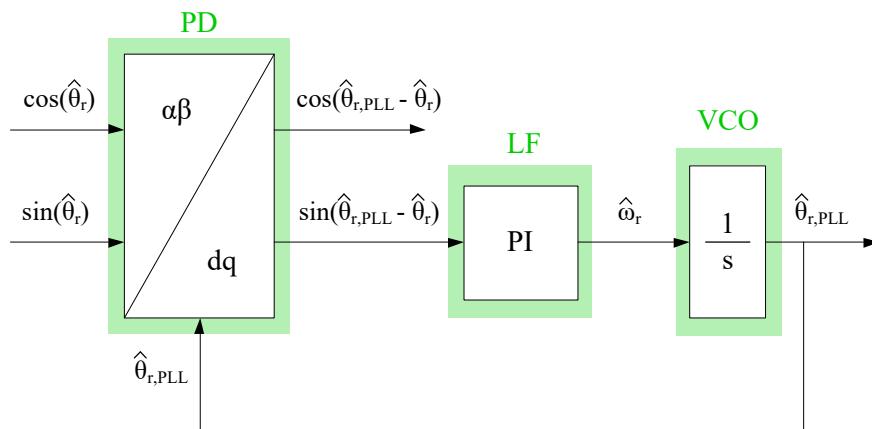


Fig. 10 Schema a blocchi del PLL

9.5 TRANSIZIONE DA IF A CONTROLLO VETTORIALE IN ANELLO CHIUSO

Fornendo una stima della posizione del rotore del tutto errata alle basse velocità di rotazione, l'osservatore di flusso basato sull'integrazione della forza controelettromotrice non consente la realizzazione di un controllo vettoriale sensorless auto-avviante. Per questo motivo, volendo utilizzare la macchina come starter, diventa necessario sviluppare un'opportuna strategia di avviamento con cui farla accelerare fino alla velocità in corrispondenza della quale l'osservatore di flusso fornisce una stima della posizione del rotore sufficientemente accurata. Si potrebbe quindi pensare di avviare la macchina in anello aperto controllandola

come BLDC (nel caso in cui sia dotata di sensori ad effetto Hall), oppure applicando un controllo scalare V/Hz, o utilizzando un controllo I-F.

Si supponga per esempio di avviare la macchina con un controllo I-F. Raggiunta la velocità minima in corrispondenza della quale l'errore nella stima della posizione del rotore risulta sufficientemente piccolo, l'algoritmo di controllo può commutare dal controllo I-F al controllo vettoriale in anello chiuso.

La commutazione può essere effettuata semplicemente facendo variare bruscamente l'angolo utilizzato nelle trasformazioni di coordinate dal valore θ_{crt} imposto dal controllo I-F al valore $\hat{\theta}_r$ stimato dall'osservatore di flusso. Tale variazione equivale ad imporre una rotazione brusca al sistema di riferimento (d_{IF}, q_{IF}) , fino a farlo diventare coincidente con il sistema di riferimento (\hat{d}, \hat{q}) individuato dall'angolo $\hat{\theta}_r$, che, a meno dell'errore di stima, coincide con il sistema di riferimento rotante (d, q) reale.

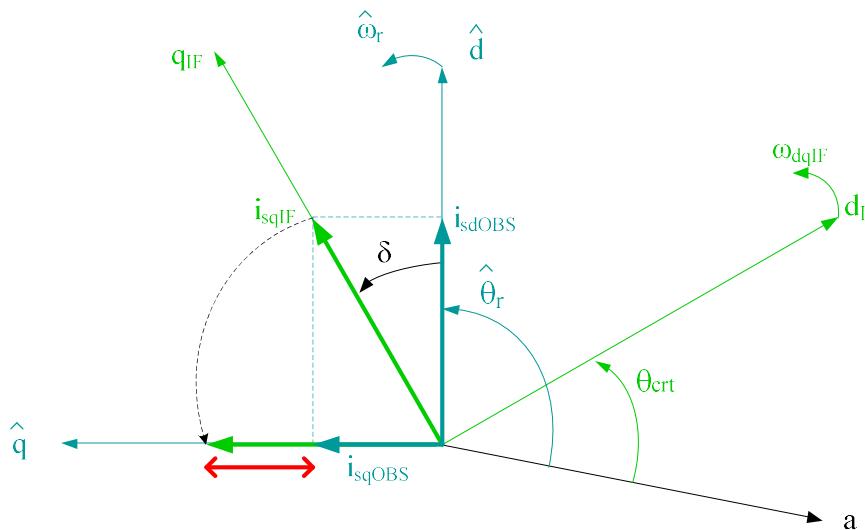


Fig. 11 Transizione brusca al controllo sensorless

Qualora però, per via di un valore molto elevato della corrente imposta lungo l'asse q_{IF} durante la fase di avviamento, l'angolo $(\hat{\theta}_r - \theta_{crt})$ dovesse essere molto grande, la brusca rotazione del vettore della corrente di statore potrebbe portare la macchina in fuga sia a causa di un notevole aumento della corrente assorbita dalla macchina lungo l'asse q reale (e, quindi, della coppia sviluppata), sia a causa della dinamica sottosmorzata dell'angolo δ conseguente ad una brusca accelerazione del rotore.

Per evitare un passaggio troppo brusco dal sistema di riferimento (d_{IF}, q_{IF}) imposto dal controllo I-F al sistema di riferimento (\hat{d}, \hat{q}) stimato, si può pensare di utilizzare nelle trasformazioni di coordinate un angolo che, durante la fase di transizione, vari gradualmente dal valore θ_{crt} al valore $\hat{\theta}_r$ con una dinamica del primo ordine. Definito l'istante di inizio della transizione (t_{tr}) come l'istante di tempo in cui la velocità di riferimento imposta dal controllo I-F raggiunge un certo valore minimo e l'istante di fine come quello in cui la tale velocità raggiunge un certo valore massimo, l'angolo da utilizzare nelle trasformazioni di coordinate può essere definito nel modo seguente [1]:

$$\begin{cases} \tilde{\theta}_r = \theta_{crt} & se \omega_{ref} < \omega_{min} \\ \tilde{\theta}_r = \theta_{comp} + \hat{\theta}_r & se \omega_{min} \leq \omega_{ref} \leq \omega_{MAX} \\ \tilde{\theta}_r = \hat{\theta}_r & se \omega_{ref} > \omega_{MAX} \end{cases} \quad (11)$$

dove θ_{comp} è il segnale d'uscita di un filtro del primo ordine avente ingresso nullo ($u = 0$) e l'errore $(\theta_{crt} - \hat{\theta}_r)$, valutato nell'istante di inizio della transizione (t_{tr}), come condizione iniziale:

$$\begin{aligned} \theta_{comp} &= \frac{1}{1 + s\tau_{tr}} \cdot u \\ \theta_{comp}(0) &= \theta_{crt}(t_{tr}) - \hat{\theta}_r(t_{tr}) \end{aligned} \quad (12)$$

Quanto maggiore è la costante di tempo del filtro del primo ordine introdotto, tanto più lenta è la transizione.

Analogamente, per evitare, a seguito della transizione, un aumento eccessivo della corrente assorbita dalla macchina lungo l'asse q reale, è possibile imporre una variazione del valore di riferimento della corrente lungo l'asse in quadratura che segua esattamente la stessa dinamica della variazione dell'angolo $\tilde{\theta}_r$:

$$\begin{cases} i_{sq}^* = i_{sqIF} & se \omega_{ref} < \omega_{min} \\ i_{sq}^* = i_{comp} + i_{sq,OBS} & se \omega_{min} \leq \omega_{ref} \leq \omega_{MAX} \\ i_{sq}^* = i_{sq,OBS} & se \omega_{ref} > \omega_{MAX} \end{cases} \quad (13)$$

dove i_{sqIF} è la corrente imposta lungo l'asse q_{IF} durante la fase di avviamento, $i_{sq,OBS}$ è la componente del vettore rotante della corrente di statore lungo l'asse \hat{q} nell'istante iniziale della transizione, i_{comp} è il segnale d'uscita di un filtro del primo ordine avente ingresso nullo ($u = 0$) e l'errore $(i_{sqIF} - i_{sq,OBS})$, valutato nell'istante iniziale della transizione, come condizione iniziale.

$$\begin{aligned} i_{comp} &= \frac{1}{1 + s\tau_{tr}} \cdot u \\ i_{comp}(0) &= i_{sqIF}(t_{tr}) - i_{sq,OBS}(t_{tr}) \end{aligned} \quad (14)$$

È evidente che, anche in questo caso, a parità di coppia di carico e di costante di tempo del filtro del primo ordine, la transizione al controllo in anello chiuso è tanto più gravosa quanto maggiore è la corrente i_{sqIF} imposta durante la fase di avviamento, ovvero quanto maggiore è lo sfasamento tra l'asse diretto del sistema di riferimento imposto dal controllo I-F e quello del sistema di riferimento (\hat{d}, \hat{q}) stimato. Nel medesimo intervallo di tempo (pari a $4 \div 5 \tau_{tr}$), infatti, il sistema di riferimento (d_{IF}, q_{IF}) dovrà compiere una rotazione maggiore e la corrente di riferimento si dovrà ridurre di una quantità maggiore.

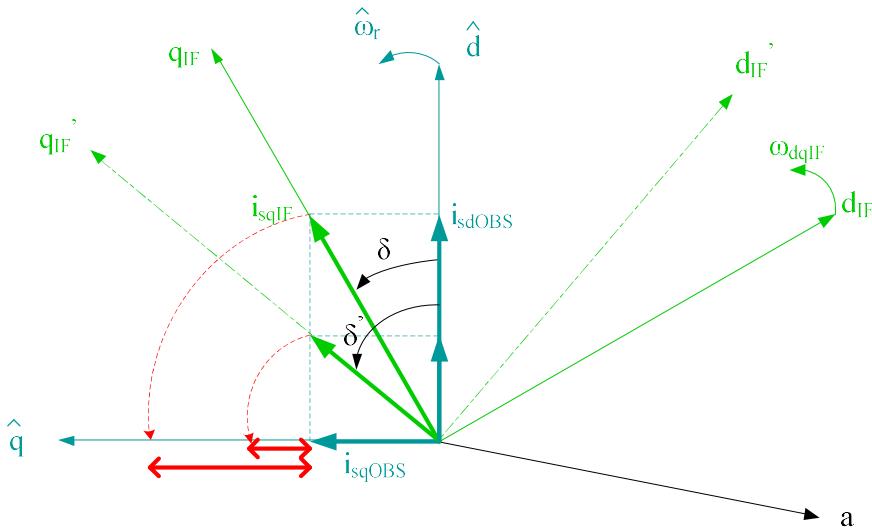


Fig. 12 Posizione del riferimento (d_{IF}, q_{IF}) al variare della corrente i_{sqIF}

9.6 BIBLIOGRAFIA

- [1] M. Fatu, R. Teodorescu, I. Boldea, G. D. Andreeascu, “I-F Starting Method with Smooth Transition to EMF Based Motion – Sensorless Vector Control of PM Synchronous Motor/Generator”, in Power Electronics Specialists Conference 2008 (PESC 2008), June 15-19, 2008, pp.1481-1487.
- [2] Zihui Wang; Kaiyuan Lu; Blaabjerg, F., “A Simple Startup Strategy Based on Current Regulation for Back-EMF-Based Sensorless Control of PMSM”, IEEE Transactions on Power Electronics, Year: 2012, Volume: 27, Issue: 8, Pages: 3817 – 3825.
- [3] V. Kaura, V. Blasco, “Operation of a phase locked loop system under distorted utility conditions”, in Proc. 11th Annu. Applied Power Electronics Conf. Exposition 1996 (APEC '96), Mar. 3-7, 1996, vol.2, pp.703-708.

10 MODELLI DI INVERTER PWM

Lo schema di principio di un inverter è mostrato in figura 1. Gli interruttori, da S1 a S6, sono del tipo a IGBT. Gli interruttori S1, S3, S5 fanno parte del semiponte superiore, gli interruttori S2, S4, S6 del semiponte inferiore. I due interruttori, che intervengono sulla stessa fase del motore, formano una gamba dell'inverter e non devono mai chiudersi contemporaneamente, altrimenti si avrà un corto circuito e, quindi, la distruzione dei dispositivi elettronici.

L'inverter più usato per l'alimentazione di motori autosincroni è quello a modulazione della larghezza degli impulsi, detto anche inverter PWM (Pulse Width Modulation). Tale tecnica di modulazione riduce il contenuto armonico alle basse frequenze e consente la regolazione della tensione in uscita.

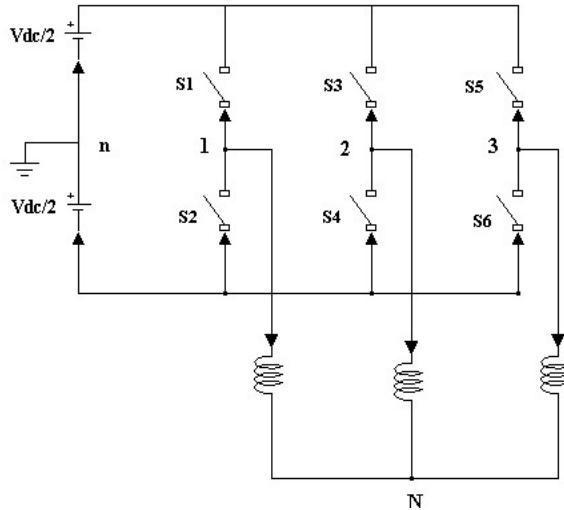


Fig.1. Schema di principio di un inverter trifase

La tensione che può essere applicata tra 1 e n (di tipo PWM) è compresa tra $-V_{dc}/2$ e $+V_{dc}/2$. Per generare una forma d'onda di tipo PWM, ovvero un treno di impulsi di uguale ampiezza ma di durata variabile, è necessario campionare le tensioni

$$v_{s,1n} = v_{sd} \cos \theta_r - v_{sq} \sin \theta_r \quad (1)$$

$$v_{s,2n} = v_{sd} \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) - v_{sq} \sin(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) \quad (2)$$

$$v_{s,3n} = v_{sd} \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) - v_{sq} \sin(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) \quad (3)$$

(o i segnali di controllo proporzionali ad esse $v_{s,1n} / K$, $v_{s,2n} / K$, e $v_{s,3n} / K$) alla frequenza $1/T_c$ per ottenere le onde modulanti e confrontare queste con una portante triangolare avente periodo T_c e ampiezza picco picco pari a V_{dc} (o V_{dc}/K), come mostrato nelle figure 2 e 3. Nelle figure $V_{dc} = 310$ V.

All'interno di un periodo T_c , si possono individuare un intervallo di tempo t^+ , nel quale la tensione modulante è maggiore dell'onda triangolare, e due intervalli di ampiezza $t/2$, in cui l'onda modulante è inferiore alla portante.

Con riferimento alla fase 1, durante l'intervallo di tempo t^+ deve essere inviato un impulso di comando all'interruttore S1 posto nel semiponte superiore in modo che la tensione $v_{s,1nPWM}$ sia pari a $V_{dc}/2$.

Viceversa, durante gli intervalli di tempo $t/2$ deve essere inviato un impulso di comando all'interruttore S2 posto nel semiponte inferiore in modo che la tensione $v_{s,1nPWM}$ sia pari a $-V_{dc}/2$.

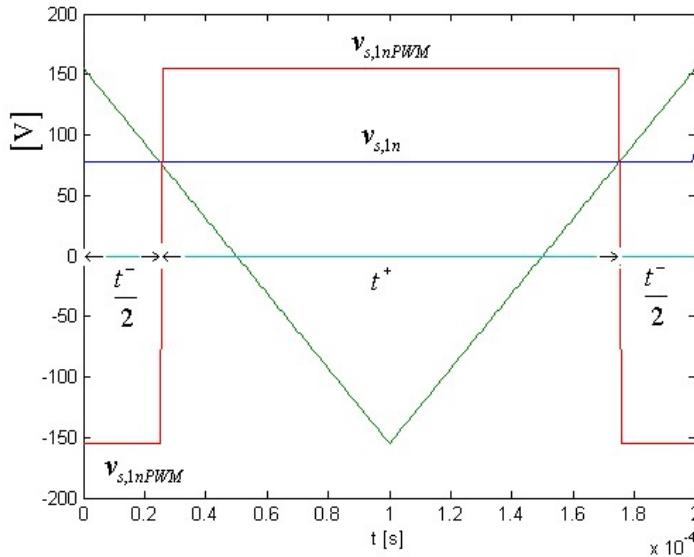


Fig. 2. Modulante $v_{s,1n}$, portante triangolare, onda PWM (intervallo di tempo T_c)

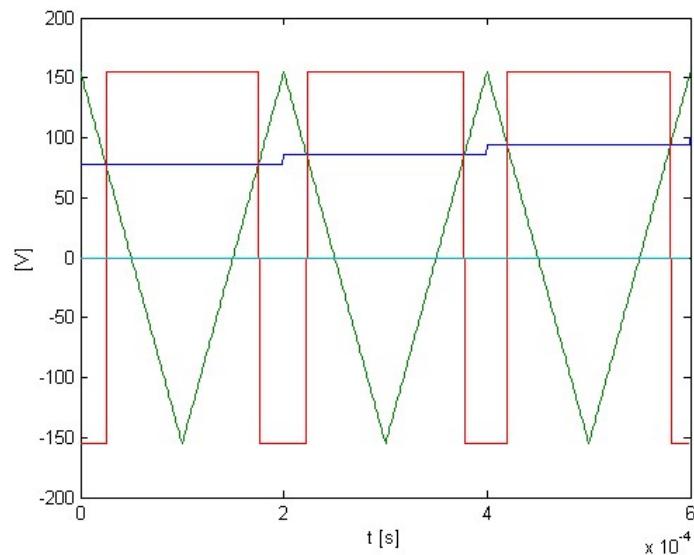


Fig. 3. Modulante $v_{s,1n}$, portante triangolare, onda PWM (intervallo di tempo $3T_c$)

Con riferimento alla figura 2, si può determinare l'equazione della retta costituente la portante nella prima metà dell'intervallo T_c . Si ha:

$$y = -2 \frac{V_{dc}}{T_c} t + \frac{V_{dc}}{2} \quad (4)$$

Dall'intersezione di tale retta con la retta orizzontale $v_{s,1n}$ si calcola l'espressione di t^- . Risulta:

$$t^- = \left(\frac{V_{dc}}{2} - v_{s,1n} \right) \frac{T_c}{V_{dc}} \quad (5)$$

Si può facilmente verificare la seguente uguaglianza:

$$-\frac{V_{dc}}{2} t^- + \frac{V_{dc}}{2} t^+ = v_{s,1n} T_c \quad (6)$$

essendo $t^+ = T_c - t^-$. Come conseguenza si può scrivere per la fase 1:

$$\int_0^{T_c} v_{s,1nPWM} dt = v_{s,1n} T_c = \int_0^{T_c} v_{s,1NPWM} dt + \int_0^{T_c} v_{NnPWM} dt \quad (7)$$

Analogamente per le fasi 2 e 3 si ha

$$v_{s,2n} T_c = \int_0^{T_c} v_{s,2NPWM} dt + \int_0^{T_c} v_{NnPWM} dt \quad (8)$$

$$v_{s,3n} T_c = \int_0^{T_c} v_{s,3NPWM} dt + \int_0^{T_c} v_{NnPWM} dt \quad (9)$$

Dalle tre relazioni precedenti, ricordando che $v_{s,1n} + v_{s,2n} + v_{s,3n} = 0$ e $v_{s,1NPWM} + v_{s,2NPWM} + v_{s,3NPWM} = 0$

per ragioni di simmetria, si deduce che la tensione v_{NnPWM} è mediamente nulla in un T_c , cioè

$$\int_0^{T_c} v_{NnPWM} dt = 0 \quad (10)$$

e che le tensioni medie di fase $v_{s,1N} = \frac{1}{T_c} \int_0^{T_c} v_{s,1NPWM} dt$, $v_{s,2N} = \frac{1}{T_c} \int_0^{T_c} v_{s,2NPWM} dt$ e

$v_{s,3N} = \frac{1}{T_c} \int_0^{T_c} v_{s,3NPWM} dt$ coincidono con le tensione medie desiderate $v_{s,1n}$, $v_{s,2n}$, $v_{s,3n}$.

Si definisce *duty cycle* il rapporto t^+/T_c . Questo rapporto al massimo può essere uguale ad uno e per le tre fasi risulta:

$$d_1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{v_{s,1n}}{V_{dc}/2} \right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{v_{s,1N}}{V_{dc}/2} \right) \quad (11)$$

$$d_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{v_{s,2n}}{V_{dc}/2} \right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{v_{s,2N}}{V_{dc}/2} \right) \quad (12)$$

$$d_3 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{v_{s,3n}}{V_{dc}/2} \right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{v_{s,3N}}{V_{dc}/2} \right) \quad (13)$$

Dalle espressioni precedenti si deduce che il valore massimo della tensione che possiamo applicare al motore è $V_{dc}/2$, essendo il duty cycle compreso tra zero ed uno.

L'inverter trifase può anche essere rappresentato come in figura 4, cioè considerando a potenziale nullo il punto 0.

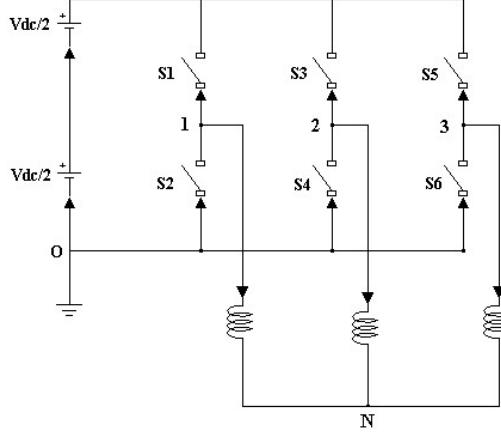


Fig. 4. Altro schema equivalente di un inverter trifase

Con riferimento a quest'ultimo schema, poniamo

$$v_{s,10} = \frac{V_{dc}}{2} + v_{s,1n} \quad (14)$$

$$v_{s,20} = \frac{V_{dc}}{2} + v_{s,2n} \quad (15)$$

$$v_{s,30} = \frac{V_{dc}}{2} + v_{s,3n} \quad (16)$$

La tensione di tipo PWM che può essere applicata tra 1 e 0 è compresa tra 0 e V_{dc} . Con riferimento alla fase 1, in un intervallo T_c si può applicare per il tempo t^+ la tensione V_{dc} , chiudendo S1, e per il tempo t^- la tensione nulla, chiudendo S2, in modo che sia

$$V_{dc}t^+ + 0t^- = v_{s,10}T_c \quad (17)$$

Nell'intervallo T_c risulta allora

$$\int_0^{T_c} v_{s,10PWM} dt = v_{s,1n}T_c + \frac{V_{dc}}{2}T_c = \int_0^{T_c} v_{s,1NPWM} dt + \int_0^{T_c} v_{N0PWM} dt \quad (18)$$

e per le altre fasi

$$v_{s,2n}T_c + \frac{V_{dc}}{2}T_c = \int_0^{T_c} v_{s,2NPWM} dt + \int_0^{T_c} v_{N0PWM} dt \quad (19)$$

$$v_{s,3n}T_c + \frac{V_{dc}}{2}T_c = \int_0^{T_c} v_{s,3NPWM} dt + \int_0^{T_c} v_{N0PWM} dt \quad (20)$$

Dalle tre relazioni precedenti, ricordando che $v_{s,1n} + v_{s,2n} + v_{s,3n} = 0$ e $v_{s,1NPWM} + v_{s,2NPWM} + v_{s,3NPWM} = 0$ per questioni di simmetria, si deduce che la tensione v_{N0PWM} è mediamente uguale a $V_{dc}/2$ in un T_c , cioè

$$\int_0^{T_c} v_{N0PWM} dt = \frac{V_{dc}}{2}T_c \quad (21)$$

e che le tensioni medie di fase $v_{s,1N} = \frac{1}{T_c} \int_0^{T_c} v_{s,1NPWM} dt$, $v_{s,2N} = \frac{1}{T_c} \int_0^{T_c} v_{s,2NPWM} dt$ e $v_{s,3N} = \frac{1}{T_c} \int_0^{T_c} v_{s,3NPWM} dt$

coincidono con le tensione medie desiderate $v_{s,1n}$, $v_{s,2n}$, $v_{s,3n}$.

I duty-cycle delle tre fasi sono dati sempre dalle relazioni (11), (12) e (13) come può essere ricavato facilmente dalla (17) e dalle relazioni simili per le altre due fasi.

È conveniente aggiungere una terza armonica alle tensioni $v_{s,10}$, $v_{s,20}$, $v_{s,30}$ e cioè porre

$$v_{s,10}^* = \frac{V_{dc}}{2} + v_{s,1n} - \frac{1}{2} [\max(v_{s,1n}, v_{s,2n}, v_{s,3n}) + \min(v_{s,1n}, v_{s,2n}, v_{s,3n})] \quad (22)$$

$$v_{s,20}^* = \frac{V_{dc}}{2} + v_{s,2n} - \frac{1}{2} [\max(v_{s,1n}, v_{s,2n}, v_{s,3n}) + \min(v_{s,1n}, v_{s,2n}, v_{s,3n})] \quad (23)$$

$$v_{s,30}^* = \frac{V_{dc}}{2} + v_{s,3n} - \frac{1}{2} [\max(v_{s,1n}, v_{s,2n}, v_{s,3n}) + \min(v_{s,1n}, v_{s,2n}, v_{s,3n})] \quad (24)$$

Con riferimento alla fase 1, in un intervallo T_c si può applicare per il tempo t^+ la tensione V_{dc} , chiudendo S1, e per il tempo t^- la tensione nulla, chiudendo S2, in modo che sia

$$V_{dc} t^+ + 0 t^- = v_{s,10}^* T_c \quad (25)$$

Nell'intervallo T_c risulta allora

$$\begin{aligned} \int_0^{T_c} v_{s,1NPWM}^* dt &= v_{s,1n} T_c + \frac{V_{dc}}{2} T_c - \frac{1}{2} [\max(v_{s,1n}, v_{s,2n}, v_{s,3n}) + \min(v_{s,1n}, v_{s,2n}, v_{s,3n})] T_c = \\ &= \int_0^{T_c} v_{s,1NPWM} dt + \int_0^{T_c} v_{N0PWM} dt \end{aligned} \quad (26)$$

e per le altre fasi

$$\begin{aligned} v_{s,2n} T_c + \frac{V_{dc}}{2} T_c - \frac{1}{2} [\max(v_{s,1n}, v_{s,2n}, v_{s,3n}) + \min(v_{s,1n}, v_{s,2n}, v_{s,3n})] T_c &= \\ &= \int_0^{T_c} v_{s,2NPWM} dt + \int_0^{T_c} v_{N0PWM} dt \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} v_{s,3n} T_c + \frac{V_{dc}}{2} T_c - \frac{1}{2} [\max(v_{s,1n}, v_{s,2n}, v_{s,3n}) + \min(v_{s,1n}, v_{s,2n}, v_{s,3n})] T_c &= \\ &= \int_0^{T_c} v_{s,3NPWM} dt + \int_0^{T_c} v_{N0PWM} dt \end{aligned} \quad (28)$$

Dalle tre relazioni precedenti, ricordando che $v_{s,1n} + v_{s,2n} + v_{s,3n} = 0$ e $v_{s,1NPWM} + v_{s,2NPWM} + v_{s,3NPWM} = 0$ per questioni di simmetria, si deduce che

$$\int_0^{T_c} v_{N0PWM} dt = \frac{V_{dc}}{2} T_c - \frac{1}{2} [\max(v_{s,1n}, v_{s,2n}, v_{s,3n}) + \min(v_{s,1n}, v_{s,2n}, v_{s,3n})] T_c \quad (29)$$

$$\text{e che le tensioni medie di fase } v_{s,1N} = \frac{1}{T_c} \int_0^{T_c} v_{s,1NPWM} dt, v_{s,2N} = \frac{1}{T_c} \int_0^{T_c} v_{s,2NPWM} dt \text{ e } v_{s,3N} = \frac{1}{T_c} \int_0^{T_c} v_{s,3NPWM} dt$$

coincidono con le tensione medie desiderate $v_{s,1n}$, $v_{s,2n}$, $v_{s,3n}$.

I duty cycle, che si ottengono aggiungendo la terza armonica, possono essere ricavati facilmente dalla (25) e dalle relazioni simili per le altre due fasi:

$$d_1^* = \frac{1}{2} + \frac{v_{s,1n}}{V_{dc}} - \frac{1}{2V_{dc}} [\max(v_{s,1n}, v_{s,2n}, v_{s,3n}) + \min(v_{s,1n}, v_{s,2n}, v_{s,3n})] \quad (30)$$

$$d_2^* = \frac{1}{2} + \frac{v_{s,2n}}{V_{dc}} - \frac{1}{2V_{dc}} [\max(v_{s,1n}, v_{s,2n}, v_{s,3n}) + \min(v_{s,1n}, v_{s,2n}, v_{s,3n})] \quad (31)$$

$$d_3^* = \frac{1}{2} + \frac{v_{s,3n}}{V_{dc}} - \frac{1}{2V_{dc}} [\max(v_{s,1n}, v_{s,2n}, v_{s,3n}) + \min(v_{s,1n}, v_{s,2n}, v_{s,3n})] \quad (32)$$

Il vantaggio risultante dall'inezione della terza armonica è che il massimo valore delle tensioni applicabili al motore passa da $\frac{V_{dc}}{2}$ a $\frac{V_{dc}}{\sqrt{3}} = 0.58 V_{dc}$.

La figura 15 mostra i duty cycle d_1 e d_1^* , e la figura 16 le corrispondenti tensioni di massima ampiezza mediamente applicabili al motore (con $V_{dc} = 310$ V).

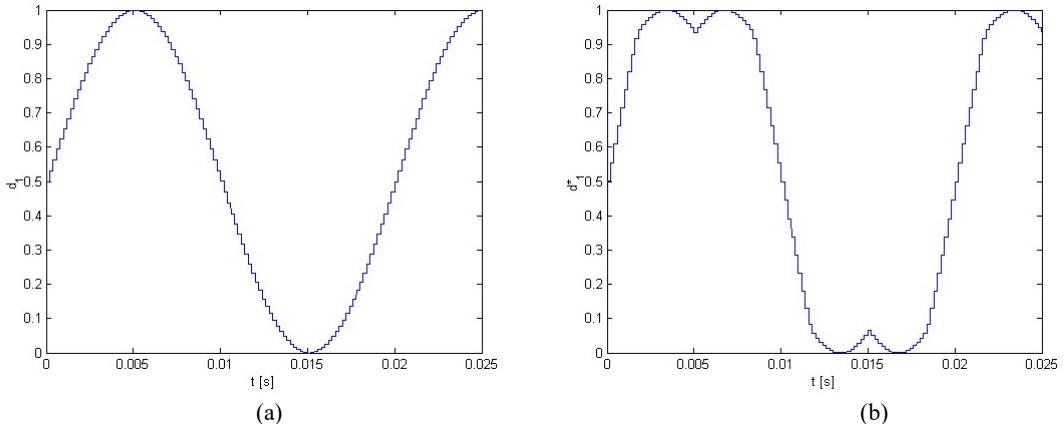


Fig. 15. Duty cycle d_1 (a) e duty cycle d_1^* (b)

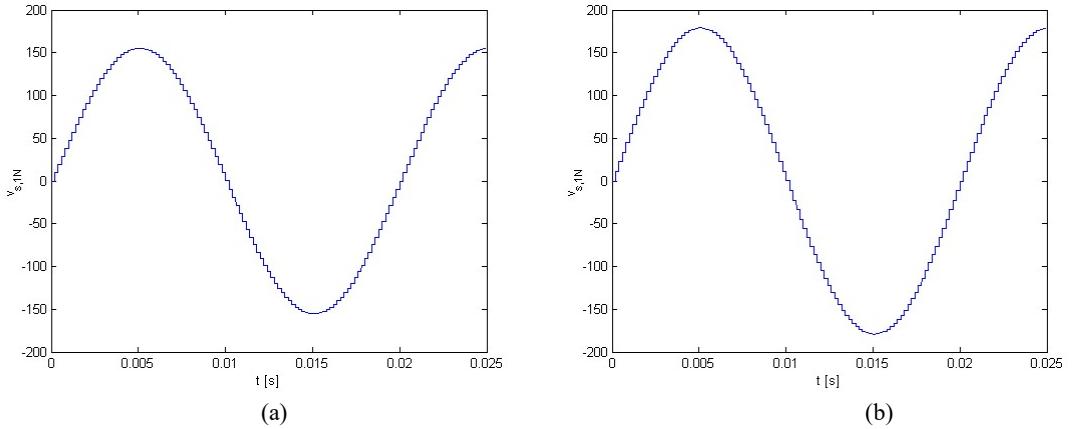


Fig. 16. Tensione $v_{s,1N}$ mediamente applicabile tra 1 ed N con d_1 (a) e con d_1^* (b)

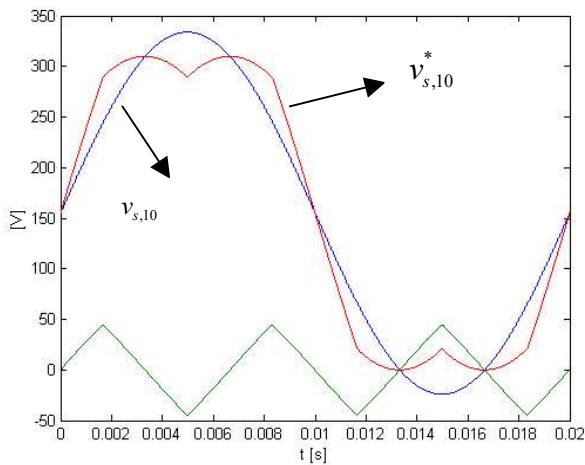


Fig. 17. Effetto delle iniezioni della terza armonica: tensioni $v_{s,10}^*$, $v_{s,10} = v_{s,1n} + V_{dc} / 2$ e terza armonica

$$-\frac{1}{2} \left[\max(v_{s,1N}, v_{s,2N}, v_{s,3N}) + \min(v_{s,1N}, v_{s,2N}, v_{s,3N}) \right]$$

La figura 17 mostra che la $v_{s,10}^*$ è compresa tra zero e V_{dc} grazie all'aggiunta della terza armonica di tensione, nonostante che la tensione $v_{s,10}$ abbia ampiezza superiore a V_{dc} . La terza armonica di tensione ha ampiezza pari a $\frac{V_{dc}}{4\sqrt{3}}$. Le figure 18 e 19 mostrano, rispettivamente, i diagrammi a blocchi che consentono di calcolare i duty-cycle degli inverter PWM senza e con iniezione di terza armonica. È da sottolineare che l'iniezione della terza armonica, riportata in (22), (23) e (24), consente di ottenere le stesse tensioni di tipo PWM che si ottengono con la tecnica di modulazione del vettore di spazio (SVM).

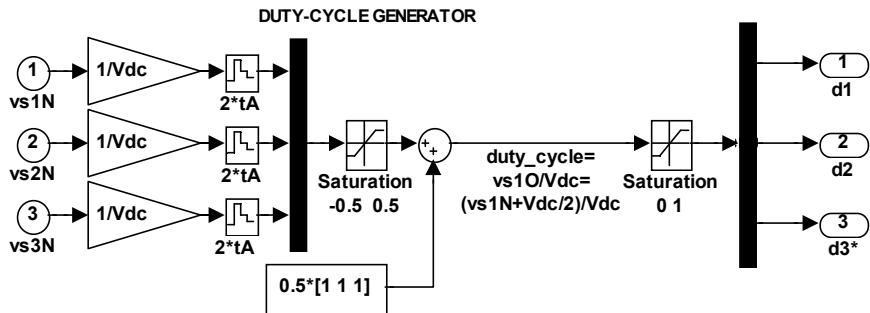


Fig. 18. Diagramma a blocchi per il calcolo dei duty cycle per un inverter PWM senza iniezione di terza armonica

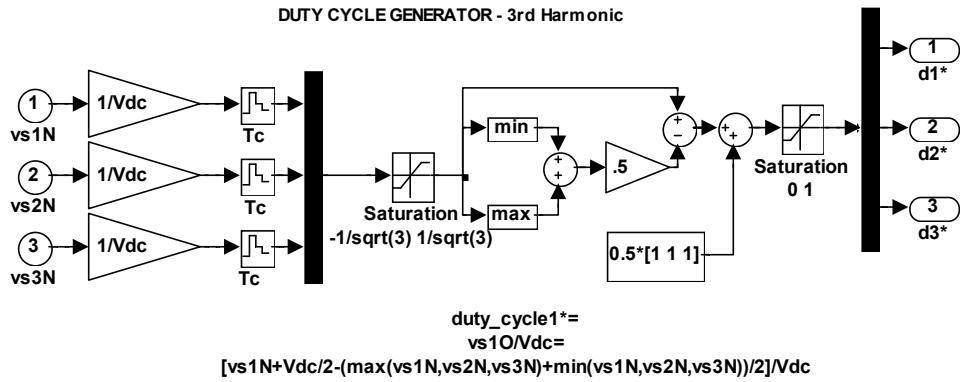


Fig. 19. Diagramma a blocchi per il calcolo dei duty cycle per un inverter PWM con iniezione di terza armonica (tecnica SVM)

Le figure 20 e 21 mostrano, rispettivamente, i diagrammi a blocchi per la simulazione degli inverter PWM senza e con iniezione di terza armonica.

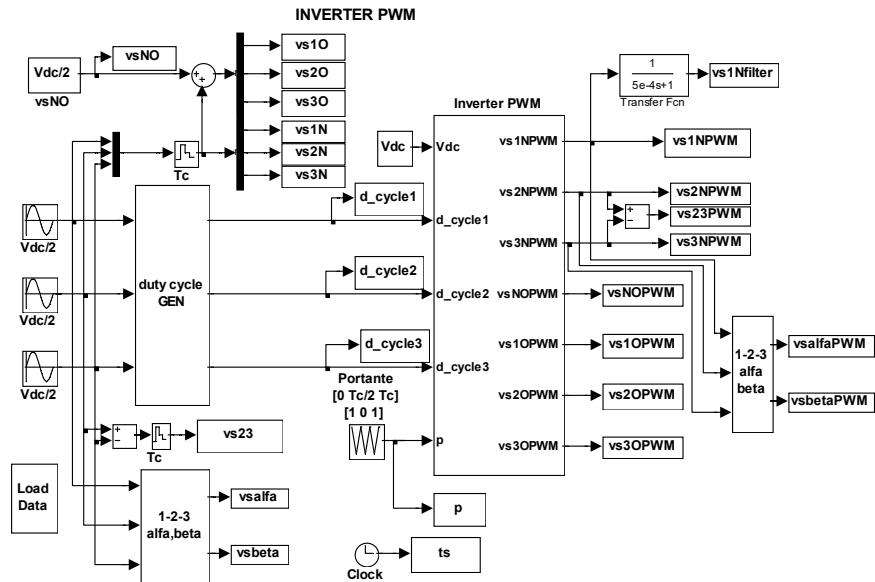


Fig. 20. Diagramma a blocchi per la simulazione di un inverter PWM

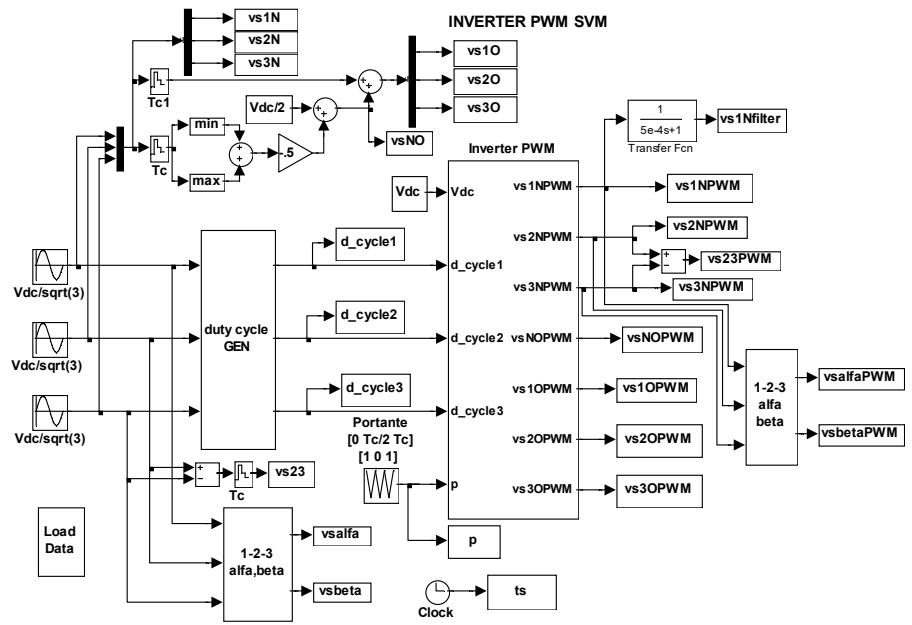


Fig. 21. Diagramma a blocchi per la simulazione di un inverter PWM con iniezione di terza armonica (tecnica SVM)

Le figure 22 e 23 mostrano, rispettivamente, le tensioni generate dagli inverter PWM senza e con iniezione di terza armonica.

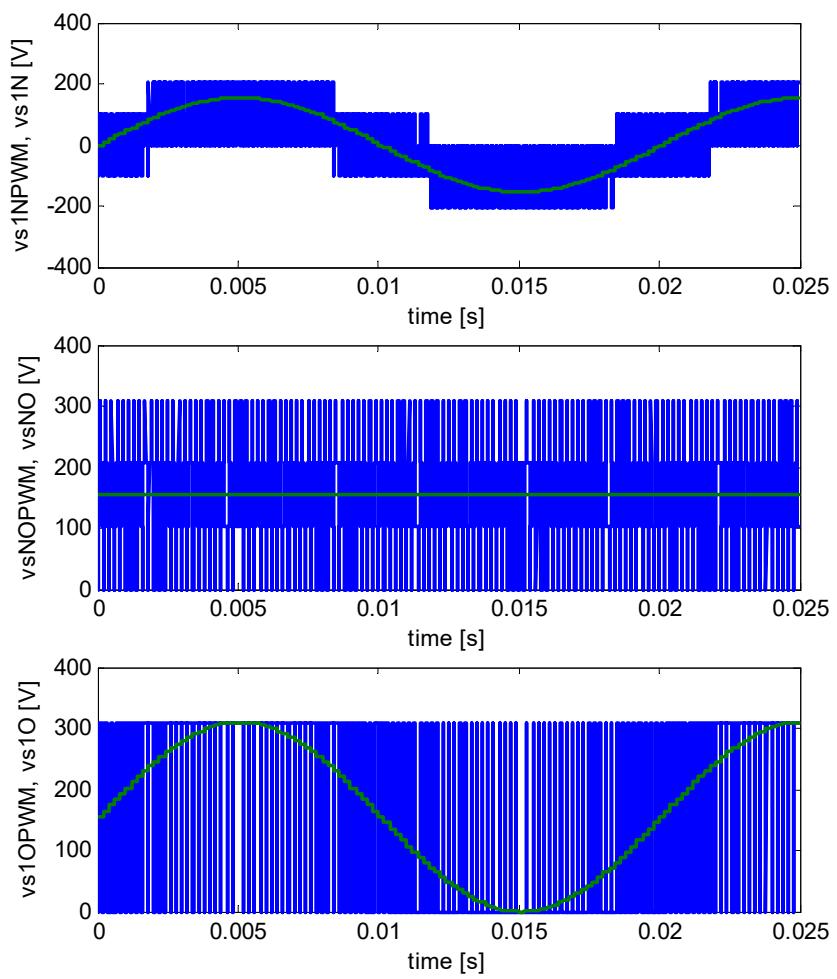


Fig. 22. Tensioni generate da un inverter PWM senza iniezione di terza armonica

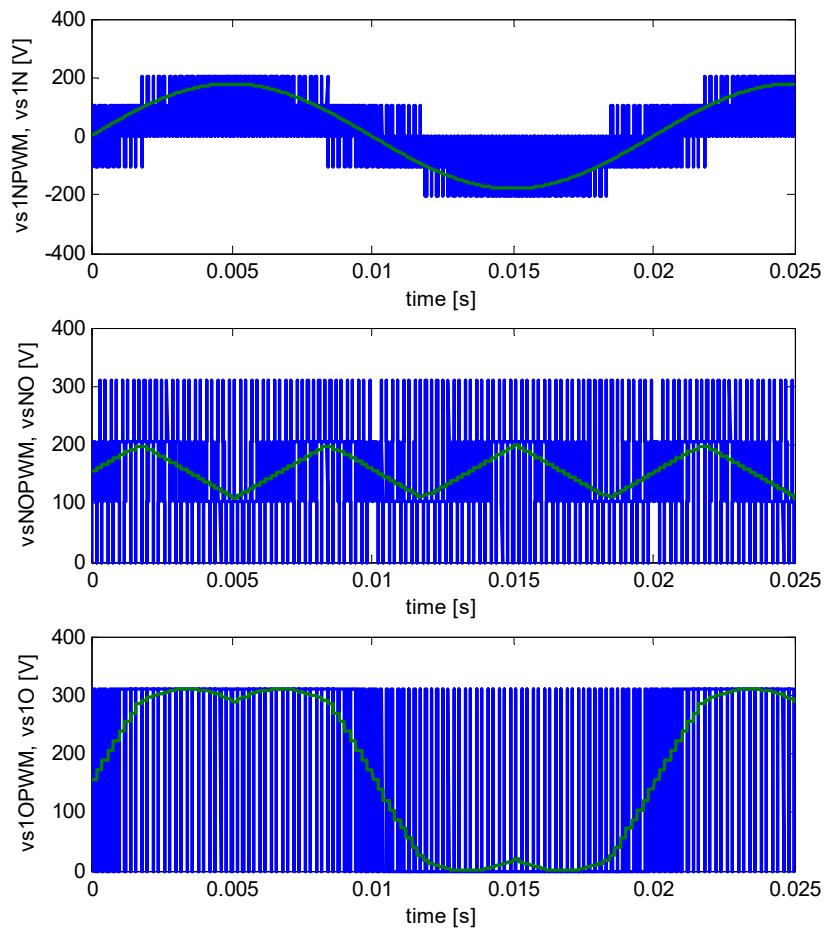


Fig. 23. Tensioni generate da un inverter PWM con iniezione di terza armonica (tecnica SVM)

Gli impulsi di chiusura degli interruttori devono essere ritardati per evitare il cortocircuito dell'alimentazione (vedi fig. 24). Il tempo di ritardo dell'impulso di chiusura di un interruttore rispetto a quello di apertura dell'altro interruttore della stessa gamba prende il nome di tempo morto.

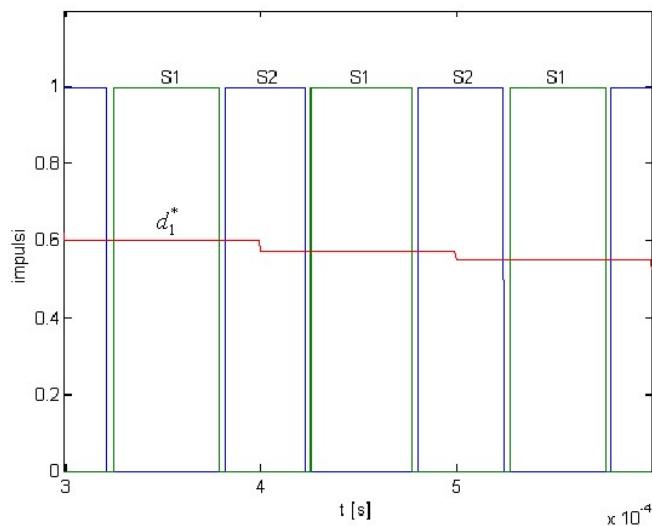


Fig. 24. Impulsi di chiusura degli interruttori S1 e S2 con tempo morto

La presenza del tempo morto causa una variazione della tensione media applicata al motore nell'intervallo T_c . Se la corrente assorbita dalla fase 1 è positiva, ma l'interruttore S1 è ancora aperto a causa del tempo morto, essa fluirà attraverso il diodo D2 posto in parallelo all'interruttore S2 aperto. Per questo motivo alla fase 1 continuerà ad essere applicata la tensione $-V_{dc}/2$. Viceversa, se la corrente nella fase 1 è negativa e l'interruttore S2 è ancora aperto a causa del tempo morto, essa circolerà attraverso il diodo D1 posto in parallelo all'interruttore S1. Per questo motivo alla fase 1 continuerà ad essere applicata la tensione $+V_{dc}/2$. Le figure 25 e 27 mostrano il percorso della corrente e le 26 e 28 l'effetto del tempo morto nei due casi.

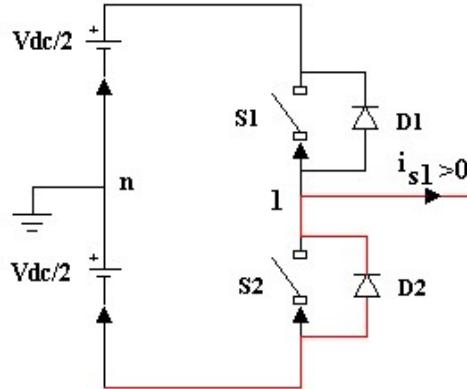


Fig. 25. Percorso della corrente nel caso in cui $i_{s1}>0$

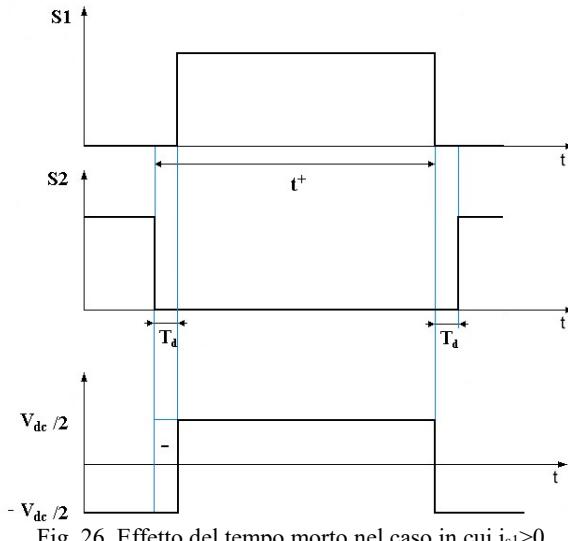


Fig. 26. Effetto del tempo morto nel caso in cui $i_{s1}>0$

Nel caso $i_{s1}>0$ risulta che la $+V_{dc}/2$ sarà applicata per $(t^+ - T_d)$ e la $-V_{dc}/2$ sarà applicata per $(t^- + T_d)$. Risulterà una riduzione della tensione media applicata rispetto al valore $v_{s,1n}$:

$$(v_{s,1n} - \Delta v_{s,1n}) T_c = \frac{V_{dc}}{2} (t^+ - T_d) - \frac{V_{dc}}{2} (t^- + T_d) = v_{s,1n} - V_{dc} T_d \operatorname{sign}(i_{s1}) \quad (33)$$

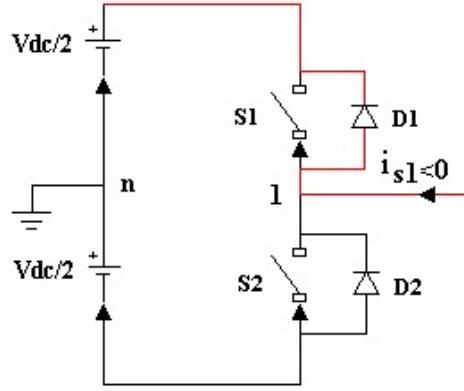


Fig. 27. Percorso della corrente nel caso in cui $i_{s1} < 0$

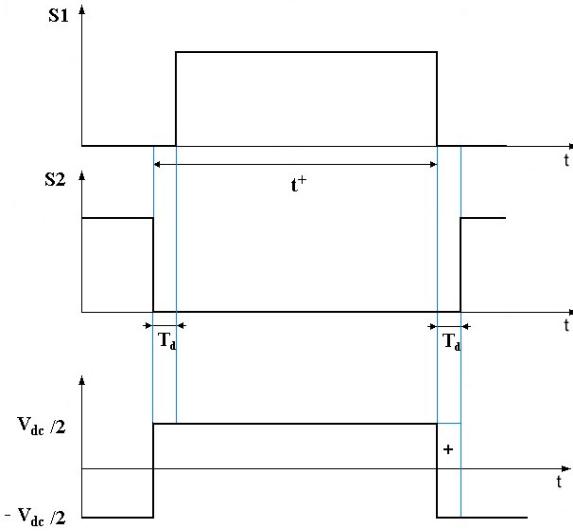


Fig. 28. Effetto del tempo morto nel caso in cui $i_{s1} < 0$

Nel caso $i_{s1} < 0$ risulta che la $+V_{dc}/2$ sarà applicata per $(t^+ + T_d)$ e la $-V_{dc}/2$ sarà applicata per $(t^- - T_d)$. Risulterà un incremento della tensione media applicata rispetto al valore $v_{s,1n}$:

$$(v_{s,1n} - \Delta v_{s,1n}) T_c = \frac{V_{dc}}{2} (t^+ + T_d) - \frac{V_{dc}}{2} (t^- - T_d) = v_{s,1n} - V_{dc} T_d \operatorname{sign}(i_{s1}) \quad (34)$$

I duty cycle devono essere modificati in modo da compensare l'effetto del tempo morto sulla tensione media applicata nell'intervallo T_c . Poiché la tensione applicata sarà ridotta di $\Delta v_{s,1n}$, conviene calcolare il duty cycle aggiungendo alla $v_{s,1n}$ il termine $\Delta v_{s,1n}$, così da applicare al motore proprio la tensione desiderata. Risulta:

$$d_1^{**} = \frac{1}{2} + \frac{v_{s,1n} + V_{dc} \frac{T_d}{T_c} \operatorname{sign}(i_{s1})}{V_{dc}} - \frac{1}{2V_{dc}} [\max(v_{s,1n}, v_{s,2n}, v_{s,3n}) + \min(v_{s,1n}, v_{s,2n}, v_{s,3n})] \quad (35)$$

L'equazione precedente può essere riscritta nella forma

$$d_1^{**} = d_1^* + \frac{T_d}{T_c} \operatorname{sign}(i_{s1}) \quad (36)$$

Analogamente per le altre fasi i duty-cycle sono

$$d_2^{**} = d_2^* + \frac{T_d}{T_c} sign(i_{s2}) \quad (37)$$

$$d_3^{**} = d_3^* + \frac{T_d}{T_c} sign(i_{s3}) \quad (38)$$

La compensazione dei tempi morti deve essere effettuata solo quando la corrente supera in valore assoluto un valore di soglia minima.

11 SISTEMI DI PROTEZIONE PER GLI AZIONAMENTI ELETTRICI

Al sistema di protezione dell'azionamento è richiesto di salvaguardare sia il convertitore che il motore. Negli azionamenti più recenti, molte delle funzioni di protezione sono implementate in modo digitale insieme al sistema di controllo mentre altre mantengono tradizionalmente una realizzazione analogica.

Al fine di implementare all'interno del convertitore delle logiche di protezione, sono necessarie misure di grandezze rappresentative della condizione di funzionamento quali:

- misure di tensione;
- misure di corrente;
- misure di temperatura.

Lo schema concettuale che rappresenta la catena di alimentazione è mostrato in figura 1.

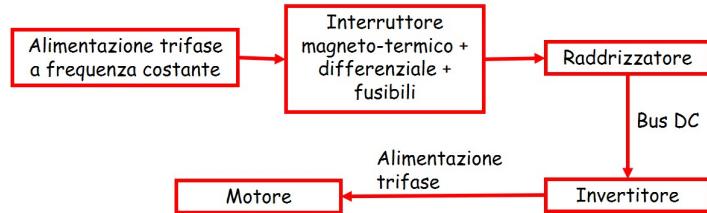


Figura 1 – Schema di alimentazione elettrica di un motore in un azionamento elettrico

Tra l'alimentazione trifase e il raddrizzatore è installata una protezione magnetotermica e differenziale con fusibili con funzione di protezione da cortocircuito fase-fase, fase-terra e contatti indiretti. In particolare, la protezione differenziale deve essere di tipo idoneo a intervenire anche in presenza di componenti unidirezionali e/o pulsanti (tipo F) o addirittura continue (tipo B).

L'inverter, invece, protegge sé stesso ma anche il motore. Infatti, un eventuale cortocircuito alla morsettiera del motore o nei suoi avvolgimenti è dapprima un cortocircuito sul convertitore che, a causa di una maggiore sensibilità alle sovracorrenti, si danneggia irreparabilmente anche più rapidamente del motore. Non sono previste, in genere, protezioni tra il convertitore ed il motore per due ragioni. La prima è sicuramente legata all'inadatto tempo di intervento di un interruttore azionato meccanicamente in circuiti commutati elettronicamente a frequenze molto elevate mentre la seconda è legata agli archi elettrici e alle sovratensioni instaurate in un circuito induttivo in manovra che possono essere dannose o distruttive per il convertitore. Per esempio, si consideri un corto circuito tra convertitore e motore. La corrente potrebbe crescere molto velocemente e raggiungere valori potenzialmente pericolosi per i dispositivi elettronici di potenza. Se il tempo di intervento delle protezioni è superiore al tempo che porta alla rottura del convertitore (si veda la figura 2) le stesse protezioni sono inefficaci. Sono già in commercio dei fusibili ultra-veloci che hanno ridotti tempi di intervento, ma una soluzione pienamente affidabile in presenza di corto circuiti con bassa impedenza a valle del convertitore non è ancora stata sviluppata.

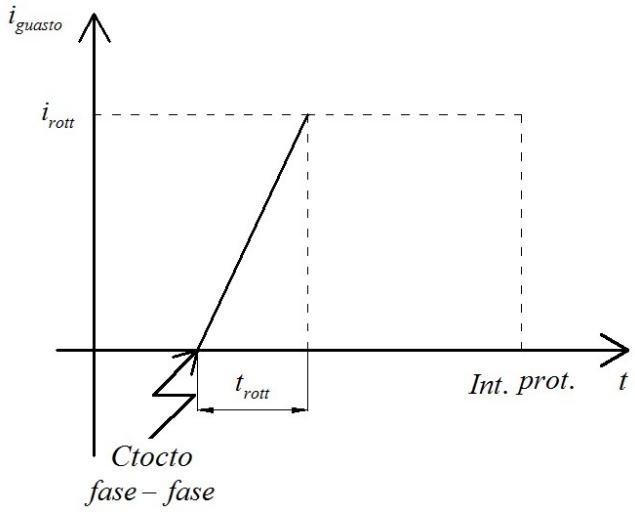


Figura 2 – Evoluzione della corrente di corto circuito

Solitamente, per intervenire più velocemente possibile, si adoperano sistemi di misura digitali che campionano la corrente ad alta frequenza. Quando essi rilevano una sovraccorrente impediscono la commutazione dei dispositivi elettronici di potenza che funzionano essi stessi da interruttore di protezione. Interruttori con dispositivi allo stato solido stanno iniziando ad essere adoperati anche negli impianti elettrici. Nel caso in cui il tempo di intervento delle protezioni sia maggiore del tempo di rottura degli interruttori si possono installare delle induttanze tra il convertitore e il motore così come mostrato in figura 3. In questo modo, se il guasto si verifica nella morsettiera del motore, ci sarà almeno l'induttanza "ind.L" a rallentare la salita della corrente di corto circuito dando più tempo alle protezioni per intervenire prima che si raggiungano valori di corrente pericolosi. Interponendo induttanze di opportuno valore si può ottenere che il tempo di salita della corrente di guasto sia sufficientemente maggiore del tempo di intervento delle protezioni.

Una evenienza che potrebbe danneggiare il convertitore è la connessione della alimentazione a frequenza costante ai morsetti del motore, by-passando il convertitore stesso ma dimenticando di disconnettere il convertitore, come mostrato dalla situazione in figura 4. In tal caso si permetterebbe alla corrente di attraversare i diodi di ricircolo dell'inverter i quali funzionerebbero da raddrizzatore. Non essendo questa una modalità di funzionamento regolare, non sono previsti meccanismi per la limitazione della corrente di carica del condensatore sul bus in corrente continua, quindi si corre il rischio di danneggiare il convertitore. Quindi, volendo alimentare il motore direttamente dalla rete, il convertitore deve essere disconnesso dal motore: tale procedura è gestita solitamente da un interblocco che può essere di natura logico/digitale o elettromeccanica.

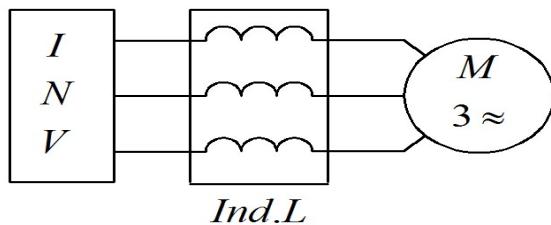


Figura 3 – Induttanza (Ind.L) per la limitazione della corrente di corto circuito

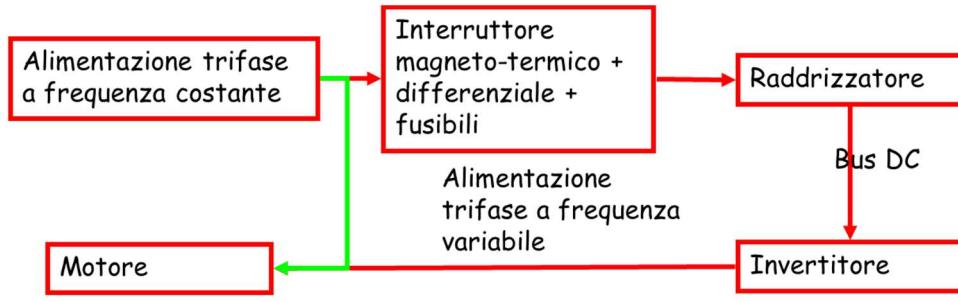


Figura 4

I moderni azionamenti includono protezioni per i seguenti guasti:

- sottotensione dell'alimentazione AC;
- sottotensione del bus DC;
- sovrattensione dell'alimentazione AC;
- sovrattensione del bus DC;
- sovraccorrente in uscita (corto circuito fase- fase);
- guasto fase-terra in uscita;
- sovratestermperatura del convertitore;
- sovraccarico del motore.

Nel seguito sono approfondite tutte le precedenti protezioni.

11.1.1 Protezione per sottotensione

Un convertitore di pregiò, misura e monitora le tre tensioni di fase di alimentazione in ingresso e la tensione del bus DC. La sottotensione non rischia direttamente di danneggiare l'azionamento, ma a causa di un'alimentazione a tensione diversa dalla nominale, può determinare malfunzionamenti di alcuni dispositivi. A causa della bassa tensione potrebbero funzionare male il relè di carica del bus DC, il microprocessore, e i driver degli interruttori elettronici di potenza (sebbene questi abbiano un circuito di protezione separato).

In questi casi, per evitare che la sottotensione generi danni indiretti, si necessita di alimentazione con delle batterie tamponi.

11.1.2 Protezione per sovrattensione

Le sovrattensioni che possono verificarsi nella linea di alimentazione o che potrebbero essere anche provocate nel DC-link dal funzionamento da generatore della macchina elettrica durante frenate troppo rapide possono creare danni irreversibili, anche se applicate solo per brevi periodi di tempo. I dispositivi più sensibili alle sovrattensioni sono i condensatori del bus DC, i diodi e i transistor la cui tensione massima è usualmente 1200V. A causa delle induttanze parassite, le risposte fortemente sottemorzzate provocano tensioni di picco sul dispositivo che possono superare anche di 400V la tensione del bus DC V_{DC} , che quindi si impone non debba superare gli 800V.

Negli azionamenti industriali, la soluzione più comunemente adoperata per ottenere una tensione continua è il ponte raddrizzatore a diodi. La tensione disponibile sul bus in DC, in presenza di un'alimentazione di tensione

trifase a 400 V efficaci avrà ampiezza pari a $400\sqrt{2} = 566$ V. Se l'alimentazione è monofase a 230 V efficaci la tensione disponibile sul bus DC in uscita da un raddrizzatore a diodi monofase sarà circa $230\sqrt{2} = 325$ V. In figura 5 sono rappresentati i range di tensione sul bus DC V_{DC} (nell'ipotesi di alimentazione trifase a 400V AC) con le zone di intervento delle protezioni.

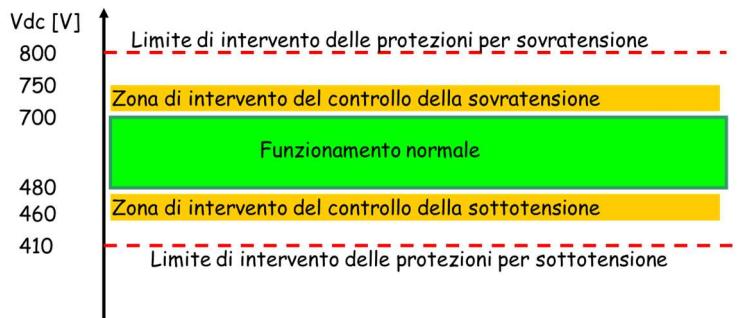


Figura 5 – Tensione sul bus DC e zone di intervento delle protezioni

La tensione definita di "funzionamento normale" è un intervallo di tensioni nel quale il sistema funziona secondo le condizioni di progetto. Non può essere definito da un valore numerico unico dato che inevitabilmente la tensione tenderà ad oscillare in funzione delle condizioni operative: il condensatore funziona da buffer di energia accompagnando le richieste della macchina elettrica. Occorre avere un margine operativo della tensione sul DC-link in quanto la V_{DC} aumenta durante le fasi di decelerazione della macchina, quando questa funziona da generatore, e diminuisce nella condizione contraria di accelerazione, in cui la capacità supplisce istantaneamente alla differenza di energia richiesta dal motore. Se la tensione tende a scendere sotto un limite minimo oppure a salire sopra un limite massimo, sono applicate delle azioni correttive per contrastare tali situazioni. Ad esempio, durante una brusca frenatura della macchina si dissipà l'energia collegando il bus in DC su una resistenza di frenatura (chopper di frenatura) oppure, in caso di insuccesso di quest'ultima misura, si interrompe l'alimentazione (intorno agli 800 V).

11.1.3 Protezione per sovraccorrente

Lo scopo della protezione di sovraccorrente è quello di proteggere l'invertitore ed il motore da corto circuiti fase-fase. Le protezioni tramite fusibile e interruttore magnetotermico non sono in genere idonee perché non abbastanza rapide. Come precedentemente detto, l'operazione più efficace che viene adoperata è quella di non pilotare i transistor quando la corrente erogata supera una soglia di allarme. Potrebbe anche essere inserita una induttanza a valle dell'invertitore per dilatare il tempo di salita della corrente di cortocircuito congiuntamente all'implementazione della protezione di sovraccorrente con hardware dedicato. Le soglie di corrente espresse in p.u. rispetto al valore nominale sono indicate in figura 6. Esiste una zona di "funzionamento normale", una zona di sovraccarico ed una di interruzione dell'alimentazione. La zona di sovraccarico è di pre-allarme: si può continuare a lavorare ma per un tempo limitato. Anche in questo caso sono implementate azioni correttive e nel caso la corrente continuasse ad aumentare, giunta al limite massimo solitamente pari a $2I_n$, interverrebbero le protezioni con conseguente interruzione dell'alimentazione.



Figura 6 – Zone di intervento delle protezioni di sovraccorrente

11.1.4 Protezione per cortocircuito fase-terra

Per tale tipo di guasto è usata una protezione differenziale, installata come rappresentato in figura 7. Nelle condizioni di normale funzionamento, la somma delle tre correnti di fase è nulla, istante per istante. In presenza di un guasto a terra di una delle tre fasi, la somma delle tre correnti di fase non è più zero e si ha la situazione in figura 8: il circuito magnetico del toroide concatenerà un flusso non nullo e nella bobina secondaria (in blu) sarà indotta una tensione rilevabile dal sistema di protezione.

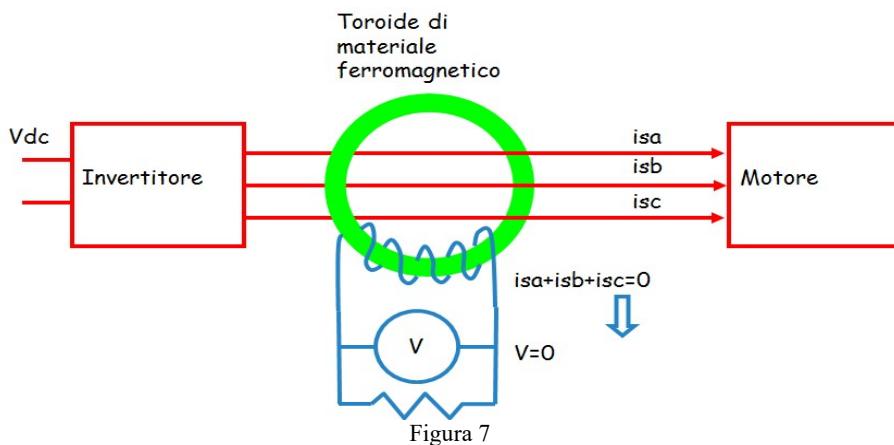


Figura 7

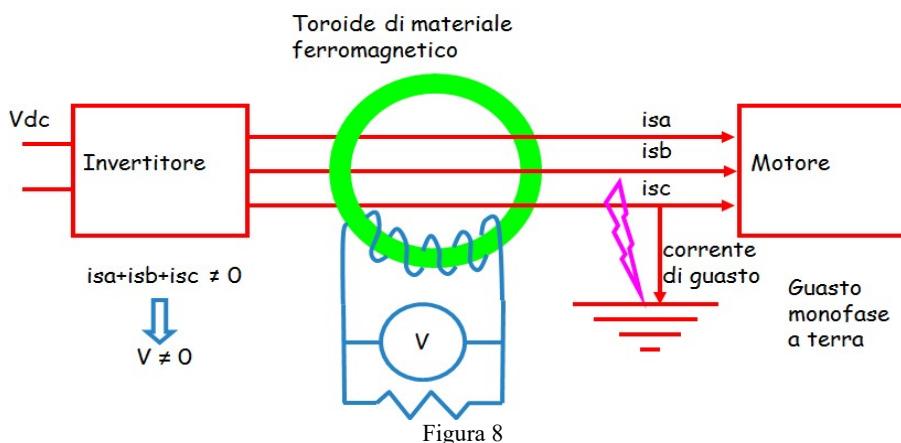


Figura 8

È importante osservare che la scelta delle soglie di protezione deve essere fatta accuratamente, in quanto gli accoppiamenti capacitivi normalmente presenti con la terra vengono sollecitati dalle armoniche ad alta frequenza dovuti alla modulazione PWM della tensione provocando correnti di dispersione che non necessariamente corrispondono a condizioni di guasto. Le soglie di intervento di tali protezioni salvaguardano il convertitore e di solito non sono compatibili con il garantire la protezione per l'uomo contro in contatti

indiretti. In tal caso bisogna utilizzare un doppio isolamento: delle barriere devono impedire che qualcuno tocchi la carcassa della macchina elettrica quando questa è alimentata da un convertitore.

11.1.5 Protezione per sovratemperatura del convertitore

La temperatura limite di funzionamento dei semiconduttori di potenza è di circa 150°C. Per garantire di non eccedere questo limite, si mantiene la temperatura dei transistor, misurata con sonde opportune, sotto 80÷90 °C. Altri dispositivi facenti parte dell'azionamento, come gli alimentatori o i circuiti di accensione (driver), potrebbero avere protezioni di temperatura indipendenti. Negli azionamenti più moderni potrebbero essere implementate delle azioni correttive di riduzione della temperatura come le tecniche di riduzione automatica della frequenza di commutazioni al fine di ridurre le perdite e gli effetti termici da esse provocate oppure la riduzione della velocità del motore quando la temperatura raggiunge una soglia di allarme. In caso di inefficacia delle azioni correttive, se la temperatura continua a salire, l'azionamento deve essere arrestato.

11.1.6 Protezione per sovraccarico del motore

Oltre al convertitore, le protezioni di sovratemperatura devono proteggere anche il motore. Tutti i convertitori industriali hanno un ingresso per le sonde di temperatura, permettendo di implementare una protezione per sovratemperatura del motore grazie a una o più sonde installate in esso e annegate nell'avvolgimento di statore.

In alternativa alle sonde, soprattutto nei punti in cui non è possibile o non è semplice misurare direttamente la temperatura (es: cuscinetti), gli azionamenti più performanti predicono il comportamento termico del motore secondo modelli numerici noti alcuni parametri quali la corrente assorbita, la velocità di rotazione e la temperatura ambiente. Utilizzare uno stimatore accurato potrebbe rendere superflua la misura diretta della temperatura evitando l'uso di sonde e conseguente aumento dell'affidabilità del sistema. Quando la stima di temperatura supera il valore limite impostato, l'azionamento viene fermato per evitare danni irreparabili. La figura 9 mostra una panoramica d'insieme dei sistemi di protezione degli azionamenti elettrici.

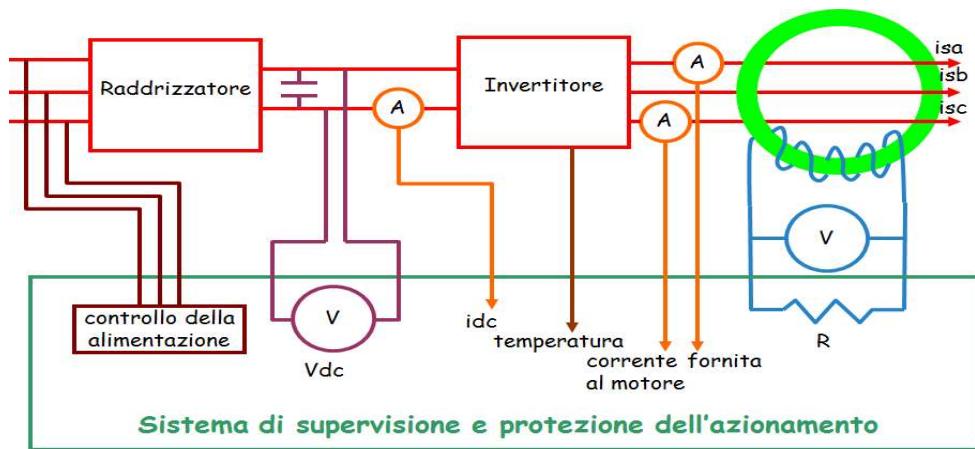


Figura 9 – Sistemi di protezione degli azionamenti elettrici

12 MOTORI BLDC

Si rimanda alla dispensa “MACCHINA SINCRONA A MAGNETI PERMANENTI (BRUSHLESS DC)”

13 PROVA DI LABORATORIO: PROGETTO DEL REGOLATORE DI VELOCITÀ DI UN MOTORE A CORRENTE CONTINUA

13.1 DESCRIZIONE DEL BANCO DI PROVA

Il banco di prova è costituito da due macchine in corrente continua accoppiate meccanicamente. La prima macchina opera da motore ed è controllata in velocità, mentre la seconda funge da carico (generatore) ed è controllata in corrente. Le macchine in corrente continua utilizzate in questa esercitazione, oltre ad avere il consueto circuito di armatura, dalla cui corrente dipende la coppia sviluppata, hanno il circuito di eccitazione costituito da magneti permanenti, che generano il flusso necessario ad eccitare la macchina. La presenza dei magneti permanenti fa sì che il flusso prodotto dal circuito di eccitazione sia costante.

Sull'asse del sistema sono calettati una dinamo tachimetrica, che fornisce la misura della velocità e un encoder incrementale, che misura la posizione. Nell'esercitazione in questione il segnale dell'encoder incrementale non è di alcuna utilità, dato che il controllo di posizione non è implementato.

Per entrambe le macchine, l'anello di controllo della corrente è realizzato in maniera analogica, (tramite l'utilizzo di amplificatori operazionali) con schede installate in un box che riceve in ingresso i set point di corrente provenienti dalla scheda dSPACE e fornisce in uscita la tensione con cui sono alimentati i circuiti di armatura delle due macchine. Tale box ha l'interruttore di accensione posizionato sul retro e per abilitarlo all'acquisizione dei segnali provenienti dalla scheda della dSPACE si agisce sulla leva External.

Il controllo della velocità è stato realizzato in ambiente Matlab/Simulink ed è eseguito in tempo reale dalla scheda dSPACE.

13.2 MODELLO DEL PLANT

Nel modello Simulink, che implementa il controllo di velocità di uno dei due motori in corrente continua, è stata inserita una funzione di trasferimento che modellizza il comportamento del motore a corrente continua controllato in velocità. L'ingresso del modello è la corrente di riferimento, l'uscita è la velocità misurata tramite la dinamo tachimetrica.

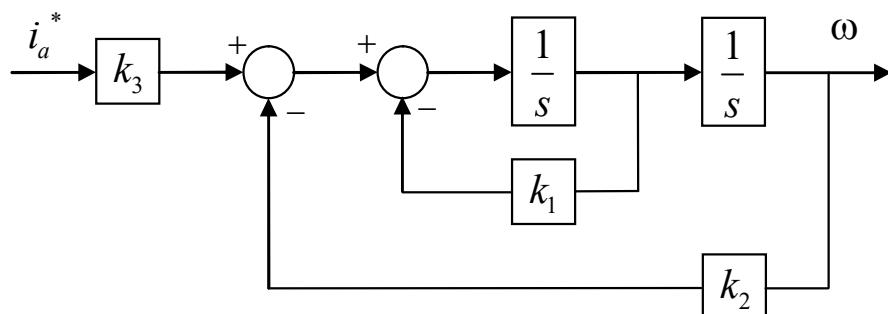


Fig.1: Diagramma a blocchi del modello del plant.

La presenza di tale modello consente di testare i parametri del regolatore, realizzando una simulazione numerica in parallelo all'esperimento. In tal modo è possibile valutare la risposta del sistema in simulazione e subito dopo sperimentalmente, valutando la coerenza tra i due test. In figura 1 è riportato il diagramma a blocchi del modello del plant, mentre di seguito sono specificati i valori dei guadagni:

$$k_1 = 65, \quad k_2 = 100 \quad \text{e} \quad k_3 = 60$$

Per la progettazione del sistema di controllo è necessario esplicitare la funzione di trasferimento del plant; questo implica la semplificazione del diagramma a blocchi. Come prima cosa si portano in catena diretta i blocchi presenti in retroazione. Con questa operazione il diagramma a blocchi assume la struttura mostrata in figura 2.

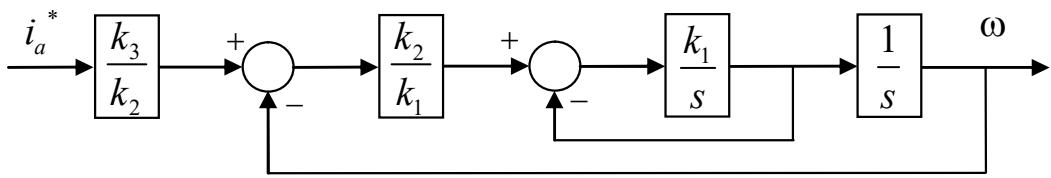


Fig.2: Diagramma con i blocchi in catena diretta.

In secondo luogo si risolvono gli anelli con retroazione unitaria, sapendo che la funzione di trasferimento equivalente è:

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

dove $G(s)$ è la funzione di trasferimento in catena diretta, mentre $H(s)$ è la funzione di trasferimento sul ramo di retroazione. In figura 3 è riportato il diagramma a blocchi a seguito della risoluzione dell'anello più interno. In figura 4 è mostrato il diagramma a blocchi dopo l'ultima semplificazione.

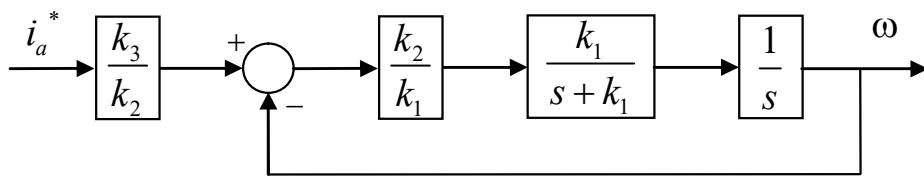


Fig.3: Diagramma a blocchi dopo la risoluzione dell'anello interno.

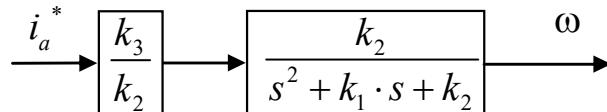


Fig.4: Diagramma a blocchi dopo la risoluzione dell'anello esterno.

Risolto anche l'anello più esterno, è possibile scrivere la funzione di trasferimento del plant, che ha la seguente espressione una volta sostituiti i valori numerici:

$$G_{PLANT}(s) = \frac{k_3}{s^2 + k_1 s + k_2} = \frac{60}{s^2 + 65s + 100}$$

Per una maggiore praticità di calcolo è preferibile esprimere il denominatore della funzione di trasferimento introducendo le costanti di tempo. Per far ciò è necessario calcolare i poli della equazione caratteristica.

$$s^2 + 65s + 100 = 0 \quad \text{per} \quad s = -1,58 \quad \text{e} \quad s = -63,4$$

Le radici del denominatore sono reali e negative, per cui il sistema è stabile.

$$G_{PLANT}(s) = \frac{50}{(s + 1,58)(s + 63,4)} = \frac{0,6}{(0,63s + 1)(0,016s + 1)}$$

Il polo dominante è quello con costante di tempo 0,63 s.

13.3 PROGETTO SECONDO IL CRITERIO DEL MODULO OTTIMO

Il criterio di progetto del modulo ottimo consente di contenere la sovraelongazione della risposta del sistema al gradino (4,3 % del valore di regime), ma non garantisce una buona reiezione al disturbo. Le figure 5 e 6 riportano rispettivamente la risposta al gradino di velocità e quella al gradino di coppia, quando i due regolatori hanno guadagni $k_p = 50$ e $k_i = 250$ (valori di partenza).

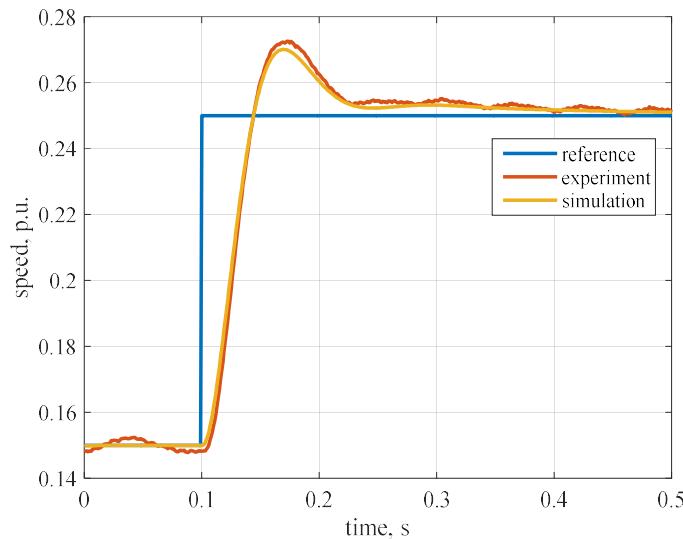


Fig.5: Risposta al gradino di velocità con $K_p=50$ e $K_i=250$.

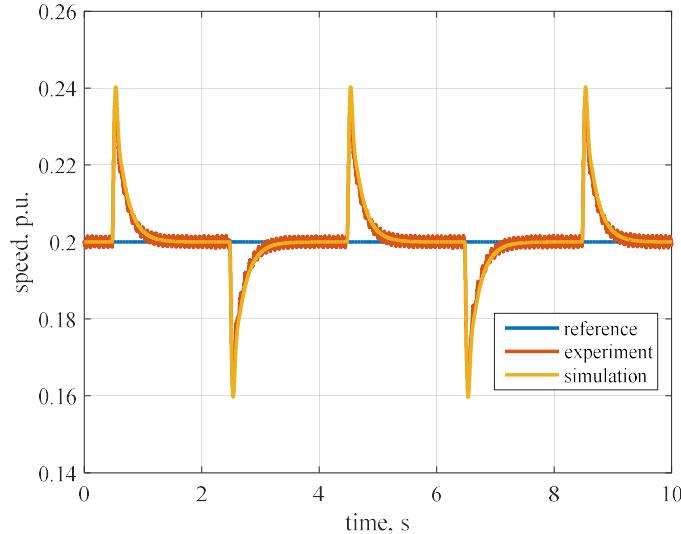


Fig.6: Risposta al gradino di coppia con $K_p=50$ e $K_i=250$.

Nell'esercitazione in questione, in assenza di carico (disturbo), si applica come set point di velocità un gradino e si analizza la risposta del sistema reale e quella del sistema modellizzato mediante funzione di trasferimento.

Il regolatore di velocità, da progettare col criterio del modulo ottimo, è un regolatore PI, la cui funzione di trasferimento è:

$$G_{PI}(s) = k_p + \frac{k_i}{s} = k_p \left[1 + \frac{k_i}{k_p s} \right] = k_p \left[1 + \frac{1}{\tau_{PI} s} \right] = k_p \frac{1 + \tau_{PI} s}{\tau_{PI} s}$$

dove $\tau_{PI} = k_p/k_i$ è la costante di tempo del regolatore.

La cascata in anello aperto tra il regolatore e il plant ha la seguente funzione di trasferimento:

$$G_{OL}(s) = k_p \frac{1 + \tau_{PI} s}{\tau_{PI} s} \cdot \frac{0,6}{(0,63s + 1)(0,016s + 1)}$$

Il primo step della fase di progetto consiste nel praticare la cancellazione polo-zero, in modo da eliminare il polo dominante del plant e accelerare la dinamica del sistema. La cancellazione polo-zero viene effettuata attraverso l'imposizione della seguente ugualanza:

$$1 + \tau_{PI} s = 0,63s + 1 \quad \text{per cui} \quad \tau_{PI} = 0,63$$

In questo modo è stata univocamente definita la costante di tempo del regolatore di velocità. Per effetto della cancellazione polo-zero la funzione di trasferimento, in anello aperto, della cascata regolatore/plant diventa:

$$G_{OL}(s) = \frac{k_p}{\tau_{PI}s} \cdot \frac{0,6}{0,016s + 1} = \frac{1}{\frac{\tau_{PI}}{0,6 \cdot k_p} s (0,016s + 1)}$$

A questo punto è possibile scrivere la funzione di trasferimento del modulo ottimo in anello aperto:

$$G_{mo}(s)_{OL} = \frac{1}{2\tau s (1 + \tau s)}$$

Nota la funzione di trasferimento del modulo ottimo in anello aperto, si impone l'uguaglianza tra i termini di pari grado.

$$\begin{cases} \tau = 0,016 \\ 2\tau = \frac{\tau_{PI}}{0,63 \cdot k_p} \end{cases}$$

Sostituendo la prima uguaglianza nella seconda e sapendo che $\tau_{PI} = 0,63$, per effetto della cancellazione polo-zero, si ricava il valore del guadagno proporzionale.

$$k_p = \frac{0,63}{0,6 \cdot 2 \cdot 0,016} = 33$$

Per completare il progetto del regolatore è necessario determinare il valore del guadagno integrale:

$$k_i = \frac{k_p}{\tau_{PI}} = \frac{33}{0,63} = 52$$

In conclusione, i guadagni del regolatore di velocità progettato, col criterio del modulo ottimo, sono:

$$k_p = 33 \quad \text{e} \quad k_i = 52$$

Progettato il regolatore, col criterio del modulo ottimo, si testa prima sul modello costituito dalla funzione di trasferimento e dopo sul motore reale (figura 7), in modalità controllo di velocità senza carico. Per verificare la reiezione al disturbo del modulo ottimo, si applica un gradino di coppia di carico (figura 8).

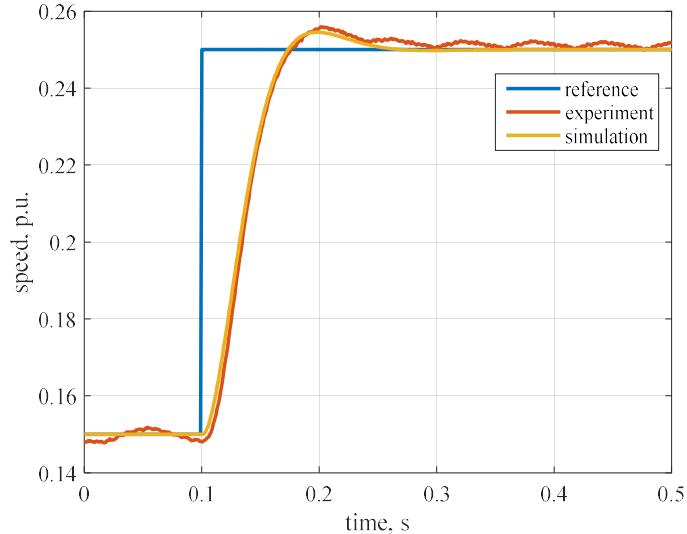


Fig.7: Risposta al gradino di velocità con guadagni modulo ottimo.

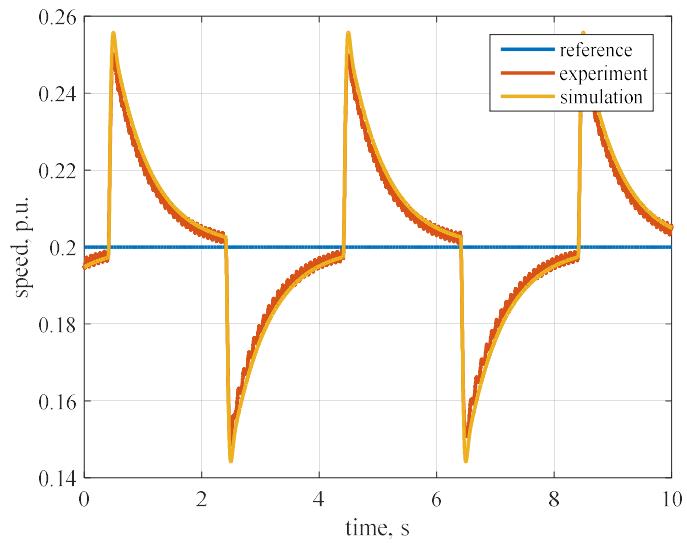


Fig.8: Risposta al gradino di coppia con guadagni modulo ottimo.

13.4 PROGETTO SECONDO IL CRITERIO DELL'OTTIMO SIMMETRICO

Il criterio dell'ottimo simmetrico consente di conseguire una buona reiezione al disturbo. Per verificare la risposta del sistema al disturbo, si mantiene la prima macchina (motore) in controllo di velocità con set point costante e si applica alla seconda macchina (generatore) un set point di corrente ad onda quadra. La funzione di trasferimento in anello aperto dell'ottimo simmetrico risulta essere:

$$G_{os}(s)_{OL} = \frac{1+4\tau s}{8\tau^2 s^2 (1+\tau s)}$$

Come già ricavato in precedenza, la funzione di trasferimento (in anello aperto) della cascata regolatore/plant è:

$$G_{OL}(s) = k_p \frac{1 + \tau_{PI}s}{\tau_{PI}s} \cdot \frac{0,6}{(0,63s+1)(0,016s+1)}$$

Dall'analisi delle due funzioni di trasferimento si osserva come quella dell'ottimo simmetrico sia caratterizzata da due poli nell'origine, mentre l'altra ha solo un polo nell'origine. Per fare in modo che anche la funzione di trasferimento (in anello aperto) della cascata regolatore/plant abbia due poli nell'origine, si effettua la seguente ipotesi semplificativa:

$$0,63s+1 \approx 0,63s$$

ovvero si trascura l'unità rispetto alla quantità $0,63s$, che equivale ad approssimare il polo dominante ad un polo nell'origine.

Alla luce di tale assunzione, la funzione di trasferimento (in anello aperto) della cascata regolatore/plant diventa:

$$G_{OL}(s) = k_p \frac{1 + \tau_{PI}s}{\tau_{PI}s} \cdot \frac{0,6}{0,63s(0,016s+1)} = \frac{1 + \tau_{PI}s}{\frac{0,63 \cdot \tau_{PI}}{0,6 \cdot k_p} s^2 (0,016s+1)}$$

Imponendo l'uguaglianza tra i termini di pari grado, si ottiene:

$$\begin{cases} \tau = 0,016 \\ 8\tau^2 = \frac{0,63 \cdot \tau_{PI}}{0,6 \cdot k_p} \\ 4\tau = \tau_{PI} \end{cases}$$

Sostituendo la prima nella terza si ricava l'espressione della costante di tempo del regolatore di velocità:

$$\tau_{PI} = 4\tau = 4 \cdot 0,016 = 0,063$$

Effettuando le opportune sostituzioni, dalla seconda equazione si calcola il valore del guadagno proporzionale:

$$k_p = \frac{0,63 \cdot \tau_{PI}}{0,6 \cdot 8\tau^2} = 32$$

Il guadagno integrale del regolatore di velocità è dato dalla relazione:

$$k_i = \frac{k_p}{\tau_{PI}} = \frac{32}{0,063} = 513$$

In conclusione, i guadagni del regolatore di velocità, progettato col criterio dell'ottimo simmetrico sono:

$$k_p = 32 \quad \text{e} \quad k_i = 513$$

Progettato il regolatore col criterio dell'ottimo simmetrico, si testa prima sul modello matematico e dopo su quello reale (figura 9). Durante la prova il motore ruota a velocità costante e una coppia di carico ad onda quadra è applicata.

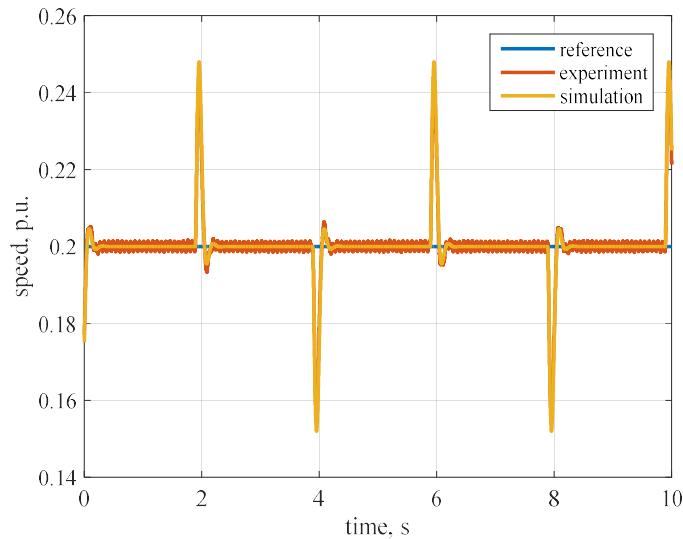


Fig.9: Risposta al gradino di coppia con guadagni ottimo simmetrico.

13.5 FILTRO DI SMOOTHING

Progettato e testato il regolatore di velocità col criterio dell'ottimo simmetrico, si sospende l'applicazione della coppia di carico, e da un set point di velocità costante si passa ad applicare un set point a gradino. In queste condizioni si osserva, che la risposta del sistema al gradino di velocità è caratterizzata da una sovraelondazione molto accentuata (circa il 43 % del valore di regime), che è tipica dei sistemi progettati col criterio dell'ottimo simmetrico (figura 10).

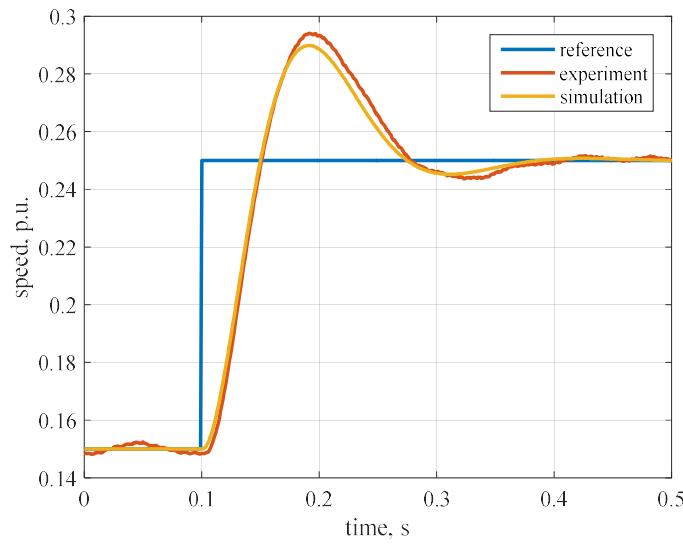


Fig.10: Risposta al gradino di velocità con guadagni ottimo simmetrico.

Per ovviare a tale inconveniente, si inserisce a valle del set point di velocità un filtro di smoothing, la cui funzione di trasferimento è:

$$G_{fs}(s) = \frac{1}{1 + \tau_{fs}s}$$

La costante di tempo del filtro di smoothing (τ_{fs}) è tarata ad un valore che supera del 20 % la costante di tempo dello zero della funzione di trasferimento del sistema regolatore/plant in anello aperto ($1 + \tau_{PI} \cdot s$). In definitiva si avrà che:

$$\tau_{fs} = 1,2 \cdot \tau_{PI} = 1,2 \cdot 0,063 = 0,076$$

Con la presenza del filtro di smoothing si osserva la risposta del sistema al gradino di velocità (regolatore di velocità progettato col criterio dell'ottimo simmetrico), per verificare l'attenuazione della sovraelongazione (figura 11).

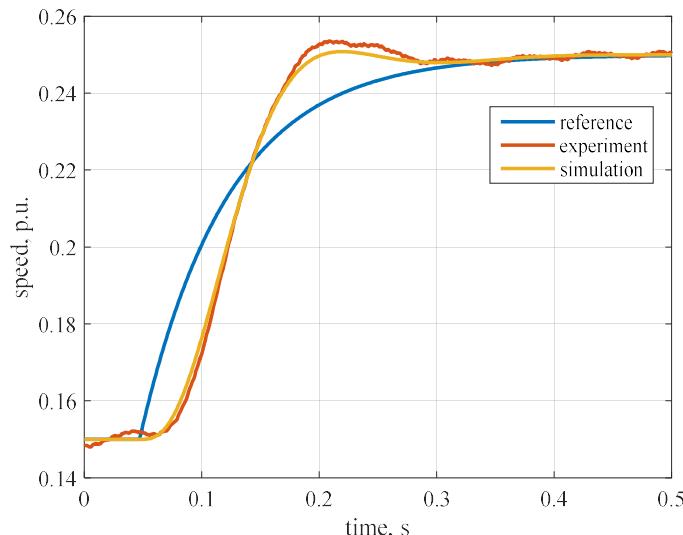


Fig.11: Risposta al gradino di velocità con guadagni ottimo simmetrico e filtro di smoothing.

A questo punto si impone un set point costante di velocità (nella prova precedente si trattava di una onda quadra di velocità) e si applica una coppia di carico (forma d'onda quadra) per verificare la reiezione al disturbo del sistema in presenza del filtro di smooting. Da questo ulteriore test, si osserverà come la presenza del filtro di smoothing non interferisce con la reiezione al disturbo del sistema.

13.6 VALORI DI SET POINT

Il set point di velocità è costituito da un offset costante di valore 0,2 p.u. a cui può essere sovrapposta un'onda quadra di ampiezza 0,05 p.u.. L'offset di velocità serve ad evitare che il motore inverta il suo verso di rotazione. Il set point di corrente per il carico è un'onda di ampiezza 0,5 p.u..

14 GNU FREE DOCUMENTATION LICENSE

Version 1.3, 3 November 2008

Copyright © 2000, 2001, 2002, 2007, 2008 Free Software Foundation, Inc. <<http://fsf.org/>>

Everyone is permitted to copy and distribute verbatim copies of this license document, but changing it is not allowed.

0. PREAMBLE

The purpose of this License is to make a manual, textbook, or other functional and useful document "free" in the sense of freedom: to assure everyone the effective freedom to copy and redistribute it, with or without modifying it, either commercially or noncommercially. Secondarily, this License preserves for the author and publisher a way to get credit for their work, while not being considered responsible for modifications made by others.

This License is a kind of "copyleft", which means that derivative works of the document must themselves be free in the same sense. It complements the GNU General Public License, which is a copyleft license designed for free software.

We have designed this License in order to use it for manuals for free software, because free software needs free documentation: a free program should come with manuals providing the same freedoms that the software does. But this License is not limited to software manuals; it can be used for any textual work, regardless of subject matter or whether it is published as a printed book. We recommend this License principally for works whose purpose is instruction or reference.

1. APPLICABILITY AND DEFINITIONS

This License applies to any manual or other work, in any medium, that contains a notice placed by the copyright holder saying it can be distributed under the terms of this License. Such a notice grants a world-wide, royalty-free license, unlimited in duration, to use that work under the conditions stated herein. The "Document", below, refers to any such manual or work. Any member of the public is a licensee, and is addressed as "you". You accept the license if you copy, modify or distribute the work in a way requiring permission under copyright law.

A "Modified Version" of the Document means any work containing the Document or a portion of it, either copied verbatim, or with modifications and/or translated into another language.

A "Secondary Section" is a named appendix or a front-matter section of the Document that deals exclusively with the relationship of the publishers or authors of the Document to the Document's overall subject (or to related matters) and contains nothing that could fall directly within that overall subject. (Thus, if the Document is in part a textbook of mathematics, a Secondary Section may not explain any mathematics.) The relationship could be a matter of historical connection with the subject or with related matters, or of legal, commercial, philosophical, ethical or political position regarding them.

The "Invariant Sections" are certain Secondary Sections whose titles are designated, as being those of Invariant Sections, in the notice that says that the Document is released under this License. If a section does not fit the above definition of

Secondary then it is not allowed to be designated as Invariant. The Document may contain zero Invariant Sections. If the Document does not identify any Invariant Sections then there are none.

The "Cover Texts" are certain short passages of text that are listed, as Front-Cover Texts or Back-Cover Texts, in the notice that says that the Document is released under this License. A Front-Cover Text may be at most 5 words, and a Back-Cover Text may be at most 25 words.

A "Transparent" copy of the Document means a machine-readable copy, represented in a format whose specification is available to the general public, that is suitable for revising the document straightforwardly with generic text editors or (for images composed of pixels) generic paint programs or (for drawings) some widely available drawing editor, and that is suitable for input to text formatters or for automatic translation to a variety of formats suitable for input to text formatters. A copy made in an otherwise Transparent file format whose markup, or absence of markup, has been arranged to thwart or discourage subsequent modification by readers is not Transparent. An image format is not Transparent if used for any substantial amount of text. A copy that is not "Transparent" is called "Opaque".

Examples of suitable formats for Transparent copies include plain ASCII without markup, Texinfo input format, LaTeX input format, SGML or XML using a publicly available DTD, and standard-conforming simple HTML, PostScript or PDF designed for human modification. Examples of transparent image formats include PNG, XCF and JPG. Opaque formats include proprietary formats that can be read and edited only by proprietary word processors, SGML or XML for which the DTD and/or processing tools are not generally available, and the machine-generated HTML, PostScript or PDF produced by some word processors for output purposes only.

The "Title Page" means, for a printed book, the title page itself, plus such following pages as are needed to hold, legibly, the material this License requires to appear in the title page. For works in formats which do not have any title page as such, "Title Page" means the text near the most prominent appearance of the work's title, preceding the beginning of the body of the text.

The "publisher" means any person or entity that distributes copies of the Document to the public.

A section "Entitled XYZ" means a named subunit of the Document whose title either is precisely XYZ or contains XYZ in parentheses following text that translates XYZ in another language. (Here XYZ stands for a specific section name mentioned below, such as "Acknowledgements", "Dedications", "Endorsements", or "History".) To "Preserve the Title" of such a section when you modify the Document means that it remains a section "Entitled XYZ" according to this definition.

The Document may include Warranty Disclaimers next to the notice which states that this License applies to the Document. These Warranty Disclaimers are considered to be included by reference in this License, but only as regards disclaiming warranties: any other implication that these Warranty Disclaimers may have is void and has no effect on the meaning of this License.

2. VERBATIM COPYING

You may copy and distribute the Document in any medium, either commercially or noncommercially, provided that this License, the copyright notices, and the license notice saying this License applies to the Document are reproduced in all copies, and that you add no other conditions whatsoever to those of this License. You may not use technical measures to

obstruct or control the reading or further copying of the copies you make or distribute. However, you may accept compensation in exchange for copies. If you distribute a large enough number of copies you must also follow the conditions in section 3.

You may also lend copies, under the same conditions stated above, and you may publicly display copies.

3. COPYING IN QUANTITY

If you publish printed copies (or copies in media that commonly have printed covers) of the Document, numbering more than 100, and the Document's license notice requires Cover Texts, you must enclose the copies in covers that carry, clearly and legibly, all these Cover Texts: Front-Cover Texts on the front cover, and Back-Cover Texts on the back cover. Both covers must also clearly and legibly identify you as the publisher of these copies. The front cover must present the full title with all words of the title equally prominent and visible. You may add other material on the covers in addition. Copying with changes limited to the covers, as long as they preserve the title of the Document and satisfy these conditions, can be treated as verbatim copying in other respects.

If the required texts for either cover are too voluminous to fit legibly, you should put the first ones listed (as many as fit reasonably) on the actual cover, and continue the rest onto adjacent pages.

If you publish or distribute Opaque copies of the Document numbering more than 100, you must either include a machine-readable Transparent copy along with each Opaque copy, or state in or with each Opaque copy a computer-network location from which the general network-using public has access to download using public-standard network protocols a complete Transparent copy of the Document, free of added material. If you use the latter option, you must take reasonably prudent steps, when you begin distribution of Opaque copies in quantity, to ensure that this Transparent copy will remain thus accessible at the stated location until at least one year after the last time you distribute an Opaque copy (directly or through your agents or retailers) of that edition to the public.

It is requested, but not required, that you contact the authors of the Document well before redistributing any large number of copies, to give them a chance to provide you with an updated version of the Document.

4. MODIFICATIONS

You may copy and distribute a Modified Version of the Document under the conditions of sections 2 and 3 above, provided that you release the Modified Version under precisely this License, with the Modified Version filling the role of the Document, thus licensing distribution and modification of the Modified Version to whoever possesses a copy of it. In addition, you must do these things in the Modified Version:

- A. Use in the Title Page (and on the covers, if any) a title distinct from that of the Document, and from those of previous versions (which should, if there were any, be listed in the History section of the Document). You may use the same title as a previous version if the original publisher of that version gives permission.
- B. List on the Title Page, as authors, one or more persons or entities responsible for authorship of the modifications in the Modified Version, together with at least five of the principal authors of the Document (all of its principal authors, if it has fewer than five), unless they release you from this requirement.
- C. State on the Title page the name of the publisher of the Modified Version, as the publisher.

- D. Preserve all the copyright notices of the Document.
- E. Add an appropriate copyright notice for your modifications adjacent to the other copyright notices.
- F. Include, immediately after the copyright notices, a license notice giving the public permission to use the Modified Version under the terms of this License, in the form shown in the Addendum below.
- G. Preserve in that license notice the full lists of Invariant Sections and required Cover Texts given in the Document's license notice.
- H. Include an unaltered copy of this License.
- I. Preserve the section Entitled "History", Preserve its Title, and add to it an item stating at least the title, year, new authors, and publisher of the Modified Version as given on the Title Page. If there is no section Entitled "History" in the Document, create one stating the title, year, authors, and publisher of the Document as given on its Title Page, then add an item describing the Modified Version as stated in the previous sentence.
- J. Preserve the network location, if any, given in the Document for public access to a Transparent copy of the Document, and likewise the network locations given in the Document for previous versions it was based on. These may be placed in the "History" section. You may omit a network location for a work that was published at least four years before the Document itself, or if the original publisher of the version it refers to gives permission.
- K. For any section Entitled "Acknowledgements" or "Dedications", Preserve the Title of the section, and preserve in the section all the substance and tone of each of the contributor acknowledgements and/or dedications given therein.
- L. Preserve all the Invariant Sections of the Document, unaltered in their text and in their titles. Section numbers or the equivalent are not considered part of the section titles.
- M. Delete any section Entitled "Endorsements". Such a section may not be included in the Modified Version.
- N. Do not retitle any existing section to be Entitled "Endorsements" or to conflict in title with any Invariant Section.
- O. Preserve any Warranty Disclaimers.

If the Modified Version includes new front-matter sections or appendices that qualify as Secondary Sections and contain no material copied from the Document, you may at your option designate some or all of these sections as invariant. To do this, add their titles to the list of Invariant Sections in the Modified Version's license notice. These titles must be distinct from any other section titles.

You may add a section Entitled "Endorsements", provided it contains nothing but endorsements of your Modified Version by various parties—for example, statements of peer review or that the text has been approved by an organization as the authoritative definition of a standard.

You may add a passage of up to five words as a Front-Cover Text, and a passage of up to 25 words as a Back-Cover Text, to the end of the list of Cover Texts in the Modified Version. Only one passage of Front-Cover Text and one of Back-Cover Text may be added by (or through arrangements made by) any one entity. If the Document already includes a cover text for the same cover, previously added by you or by arrangement made by the same entity you are acting on behalf of, you may not add another; but you may replace the old one, on explicit permission from the previous publisher that added the old one.

The author(s) and publisher(s) of the Document do not by this License give permission to use their names for publicity for or to assert or imply endorsement of any Modified Version.

5. COMBINING DOCUMENTS

You may combine the Document with other documents released under this License, under the terms defined in section 4 above for modified versions, provided that you include in the combination all of the Invariant Sections of all of the original documents, unmodified, and list them all as Invariant Sections of your combined work in its license notice, and that you preserve all their Warranty Disclaimers.

The combined work need only contain one copy of this License, and multiple identical Invariant Sections may be replaced with a single copy. If there are multiple Invariant Sections with the same name but different contents, make the title of each such section unique by adding at the end of it, in parentheses, the name of the original author or publisher of that section if known, or else a unique number. Make the same adjustment to the section titles in the list of Invariant Sections in the license notice of the combined work.

In the combination, you must combine any sections Entitled "History" in the various original documents, forming one section Entitled "History"; likewise combine any sections Entitled "Acknowledgements", and any sections Entitled "Dedications". You must delete all sections Entitled "Endorsements".

6. COLLECTIONS OF DOCUMENTS

You may make a collection consisting of the Document and other documents released under this License, and replace the individual copies of this License in the various documents with a single copy that is included in the collection, provided that you follow the rules of this License for verbatim copying of each of the documents in all other respects.

You may extract a single document from such a collection, and distribute it individually under this License, provided you insert a copy of this License into the extracted document, and follow this License in all other respects regarding verbatim copying of that document.

7. AGGREGATION WITH INDEPENDENT WORKS

A compilation of the Document or its derivatives with other separate and independent documents or works, in or on a volume of a storage or distribution medium, is called an "aggregate" if the copyright resulting from the compilation is not used to limit the legal rights of the compilation's users beyond what the individual works permit. When the Document is included in an aggregate, this License does not apply to the other works in the aggregate which are not themselves derivative works of the Document.

If the Cover Text requirement of section 3 is applicable to these copies of the Document, then if the Document is less than one half of the entire aggregate, the Document's Cover Texts may be placed on covers that bracket the Document within the aggregate, or the electronic equivalent of covers if the Document is in electronic form. Otherwise they must appear on printed covers that bracket the whole aggregate.

8. TRANSLATION

Translation is considered a kind of modification, so you may distribute translations of the Document under the terms of section 4. Replacing Invariant Sections with translations requires special permission from their copyright holders, but you may include translations of some or all Invariant Sections in addition to the original versions of these Invariant Sections. You may include a translation of this License, and all the license notices in the Document, and any Warranty Disclaimers, provided that you also include the original English version of this License and the original versions of those notices and disclaimers. In case of a disagreement between the translation and the original version of this License or a notice or disclaimer, the original version will prevail.

If a section in the Document is Entitled "Acknowledgements", "Dedications", or "History", the requirement (section 4) to Preserve its Title (section 1) will typically require changing the actual title.

9. TERMINATION

You may not copy, modify, sublicense, or distribute the Document except as expressly provided under this License. Any attempt otherwise to copy, modify, sublicense, or distribute it is void, and will automatically terminate your rights under this License.

However, if you cease all violation of this License, then your license from a particular copyright holder is reinstated (a) provisionally, unless and until the copyright holder explicitly and finally terminates your license, and (b) permanently, if the copyright holder fails to notify you of the violation by some reasonable means prior to 60 days after the cessation.

Moreover, your license from a particular copyright holder is reinstated permanently if the copyright holder notifies you of the violation by some reasonable means, this is the first time you have received notice of violation of this License (for any work) from that copyright holder, and you cure the violation prior to 30 days after your receipt of the notice.

Termination of your rights under this section does not terminate the licenses of parties who have received copies or rights from you under this License. If your rights have been terminated and not permanently reinstated, receipt of a copy of some or all of the same material does not give you any rights to use it.

10. FUTURE REVISIONS OF THIS LICENSE

The Free Software Foundation may publish new, revised versions of the GNU Free Documentation License from time to time. Such new versions will be similar in spirit to the present version, but may differ in detail to address new problems or concerns. See <http://www.gnu.org/copyleft/>.

Each version of the License is given a distinguishing version number. If the Document specifies that a particular numbered version of this License "or any later version" applies to it, you have the option of following the terms and conditions either of that specified version or of any later version that has been published (not as a draft) by the Free Software Foundation. If the Document does not specify a version number of this License, you may choose any version ever published (not as a

(draft) by the Free Software Foundation. If the Document specifies that a proxy can decide which future versions of this License can be used, that proxy's public statement of acceptance of a version permanently authorizes you to choose that version for the Document.

11. RELICENSING

"Massive Multiauthor Collaboration Site" (or "MMC Site") means any World Wide Web server that publishes copyrightable works and also provides prominent facilities for anybody to edit those works. A public wiki that anybody can edit is an example of such a server. A "Massive Multiauthor Collaboration" (or "MMC") contained in the site means any set of copyrightable works thus published on the MMC site.

"CC-BY-SA" means the Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 license published by Creative Commons Corporation, a not-for-profit corporation with a principal place of business in San Francisco, California, as well as future copyleft versions of that license published by that same organization.

"Incorporate" means to publish or republish a Document, in whole or in part, as part of another Document.

An MMC is "eligible for relicensing" if it is licensed under this License, and if all works that were first published under this License somewhere other than this MMC, and subsequently incorporated in whole or in part into the MMC, (1) had no cover texts or invariant sections, and (2) were thus incorporated prior to November 1, 2008.

The operator of an MMC Site may republish an MMC contained in the site under CC-BY-SA on the same site at any time before August 1, 2009, provided the MMC is eligible for relicensing.