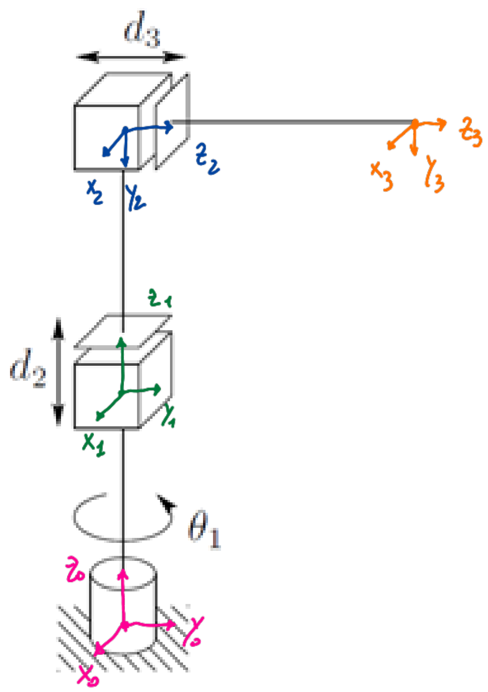
ROBOTICS, MOD. 1: INDUSTRIAL HANDLING
LAUREA MAGISTRALE IN **AUTOMATION ENGINEERING**

ESONERO DEL 05/11/2019

Assegnato il manipolatore cilindrico in figura, con lunghezze dei bracci $a_1 = a_2 = a_3 = 1$:

1. Si fissino le terne solidali con ciascun braccio seguendo la convenzione di Denavit-Hartenberg, giustificando adeguatamente la scelta.
2. Si calcoli la funzione cinematica diretta.
3. Si calcoli lo Jacobiano geometrico.
4. Si calcolino posizione e orientamento delle terne solidali con ciascun braccio quando il vettore delle variabili di giunto assume il valore $q = [0 \quad 0.5 \quad 0.2]^T$.
5. Con riferimento alla configurazione del manipolatore calcolata al punto precedente, si determini, se possibile, una rappresentazione dell'orientamento di tipo asse-angolo della terna solidale con il terzo braccio (versore dell'asse di rotazione e valore dell'angolo di rotazione). Si commenti il risultato ottenuto.
6. Con riferimento alla configurazione del punto 4., si determini la velocità della terna solidale con il terzo braccio assumendo una velocità dei giunti data da $\dot{q} = [0 \quad 0 \quad 0.1]^T$. Si commenti il risultato ottenuto.

1



Link	a_i	α_i	d_i	ϑ_i
1	0	0	a_1	ϑ_1
2	0	$-\pi/2$	d_2	0
3	0	0	d_3+a_3	0

$a_1 = a_2 = a_3 = 1$

2

$$A_i^{i-1} = \begin{bmatrix} c_{\theta_i} & -s_{\theta_i} c_{\alpha_i} & s_{\theta_i} s_{\alpha_i} & a_i c_{\theta_i} \\ s_{\theta_i} & c_{\theta_i} c_{\alpha_i} & -c_{\theta_i} s_{\alpha_i} & a_i s_{\theta_i} \\ 0 & s_{\alpha_i} & c_{\alpha_i} & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_1^0 = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} & & z_1 & \end{array} \\ \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$A_2^1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_3^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3+1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_2^0 = A_1^0 A_2^1 = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} & & z_2 & \end{array} \\ \begin{bmatrix} c_1 & 0 & -s_1 & 0 \\ s_1 & 0 & c_1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & d_2+1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$A_3^0 = A_2^0 A_3^2 = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} & & & p \end{array} \\ \begin{bmatrix} c_1 & 0 & -s_1 & -s_1(d_3+1) \\ s_1 & 0 & c_1 & c_1(d_3+1) \\ 0 & -1 & 0 & d_2+1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$z_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad p_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad z_0 \wedge p = \det \begin{bmatrix} i & j & k \\ 0 & 0 & 1 \\ -s_1(\cdot) & c_1(\cdot) & d_2+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -c_1(\cdot) \\ -s_1(\cdot) \\ 0 \end{bmatrix}$$

3

$$J = \begin{bmatrix} z_0 \wedge (p - p_0) & z_1 & z_2 \\ z_0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -C_1(d_3+1) & 0 & -S_1 \\ -S_1(d_3+1) & 0 & C_1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

4

$$q = [\vartheta_1 \quad d_2 \quad d_3]^T = [0 \quad 0{,}5 \quad 0{,}2]^T$$

$$R_1^0 = \begin{bmatrix} C_1 & -S_1 & 0 \\ S_1 & C_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad p_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$R_2^0 = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & -S_1 \\ S_1 & 0 & C_1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \qquad p_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ d_2+1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1{,}5 \end{bmatrix}$$

$$R_3^0 = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & -S_1 \\ S_1 & 0 & C_1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \qquad p_3 = \begin{bmatrix} -S_1(d_3+1) \\ C_1(d_3+1) \\ d_2+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1{,}2 \\ 1{,}5 \end{bmatrix}$$

asse x_3 é allineato con x_0

asse y_3 é allineato con $-z_0$

asse z_3 allineato con y_0

5

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}$$

$$\vartheta = \cos^{-1}\left(\frac{r_{11} + r_{22} + r_{33} - 1}{2}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{1 - 0 - 0 - 1}{2}\right) = \cos^{-1}(0) = \frac{\pi}{2}$$

$$r = \frac{1}{2\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)} \begin{bmatrix} r_{32} - r_{23} \\ r_{13} - r_{31} \\ r_{21} - r_{12} \end{bmatrix} = \frac{1}{2 \cdot 1} \begin{bmatrix} -1 - 1 \\ 0 - 0 \\ 0 - 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Bigg\} \text{asse di rotazione } -x_0$$

6

$$q = \begin{bmatrix} 0 & 0{,}5 & 0{,}2 \end{bmatrix}^T \; ; \; \dot{q} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0{,}1 \end{bmatrix}^T$$

$$J = \begin{bmatrix} -c_1(d_3+1) & 0 & -s_1 \\ -s_1(d_3+1) & 0 & c_1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1{,}2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$V = J\dot{q} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0{,}1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Poiché solo il terzo giunto ($\dot{d}_3 = 0{,}1$) é in movimento, l'organo Terminale si muove con velocitá lineare pura di 0,1 m/s lungo l'asse y_0

Non c'é alcuna velocitá angolare.