# Identificazione dei parametri meccanici del PMSM

Elia Brescia

Dicembre 2025

Si consideri l'equazione di equilibrio meccanico di un PMSM a magneti superficiali:

$$\frac{J}{n_p}\frac{d\omega_r}{dt} = K_c i_q - T_L - B\,\frac{\omega_r}{n_p} - C_d\ \mathrm{sgn}(\omega_r) \tag{1}$$

dove $C_d$ rappresenta il coefficiente di attrito dinamico o di Coulomb. Per stimare i parametri meccanici del PMSM ($J$, $B$ e $C_d$) si possono effettuare due test distinti. Il primo test consente di stimare $B$ e $C_d$ nell'ipotesi di possedere giù una stima di $K_c$. Il secondo test consente di stimare $J$ dopo aver ottenuto una stima di $B$ e $C_d$.

Il primo test viene svolto nel seguente modo:

- Si configura l'azionamento per effettuare un controllo in anello chiuso di velocità in assenza di carico.
- Si stabilisce un numero prefissato $N$ di velocità di riferimento alla quale controllare il motore. Per ognuna di queste velocità si registra la corrente $i_q$ e la velocità misurata $\omega_r$ a regime.

Le Fig.1a e b mostrano gli andamenti della velocità misurata e della coppia elettromagnetica ottenuto durante un test di laboratorio con 7 prove a diverse velocità di riferimento.

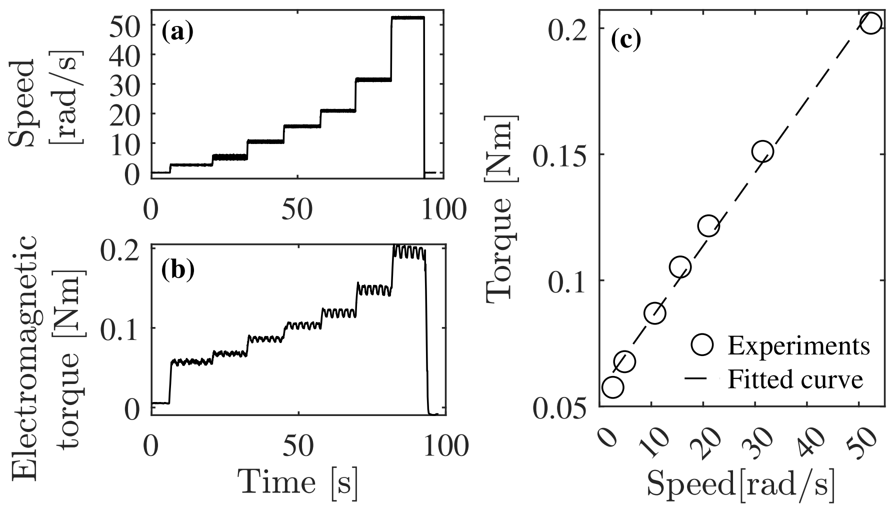


Figura 1: No-load test for friction identification: (a)-(b) measured rotor speed and electromagnetic torque during the test, (c) data fitting results.

A valle della raccolta dei dati si avranno dunque $N$ coppie di dati a regime per la corrente e la velocità ($i_{q1}$, $\omega_{r1}$), ($i_{q2}$, $\omega_{r2}$),..., ($i_{qN}$, $\omega_{rN}$). Si noti che $i_{q1}$ rappresenta un vettore di campioni raccolti a regime durante la prima prova. Lo stesso vale per $\omega_{r1}$. Si estraggono dunque i valori medi di questi vettori per ottenere le seguenti coppie di valori ($\bar{i}_{q1}$, $\bar{\omega}_{r1}$), ($\bar{i}_{q2}$, $\bar{\omega}_{r2}$),..., ($\bar{i}_{qN}$, $\bar{\omega}_{rN}$). Per ognuna di queste coppie possiamo pertanto ritenere valida la seguente equazione derivata dalla (1) a regime e in assenza di carico e introducendo la stima di $K_c$

$$\hat{K}_c\bar{i}_{qj} - B\frac{\bar{\omega}_{rj}}{n_p} - C_d = 0 \tag{2}$$

Per ottenere allora una stima $B$ e $C_d$, si può applicare il metodo dei minimi quadrati. Si organizzano dapprima i dati nelle matrici $\mathbf{y}$ e $\mathbf{\Phi}$ in accordo con questa equazione:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \hat{K}_c \bar{i}_{q1} \\ \hat{K}_c \bar{i}_{q2} \\ \vdots \\ \hat{K}_c \bar{i}_{qN} \end{bmatrix}}_{\mathbf{y}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\bar{\omega}_{r1}}{n_p} & 1 \\ \frac{\bar{\omega}_{r2}}{n_p} & 1 \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\bar{\omega}_{rN}}{n_p} & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{\Phi}} \underbrace{\begin{bmatrix} B \\ C_d \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{\theta}} \tag{3}$$

La stima del vettore $\theta$ viene dunque ottenuta come segue:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \left(\mathbf{\Phi}^{\mathsf{T}} \mathbf{\Phi}\right)^{-1} \mathbf{\Phi}^{\mathsf{T}} \mathbf{y} = \begin{bmatrix} \hat{B} \\ \hat{C}_d \end{bmatrix} \tag{4}$$

La Fig.1c mostra i punti coppia-velocità ottenuti calcolando le medie di velocità e corrente e la retta interpolante ottenuta con i parametri meccanici stimati.

Il secondo test viene invece svolto nel seguente modo:

- Si configura l'azionamento per effettuare un controllo di corrente di asse q.
- Si aumenta gradualmente la corrente di asse q fino araggiungere la velocità di rotazione desidarata.
- Si impone bruscamente $i_q = 0$ e si registra $i_q$ e velocità misurata $\omega_r$ durante tutto il transitorio di decelerazione.

L'andamento della velocità del motore durante il transitorio di decelerazione è riportato in Fig. 2. Per determinare il momento di inerzia dobbiamo utilizzare la seguente equazione:

$$J = -\frac{B\omega_r + C_d n_p}{\frac{d\omega_r}{dt}} \tag{5}$$

Per poter calcolare il secondo membro e ottenere una stima di $J$, dobbiamo selezionare un punto preciso sulla curva in cui ottenere il valore di $\omega_r$ e la sue derivata. Questo punto deve essere preso in un istante di tempo in cui la corrente di asse q si è già annullata. Si suggerisce inoltre di prendere un punto a velocità elevata, come quello rosso illustrato in Fig. 2. Una volta selezionato il punto all'istante $t$, si individuano due punti vicini a tale punto in due istanti $t_1$ e $t_2$ con $t - t_1 = t_2 - t$. Questi due punti devono essere abbastanza vicini da poter considerare costante la pendenza della velocità nell'intervallo di tempo da eessi delimitato. Tali punti sono rappresentati in verde in Fig. 2. A questo punto si calcola la velocità media:

$$\bar{\omega}_r = \frac{\omega_r(t_2) + \omega_r(t_1)}{2} \tag{6}$$

e si approssima la derivata con la pendenza media della curva nell'intervallo $[t_1\ t_2]$:

$$\left.\frac{d\omega_r}{dt}\right|_t \approx \frac{\omega_r(t_2) - \omega_r(t_1)}{t_2 - t_1} \tag{7}$$

Si calcola infine la stima di $J$:

$$\hat{J} = -\frac{\hat{B}\bar{\omega}_r + \hat{C}_d n_p}{\left.\frac{d\omega_r}{dt}\right|_t} \tag{8}$$

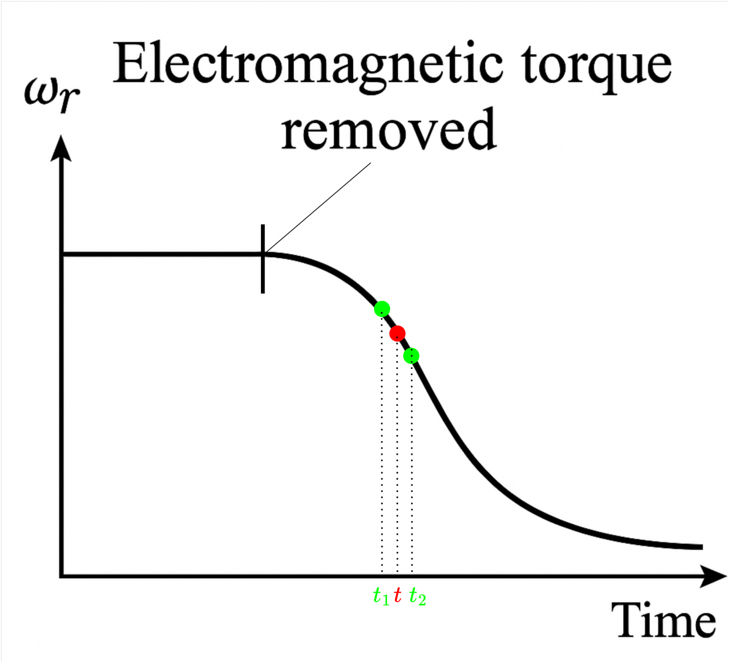


Figura 2: Transitorio di decelerazione a coppia elettromagnetica nulla.