



**MACCHINA SINCRONA A
MAGNETI PERMANENTI
(BRUSHLESS DC)**

Introduzione

I motori brushless a magneti permanenti (PM) trovano vasta applicazione in ambito industriale e nel campo della robotica, ma hanno largo impiego anche in molte applicazioni domestiche, quali impianti di condizionamento, elettrodomestici e computer. Il loro crescente utilizzo è legato principalmente ad alcune ottime caratteristiche che li contraddistinguono: alta densità di potenza, elevata coppia di spunto, volumi ridotti, facilità di controllo sono alcune delle qualità che rendono i motori a magneti permanenti altamente competitivi rispetto sia ai motori ad induzione, sia ai convenzionali motori in corrente continua.

Fin da quando sono stati introdotti i motori in corrente continua, che assicurano ottime performance e semplicità nel controllo, è emersa la volontà di sostituirli con motori aventi prestazioni analoghe, in assenza però del sistema spazzole-collettore. Le spazzole ed il collettore richiedono infatti costante manutenzione, la formazione di archi elettrici (scintillio al collettore) non può essere permessa in zone pericolose e il sistema impone severi limiti di velocità al motore. Con lo sviluppo dei dispositivi di commutazione elettronica, è sembrato naturale che questi potessero sostituire gli analoghi componenti di commutazione meccanica, che sono parte integrante dei motori in corrente continua convenzionali. Fu costruito un motore polifase, con un rotore a magneti permanenti, con circuiti elettronici di commutazione e con un sistema di misure assolute che duplicava le caratteristiche coppia-velocità e coppia-corrente di un motore a magneti permanenti in c.c. convenzionale. Questo motore fu chiamato, in maniera del tutto naturale, motore brushless DC (BLDC). E' da sottolineare che il brushless DC è un motore in c.c. solo nel nome. Certe considerazioni costruttive, tuttavia, rimangono le stesse in entrambi i motori. Le induttanze degli avvolgimenti devono essere ridotte al valore minimo per permettere una migliore commutazione.

Da un punto di vista economico, il collettore e le spazzole pesano solo per una piccola frazione sul costo di un motore in c.c. convenzionale, mentre il costo di un pacchetto elettronico per un motore brushless può essere paragonabile o anche eccedere il costo dei componenti del motore.

Il BLDC è stato originariamente pensato per servo-applicazioni e per la robotica, ma il campo delle applicazioni è in continuo ampliamento. Infatti, i sistemi con motori

BLDC cominciano a fare il loro ingresso nell'equipaggiamento dei condizionatori d'aria, nelle pompe, nei laser e in applicazioni ad alta velocità come le centrifughe.

Questa varietà di impieghi mostra la versatilità del sistema. Il BLDC non solo sostituisce i motori in c.c., ma anche i motori in corrente alternata, perché libera l'utente dai problemi legati alla frequenza di linea o dai costosi supporti di potenza. Spesso questi motori sono preferiti ai convenzionali motori in c.c. perché hanno una vita più lunga e richiedono bassa manutenzione. Le spazzole tendono anche a produrre RFI (interferenza alle radiofrequenze). Questo problema è meno avvertito nei brushless, dove non è necessaria alcuna azione di filtraggio nei riguardi delle armoniche di basso ordine associate alla commutazione.

Un altro vantaggio della configurazione brushless è costituito dalla maggiore sezione trasversale disponibile per l'avvolgimento di potenza o armatura. Allo stesso tempo la conduzione del calore attraverso la struttura viene migliorata. Generalmente è possibile un incremento del carico elettrico e una coppia specifica più grande. L'efficienza risulta più alta di quella di un motore a commutazione convenzionale di uguale taglia a causa anche dell'assenza della frizione delle spazzole. L'assenza del commutatore meccanico e dei supporti alle spazzole riduce la lunghezza del motore, e ciò porta vantaggi non solo in termini di semplice risparmio di spazio, ma anche in termini di riduzione della distanza tra i cuscinetti, che determina una più grande rigidità, permettendo velocità più elevate. La rimozione del commutatore riduce anche l'inerzia.

La massima velocità del motore brushless è limitata dalla capacità dei magneti di sopportare la forza centrifuga: nei motori più piccoli con basse velocità di rotore, i magneti possono essere vincolati al nucleo del rotore, che è solitamente massiccio. Per velocità periferiche di rotore elevate è necessario fare ricorso a strutture di mantenimento, che rendono necessario un aumento del traferro, senza peraltro che ciò incida sulle prestazioni del motore.

1.1 Aspetti costruttivi dei motori brushless

Gli “azionamenti brushless” sono costituiti dai seguenti elementi fondamentali (fig.1):

- un motore brushless con un rotore privo di avvolgimenti ma dotato di magneti permanenti;
- un sistema statico di conversione per l'alimentazione a frequenza variabile degli avvolgimenti di statore;
- un dispositivo per la trasduzione della posizione angolare del rotore, al fine di adeguare la frequenza delle correnti di alimentazione alla velocità di rotazione anche durante i transitori. In tal modo la macchina si comporta come un sincrono “che non perde mai il passo”;
- un sistema di controllo della coppia, della velocità e della posizione.

In tutti i tipi di azionamenti sincroni con motori a magneti permanenti viene utilizzato il classico schema di potenza mostrato in fig. 1, costituito dal raddrizzatore a diodi che rappresenta l'interfaccia verso la rete di alimentazione e dall'inverter trifase a transistori che alimenta il motore secondo una tecnica di controllo di tipo P.W.M.. Il circuito in corrente continua a monte dell'inverter costituisce quindi un elemento che disaccoppia due reti in corrente alternata a frequenze diverse. La frequenza di modulazione del P.W.M. è normalmente compresa fra i 4 kHz e i 10 kHz; negli inverter che impiegano I.G.B.T. si possono anche raggiungere frequenze di 30 kHz e oltre. Recentemente si è diffusa la sostituzione del raddrizzatore con un convertitore controllato, sempre dal classico schema a ponte trifase, allo scopo di permettere sia il recupero sulla rete di alimentazione dell'energia di frenatura della macchina, sia il controllo della forma d'onda e del fattore di potenza della corrente di linea assorbita.

Il controllo dei motori brushless richiede un sensore di posizione di rotore per l'avviamento e per provvedere alla opportuna sequenza di commutazione dei dispositivi di potenza del ponte invertitore. I sensori di posizione, come gli encoder o i sensori ad effetto Hall incrementano il costo e la taglia del motore. Questi sensori, oltre a richiedere particolari interventi meccanici per il montaggio, sono sensibili alla temperatura, determinando limiti operativi e problemi nell'accuratezza degli istanti di commutazione dei dispositivi a semiconduttore del ponte trifase.

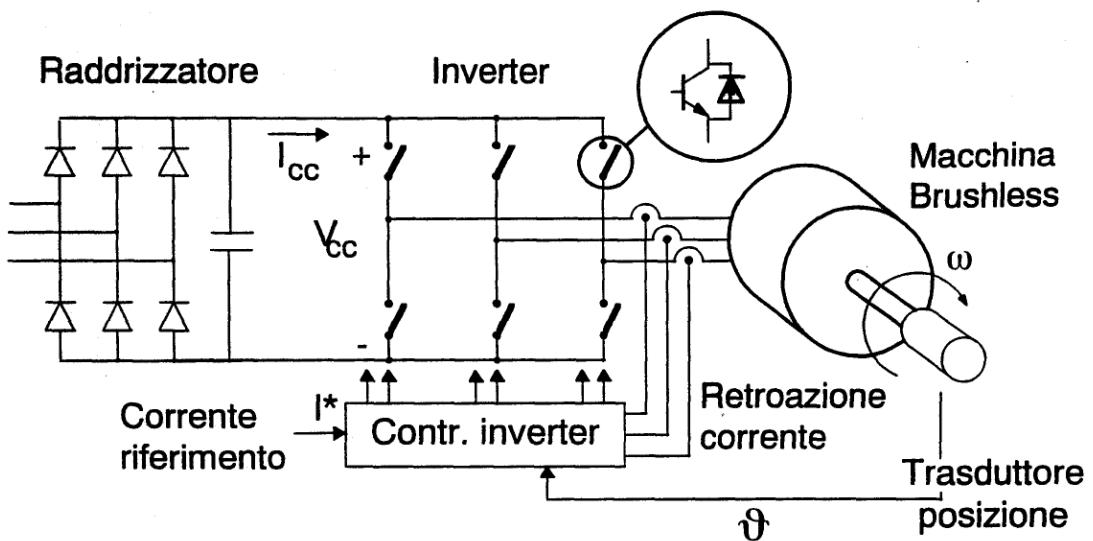


Fig. 1.1 - Schema di principio di un azionamento con motore brushless.

Un motore brushless è costituito da uno statore e da un rotore: il primo, in ferro laminato, presenta sulla periferia avvolgimenti polifase distribuiti in analogia con quanto si ha sullo statore di macchine in alternata; sul rotore, anch'esso laminato, sono disposti i magneti permanenti che generano il flusso di eccitazione della macchina. I vantaggi di questa soluzione si possono così riassumere:

- eliminazione delle perdite rotoriche, da cui risultano minori problemi di raffreddamento e rendimenti più elevati;
- assenza dei contatti strisciante per l'alimentazione del circuito d'eccitazione;
- attitudine al funzionamento con frequenti avviamenti e arresti grazie alla continua disponibilità di flusso e conseguentemente di coppia;
- possibilità, dovuta all'utilizzo di materiali magnetici ad alta densità di flusso, di realizzare rotori con bassi momenti d'inerzia che rendono il motore particolarmente adatto per le prestazioni di elevata dinamica. Questi materiali consentono inoltre di contenere le dimensioni e i pesi dell'intera macchina.

I motori brushless a magneti permanenti sono generalmente classificati come:

- motori brushless DC, caratterizzati da un andamento idealmente trapezoidale delle forze contro-elettromotrici (f.c.e.m.) indotte negli avvolgimenti di statore (BLDC);
- motori brushless AC, caratterizzati da un andamento idealmente sinusoidale delle stesse f.c.e.m. (PMSM).

Nel seguito verrà esaminato il motore brushless DC.

1.2 Magneti permanenti e analisi del circuito magnetico

Per ottenere f.c.e.m. a vuoto ad andamento trapezoidale i magneti dei motori brushless DC dovrebbero realizzare una distribuzione di induzione al traferro il più possibile ad onda quadra, per cui ciascun magnete permanente disposto sulla superficie del rotore dovrebbe ricoprire un passo polare. In realtà i magneti hanno una estensione lungo la periferia del rotore che ricopre circa il 90% di esso. In direzione assiale invece, la loro estensione è pari alla lunghezza del pacco lamellare di statore. Dal punto di vista costruttivo si possono ottenere buoni risultati utilizzando strutture rotoriche con tegole magnetiche incurvate oppure con sbarrette magnetiche (fig. 1.2); tali realizzazioni consentono di ottenere distribuzioni realistiche d'induzione come quella indicata in figura 1.3.

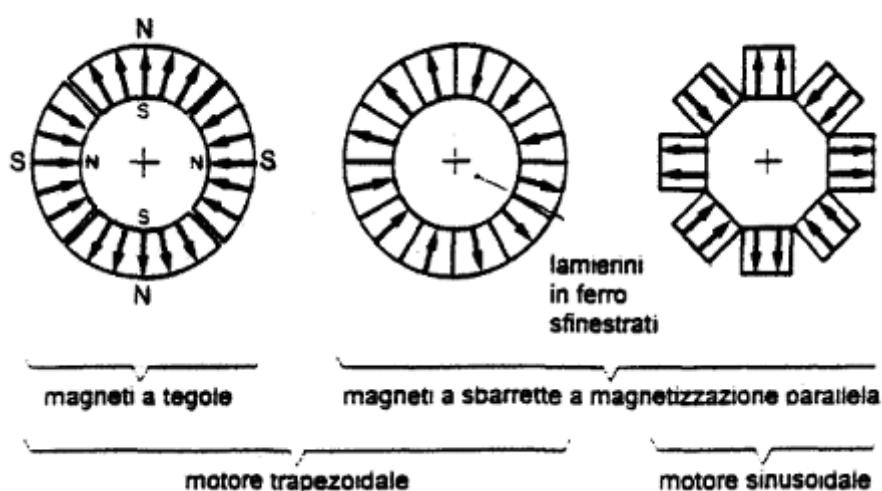


Fig. 1.2. – Struttura dei magneti in macchine brushless.

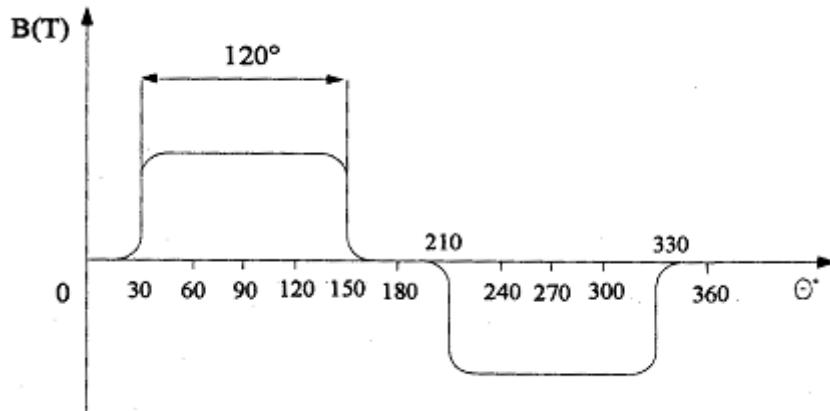


Fig. 1.3. Densità di flusso al traferro a circuito aperto.

I magneti permanenti sono costituiti da ferriti, per i motori di prestazioni dinamiche meno elevate, oppure da terre rare (leghe di Samario-Cobalto e di Neodimio-Ferro-Boro) per motori destinati a prestazioni dinamiche particolarmente spinte. Per garantirne la tenuta meccanica essi vengono incollati e trattenuti al nucleo del rotore mediante opportuni bandaggi di fibre di vetro e di carbonio. Con queste tecniche non è possibile tuttavia ottenere piccoli traferri e pertanto si deve accettare una lieve perdita d'induzione. Le tegole magnetiche incurvate sono caratterizzate, rispetto alle barrette magnetiche, da minori problemi di tenuta meccanica pur presentando, una volta costruiti, un raggio di curvatura che non ne consente l'applicazione a rotorì di diametri diversi, imponendo così un'indesiderata diversificazione della produzione.

Il motore BLDC dovrebbe generare una coppia motrice il più possibile costante, esente da ondulazione, in modo da conseguire, anche alle basse velocità, la massima regolarità di moto. Ciò è possibile quando la potenza istantanea trifase è costante. A rigore, per garantire una coppia costante, è necessaria anche una perfetta isotropia dell'induttore della macchina: in caso contrario può manifestarsi una coppia alternativa che si può spiegare con il movimento a scatti di 60° del campo magnetico rotante di statore, a seguito di ciascuna commutazione di corrente da una fase alla successiva. Per assicurare l'isotropia richiesta, i magneti devono ricoprire interamente il passo polare e devono avere una permeabilità magnetica differenziale uguale a quella dell'aria. Supponendo verificata questa condizione il traferro risulta costante e uguale alla differenza radiale fra il ferro di statore e quello di rotore.

I magneti permanenti costituiti da terre rare presentano un'alta induzione per unità di volume. Questi materiali hanno una caratteristica B-H stabile sino a valori elevati di temperatura e un elevato campo coercitivo. Pertanto consentono elevati flussi al traferro senza penalizzare gli spazi, una maggiore sovraccaricabilità termica di tutto il motore e sono in grado di sopportare gli effetti di elevate correnti nella parte avvolta, che potrebbero dare luogo a smagnetizzazioni irreversibili. Queste ottime caratteristiche si scontrano, naturalmente, con i maggiori costi di questi materiali.

Per valutare l'induzione al traferro a vuoto, cioè in assenza delle correnti di statore, si ricorre ad un modello semplificato del circuito magnetico del motore secondo le seguenti ipotesi:

- il polo magnetico ricopre tutto il passo polare,
- lo statore è liscio,
- la permeabilità magnetica dei circuiti in ferro dello statore e del rotore è infinita.

In fig. 1.4 è rappresentata una sezione trasversale di un motore brushless DC e il percorso del flusso magnetico. In fig. 1.5 è riportata la curva di smagnetizzazione di un magnete lineare, che può essere approssimata mediante una retta di equazione:

$$\mathbf{B}_m = -\mu_r \mu_0 \mathbf{H}_m + \mathbf{B}_r \quad (1.1)$$

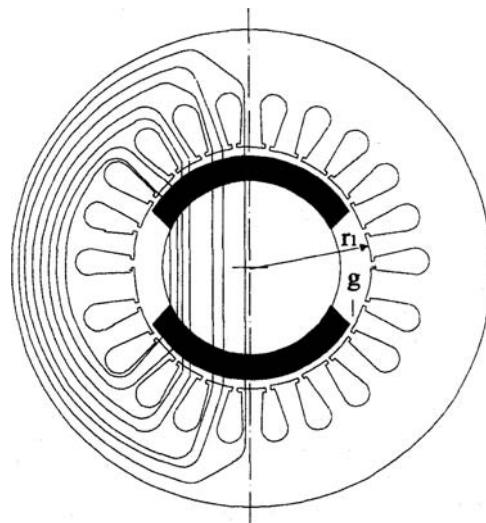


Fig. 1.4. Sezione trasversale del motore BLDC e percorso del flusso magnetico.

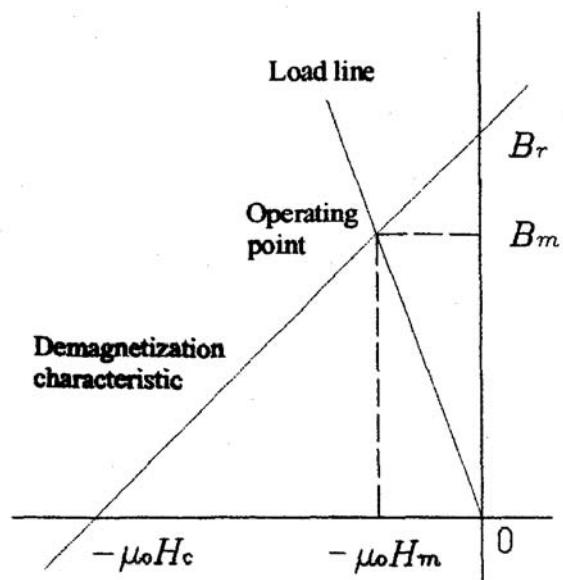


Fig. 1.5. Curva di smagnetizzazione di un magnete lineare.

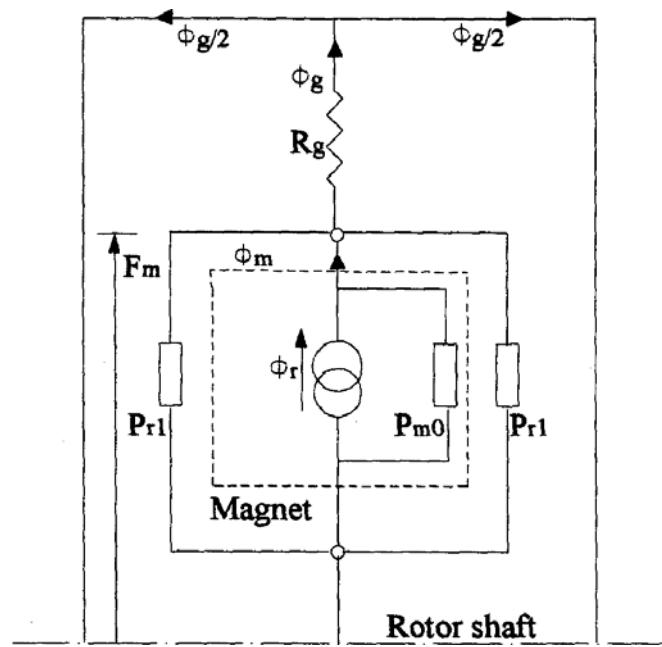


Fig. 1.6. Circuito magnetico equivalente.

Con riferimento alla sola metà sinistra della fig. 1.4, il motore brushless DC ha un circuito magnetico equivalente rappresentato in fig. 1.6, mentre la parte destra di fig. 1.4 ha un circuito equivalente che è l'immagine speculare di fig. 1.6 rispetto all'asse orizzontale, che è equipotenziale (questa semplificazione è possibile solo se le due metà sono perfettamente simmetriche dal punto di vista geometrico e magnetico).

Mediante l'analogia magneto-elettrica, ogni magnete è rappresentato da un circuito equivalente di Norton, realizzato da un generatore di flusso Φ_r con in parallelo la permeanza interna P_{m0} . Per rappresentare la parte di flusso che non attraversa il traferro, si introducono delle permeanze di dispersione P_{rl} . Supponendo che il flusso abbia una distribuzione uniforme all'interno dei magneti e che questi abbiano lunghezza radiale l_m e sezione A_m , si può scrivere:

$$\Phi_r = B_r A_m \quad (1.2)$$

$$\Phi_m = B_m A_m \quad (1.3)$$

dove si è indicato con B_r l'induzione residua e con B_m l'induzione magnetica. Combinando queste relazioni con quella della curva di smagnetizzazione si ottiene:

$$\Phi_m = -\mu_r \mu_0 H_m A_m + \Phi_r \quad (1.4)$$

Indicata con F_m la caduta di tensione magnetica al traferro:

$$F_m = H_m l_m \quad (1.5)$$

la relazione precedente diventa:

$$\Phi_m = -F_m / R_{m0} + \Phi_r \quad (1.6)$$

dove

$$R_{m0} = l_m / (\mu_r \mu_0 A_m) \quad (1.7)$$

può essere interpretata come la riluttanza interna del magnete.

La sezione del traferro A_g è l'area attraverso la quale il flusso passa dal magnete allo statore: la riluttanza del traferro R_g in corrispondenza di un polo vale allora:

$$R_g = g_1 / \mu_0 A_g \quad (1.8)$$

con g_1 spessore equivalente che tiene conto della presenza della cava.

Sotto l'ulteriore ipotesi di permeabilità dei circuiti in ferro di rotore e statore infinita, si può scrivere:

$$F_m = \Phi_g R_g \quad (1.9)$$

$$\Phi_r = F_m / R_{m0} + \Phi_m \quad (1.10)$$

dove F_m e Φ_g rappresentano rispettivamente la fmm e il flusso al traferro.

Indicata con P_m la somma della permeanza interna del magnete e la permeanza di dispersione:

$$P_m = P_{m0} + 2P_{r1} \quad (1.11)$$

si ottiene:

$$\Phi_r = F_m P_{m0} + \Phi_m \quad (1.12)$$

e quindi l'induzione al traferro a vuoto risulta:

$$\Phi_g = \Phi_r / (1 + P_m R_g) \quad (1.13)$$

Idealemente si può ritenere costante l'induzione al traferro a vuoto su tutta la superficie di traferro coperta dal magnete e quindi rappresentarla come un'onda rettangolare (in realtà la distribuzione di induzione al tra ferro non è perfettamente rettangolare a causa di effetti di bordo, come già mostrato in fig. 1.3).

E' importante definire infine il "coefficiente di permeanza" PC, che rappresenta la pendenza della retta di carico, normalizzata con μ_0 : il magnete dovrebbe avere, a circuito aperto, elevati valori di PC, per rendere massima l'induzione al traferro e la coppia per ampere, e per assicurare un margine adeguato nei confronti della smagnetizzazione dovuta alla reazione d'armatura.

1.3 Modello matematico del BLDC

Il BLDC ha una forza contro-elettromotrice trapezoidale e sono necessarie correnti di statore con forma d'onda quasi quadra per produrre una coppia elettrica costante (tipicamente, sono usati controllori ad isteresi o PWM controllati in corrente per mantenere le correnti che fluiscono nel motore più vicine possibile ai valori di riferimento).

A causa della forma trapezoidale della forza contro-elettromotrice e la conseguente variazione non sinusoidale delle induttanze di macchina con l'angolo di rotore, non è

necessaria una trasformazione delle equazioni di macchina da coordinate di fase a coordinate d,q.

Per una macchina trifase isotropa i parametri L ed M di auto e mutua induttanza degli avvolgimenti di statore sono uguali per le tre fasi, così come le resistenze, e risultano costanti (indipendenti dall'angolo di rotore). Un circuito equivalente del motore BLDC, avente gli avvolgimenti di fase collegati a stella con centro stella isolato, è quindi schematizzato in fig. 1.7. Poiché sia i magneti permanenti sul rotore sia l'acciaio hanno elevata resistenza, le correnti indotte nel rotore sono trascurabili e non è perciò necessario modellare alcun avvolgimento smorzatore.

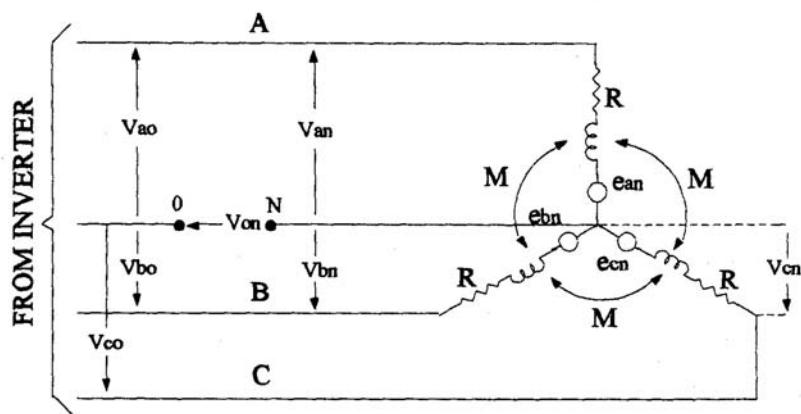


Fig. 1.7. - Circuito equivalente di un motore brushless DC.

Le equazioni di macchina in coordinate di fase a,b,c sono le seguenti:

$$\begin{cases} v_a = R \cdot i_a + L \cdot \frac{di_a}{dt} + M \cdot \frac{di_b}{dt} + M \cdot \frac{di_c}{dt} + e_a \\ v_b = R \cdot i_b + M \cdot \frac{di_a}{dt} + L \cdot \frac{di_b}{dt} + M \cdot \frac{di_c}{dt} + e_b \\ v_c = R \cdot i_c + M \cdot \frac{di_a}{dt} + M \cdot \frac{di_b}{dt} + L \cdot \frac{di_c}{dt} + e_c \end{cases} \quad (1.14)$$

Poiché in un sistema trifase a tre fili (senza neutro):

(1.15)

le equazioni precedenti si possono riscrivere come:

$$\begin{cases} v_a = R \cdot i_a + (L - M) \cdot \frac{di_a}{dt} + e_a \\ v_b = R \cdot i_b + (L - M) \cdot \frac{di_b}{dt} + e_b \\ v_c = R \cdot i_c + (L - M) \cdot \frac{di_c}{dt} + e_c \end{cases} \quad (1.16)$$

ovvero, in forma matriciale:

$$[v] = R \cdot [i] + (L - M) \cdot \frac{d[i]}{dt} + [e] \quad (1.17)$$

La macchina presenta quindi una costante di tempo equivalente $\tau = (L_{eq}/R)$, con $L_{eq} = (L - M)$. Supponendo una commutazione istantanea tra le fasi ed un'alimentazione tale che in ogni istante circoli corrente solo in due fasi in serie, si può derivare il circuito equivalente di fig. 1.8, in cui compaiono i valori concatenati della tensione di alimentazione e della f.c.e.m.. Tale circuito è analogo a quello di una macchina a corrente continua, per cui il motore brushless DC può essere considerato come una macchina a corrente continua convenzionale a magneti permanenti posti sul rotore, mentre la commutazione delle correnti, realizzata elettronicamente con un convertitore statico anziché con un dispositivo meccanico, avviene sullo statore.

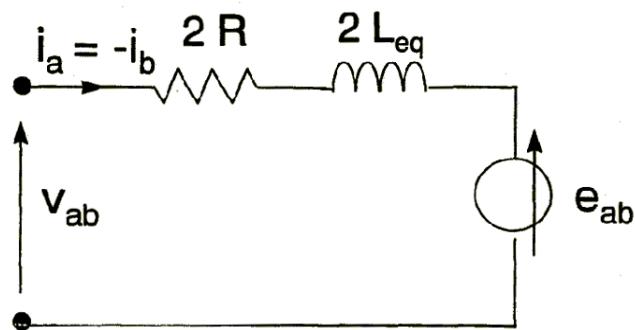


Fig. 1.8. – Circuito equivalente del BLDC.

La potenza elettrica istantanea trasmessa al rotore vale:

$$p(t) = e_a(t)i_a(t) + e_b(t)i_b(t) + e_c(t)i_c(t) \quad (1.18)$$

mentre la coppia istantanea risulta:

$$C_e(t) = n_p \frac{p(t)}{\omega_r} = n_p \frac{e_a(t)i_a(t) + e_b(t)i_b(t) + e_c(t)i_c(t)}{\omega_r} \quad (1.19)$$

in cui ω_r rappresenta la velocità elettrica di rotore ed n_p il numero di coppie polari.

L'equazione meccanica del motore è quindi:

$$\frac{J}{n_p} \frac{d\omega_r}{dt} = C_e - C_L - \frac{B}{n_p} \omega_r \quad (1.20)$$

avendo indicato con J il momento d'inerzia complessivo, B il coefficiente d'attrito viscoso e C_L la coppia di carico applicata all'albero. Si noti che l'espressione (1.19) non tiene conto della cosiddetta coppia di "cogging" che risulta dall'interazione tra i magneti e lo statore magneticamente anisotropo per la presenza delle cave. Per contrastare tale coppia, che si manifesta anche in assenza di alimentazione dello statore, devono venire approntati opportuni interventi di carattere costruttivo (inclinazione dei magneti o delle cave di statore).

1.4 F.c.e.m. trapezoidale

Le equazioni base di coppia e f.c.e.m. del motore brushless DC sono abbastanza semplici e assomigliano a quelle di un motore in c.c. convenzionale. In fig. 1.9.(a) è mostrata una semplice macchina a magneti superficiali a due poli.

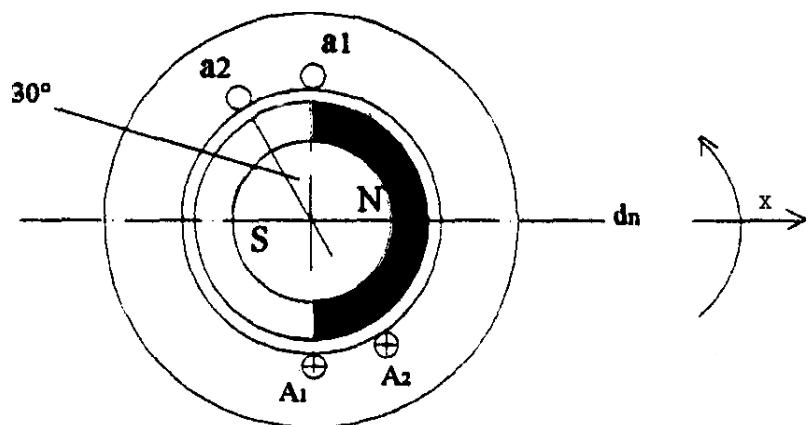


Fig. 1.9.(a). - Sezione trasversale del motore e posizione della fase a.

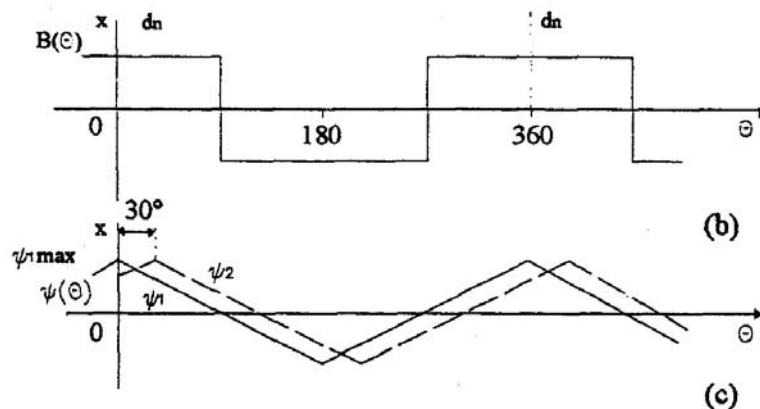


Fig. 1.9. – (b) Densità di flusso magnetico al traferro, (c) flusso concatenato con gli avvolgimenti 1 e 2 della fase a.

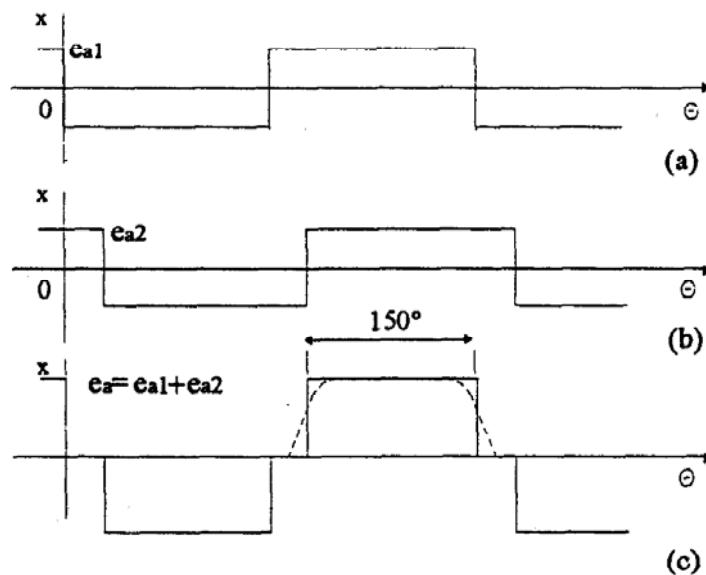


Fig. 1.10. - (a) Onda di f.c.e.m. indotta nella matassa 1. (b) Onda di f.c.e.m. indotta nella matassa 2. (c) Onda di f.c.e.m. totale indotta nella fase a.

Ciascun magnete ricopre un arco polare di 180° . La forma d'onda della densità di flusso al traferro è idealmente un'onda quadra, come mostrato in fig. 1.9.b. Gli assi coordinati sono stati scelti in modo che il centro del polo nord del magnete sia allineato con l'asse x , cioè a $\theta_r = 0$. Lo statore ha dodici cave e un avvolgimento trifase: quindi ci sono due cave per polo per fase. Ogni avvolgimento di fase è costituito da due matasse adiacenti,

composta ciascuna da N_1 spire, i cui assi sono reciprocamente sfasati di 30° . In fig. 1.9.c è mostrato il flusso concatenato con la matassa a_1-A_1 al variare della posizione angolare θ_r di rotore. Tale flusso varia linearmente con la posizione di rotore, poiché la densità di flusso al traferro generata dal magnete è costante sotto ogni passo polare. Nella generica posizione angolare θ_r di rotore, compresa nell'intervallo $[0, \pi]$ rad, il flusso concatenato con la matassa a_1-A_1 si ottiene integrando l'induzione magnetica come segue:

$$\begin{aligned}\Psi_1(\theta_r) &= N_1 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} B(\theta_r) r l d(\theta_r) = \\ &= N_1 B r l \left[\int_{-\pi/2+\theta_r}^{\pi/2} d(\theta_r) - \int_{-\pi/2}^{-\pi/2+\theta_r} d(\theta_r) \right] = \\ &= 2 N_1 B r l \left(\frac{\pi}{2} - \theta_r \right) \quad \text{per } \theta_r \in [0, \pi]\end{aligned}\quad (1.21)$$

in cui r ed l sono il raggio e la lunghezza assiale del rotore, rispettivamente. Il flusso massimo positivo si ha in corrispondenza dell'asse x ($\theta_r = 0$) e il flusso massimo negativo dopo π rad. La (1.21) può perciò essere riscritta nella forma:

$$\Psi_1(\theta_r) = \Psi_{1MAX} \left(1 - \frac{\theta_r}{\pi/2} \right) \quad \text{per } \theta_r \in [0, \pi] \quad (1.22)$$

Nell'intervallo $[-\pi, 0]$ rad il flusso continua ad avere un andamento lineare con pendenza opposta, si annulla per $\theta_r = -\pi/2$ rad e raggiunge il valore massimo positivo per $\theta_r = 0$ rad. Infatti si ha:

$$\begin{aligned}\Psi_1(\theta_r) &= N_1 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} B(\theta_r) r l d(\theta_r) = \\ &= N_1 B r l \left[\int_{-\pi/2}^{\pi/2+\theta_r} d(\theta_r) - \int_{\pi/2+\theta_r}^{\pi/2} d(\theta_r) \right] = \\ &= 2 N_1 B r l \left(\frac{\pi}{2} + \theta_r \right) \quad \text{per } \theta_r \in [-\pi, 0]\end{aligned}\quad (1.21')$$

o, in modo equivalente:

$$\Psi_1(\theta_r) = \Psi_{1MAX} \left(1 + \frac{\theta_r}{\pi/2} \right) \quad \text{per } \theta_r \in [-\pi, 0] \quad (1.22')$$

E' da notare che, per la validità delle equazioni (1.21), (1.21'), (1.22) e (1.22'), l'angolo di rotore deve essere necessariamente espresso negli intervalli indicati, al fine di garantire la continuità delle funzioni in corrispondenza delle variazioni di pendenza delle distribuzioni di flusso.

Per la matassa a₂-A₂ si può ripetere lo stesso procedimento, tenendo però presente che essa ha il proprio asse sfasato di $\pi/6$ rad in ritardo rispetto all'asse della matassa a₁-A₁. Risulta quindi:

$$\begin{aligned}\Psi_2(\theta_r) = \Psi_{1MAX} \left(1 \mp \frac{\theta_r - \pi/6}{\pi/2} \right) & \quad \text{- per } \theta_r \in [\pi/6, 7/6\pi] \\ & \quad + \text{per } \theta_r \in [-5/6\pi, \pi/6]\end{aligned}\quad (1.23)$$

La f.c.e.m. indotta nella matassa a₁-A₁ è espressa come:

$$e_{a1} = \frac{d\Psi_1}{dt} = \frac{d\Psi_1}{d\theta_r} \frac{d\theta_r}{dt} = \omega_r \frac{d\Psi_1}{d\theta_r} = \mp 2 N_1 B r l \omega_r \quad (1.24)$$

in cui il segno (-) vale per θ_r compreso nell'intervallo $[0, \pi]$ rad, e il segno (+) per θ_r compreso nell'intervallo $[-\pi, 0]$ rad. Questa relazione rappresenta l'ampiezza dell'onda quadra di f.c.e.m. e_{al} mostrata in fig.1.10.a. La f.c.e.m. indotta nella seconda matassa della fase (a) è identica, ma sfasata in ritardo di $\pi/6$ rad, come mostrato in fig. 1.10.b. La f.c.e.m. complessivamente indotta nell'avvolgimento di fase (a), composto dalle due matasse in serie, si ottiene sommando le onde di f.c.e.m. indotte nelle singole matasse, come mostrato in fig. 1.10.c. L'effetto principale della divisione in due matasse dell'avvolgimento di fase è di produrre un'onda di f.c.e.m. quasi quadra, a tre livelli. In pratica, il reale andamento dell'onda di f.c.e.m. è smussato in corrispondenza degli angoli dei gradini, assumendo la forma trapezoidale caratteristica del motore brushless DC. Con archi magnetici di 180° e due cave per polo per fase, la cosiddetta f.c.e.m. assume, idealmente, il valore massimo per 150° , ma in pratica le irregolarità del campo magnetico riducono questo intervallo a valori più piccoli, all'incirca di 120° . L'ampiezza che assume la f.c.e.m. in questo intervallo è data da:

$$e_{\max} = (2 N_f B r l) \omega_r = \lambda_f \omega_r \quad (1.25)$$

dove N_f è il numero di spire in serie per fase che, nel caso in esame, risulta uguale a $2N_l$. In caso di macchina a più coppie polari, la posizione e la velocità angolari di rotore riportate nelle equazioni precedenti sono quelle elettriche.

La distribuzione di tipo trapezoidale della f.c.e.m. indotta nella fase (a) di statore può essere rappresentata, a meno del fattore di scala ω_r , attribuendo al termine λ_{fa} il seguente andamento in funzione dell'angolo di rotore:

$$\lambda_{fa}(\theta_r) = \begin{cases} 0 \leq \theta_r \leq \pi/6 & -6/\pi \theta_r \lambda_f \\ \pi/6 < \theta_r \leq 5\pi/6 & -\lambda_f \\ 5\pi/6 < \theta_r \leq 7\pi/6 & 6/\pi (\theta_r - \pi) \lambda_f \\ 7\pi/6 < \theta_r \leq 11\pi/6 & \lambda_f \\ 11\pi/6 < \theta_r \leq 2\pi & 6/\pi (2\pi - \theta_r) \lambda_f \end{cases} \quad (1.26)$$

Per le altre due fasi si hanno andamenti identici, traslati di 120° e 240° rispetto a λ_{fa} .

1.5 Caratteristica ideale coppia/velocità

Si supponga di alimentare le fasi di statore con una terna simmetrica di correnti con forme d'onda “quasi-quadra” di ampiezza I_{dc} in un intervallo angolare di 120° , sincronizzate con gli intervalli in cui le corrispondenti onde di f.c.e.m. assumono valore massimo dello stesso segno delle correnti (vedi fig. 1.11). Se gli avvolgimenti di statore sono connessi a stella con centro stella isolato, allora solo due fasi saranno in conduzione in ogni istante, percorse dalla corrente I_{dc} . La potenza elettrica istantanea trasmessa al rotore, espressa dall'equazione (1.19), è quindi costante e pari a:

$$P = 2e_{\max} I_{dc} = 2\lambda_f I_{dc} \omega_r \quad (1.27)$$

e la coppia elettromagnetica sviluppata risulta uguale a:

$$\begin{aligned} C_e &= n_p \frac{P}{\omega_r} = 2n_p \lambda_f I_{dc} = 2n_p I_{dc} (2 N_f B r l) = \\ &= \frac{4}{\pi} n_p^2 N_f \left(B \frac{\pi r}{n_p} l \right) I_{dc} = \frac{4}{\pi} n_p^2 N_f \Phi I_{dc} = K_c \Phi I_{dc} \end{aligned} \quad (1.28)$$

dove Φ è il flusso emanato da ciascun polo, e K_c è la costante di coppia.

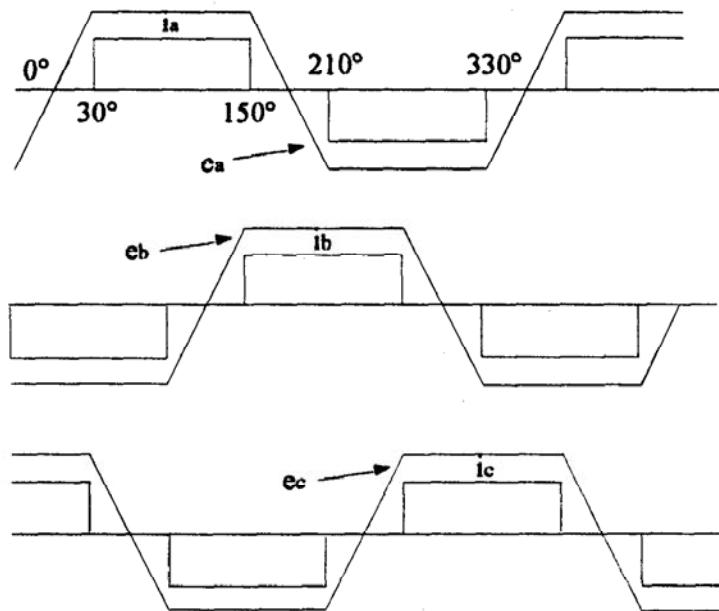


Fig. 1.11. - Onde di f.c.e.m. e corrente di un BLDC.

Dalla fig. 1.11 si può notare inoltre che:

- l'andamento delle f.c.e.m. di una data fase nell'intervallo in cui la corrispondente corrente di fase è nulla, non ha alcuna influenza sul contributo di quella fase alla coppia generata, finché f.c.e.m. e corrente rimangono in fase tra loro;
- la sincronizzazione tra correnti e f.c.e.m. è imposta da un sensore di posizione di rotore che stabilisce, in base alla posizione istantanea del flusso generato dai magneti (da cui dipende a sua volta il valore di ciascuna f.c.e.m.), la distribuzione corretta della corrente nelle fasi;
- si verifica una commutazione nelle correnti ogni 60° elettrici;
- dato l'andamento ideale delle tensioni e delle correnti, la coppia risulta costante nel tempo e indipendente dalla posizione angolare del rotore;
- un funzionamento come generatore si ottiene ritardando di 180° l'andamento della corrente rispetto alla f.c.e.m. per le tre fasi. Valori dello sfasamento diversi da 0° o 180° comportano: a) un valore minore di coppia a parità di corrente; b)

la presenza di oscillazioni di coppia sovrapposte al valore medio; per ottenere la sincronizzazione si potrebbe rilevare direttamente l'andamento delle f.c.e.m..

Gli andamenti di f.c.e.m. e di corrente riportati in fig. 1.11 sono quelli ideali che consentirebbero di non avere ondulazione di coppia. In realtà gli andamenti delle correnti non sono perfettamente squadrati poiché la commutazione fra due fasi statoriche non può avvenire in modo istantaneo a causa della presenza delle induttanze dei rispettivi circuiti. Per questo motivo alle alte velocità si verifica una notevole ondulazione di coppia. Tuttavia questo fenomeno non pregiudica in modo grave la regolarità di moto in quanto, ad alto numero di giri, la frequenza dell'ondulazione di coppia determina un'azione filtrante dovuta all'inerzia meccanica del sistema.

Per determinare la caratteristica ideale coppia/velocità del BLDC in condizioni di regime, si supponga che le forme d'onda quasi quadra delle correnti di fase del motore siano fornite da un convertitore ideale (privo di perdite, a commutazione istantanea) alimentato da una sorgente ideale di tensione continua V_{dc} . In queste condizioni ideali la potenza elettrica in ingresso al convertitore viene completamente trasferita al motore BLDC, in parte sotto forma di perdite Joule nei due avvolgimenti in conduzione collegati in serie, in parte sotto forma di potenza meccanica disponibile sul rotore.

$$V_{dc} I_{dc} = 2RI_{dc}^2 + 2e_{\max} I_{dc} = R_{dc} I_{dc}^2 + E_{dc} I_{dc} \quad (1.29)$$

con $R_{dc} = 2R$, $E_{dc} = 2e_{\max} = 2\omega_r \lambda_f$. Dalla (1.29) si ottiene:

$$V_{dc} = R_{dc} I_{dc} + E_{dc} \quad (1.30)$$

Sostituendo in E_{dc} l'espressione di λ_f , si ha:

$$\begin{aligned} E_{dc} &= 2\omega_r \lambda_f = 2\omega_r (2N_f B r l) = \\ &= \frac{4}{\pi} n_p N_f \left(B \frac{\pi r}{n_p} l \right) \omega_r = \frac{4}{\pi} n_p N_f \Phi \omega_r = K_v \Phi \omega_r \end{aligned} \quad (1.31)$$

dove Φ è il flusso emanato da ciascun polo, e K_v è la costante di f.e.m.. Da notare il fatto che le costanti di coppia e di f.e.m. sono uguali solo in caso di macchina con una coppia polare. In generale risulta $K_c = n_p K_v$.

Le equazioni di coppia e f.c.e.m. di un motore brushless DC ideale, evidentemente, sono analoghe a quelle di un motore in c.c. convenzionale. Sostituendo nella (1.30) la (1.31), ed esplicitando la corrente si ottiene la caratteristica corrente-velocità:

$$I_{dc} = \frac{V_{dc} - K_v \Phi \omega_r}{R_{dc}} = \frac{K_v \Phi}{R_{dc}} \left(\frac{V_{dc}}{K_v \Phi} - \omega_r \right) = \frac{K_v \Phi}{R_{dc}} (\omega_0 - \omega_r) \quad (1.32)$$

mentre la caratteristica meccanica coppia-velocità è espressa dall'equazione:

$$\begin{aligned} C_e = K_c \Phi I_{dc} &= \frac{K_c K_v \Phi^2}{R_{dc}} (\omega_0 - \omega_r) = n_p \frac{K_v^2 \Phi^2}{R_{dc}} (\omega_0 - \omega_r) = \\ &= \frac{K_c^2 \Phi^2}{R_{dc}} \left(\frac{\omega_0 - \omega_r}{n_p} \right) = \frac{K_c^2 \Phi^2}{R_{dc}} (\Omega_0 - \Omega_r) \end{aligned} \quad (1.33)$$

in cui ω_0 e ω_r sono le velocità elettriche a vuoto e a carico, rispettivamente, e Ω_0 e Ω_r le corrispondenti velocità meccaniche. Tale caratteristica, mostrata in fig. 1.12, è una retta con pendenza negativa.

Al variare della tensione di alimentazione V_{dc} la caratteristica meccanica trasla parallelamente a sé stessa e ciò consente la regolazione di velocità del motore per una prefissata coppia di carico. A tensione costante, all'aumentare della coppia di carico si riduce la velocità di rotore rispetto a quella a vuoto in misura direttamente proporzionale alla coppia.

$$(\omega_0 - \omega_r) = \frac{R_{dc}}{K_c K_v \Phi^2} C_r \quad (1.34)$$

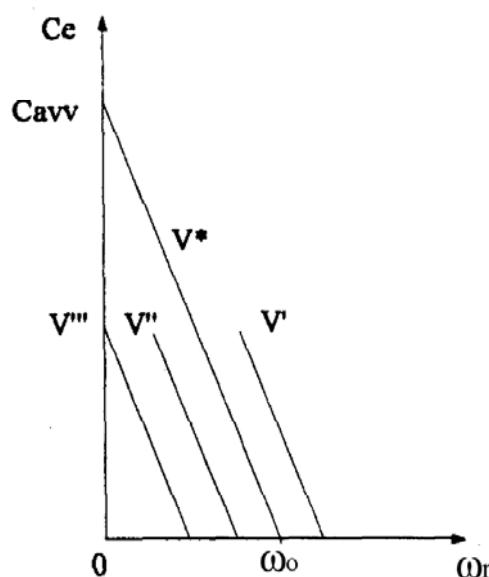


Fig. 1.12. - Caratteristica coppia/velocità di un motore brushless DC ideale.

1.6 Controllo dei motori BLDC

E' stato già ampiamente evidenziato il fatto che l'andamento trapezoidale della forza contro-elettromotrice nel motore brushless DC consente di generare una coppia costante, qualora gli avvolgimenti di statore siano alimentati da una terna simmetrica di correnti di forma d'onda quasi quadra. Benché per ottenere tali correnti sia possibile utilizzare invertitori a corrente impressa (CSI), normalmente vengono impiegati invertitori di tipo PWM a controllo adattativo di corrente mediante comparatori ad isteresi (CRPWM) o di tipo PWM a confronto di rampa.

Nei primi, le correnti di riferimento di fase sono confrontate con le corrispondenti correnti reali, misurate mediante opportuni sensori. I conseguenti segnali errore sono inviati ai comparatori ad isteresi, che generano i segnali di commutazione per gli interruttori statici dell'invertitore. Quest'ultimo, a sua volta, fornisce le tensioni di tipo PWM necessarie per alimentare le fasi del motore, in modo da costringere le correnti reali ad oscillare entro una banda d'isteresi intorno ai rispettivi valori di riferimento (fig. 1.13). Affinché le correnti di fase seguano quanto più fedelmente quelle di riferimento, è opportuno che le bande d'isteresi siano molte strette. Ciò richiede però una frequenza di commutazione tanto maggiore quanto più stretta è la banda d'isteresi, con conseguente aumento del costo degli interruttori statici di potenza e delle perdite di commutazione. E' necessario quindi cercare di giungere ad una situazione di compromesso. Generalmente la banda d'isteresi è dell'ordine del 5% della corrente di riferimento.

Negli invertitori PWM a confronto di rampa, il segnale errore generato dal confronto tra la corrente reale di fase e la corrente di riferimento, funge da segnale modulante che viene confrontato con un'onda portante di tipo triangolare a frequenza elevata. Se il segnale modulante è maggiore della portante, allora è chiuso l'interruttore superiore della gamba dell'inverter, e la tensione di fase (rispetto al centro stella dell'inverter) applicata è pari a $V_{dc}/2$. Quando il segnale modulante diventa minore della portante, si verifica la commutazione tra l'interruttore superiore e quello inferiore della gamba dell'inverter, e la tensione applicata diventa $-V_{dc}/2$ (fig. 1.14).

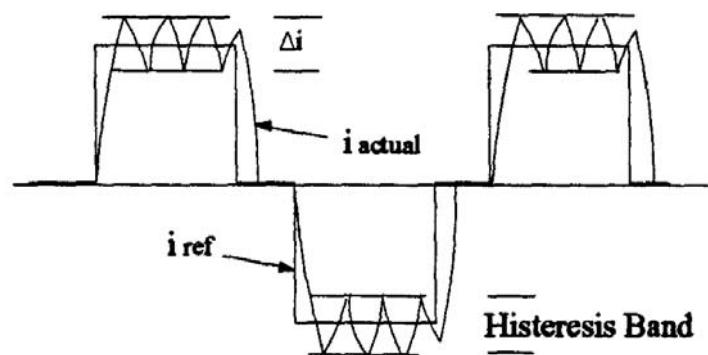


Fig. 1.13. - Andamento delle correnti di riferimento e di fase nel CRPWM.

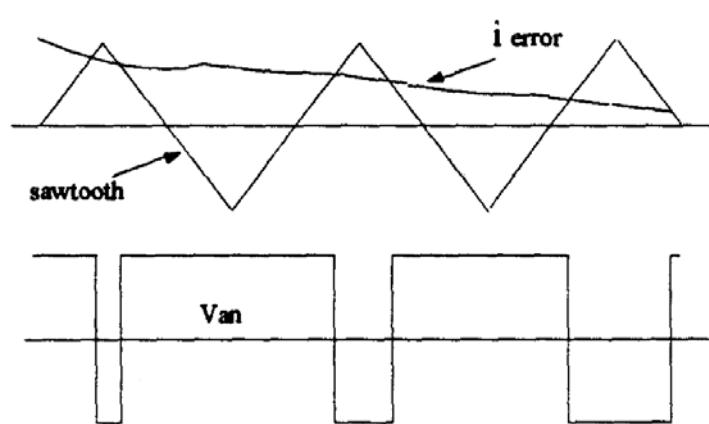
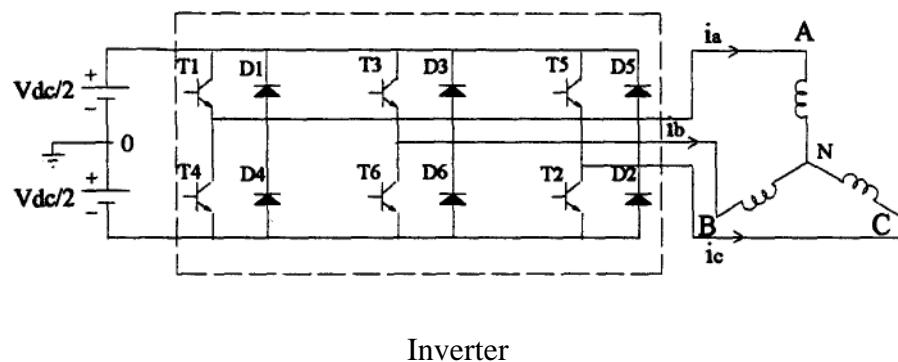


Fig. 1.14. - Logica a confronto di rampa.

Dal punto di vista del controllo il motore brushless DC è simile ad un convenzionale motore in c.c., e quindi è possibile realizzare sistemi di controllo in retroazione di corrente (coppia) e di velocità in maniera analoga ad un motore in c.c.. In fig. 1.15 è mostrata la struttura generale del sistema di controllo in cascata della velocità e della corrente di un motore brushless DC. Il controllo della corrente è composto da due livelli. Il primo serve per determinare la sequenza di commutazione delle fasi e richiede un sensore di posizione di rotore (sensori ad effetto Hall o altri trasduttori) che consente di sincronizzare le correnti di riferimento di fase con le corrispondenti f.c.e.m.. Il secondo livello, invece, è richiesto per imporre alla corrente reale ampiezza uguale a quella del valore di riferimento. Il controllo di velocità è realizzato infine dall'anello più esterno, regolato generalmente da un controllore di tipo PI, che fornisce in uscita il segnale di riferimento della corrente.

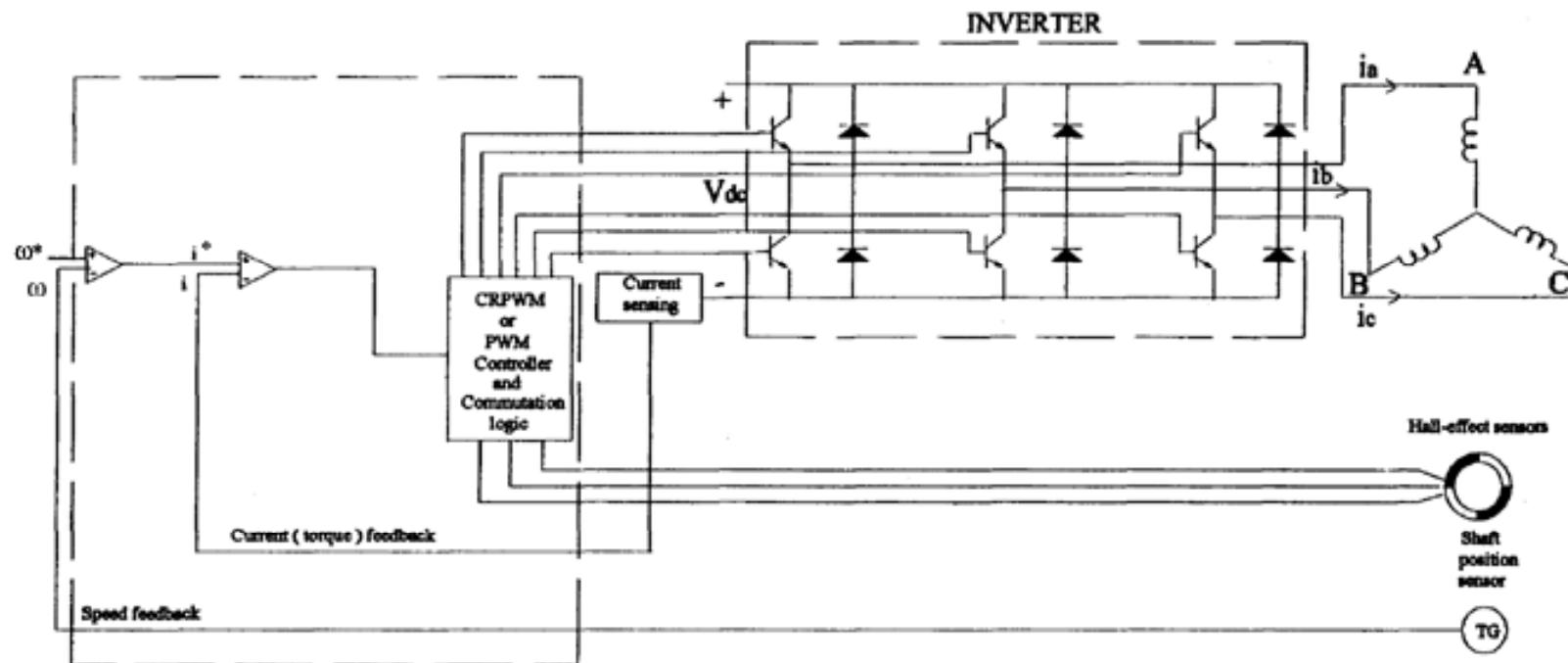
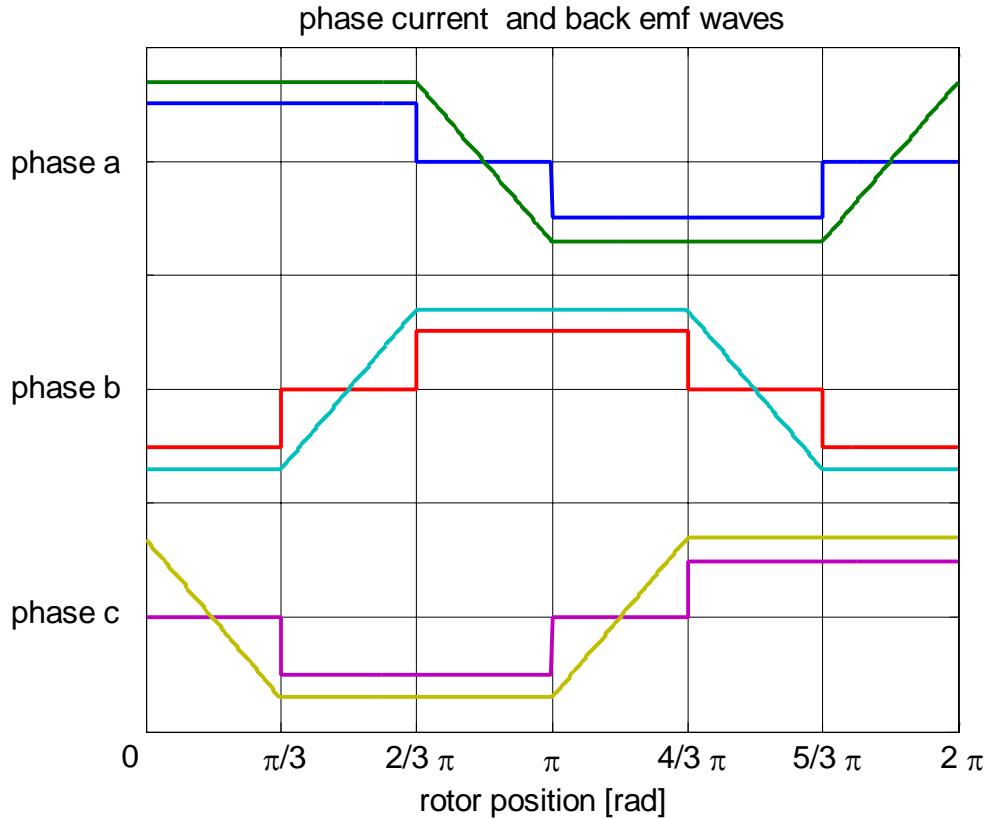


Fig. 1.15. - Struttura del sistema di controllo di velocità di un motore brushless DC.

1.7 Coefficienti di f.c.e.m.



I lati obliqui dei trapezi di f.c.e.m. possono essere espressi dalle seguenti equazioni:

- lati a pendenza positiva

$$y_p = \left[\frac{6}{\pi} \theta_r - (2k+1) \right] \lambda_f \omega_r \quad k = 1, 3, 5$$

- lati a pendenza negativa

$$y_n = \left[-\frac{6}{\pi} \theta_r + (2k+1) \right] \lambda_f \omega_r \quad k = 0, 2, 4$$

Complessivamente le equazioni dei lati obliqui possono essere espresse nella forma compatta:

$$y = \left[(-1)^{k+1} \frac{6}{\pi} \theta_r + (-1)^k (2k+1) \right] \lambda_f \omega_r \quad k = 0, 1, 2, \dots, 5$$

Nella tabella seguente sono riportati i coefficienti di f.c.e.m., normalizzati rispetto a λ_f , nei diversi intervalli di θ_r di ampiezza $\pi/3$:

Tabella dei coefficienti di f.c.e.m. normalizzati

	$\lambda_{fa}(\theta_r)/\lambda_f$	$\lambda_{fb}(\theta_r)/\lambda_f$	$\lambda_{fc}(\theta_r)/\lambda_f$
$0 \leq \theta_r < \pi/3$	1	-1	$-6\theta_r/\pi + 1$
$\pi/3 \leq \theta_r < 2\pi/3$	1	$6\theta_r/\pi - 3$	-1
$2\pi/3 \leq \theta_r < \pi$	$-6\theta_r/\pi + 5$	1	-1
$\pi \leq \theta_r < 4\pi/3$	-1	1	$6\theta_r/\pi - 7$
$4\pi/3 \leq \theta_r < 5\pi/3$	-1	$-6\theta_r/\pi + 9$	1
$5\pi/3 \leq \theta_r < 2\pi$	$6\theta_r/\pi - 11$	-1	1

$$v_a = R i_a + L_{eq} \frac{d}{dt} i_a + e_a = v_{aO} - v_{NO}$$

$$v_b = R i_b + L_{eq} \frac{d}{dt} i_b + e_b = v_{bO} - v_{NO}$$

$$v_c = R i_c + L_{eq} \frac{d}{dt} i_c + e_c = v_{cO} - v_{NO}$$

$$v_{NO} = \frac{1}{3} [v_{aO} + v_{bO} + v_{cO} - (e_a + e_b + e_c)]$$

1.8 Tensioni, f.c.e.m. e flussi di sequenza zero

Poiché le f.c.e.m. indotte negli avvolgimenti di statore hanno forma d'onda periodica trapezoidale, è possibile svilupparle in serie di Fourier. Con riferimento alla f.c.e.m.

indotta nella fase a, è conveniente scegliere il riferimento dell'angolo elettrico θ_r come mostrato nella figura sottostante:

In tal modo la forma d'onda è di tipo dispari, cioè $e_a(-\theta_r) = -e_a(\theta_r)$ e la semionda negativa è speculare, rispetto all'asse θ_r , alla semionda positiva. Ne consegue che nello sviluppo in serie di Fourier di $e_a(\theta_r)$ saranno presenti solo i termini sinusoidali di ordine dispari le cui ampiezze si possono determinare come segue:

$$\begin{aligned} E_{a,2k+1} &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e_a(\theta_r) \sin((2k+1)\theta_r) d\theta_r = \\ &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^0 e_a(-|\theta_r|) \sin(-(2k+1)|\theta_r|) d(-|\theta_r|) + \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} e_a(\theta_r) \sin((2k+1)\theta_r) d\theta_r \\ &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} e_a(\theta_r) \sin((2k+1)\theta_r) d\theta_r \quad k = 0, 1, 2, \dots \end{aligned}$$

Di particolare interesse sono le armoniche multiple dispari di tre che, insieme alle analoghe armoniche relative alle altre due fasi di statore, costituiscono terne di sequenza zero, a cui corrispondono tensioni di fase di sequenza zero applicate al motore, e flussi di sequenza zero concatenati con gli avvolgimenti di statore. L'ampiezza delle armoniche di f.c.e.m. di sequenza zero è data dalla seguente espressione:

$$\begin{aligned} E_{3(2k+1)} &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e_a(\theta_r) \sin(3(2k+1)\theta_r) d\theta_r = \\ &= \frac{2}{3(2k+1)\pi} \int_0^{3(2k+1)\pi} e_a(\theta_r) \sin(3(2k+1)\theta_r) d(3(2k+1)\theta_r) \quad k = 0, 1, 2, \dots \end{aligned}$$

Tenendo conto che:

$$e_a(\theta_r) = \begin{cases} (6\theta_r/\pi)\lambda_f\omega_r & 0 \leq \theta_r \leq \pi/6 \\ \lambda_f\omega_r & \pi/6 \leq \theta_r \leq 5\pi/6 \\ (-6\theta_r/\pi + 6)\lambda_f\omega_r & 5\pi/6 \leq \theta_r \leq \pi \end{cases}$$

si ottiene:

$$E_{3(2k+1)} = (-1)^k \frac{8\lambda_f \omega_r}{3(2k+1)^2 \pi^2} \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Indicando con θ_{r0} la posizione iniziale, la f.c.e.m. di sequenza zero è data da:

$$e_{3(2k+1)} = v_{3(2k+1)} = (-1)^k \frac{8\lambda_f \omega_r}{3(2k+1)^2 \pi^2} \sin(3(2k+1)(\omega_r t + \theta_{r0})) \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Il flusso di sequenza zero si ottiene integrando la tensione di sequenza zero tra l'istante iniziale $t=0$ e l'istante generico t :

$$\Psi_{3(2k+1)} = (-1)^k \frac{8\lambda_f}{9(2k+1)^3 \pi^2} [\cos(3(2k+1)\theta_{r0}) - \cos(3(2k+1)(\omega_r t + \theta_{r0}))] \\ k = 0, 1, 2, \dots$$

Come si può notare, l'ampiezza delle armoniche di sequenza zero di f.c.e.m. decresce all'aumentare dell'ordine di armonicità secondo un fattore $(2k+1)^2$, mentre il flusso di sequenza zero decresce secondo un fattore $(2k+1)^3$. Ne consegue che le armoniche di sequenza zero di f.c.e.m. e di flusso con ordine di armonicità superiore a 3 risultano avere ampiezza trascurabile rispetto a quelle delle terze armoniche, espresse da:

$$e_3 = \frac{8\lambda_f \omega_r}{3\pi^2} \sin 3(\omega_r t + \theta_{r0}) \\ \Psi_3 = \frac{8\lambda_f}{9\pi^2} [\cos 3\theta_{r0} - \cos 3(\omega_r t + \theta_{r0})]$$

Il flusso di sequenza zero presenta un bias dipendente dalla posizione iniziale θ_{r0} .