Tema n. 1 **10 pt**

Un commerciante di arance acquista i prodotti in Calabria, Campania e Sicilia al costo per quintale di 3, 4 e 5 € rispettivamente, e li vende in Toscana, Lombardia e Veneto al prezzo di 9, 10 e 12 €/q, rispettivamente. La disponibilità/domanda media giornaliera di arance per regione e le distanze chilometriche per ogni coppia origine-destinazione sono riportate in tabella. Sapendo che il costo di trasporto di un quintale di arance è di 0,01 € per ogni 100 km percorsi via strada e 0,002 € per ogni 100 km percorsi via mare, risolvere il problema di soddisfare la domanda media giornaliera realizzando il massimo profitto. Si assuma che il percorso è via strada, se diretto in Lombardia, e via mare se diretto in Toscana o Veneto.

1) Formulare il problema di massimizzare il profitto (**7 punti**).
2) Risolvere tramite risolutore Excel il suddetto problema (**3 punti**).

	Distanza [km]			
Regione	Toscana	Lombardia	Veneto	Disponibilità [q]
Calabria	600	800	600	45
Campania	500	700	800	32
Sicilia	900	1.000	1.100	26
Domanda [q]	22	13	18	

$i: 1, 2, 3$ (Calabria, Campania, Sicilia)

$j: 1, 2, 3$ (Toscana, Lombardia, Veneto)

$$c_i = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix} \qquad d_i = \begin{bmatrix} 45 \\ 32 \\ 26 \end{bmatrix}$$

$$V_j = \begin{bmatrix} 9 \\ 10 \\ 12 \end{bmatrix} \qquad r_j = \begin{bmatrix} 22 \\ 13 \\ 18 \end{bmatrix}$$

trasporto costo 0,01 € / 100 Km strada

0,002 € / 100 Km mare

percorso → strada Lombardia
↳ mare Toscana e Veneto.

Variabili decisionali:

X_{ij} : quantità di arance (in quintali) spedita dall'origine 'i' alla destinazione 'j'

parametri:

[distanze in Km]

profitto: $V_j - C_i - (0{,}0001 \cdot \overset{\text{strada}}{K_{ij}}) = P_{ij}$

$V_j - C_i - (\overset{\text{mare}}{0{,}0002} * K_{ij}) = P_{ij}$

obiettivo:

$$\max \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} P_{ij} X_{ij}$$

Vincoli:

(disponibilità) $\displaystyle\sum_{j=1}^{3} x_{ij} \leq d_i$ per $i = 1, 2, 3$

(domanda) $\displaystyle\sum_{i=1}^{3} x_{ij} \leq r_j$ per $j = 1, 2, 3$

Tema n. 2____ **8**

Dato il seguente problema di PL:

$$\min z(x) = x_1 - 2x_2$$

$$s.v.$$

$$x_1 - x_2 - x_3 = 5$$

$$3x_1 + x_2 \leq 2$$

$$x_1, x_3 \geq 0$$

$$x_2 \leq 0$$

1) ridurre il problema in forma standard (**3 punti**);
2) ridurre il problema in forma canonica, modificando la scelta dell'insieme di indici di base, fino a quando non viene trovata la soluzione ottima del problema (**5 punti**);

1)

$$\min \ z(x) = x_1 + 2x_2 + 0x_3 + 0x_4$$

s.t.

$$x_1 + x_2' - x_3 + 0x_4 = 5$$

$$3x_1 - x_2 + 0x_3 + x_4 = 2$$

VARIABILE SLACK

$$x_2' = -x_2$$

$$x_2' \geq 0$$

$$x_1, x_3, x_4 \geq 0$$

in forma compatta:

$$\min \ c^T x$$

con :

$$c^T = [1 \quad 2 \quad 0 \quad 0]$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Controllo Tutte le basi se sono AMMISSIBILI ed OTTIME. alla fine:

$B = \{x_1, x_2\}$

$$A_B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow A_B^{-1} = \begin{bmatrix} 0{,}25 & 0{,}25 \\ 0{,}75 & -0{,}25 \end{bmatrix}$$

$$\bar{b} = A_B^{-1} b = \begin{bmatrix} 1{,}75 \\ 3{,}25 \end{bmatrix} \geq 0 \quad \text{(Ammissibile)}$$

$$\bar{c}^T = c^T - c_B^T A_B^{-1} A = [1 \quad 2 \quad 0 \quad 0] - [1 \quad 2] \begin{bmatrix} 0{,}25 & 0{,}25 \\ 0{,}75 & -0{,}25 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$= [0 \quad 0 \quad 1{,}75 \quad 0{,}25] \geq 0 \quad \text{(OTTIMA)}$$

$$\bar{c}_N^T = [1{,}75 \quad 0{,}25]$$

$$\overline{A}_N = A_B^{-1} A_N = \begin{bmatrix} 0,25 & 0,25 \\ 0,75 & -0,25 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,25 & 0,25 \\ -0,75 & -0,25 \end{bmatrix}$$

$$\overline{z} = c_B^T A_B^{-1} b = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1,75 \\ 3,25 \end{bmatrix} = 8,25$$

FORMA CANONICA:

$$\min \ \overline{z} + \overline{c}_N^T$$

s.t.

$$x_B = \overline{b} - \overline{A}_N x_N$$

$$\min \ 8,25 + 1,75 x_3 + 0,25 x_4$$

s.t.

$$x_1 = 1,75 + 0,25 x_3 - 0,25 x_4$$
$$x_2' = 3,25 + 0,75 x_3 + 0,25 x_4$$

$$x_1, x_2', x_3, x_4 \geq 0$$

$$x_2' = -x_2$$

$$SBA = \begin{bmatrix} 1,75 & -3,25 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{bmatrix}$$

Poni quelli non in base = 0 e ti calcoli quelli in base quanto escono.

Tema n. 3 **7 pt**

Sia dato il seguente problema (P) di PL:

$$\max z(x) = 3x_1 + 2x_2$$

$$s.v.$$

$$2x_1 + x_2 \geq 5$$

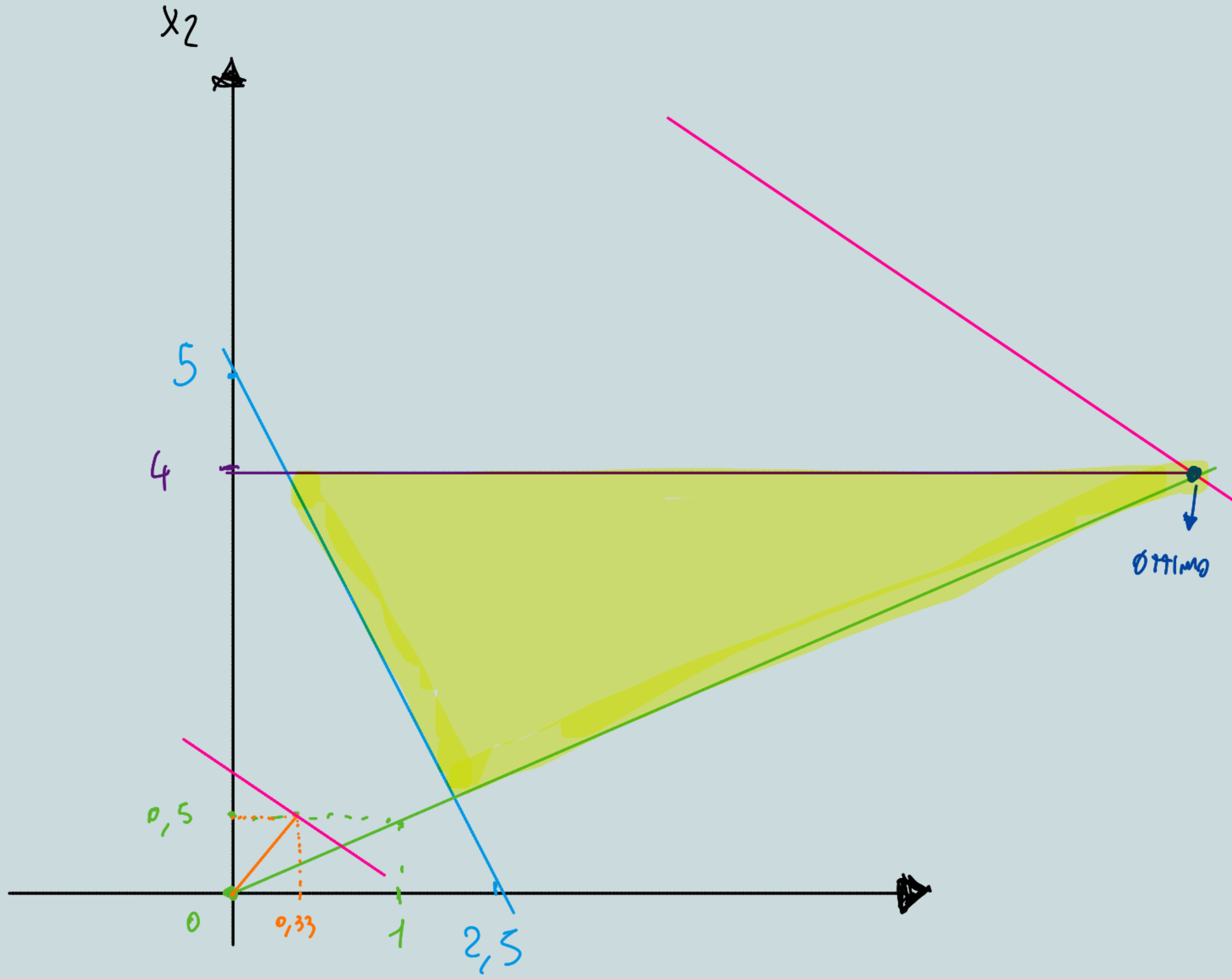
$$x_1 - 2x_2 \geq 0$$

$$x_2 \leq 4$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$\begin{cases} x_1 = 1/3 = 0{,}33 \\ x_2 = 1/2 = 0{,}5 \end{cases}$$

Trovare per via grafica la soluzione ottima di (P) e il corrispondente valore della funzione obiettivo (**7 punti**).



$$\begin{cases} x_2 = 4 \\ x_1 - 2x_2 = 0 \end{cases} \begin{cases} x_2^* = 4 \\ x_1^* = 8 \end{cases} \rightarrow z^* = 24 + 8 = 32$$

Tema n. 4 **3 pt**

Sia dato il seguente problema (P) di PNL:

$$\min z(x) = 3\sqrt{x_1} + 2x_2$$

$$s.v.$$

$$2x_1 + x_2 \leq 5$$

$$x_1^2 - 2x_2 + 4 = 0$$

$$x_1, x_2 \in R$$

Determinare la funzione obiettivo da utilizzare nel PSO per risolvere il problema (P) (**3 punti**).

$$\min \quad 3\sqrt{x_1} + 2x_2 + B\left(\max\left(2x_1 + x_2 - 5, 0\right) + \left|x_1^2 - 2x_2 + 4\right|\right)$$

$$2x_1 + x_2 - 5 \leq 0$$

$$x_1^2 - 2x_2 + 4 = 0$$

$$x_1 \geq 0$$