Tema n. 1 **10 pt**

Una compagnia aerea cerca di pianificare le proprie linee aeree creando un aeroporto centrale e cercando di avere un elevato numero di voli in arrivo in una certa fascia oraria ed un elevato numero dipartenze nella fascia oraria immediatamente successiva. Questo permette ai passeggeri di avere un elevato numero di combinazioni tra città di partenza e città di destinazione con una sola coincidenza e al più un cambio di aereo nell'aeroporto centrale. Il fine è quello di creare una tale struttura in modo da minimizzare i cambi di aerei e quindi il movimento di bagagli nell'aeroporto centrale.

Supponiamo che la compagnia aerea abbia cinque voli che arrivano tra le 8 e le 8.30 nell'aeroporto centrale e che poi gli stessi aerei partono per altre diverse destinazioni tra le 8.40 e le 9.20. La tabella che segue riporta il numero medio di passeggeri che arrivano con uno dei voli in arrivo **A1**, **A2**, **A3**, **A4**, **A5** e che si trasferiscono sui voli in partenza **P1**, **P2**, **P3**, **P4**, **P5**.

$T_{ij} =$

	P1	P2	P3	P4	P5
A1	15	20	8	16	12
A2	17	9	15	25	12
A3	12	32	16	9	20
A4	-	15	9	7	30
A5	-	-	35	10	18

Il volo A4 arriva troppo tardi e non permette di prendere il volo in partenza **P1**; analogamente il volo **A5** non permette coincidenze con i voli in partenza **P1** e **P2**. Supponendo che tutti gli aerei sono identici, il problema consiste nell'assegnare ciascun aereo in arrivo ad uno dei voli in partenza in modo da minimizzare il numero delle persone che devono cambiare aereo. (**7 punti**)

Risolvere il problema in Excel. (**3 punti**)

$i : 1, \dots, 5$ arrivi

$j : 1, \dots, 5$ partenze

$x_{ij} : \begin{cases} 1 & \text{se l'aereo del volo 'i' riparte come 'j'} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$

$$\max \sum_{i=1}^{5} \sum_{j=1}^{5} T_{ij} x_{ij}$$

$$\sum_{j=1}^{5} x_{ij} = 1 \quad \text{per } i = 1, \dots, 5$$

$$\sum_{i=1}^{5} x_{ij} = 1 \quad \text{per} \quad j = 1, \dots, 5$$

VOLI IN ARRIVO UN SOLO VOLO

IN PARTENZ

VOLI IN PARTENZA UNO SOLO IN

ARRIVO.

Tema n. 2 **10 pt**

In un negozio per una promozione hanno deciso di dare al cliente un sacchetto in cui riporre gli oggetti presenti all'interno. Tutti gli oggetti all'interno del sacchetto saranno regalati alla clientela. Gli oggetti sono di peso, volume e valore differenti (considerare gli oggetti non interi):

Caratteristiche/Oggetti	A	B	C	D
Peso	5	8	8/3	6
Volume	5	20	4	3
Valore (euro)	10	20	6	3

1. Sapendo che il sacchetto riesce a sopportare un peso pari a 25 e a contenere un volume pari a 30, si formuli il problema di ottimizzazione (P) per ottenere la combinazione più redditizia. (**3 punti**)
2. Si dia la rappresentazione in forma duale (D). (**3 punti**)
3. Si risolva senza l'uso del calcolatore il problema determinando il valore della funzione obiettivo e delle variabili decisionali. (**4 punti**)

$i = 1, \ldots, 4$

$C_i = [10; 20; 6; 3]$

$V_i : [5; 20; 4; 3]$

$P_i : [5; 8; 8/3; 6]$

$X_i \in R \quad x_i \geq 0$

x_i : quantità di oggetto 'i' messa nello zaino

$$\max \sum_{i=1}^{4} c_i x_i$$

$$\sum_{i=1}^{4} p_i x_i \leq 25$$

$$\sum_{i=4}^{4} v_i x_i \leq 30$$

Passiamo dalla forma compatta a quella estesa:

$$\max \quad 10x_A + 20x_B + 6x_C + 3x_D$$

s.t.

$$5x_A + 8x_B + \frac{8}{3}x_C + 6x_D \leq 25$$

$$5x_A + 20x_B + 4x_C + 3x_D \leq 30$$

$$x_A, x_B, x_C, x_D \geq 0$$

Passo al duale:

$$\min \quad 25y_1 + 30y_2$$

$$5y_1 + 5y_2 \geq 10$$

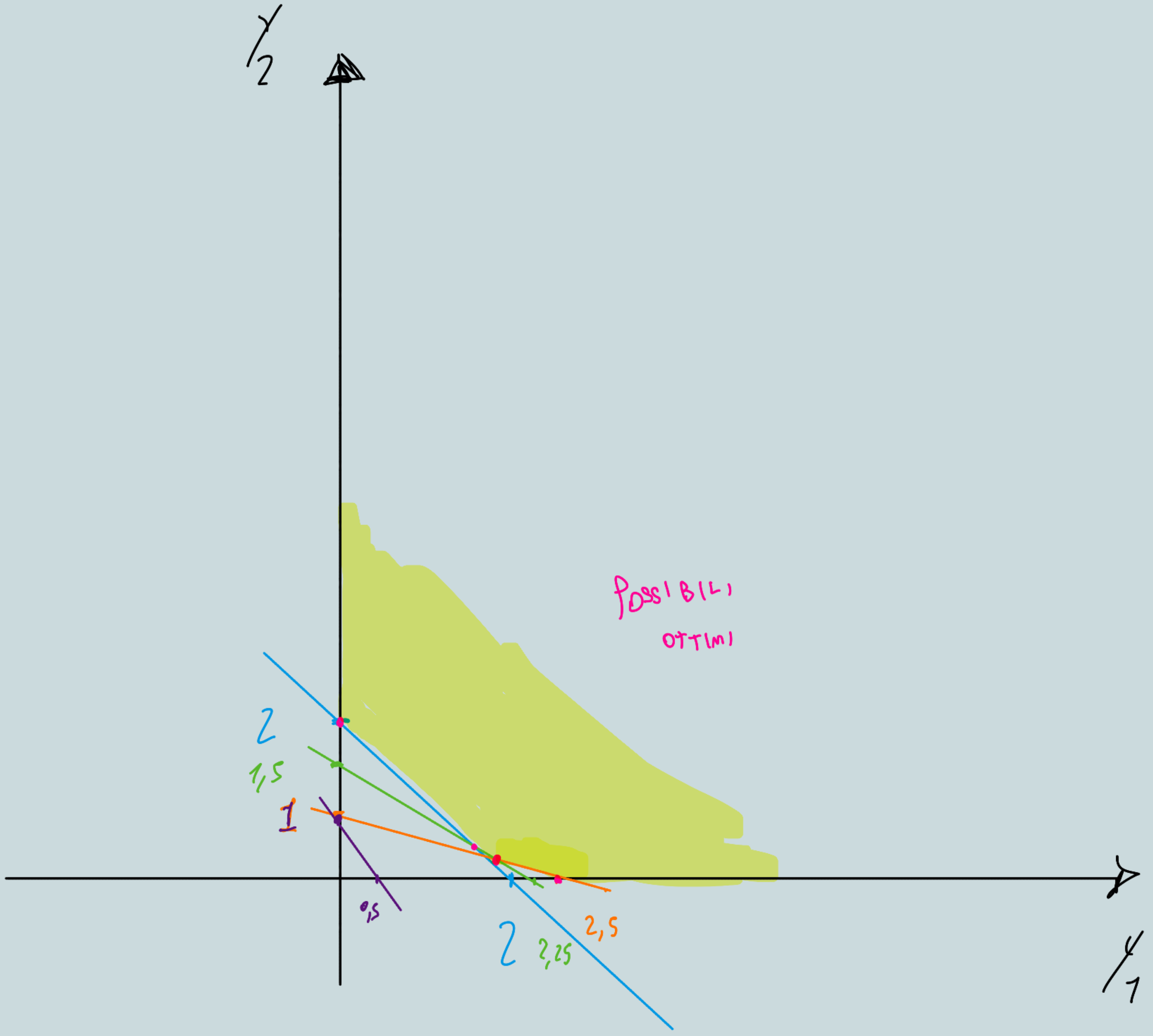
$$8y_1 + 20y_2 \geq 20$$

$\frac{8}{3}y_1 + 4y_2 \geq 6$

$6y_1 + 3y_2 \geq 3$

$y_1, y_2 \geq 0$

Risolvo graficamente



$$\begin{cases} 5y_1 + 5y_2 = 10 \\ \frac{8}{3}y_1 + 4y_2 = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} y_1 = 2 - y_2 \\ 16 - 8y_2 + 12y_2 = 18 \end{cases} \quad \begin{cases} y_1 = 1,5 \\ y_2 = \frac{2}{4} = 0,5 \end{cases}$$

$$W^* = z^* = 52,5$$ (OTTIMA)

$(0;2)$

NON OTTIME $\geq w^*$

$(2,5;0)$

$(\; ; \;)$

l'altra intersezione idem

1° e 3° vincoli duali sono ATTIVI;

quindi $x_B^* = x_D^* = 0$

Allora

$$\begin{cases} 5x_A + 8x_B + \frac{8}{3}x_C + 6x_D = 25 \\ 5x_A + 20x_B + 4x_C + 3x_D = 30 \end{cases} \quad \begin{cases} 5x_A + \frac{8}{3}x_C = 25 \\ 5x_A + 4x_C = 30 \end{cases} \quad \begin{cases} 30 - 4x_C + \frac{8}{3}x_C = 25 \\ x_A = 6 - \frac{4}{5}x_C \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_C^* = 3,75 \\ x_A^* = 3 \end{cases}$$

Tema n. 3 **8 pt**

Dato il seguente problema (P) di PNL:

$\min \max \{3y_1 - x_1 + y_3 + y_4, 2y_1 + y_2 + 3x_1 - y_4, \; y_1 - y_2 + 2y_3 - x_1\}$
s.v.

1) $y_1 = 1$ se e solo se $y_2 = 1$ e $y_3 = 1$
2) se $y_4 = 1$ anche $y_3 = 1$
3) $|x_1| \leq 2$
$y_i = \{0,1\}$ *con* $i = 1, \ldots, 4$, $x_1 \geq 0$

determinare il modello linearizzato di P.

$\min \; K$

$K \geq 3y_1 - x_1 + y_3 + y_4$

$K \geq 2y_1 + y_2 + 3x_1 - y_4$

$K \geq y_1 - y_2 + 2y_3 - x_1$

$y_1 \leq y_2$

$y_1 \leq y_3$

$y_1 \geq y_2 + y_3 - 1$

$[x_1 \geq -2]$ VIENE INGLOBATO DA QUESTO

$x_1 \leq 2 \; ; \; (\boxed{x_1 \geq -2}) \quad x_1 \geq 0$

$y_3 \geq y_4$