1 $t = 1,2,3,4,5 \rightarrow$ numero di mesi ; $i = s, m, l \rightarrow$ TIPO di forno

$P_{base} = 5000 \rightarrow$ produzione MAX di base.

domanda prevista ogni mese : $d_t = \begin{bmatrix} 5500 \\ 6500 \\ 8000 \\ 8500 \\ 9500 \end{bmatrix}$

capacita' mensile forni : $K_i = \begin{bmatrix} 1000 \\ 2000 \\ 3500 \end{bmatrix}$

costo di acquisto forni $c_i = \begin{bmatrix} 300 \\ 500 \\ 1000 \end{bmatrix}$

costo energia per mese : $e_i = \begin{bmatrix} 75 \\ 100 \\ 125 \end{bmatrix}$

a

Variabili decisionali :

$y_{ti} = \begin{cases} 1 & \text{se il forno 'i' viene acquistato nel mese 't'} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$ per $i = s, m, l$; $t = 1, \dots, 5$

X_t : quantita' di confezioni di tarelli prodotte nel mese t , per $t = 1, \dots, 5$

I_t : inventario di confezioni di tarelli a fine mese per $t = 1, \dots, 5$ $[I_0 = 0]$

N_{ti} : numero totale di forni attivi di tipo 'i' al mese 't' ; per $i = s, m, l$; $t = 1, \dots, 5$

funzione obiettivo:

$$\min \sum_{i=s}^{l} \sum_{t=1}^{5} \left(c_i y_{ti} + e_i N_{ti} \right)$$

vincoli :

$$I_{t-1} + X_t = d_t + I_t \quad \text{per } t = 1, \dots, 5$$

$$X_t \leq 5000 + \sum_{i=s}^{l} \left(K_i N_{ti} \right) \quad \text{per } t = 1, \dots, 5$$

$$\sum_{i=s}^{l} Y_{tl} \leq 1 \quad \text{per } t = 1, \dots, 5$$

$$N_{ti} = N_{t-1,i} + Y_{ti} \quad \text{per } t = 1, \dots, 5 \quad \text{per } i = s, m, l \quad [N_{0i} = 0]$$

$x_t \geq 0$ (CONTINUO)

$I_t \geq 0$ (CONTINUO)

$N_{ti} \geq 0$ (INTERO)

$Y_{ti} \in \{0, 1\}$

6

Se non produco taralli per soddisfare la domanda -3 € (x pacco)

Se rimangono taralli in magazzino, invenduti, $-0{,}25$ € (x pacco)

Variabili decisionali aggiuntive:

q_t: quantitá di domanda non soddisfatta nel mese t

F.O.:

$$\min \sum_{t=1}^{5} \sum_{i=s}^{l} \left(c_i Y_{ti} + e_i N_{ti} \right) + \sum_{t=1}^{5} \left(3 q_t + 0{,}2 I_t \right)$$

MODIFICA VINCOLI:

$$I_{t-1} + X_t = d_t + I_t + q_t \quad \text{per } t = 1, \dots, 5$$

$q_t \geq 0$ (CONTINUA)

GLI ALTRI VINCOLI SONO UGUALI

2]

$$\min\ z(x) = 2x_1 + x_2 + x_3$$

s.t.

$$-x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 \geq 1$$

$$-x_1 + x_2 - 2x_4 \leq 2$$

$$2x_2 + x_3 = -3$$

$$x_1, x_4 \geq 0$$

$$x_2 \leq 0$$

x_3 libera

duale:

$$\max\ w(y) = y_1 + y_2 - 3y_3$$

s.t.

$$-y_1 - y_2 \leq 2$$

$$-y_1 + y_2 + 2y_3 \geq 1$$

$$2y_1 + y_3 = 1$$

$$y_1 - 2y_2 \leq 0$$

$$y_1 \geq 0$$

$$y_2 \leq 0$$

y_3 libera

verifichiamo se $[x_1, x_2, x_3, x_4] = [0, 0, -3, 7]$ é ottima:

Valutiamo i vincoli:

$2(-3) + 7 \geq 1 \rightarrow 1 \geq 1 \rightarrow$ VINCOLO ATTIVO

$-2(7) \leq 2 \rightarrow -14 \leq 2 \rightarrow$ NON ATTIVO

$-3 = -3 \rightarrow$ ATTIVO

quindi y_1 ed y_3 possono assumere qualsiasi valore mentre $y_2 = 0$

$\left.\begin{array}{l} x_1 = 0 \rightarrow \\ x_2 = 0 \rightarrow \end{array}\right\}$ VINCOLI 1 e 2 (duale) NON DEVONO NECESSARIAMENTE essere ATTIVI

$\left.\begin{array}{l} x_3 = -3 \\ x_4 = 7 \end{array}\right\}$ VINCOLI 3 e 4 (duale) devono essere ATTIVI

QUINDI:

$$\begin{cases} 2y_1 + y_3 = 1 \\ y_1 - 2y_2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y_3 = 1 \\ y_1 = 0 \end{cases} \rightarrow [y_1, y_2, y_3] = [0, 0, 1]$$

$z^* = -3 = w^*$

3]

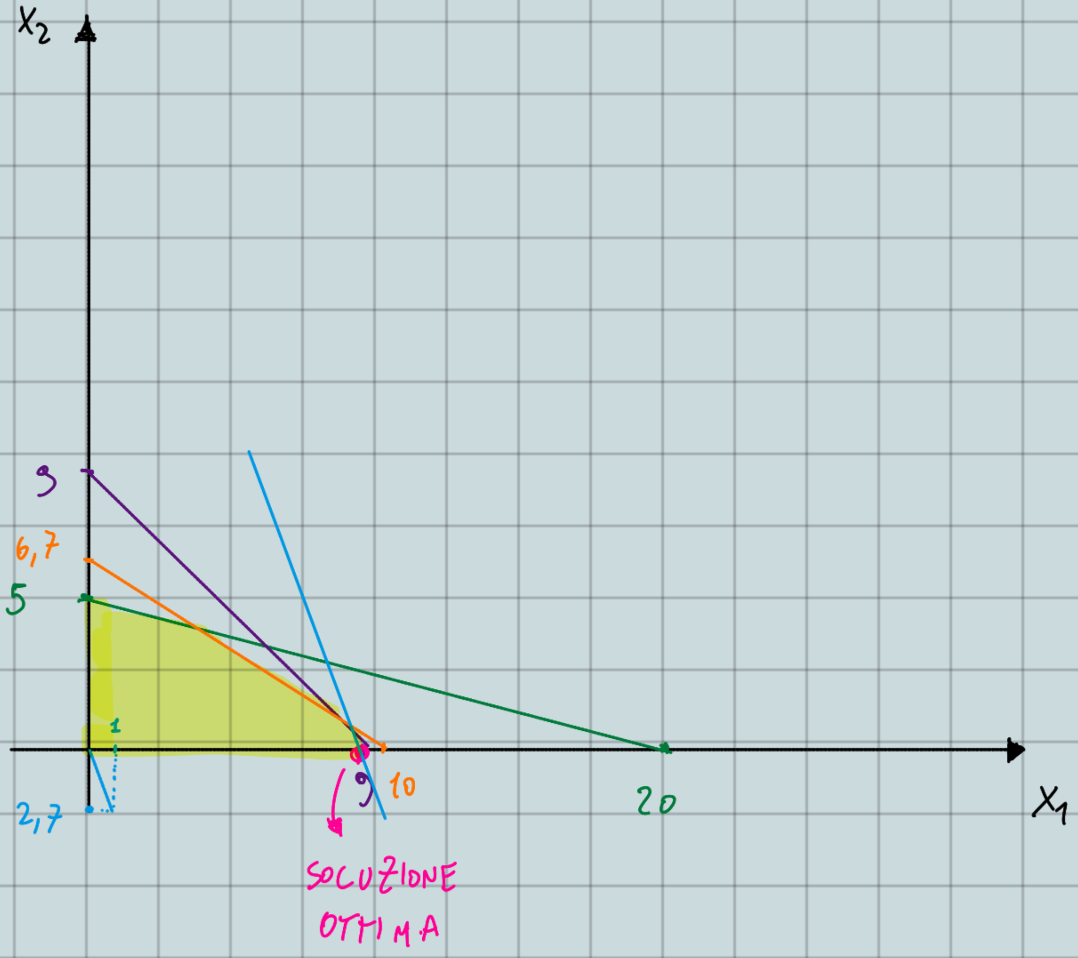
$z(x) = \max \quad 8x_1 + 3x_2$

$$\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -\frac{8}{3} \end{cases}$$

s.t.

- $x_1 + 4x_2 \leq 20$
- $x_1 + x_2 \leq 9$
- $2x_1 + 3x_2 \leq 20$

$x_1, x_2 \geq 0$



$$\begin{cases} x_1^* = 9 \\ x_2^* = 0 \end{cases}$$

$z^* = 72$

Valuto i vincoli attivi:

$9 \leq 20$ INATTIVO

$9 \leq 9$ ATTIVO

$18 \leq 20$ INATTIVO

Portando in forma standard

$x_1 + 4x_2 + s_1 = 20$

$x_1 + x_2 + s_2 = 9 \rightarrow s_2 = 0$

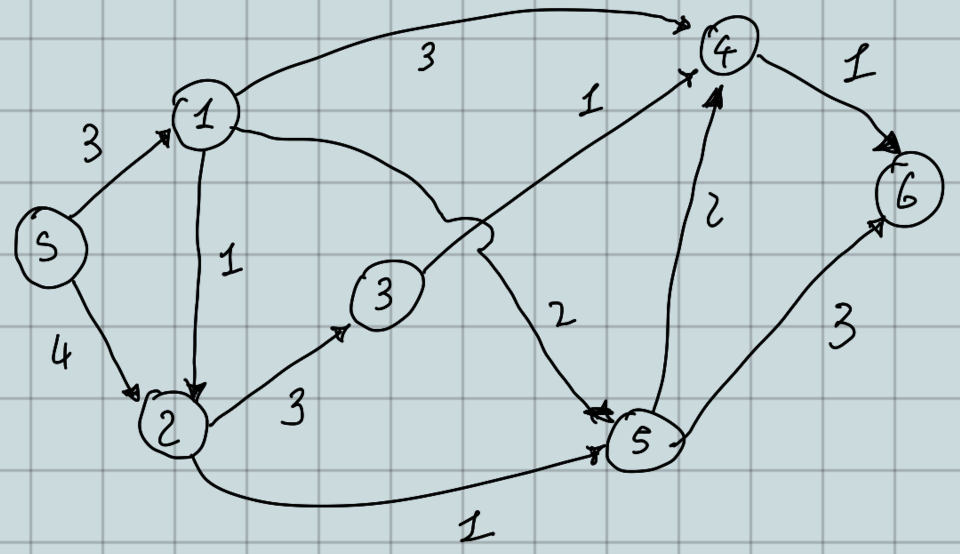
$2x_1 + 3x_2 + s_3 = 20$

Una SBA é:

$\{ x_1, s_1, s_3 \} = \{ 9, 11, 2 \}$

$x_2 = s_2 = 0$

4



Formulare il problema del cammino minimo dal nodo s al nodo 6:

Variabili decisionali:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se l'arco } (i,j) \text{ é sul cammino minimo} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

obiettivo:

$$\min \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ij}$$ minimizzo il costo totale

vincoli:

$$\sum_{(i,v) \in A} x_{iv} - \sum_{(v,j) \in A} x_{vj} = \begin{cases} -1 & (v = s) \text{ sorgente} \\ +1 & (v = d) \text{ destinazione} \\ 0 & (v \in N \setminus \{s,d\}) \text{ altrimenti} \end{cases}$$

Il duale sará:

$$\max \quad w(y) = y_d - y_s$$

$$\text{s.t.} \quad y_j - y_i \leq c_{ij} \quad \forall (i,j) \in A \quad ; \quad y_v \in \mathbb{R} \quad \forall v \in N$$

Risolvo con l'algoritmo Dijkstra:

h	s	1	2	3	4	5	6	A	$\hat{v}$
0	0	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	s, 1, 2, 3, 4, 5, 6	
1	*	$3_{(s)}$	$4_{(s)}$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	1, 2, 3, 4, 5, 6	s
2		*	-	$+\infty$	$6_{(1)}$	$5_{(2)}$	$+\infty$	2, 3, 4, 5, 6	1
3			*	$7_{(2)}$	$6_{(1)}$	-	$+\infty$	3, 4, 5, 6	2
				*	-	$5_{(2)}$	$+\infty$	4, 5, 6	3
					*	$5_{(2)}$	$7_{(4)}$	5, 6	4
					*	*	-	6	5
							*	$\emptyset$	6

$$s \to 1 \to 4 \to 6$$

con costo 7