Controllo di velocità in anello aperto del PMSM

Elia Brescia

October 2025

Si vuole effettuare il design di un regolatore di velocità in anello aperto del PMSM.

Supponendo che il PMSM sia isotropo e si voglia effettuare un controllo di tipo MTPA (Maximum Torque per Ampere), le specifiche per il design del regolatore sono le seguenti:

$$\begin{aligned} i_d(\infty) &= 0 \\ \omega_r(\infty) &= \omega^* \end{aligned} \tag{1}$$

dove ω^* rappresenta la velocità desiderata. Si noti che sono state soltanto assegnate delle specifiche a regime ($t \to \infty$), mentre nulla viene specificato sulle prestazioni dinamiche.

Il problema del design del regolatore consiste nel progettare le due tensioni di riferimento v_{sd}^* e v_{sq}^* che devono essere attuate dal convertitore e applicate al motore per conseguire le specifiche assegnate. Questo problema verrà affrontato sotto le seguenti ipotesi:

1. Convertitore ideale: il convertitore di potenza è istantaneo e non introduce distorsioni delle tensioni di riferimento:

$$\begin{aligned} v_{sd}(t) &= v_{sd}^*(t) \\ v_{sq}(t) &= v_{sq}^*(t) \end{aligned} \tag{2}$$

2. Assenza di ritardi: Il controllore è tempo-continuo e non introduce ritardi nell'implemementazione dell'azione di controllo

3. Misure e stime ideali: I parametri del motore e la coppia di carico sono noti senza errore, non vi sono errori nelle misure di velocità e corrente. Si suppone inoltre che i parametri del motore cono costanti.

$$\begin{aligned} \hat{L}_d &= L_d \\ \hat{L}_q &= L_q \\ \hat{R}_s &= R_s \\ \hat{\psi}_{pm} &= \psi_{pm} \\ \hat{C}_r &= C_r \\ i_d^m &= i_d \\ i_q^m &= i_q \\ \omega_r^m &= \omega_r \end{aligned} \tag{3}$$

dove i_d^m, i_q^m, ω_r^m rappresentano le grandezze misurate.

Partiamo dunque con il problema di determinare la tensione v_{sd}^* al fine di soddisfare la specifica $i_d(\infty) = 0$. Consideriamo l'equazione di asse d a regime:

$$v_{sd} = R_s i_d - \omega_r L_q i_q \tag{4}$$

Dovendo essere $i_d = 0$, sostituendo questa condizione nell'equazione precedente, si ottiene:

$$v_{sd} = -\omega_r L_q i_q \tag{5}$$

Sfruttando ora le ipotesi di idealità del convertitore e assenza dei ritardi, si ottiene $v_{sd}^* = v_{sd} = -\omega_r L_q i_q$. Applicando ora l'ipotesi di misure e stime ideali si ottiene infine:

$$v_{sd}^* = -\omega_r^m \hat{L}_q i_q^m \tag{6}$$

Ora determiniamo la tensione v_{sq}^* al fine di soddisfare la specifica $\omega_r(\infty) = \omega^*$. Consideriamo l'equazione di asse q a regime:

$$v_{sq} = R_s i_q + \omega_r L_d i_d + \omega_r \psi_{pm} \tag{7}$$

Sostituendo la condizione $\omega_r(\infty) = \omega^*$ dentro questa equazione ottengo:

$$v_{sq} = R_s i_q + \omega_r^* L_d i_d + \omega_r^* \psi_{pm} \tag{8}$$

Volendo tuttavia effettuare il disaccoppiamento a tutte le velocità di rotazione, si preferisce adottare questo tipo di design:

$$v_{sq} = R_s i_q + \omega_r L_d i_d + \omega_r^* \psi_{pm} \tag{9}$$

in cui il termine di diaccoppiamento è legato alla velocità istantanea del motore e non solo a quella a regime. Sebbene la misura di i_q sia disponibile, possiamo scegliere di compensare il termine $R_s i_q$ solo a regime supponendo di conoscere la coppia di carico. Per farlo, basta considerare che a regime vale sempre l'equazione (trascurando le perdite di attrito e ventilazione):

$$C_e \approx C_r, \implies K_c i_q \approx C_r \implies i_q \approx \frac{C_r}{K_c} \tag{10}$$

Posso pertanto riscrivere la (9) come segue:

$$v_{sq} = R_s C_r / K_c + \omega_r L_d i_d + \omega_r^* \psi_{pm} \tag{11}$$

Sfruttando ancora le ipotesi di idealità del convertitore, assenza dei ritardi e di idealità delle stime e misure, si giunge infine alla seguente espressione per la tensione cercata:

$$v_{sq}^* = \hat{R}_s \hat{C}_r / \hat{K}_c + \omega_r^m \hat{L}_d i_d^m + \omega_r^* \hat{\psi}_{pm} \tag{12}$$

Possiamo ora chiederci che errore di controllo si compirebbe a regime qualora una delle ipotesi precedenti fosse falsa. Ad esempio, supponiamo che la coppia stimata sia il 90% della coppia reale, ovvero $\hat{C}_r = 0.9 C_r$. Per valutare tale errore, sostituiamo questa condizione nella (12):

$$v_{sq}^* = \hat{R}_s 0.9 C_r / \hat{K}_c + \omega_r^m \hat{L}_d i_d^m + \omega_r^* \hat{\psi}_{pm} \tag{13}$$

Supponendo ancora valida l'ipotesi di idealità del convertitore e assenza dei ritardi, verifichiamo cosa accade al motore quando viene applicata questa tensione:

$$v_{sq}^* = v_{sq} \implies \hat{R}_s 0.9 C_r / \hat{K}_c + \omega_r^m \hat{L}_d i_d^m + \omega_r^* \hat{\psi}_{pm} = R_s i_q + \omega_r L_d i_d + \omega_r \psi_{pm} \tag{14}$$

Si noti che, in questa equazione, il primo membro rappresenta l'espressione della tensione di controllo applicata idealmente dal convertiore alla macchina, mentre il secondo membro rappresenta l'equazione reale del motore a regime. Si osservi che la tensione di controllo al primo membro viene calcolata dal controllore sulla base delle stime dei parametri e delle misure ad esso disponibili mentre nell'equazione a secondo membro si riportano i termini caratterizzati dalle variabili e parametri reali del motore, che non sono mai perfettamente noti nelle applicazioni reali.

Supponendo che tutte le stime e misure siano ideali (senza errori), possiamo semplificare l'equazione precedente come segue:

$$R_s 0.9 C_r / K_c + \omega_r L_d i_d + \omega_r^* \psi_{pm} = R_s i_q + \omega_r L_d i_d + \omega_r \psi_{pm} \tag{15}$$

Sapendo inoltre che a regime la corrente reale del motore vale $i_q = C_r / K_c$, si ottiene:

$$R_s 0.9 C_r / K_c + \omega_r L_d i_d + \omega_r^* \psi_{pm} = R_s C_r / K_c + \omega_r L_d i_d + \omega_r \psi_{pm} \implies \omega_r = \omega_r^* - 0.1 R_s C_r / (K_c \psi_{pm}) \tag{16}$$

Possiamo pertanto affermare che a regime la velocità raggiunta non sarà pari a quella di riferimento ma sarà affetta da un errore pari a $-0.1 R_s C_r / (K_c \psi_{pm})$.