

Optimization and Control

Stefano Di Lena

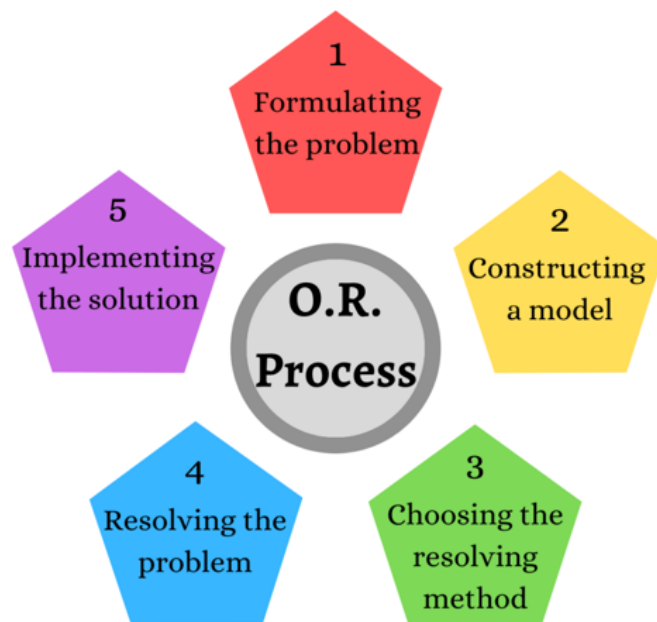
2025

Indice

1	Introduzione	1
1.1	Methodology Phases	1
1.1.1	Analysis of the System and Problem Formulation	1
1.1.2	Model Building	2
1.1.3	Model and Hypothesis Testing	2
1.1.4	Model Conclusions	2
1.1.5	Implementation	2
1.2	Production Planning Problem	3
1.2.1	MATLAB	4
1.2.2	Excel	4
1.2.3	AMPL	4

Capitolo 1

Introduzione



1.1 Methodology Phases

Il processo di Operation Research segue i seguenti steps:

1.1.1 Analysis of the System and Problem Formulation

L'analisi inizia con un'osservazione dettagliata dei sistemi reali, dal quale si isola uno specifico problema di management. In aggiunta, l'analisi cerca di specificare gli obiettivi dello studio in maniera rigorosa. Questo richiede un esame delle caratteristiche del sistema studiato. Identifichiamo i parametri e le variabili principali del sistema.

1.1.2 Model Building

Basandosi sull'analisi del sistema e sulla formulazione del problema. Inizialmente, la costruzione del modello potrebbe essere qualitativa in natura (incluso un approccio descrittivo). Da questo modello qualitativo si sviluppa un modello quantitativo che deve rappresentare matematicamente il sistema reale. In aggiunta, un modello di ottimizzazione tipico deve esprimere l'efficacia del sistema sotto studiandolo come una funzione o un set di variabili (*dove almeno una è soggetta a controllo*). Un tipico modello quantitativo contiene i seguenti elementi:

- **decision variables** - le incognite che devono essere determinate, risolvendo il modello.
- **objective function** - misura la desiderabilità della conseguenza di una decisione (cambia valore in relazione alle decision variables).
- **constraints** - vincoli, possono essere imposti da equazioni o disuguaglianze e solitamente restringono il range di decision variables.
- **parameters** - valori noti che mettono in relazione le decision variables ai vincoli e all'objective function del modello.

Non sempre i vincoli e le objective functions sono necessari alla definizione di un modello di ottimizzazione (possiamo avere *unconstrained* optimization model oppure modelli che cercano una *feasible solution*, senza objective function).

1.1.3 Model and Hypothesis Testing

Bisogna verificare sperimentalmente la struttura di un modello, questa sperimentazione però va preceduta dalla collezione dei dati. La sperimentazione consiste nel manipolare il modello in maniera tale da produrre un set di informazioni rilevanti. Da questo comprendiamo se il modello necessita modifiche o migliorie (feedback).

1.1.4 Model Conclusions

Traiamo delle conclusioni dalla soluzione del modello. I benefici dello studio sono realizzati solo se questa fase è completata correttamente.

1.1.5 Implementation

La soluzione al modello e le conclusioni tratte da esso sono presentate ad un manager in maniera chiara e logica per implementarla nei sistemi reali. [Questo punto quindi è svolto dalle aziende e non è trattato approfonditamente nel corso].

Osservazioni

La soluzione al modello potrebbe impiegare degli algoritmi (heuristic).

1.2 Production Planning Problem

Un'azienda produce due prodotti: "A" e "B". Produce un lotto di un unico tipo di prodotti a settimane alterne. Ogni tipologia di prodotto richiede la lavorazione su tre macchine.

Un giovane ricercatore, recentemente assunto dall'azienda, ha suggerito che potrebbe essere più efficiente (in termini di utilizzo delle macchine) produrre alcuni di entrambi i tipi di prodotti durante ogni settimana. Si è studiata quindi la fattibilità tecnica, economica ed operativa di alterare l'attuale processo di produzione.

Si è concluso che potrebbe essere una soluzione più efficiente e si è provato a costruire un modello matematico del sistema.

Per prima cosa definiamo le **decision variables**:

- X_1 = il numero (sconosciuto) di lotti (1000 unità) di "A" prodotti in una settimana.
- X_2 = il numero (sconosciuto) di lotti (1000 unità) di "B" prodotti in una settimana.

Vogliamo massimizzare il profitto marginale totale risultante dalla produzione di questi due prodotti. Per un lotto di 1000 unità il profitto netto del prodotto A è 20\$ mentre quello del prodotto B è di 50\$. L'**objective function** del modello può essere quindi espressa come:

$$\text{maximize}(P) = 20X_1 + 50X_2$$

La prossima considerazione da fare è quella di definire una serie di vincoli e restringere il range delle variabili di decisione come risultato della limitazione fisica del sistema di produzione. Per completare questo obiettivo, le ore richieste per la produzione sono mostrate in tabella:

Macchina	[h] per produrre A	[h] per produrre B	Capacità della macchina
1	1	2	35
2	2	1	40
3	1	3	37

Da questa ricaviamo i **vincoli**:

$$\begin{cases} \text{Macchina 1:} & 1X_1 + 2X_2 \leq 35 \\ \text{Macchina 2:} & 2X_1 + 1X_2 \leq 40 \\ \text{Macchina 3:} & 1X_1 + 3X_2 \leq 37 \end{cases}$$

Con:

$$X_1 \geq 0, X_2 \geq 0$$

Questo modello matematico è una rappresentazione di *linear programming* per il problema di production-planning.

1.2.1 MATLAB

1.2.2 Excel

1.2.3 AMPL