

# Dynamical Systems Theory - I esonero - Novembre 2020 ONLINE

Nome: Correzione

Cognome: Esonero

Matricola: 0

Tutti i campi sono obbligatori

## 1 (codice domanda: 2001)

Il sistema dinamico rappresentato dal legame ingresso-uscita del tipo:

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 3 \frac{dy(t)}{dt} y(t) + 2y(t) = u(t) + \frac{du(t)}{dt}$$

- ☐ Ⓐ è lineare tempovariante      ☐ Ⓔ è lineare tempoinvariante      ☐ Ⓒ è nonlineare tempovariante  
☒ Ⓓ è nonlineare tempoinvariante

## 2 (codice domanda: 2002)

Un sistema dinamico espresso dalle seguenti equazioni di stato e di uscita è tempoinvariante se:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{g}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t)$$

- ☐ Ⓐ La sua risposta, a parità di stato iniziale  $\mathbf{x}(t_0)$  e ingresso  $\mathbf{u}(t)$ , non dipende dall'istante iniziale considerato  $t_0$   
☐ Ⓑ Il tempo non è un argomento esplicito né della funzione di transizione di stato  $\mathbf{f}$  né della funzione di transizione di uscita  $\mathbf{g}$   
☒ Ⓒ Tutte le altre risposte sono corrette  
☐ Ⓓ Soddisfa il principio di ripetibilità degli esperimenti

## 3 (codice domanda: 2003)

La matrice:

$$\begin{bmatrix} te^{-2t} & 3e^{-2t} \\ 2te^{-2t} & 6e^{-2t} \end{bmatrix}$$

- ☐ Ⓐ è l'esponenziale della matrice di stato di un sistema tempocontinuo asintoticamente stabile  
☐ Ⓑ è l'esponenziale della matrice di stato di un sistema tempocontinuo semplicemente stabile  
☐ Ⓒ è l'esponenziale della matrice di stato di un sistema tempocontinuo instabile  
☒ Ⓓ non può essere l'esponenziale della matrice di stato di alcun sistema tempocontinuo

## 4 (codice domanda: 2004)

La matrice:

$$\begin{bmatrix} 1, & 0 \\ k, & 1 \end{bmatrix}$$

- ☐ Ⓐ è la potenza della matrice di stato di un sistema tempodiscreto asintoticamente stabile  
☐ Ⓑ è la potenza della matrice di stato di un sistema tempodiscreto semplicemente stabile  
☒ Ⓒ è la potenza della matrice di stato di un sistema tempodiscreto instabile  
☐ Ⓓ non può essere la potenza della matrice di stato di alcun sistema tempodiscreto

## 5 (codice domanda: 2005)

Il sistema dinamico, lineare tempoinvariante tempocontinuo, avente matrice di transizione di stato:

$$\begin{bmatrix} e^{-2t}, & te^{-2t}, & 0 \\ 0, & e^{-2t}, & 0 \\ 0, & 0, & 1 \end{bmatrix}$$

- ☒ Ha due autovalori distinti e tre modi naturali  
☐ Ha tre autovalori distinti e tre modi naturali  
☐ Ha due autovalori distinti e due modi naturali  
☐ Ha tre autovalori distinti e due modi naturali

**6** (codice domanda: 2006)

Il sistema dinamico, lineare tempoinvariante tempodiscreto, avente matrice di stato:

$$\begin{bmatrix} 2, & 1, & 0 \\ 0, & 2, & 0 \\ 0, & 0, & -1 \end{bmatrix}$$

- ☐ Ha modi naturali  $2^k$  e  $k2^{k-1}$   
☐ Ha modi naturali  $2^k$  e  $(-1)^k$   
☒ Ha modi naturali  $2^k$ ,  $k2^{k-1}$  e  $(-1)^k$   
☐ Ha modi naturali  $k2^{k-1}$  e  $(-1)^k$

**7** (codice domanda: 2007)

Il sistema dinamico, lineare tempoinvariante tempocontinuo, avente matrice di transizione di stato:

$$\begin{bmatrix} e^{2t}\cos(t), & e^{2t}\sin(t), & 0 \\ -e^{2t}\sin(t), & e^{2t}\cos(t), & 0 \\ 0, & 0, & e^{-2t} \end{bmatrix}$$

- ☐ Ha autovalori  $2+j$ ,  $-2$ ,  $-2$   
☐ Ha autovalori  $-2+j$ ,  $-2-j$ ,  $-2$   
☒ Ha autovalori  $2+j$ ,  $2-j$ ,  $-2$   
☐ Ha autovalori  $1+2j$ ,  $1-2j$ ,  $-2$

**8** (codice domanda: 2008)

L'elemento  $W_{ij}(s)$  della matrice di trasferimento di un sistema lineare tempoinvariante tempocontinuo è la trasformata di Laplace:

- ☐ dell'uscita j-esima quando un impulso è applicato all'ingresso i-esimo;  
☒ dell'uscita i-esima quando un impulso è applicato all'ingresso j-esimo;  
☐ dell'uscita j-esima quando un gradino è applicato all'ingresso i-esimo;  
☐ dell'uscita i-esima quando un gradino è applicato all'ingresso j-esimo;

**9** (codice domanda: 2009)

La matrice di trasferimento  $W(s)$  di un sistema lineare tempoinvariante tempocontinuo descritto dalla quadrupla di matrici  $(F, G, H, L)$  vale:

- ☐  $H(sI - F)^{-1}G + F$   
☒  $H(sI - F)^{-1}G + L$   
☐  $G(sI - F)^{-1}G + L$   
☐  $L(sI - F)^{-1}G + H$

**10** (codice domanda: 2010)

La matrice di trasferimento  $W(z)$  di un sistema lineare tempoinvariante tempodiscreto descritto dalla quadrupla di matrici  $(F, G, H, L)$  vale:

- ☐  $H(zI - F)^{-1}G + F$   
☒  $H(zI - F)^{-1}G + L$   
☐  $G(zI - F)^{-1}G + L$   
☐  $L(zI - F)^{-1}G + H$

**11** (codice domanda: 2011)

La matrice potenza di transizione di stato di un sistema lineare tempoinvariante tempodiscreto avente matrice di stato  $F$  vale:

- ☐  $F^k = Z^{-1}\{(zI - F)^{-1}\}$   
☐  $F^k = (zI - F)^{-1}$   
☒  $F^k = Z^{-1}\{z(zI - F)^{-1}\}$   
☐  $F^k = Z^{-1}\{F(zI - F)^{-1}\}$

**12** (codice domanda: 2012)

Due sistemi che sono in relazione di similitudine hanno:

- ☒ lo stesso polinomio caratteristico, gli stessi autovalori e la stessa forma di Jordan  
☐ lo stesso polinomio caratteristico, gli stessi autovalori e gli stessi autovettori  
☐ lo stesso polinomio caratteristico e gli stessi autovalori  
☐ la stessa forma di Jordan

**13** (codice domanda: 2013)

La forma di Jordan di una matrice di dimensioni 4x4 con due autovalori distinti  $\lambda_1$  di molteplicità algebrica unitaria e  $\lambda_2$  di molteplicità algebrica tripla ha un numero complessivo di miniblocchi triangolari di Jordan:

- ☐ che può essere uguale a 1      ☒ che può essere superiore a 2      ☐ che è certamente uguale a 2  
☐ che è certamente uguale a 4

**14** (codice domanda: 2014)

La forma di Jordan di una matrice di dimensioni 5x5 con due autovalori distinti  $\lambda_1$  di molteplicità algebrica doppia e geometrica unitaria e  $\lambda_2$  di molteplicità algebrica tripla e geometrica unitaria ha un numero complessivo di miniblocchi triangolari di Jordan:

- ☐ che può essere minore di 2      ☒ che è certamente uguale a 2  
☐ che può essere maggiore o uguale a 2      ☐ che è certamente uguale a 5

**15** (codice domanda: 2015)

Un sistema dinamico del quarto ordine ha una matrice di stato diagonale con polinomio caratteristico:

$$(\lambda - \lambda_1)^2(\lambda - \lambda_2)^2$$

- ☐ L'indice dei due autovalori è doppio  
☒ L'indice dei due autovalori è unitario  
☐ La molteplicità geometrica di entrambi gli autovalori è unitaria  
☐ Non vi sono sufficienti informazioni per individuare la molteplicità geometrica degli autovalori

**16** (codice domanda: 2016)

Il sistema dinamico del quarto ordine avente una matrice di stato con polinomio minimo:

$$(\lambda - \lambda_1)^2(\lambda - \lambda_2)^2$$

- ☐ presenta un unico modo naturale      ☐ presenta due modi naturali      ☐ presenta tre modi naturali  
☒ presenta quattro modi naturali

**17** (codice domanda: 2017)

Il sistema dinamico, lineare tempo-invariante tempo-continuo avente matrice di transizione di stato esponenziale:

$$\begin{bmatrix} e^{-2t} & \frac{1}{2} - \frac{1}{2}e^{-2t} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- ☐ presenta una forma di Jordan diagonale.      ☐ presenta due modi naturali.  
☐ presenta un modo limitato.      ☒ Tutte le altre risposte sono corrette

**18** (codice domanda: 2018)

In un sistema lineare tempo-invariante tempo-continuo descritto da una matrice F di stato diagonalizzabile:

- ☐ Ogni autovalore ha molteplicità algebrica uguale a quella geometrica  
☐ Ogni autovalore ha indice unitario  
☐ Ogni autovalore ha un unico modo naturale associato  
☒ Tutte le altre risposte sono corrette

**19 (codice domanda: 2019)**La molteplicità geometrica di un autovalore  $\lambda$  della matrice di stato  $F$  di un sistema dinamico:

- ☐ A è il numero di miniblocchi di Jordan associati all'autovalore  $\lambda$
- ☐ B è il numero di autovettori linearmente indipendenti associati all'autovalore  $\lambda$
- ☐ C è la degenerazione della matrice caratteristica  $\lambda I - F$
- ☒ D Tutte le altre risposte sono corrette

**20 (codice domanda: 2020)**

I punti di equilibrio di un sistema dinamico espresso dalla equazione di stato:

$$\mathbf{x}(k+1) = f(\mathbf{x}(k))$$

- ☒ A Sono tutti i punti  $\mathbf{x}_e$  dello spazio di stato soluzioni dell'equazione  $\mathbf{x}_e = f(\mathbf{x}_e)$
- ☐ B Sono tutti i punti  $\mathbf{x}_e$  dello spazio di stato soluzioni dell'equazione  $\mathbf{0} = f(\mathbf{x}_e)$
- ☐ C Sono tutti i punti  $\mathbf{x}_e$  dello spazio di stato tali per cui  $\mathbf{x}_e(k+1) = \mathbf{x}_e(k)$
- ☐ D Sono tutti i punti  $\mathbf{x}_e$  dello spazio di stato tali per cui  $\mathbf{x}_e(k) = \mathbf{0}$

**21 (codice domanda: 2021)**In un sistema dinamico lineare tempocontinuo tempoinvariante con matrice di stato  $F$  singolare e matrice di accoppiamento tra ingresso e stato  $G$  invertibile:

- ☐ A tutti gli ingressi sono di equilibrio
- ☐ B solo alcuni punti dello spazio di stato sono di equilibrio
- ☐ C l'insieme degli stati di equilibrio corrispondente a un particolare ingresso di equilibrio è dato da un unico punto dello spazio di stato
- ☒ D tutti i punti dello spazio di stato sono di equilibrio

**22 (codice domanda: 2022)**

Il criterio di Lyapunov per l'asintotica stabilità di uno stato di equilibrio:

- ☐ A Stabilisce una condizione necessaria e sufficiente per l'asintotica stabilità di uno stato di equilibrio
- ☐ B Fornisce una condizione sufficiente per la determinazione di una funzione scalare che consente di studiare le caratteristiche di stabilità di uno stato di equilibrio
- ☒ C Permette di studiare le caratteristiche del moto costante di un sistema dinamico di ordine qualsiasi attraverso una funzione scalare
- ☐ D Tutte le altre risposte sono corrette

**23 (codice domanda: 2023)**Le seguenti funzioni  $V_1(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2$  e  $V_2(x_1, x_2) = (x_1 + x_2)^2$  sono:

- ☐ A entrambe definite positive nell'origine
- ☒ B  $V_1$  definita positiva nell'origine e  $V_2$  semidefinita positiva nell'origine
- ☐ C  $V_1$  semidefinita positiva nell'origine e  $V_2$  definita positiva nell'origine
- ☐ D entrambe semidefinite positive nell'origine

**24 (codice domanda: 2024)**

Un sistema lineare tempoinvariante tempodiscreto di dimensione 5x5 avente come matrice di stato la matrice identità:

- ☐ A è asintoticamente stabile.
- ☒ B è semplicemente stabile.
- ☐ C è instabile.
- ☐ D Ha caratteristiche di stabilità non deducibili sulla base delle sole informazioni date.

**25 (codice domanda: 2025)**

Un sistema lineare tempoinvariante tempocontinuo di dimensione 3x3 avente come matrice di stato la matrice identità:

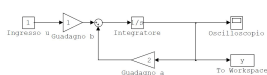
- ☐ A è asintoticamente stabile.  
☐ B è semplicemente stabile.  
☒ C è instabile.  
☐ D Ha caratteristiche di stabilità non deducibili sulla base delle sole informazioni date.

**26** (codice domanda: 2026)

Il sistema dinamico, lineare tempoinvariante tempodiscreto, avente matrice potenza di transizione dello stato:

$$\begin{bmatrix} \frac{2}{3}2^k + \frac{1}{3}(-1)^k, & \frac{1}{3}2^k - \frac{1}{3}(-1)^k \\ \frac{2}{3}2^k - \frac{2}{3}(-1)^k, & \frac{1}{3}2^k + \frac{2}{3}(-1)^k \end{bmatrix}$$

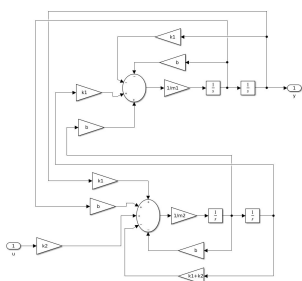
- ☐ A è asintoticamente stabile.  
☐ B è semplicemente stabile.  
☒ C è instabile.  
☐ D Ha caratteristiche di stabilità non deducibili sulla base delle sole informazioni date.



**27** (codice domanda: 2027)

Si consideri lo schema Simulink riportato in figura. Si indichi quale delle seguenti affermazioni è corretta.

- ☒ A Lo schema implementa il metodo di risoluzione di un'equazione differenziale lineare del primo ordine a coefficienti costanti.
- ☐ B Lo schema implementa il metodo di risoluzione di un'equazione differenziale lineare del secondo ordine a coefficienti costanti.
- ☐ C Lo schema implementa il metodo di risoluzione di un'equazione alle differenze lineare del primo ordine a coefficienti costanti.
- ☐ D Lo schema implementa il metodo di risoluzione di un'equazione alle differenze lineare del secondo ordine a coefficienti costanti.



**28** (codice domanda: 2028)

Si consideri lo schema Simulink riportato in figura. Si indichi quale delle seguenti affermazioni è corretta.

- Ⓐ Lo schema corrisponde ad un sistema dinamico tempocontinuo lineare tempo-invariante del secondo ordine.
- Ⓓ Lo schema corrisponde ad un sistema dinamico tempocontinuo lineare tempo-invariante del quarto ordine.**
- Ⓒ Lo schema corrisponde ad un sistema dinamico tempodiscreto lineare tempo-invariante del secondo ordine.
- Ⓔ Lo schema corrisponde ad un sistema dinamico tempodiscreto lineare tempo-invariante del quarto ordine.

**29** (codice domanda: 2029)

L'istruzione Matlab `tf2zp` consente di:

- Ⓐ passare dalla rappresentazione fattorizzata di una funzione di trasferimento razionale fratta alla sua rappresentazione polinomiale.
- Ⓑ passare dalla rappresentazione di un sistema sotto forma di funzione di trasferimento alla sua rappresentazione in forma di stato.
- Ⓒ passare dalla rappresentazione di un sistema in forma di stato alla sua rappresentazione sotto forma di funzione di trasferimento.
- 4 Ⓓ passare dalla rappresentazione polinomiale di una funzione di trasferimento razionale fratta alla sua rappresentazione fattorizzata.

**30** (codice domanda: 2030)

Per calcolare il movimento libero di un sistema lineare tempo-invariante attraverso il Control System Toolbox di Matlab:

- Ⓐ si può utilizzare unicamente l'istruzione "step".

- ☐ si può utilizzare unicamente l'istruzione "free".
- ☐ si può utilizzare unicamente l'istruzione "initial".
- ☒ si può utilizzare indifferentemente l'istruzione "initial" oppure l'istruzione "lsim" (definendo un segnale di ingresso nullo).

**31 (codice domanda: 2031)**

**Per calcolare il movimento di un sistema lineare tempo-invariante tempo-continuo in Matlab:**

---

- ☐ si può utilizzare unicamente il Control System Toolbox
- ☐ si può utilizzare unicamente il Simulink
- ☐ si può utilizzare unicamente la suite "ode" (per la risoluzione dei sistemi di equazioni differenziali).
- ☒ nessuna delle altre risposte è corretta.

**32 (codice domanda: 2032)**

**Dato un sistema lineare tempo-invariante con matrice di stato  $F$ , le istruzioni Matlab "eig(F)" e "roots(charpoly(F))":**

---

- ☐ forniscono risultati differenti, perché "eig(F)" restituisce gli autovettori della matrice  $F$  mentre "roots(charpoly(F))" restituisce le radici dell'equazione caratteristica.
- ☐ forniscono risultati differenti, perché "eig(F)" restituisce la forma di Jordan della matrice  $F$  mentre "roots(charpoly(F))" restituisce le radici dell'equazione caratteristica.
- ☒ forniscono lo stesso risultato.
- ☐ non forniscono alcun risultato perché la sintassi delle istruzioni non è corretta.