



## POLITECNICO DI BARI

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA ELETTRICA E DELL'INFORMAZIONE  
Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria dell'Automazione

---

Tema d'anno in Optimization and Control

## Dieta Universitaria

Professore  
**Agostino Marcello Mangini**

Studenti  
**Stefano Di Lena**

---

Anno Accademico 2025

# Indice

<b>1</b>	<b>Problema MILP (Mixed Integer Linear Programming)</b>	<b>1</b>
1.1	Descrizione Qualitativa . . . . .	1
1.2	Formulazione Matematica . . . . .	2
1.2.1	Insiemi . . . . .	2
1.2.2	Parametri . . . . .	2
1.2.3	Variabili Decisionali . . . . .	2
1.2.4	Funzione Obiettivo . . . . .	2
1.2.5	Vincoli . . . . .	2
1.2.6	Fabbisogno Calorico Giornaliero . . . . .	2
1.2.7	Equilibrio Nutrizionale . . . . .	3
1.2.8	Vincoli di Collegamento . . . . .	3
1.2.9	Restrizioni Alimentari . . . . .	3
1.3	Conclusioni . . . . .	4
1.3.1	Espansione tramite Ottimizzazione Robusta . . . . .	4

# Capitolo 1

## Problema MILP (Mixed Integer Linear Programming)

### 1.1 Descrizione Qualitativa

Uno studente universitario ha un budget settimanale di 70\$ per alimentarsi (acquisterà prodotti utili a sfamarli per 7 pranzi e 7 cene). I pasti devono essere vari ed equilibrati (carne, pesce, legumi, formaggi). Si vuole ottenere un equilibrio nutrizionale, cercando di integrare al giorno circa il 55% di carboidrati, 25% di grassi ed il 20% di proteine. La carne rossa può essere consumata al massimo una volta durante la settimana; il salmone e le patate non può essere mangiato più di due volte a settimana; i legumi devono essere mangiati almeno tre volte durante la settimana. Nello stesso giorno se mangio le uova non posso mangiare anche il salmone. L'obiettivo è minimizzare la spesa totale.

Alimento	Costo [\$]	Kcal	Carb. [g]	Grassi [g]	Prot. [g]
<i>Carne Rossa</i>	4	127	0	4,6	22
<i>Pollo</i>	1,10	165	0	3,5	30
<i>Salmone</i>	4,5	185	1	12	19
<i>Merluzzo</i>	1,9	82	0	0,5	17,8
<i>Uova</i>	0,10	128	0,7	8,7	12,4
<i>Legumi</i>	0,7	92	16,3	0,4	6,9
<i>Mozzarella</i>	1,5	275	2	23	20
<i>Patate</i>	0,13	75	16	0,1	2
<i>Pasta</i>	0,25	350	77	1,5	14
<i>Pane</i>	0,21	166	50,6	3,3	7,6

Tabella 1.1: Prezzo e valori nutrizionali per 100g di alimento.

Si assume un fabbisogno calorico giornaliero compreso tra le 2300 e le 3000 kcal/gg.

## 1.2 Formulazione Matematica

### 1.2.1 Insiemi

- $ALIMENTI = \{CarneRossa, Pollo, Salmone, Merluzzo, Uova, Legumi, Mozzarella, Patate, Pasta, Pane\}$ : insieme degli alimenti.
- $DAY = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ : insieme dei giorni della settimana.

### 1.2.2 Parametri

- $Costo[a]$ : prezzo per porzioni da 100g di ogni alimento.
- $Kcal[a]$ : kcal associate a 100g di prodotto.
- $Carbo[a]$ : carboidrati associate a 100g di prodotto.
- $Grassi[a]$ : grassi associate a 100g di prodotto.
- $Prot[a]$ : proteine associate a 100g di prodotto.
- $M = 10$ : big number per i vincoli di collegamento delle variabili binarie.

### 1.2.3 Variabili Decisionali

- $Q[a][d] \geq 0$ : quantità (in unità da 100g) di alimento  $a$  consumata il giorno  $d$ .
- $y[a][d] \in \{1, 0\}$ : 1 se l'alimento  $a$  viene consumato nel giorno  $d$ , 0 altrimenti.

### 1.2.4 Funzione Obiettivo

- $\min Z = \sum_{a \in ALIMENTI} \sum_{d \in DAY} Q[a][d] \cdot Costo[a]$ .

### 1.2.5 Vincoli

#### Bilancio Settimanale

Il costo totale non deve superare il budget dello studente.

- $\sum_{a \in ALIMENTI} \sum_{d \in DAY} Q[a][d] \cdot Costo[a] \leq 70$ .

### 1.2.6 Fabbisogno Calorico Giornaliero

- $\sum_{a \in ALIMENTI} Kcal[a] \cdot Q[a][d] \geq 2300 \quad \forall d \in DAY$ .
- $\sum_{a \in ALIMENTI} Kcal[a] \cdot Q[a][d] \leq 3000 \quad \forall d \in DAY$ .

### 1.2.7 Equilibrio Nutrizionale

Assumiamo delle tolleranze ( $\pm 2$ ) dal valore target. Se chiamiamo:

- $TotalKcal[d] = \sum_{a \in ALIMENTI} Kcal[a] \cdot Q[a][d] \quad \forall d \in DAY$ : il totale delle calorie assunte nel giorno  $d$ .

Allora possiamo calcolare i vincoli per i macro-nutrienti.

#### 1. Carboidrati:

- $\sum_{a \in ALIMENTI} Carbo[a] \cdot Q[a][d] \cdot 4 \geq 0,53 \cdot TotalKcal[d] \quad \forall d \in DAY$ .
- $\sum_{a \in ALIMENTI} Carbo[a] \cdot Q[a][d] \cdot 4 \leq 0,57 \cdot TotalKcal[d] \quad \forall d \in DAY$ .

#### 2. Grassi:

- $\sum_{a \in ALIMENTI} Grassi[a] \cdot Q[a][d] \cdot 4 \geq 0,23 \cdot TotalKcal[d] \quad \forall d \in DAY$ .
- $\sum_{a \in ALIMENTI} Grassi[a] \cdot Q[a][d] \cdot 9 \leq 0,27 \cdot TotalKcal[d] \quad \forall d \in DAY$ .

#### 3. Proteine:

- $\sum_{a \in ALIMENTI} Prot[a] \cdot Q[a][d] \cdot 4 \geq 0,18 \cdot TotalKcal[d] \quad \forall d \in DAY$ .
- $\sum_{a \in ALIMENTI} Prot[a] \cdot Q[a][d] \cdot 4 \leq 0,22 \cdot TotalKcal[d] \quad \forall d \in DAY$ .

Si è usata la "regola del 4-4-9", conosciuta anche come *Atwater general factor system* ed ampiamente adottata nella nutrizione.

### 1.2.8 Vincoli di Collegamento

Per legare la variabile continua di quantità a quella binaria: se un alimento viene consumato, la sua variabile binaria corrispondente deve essere uguale ad 1. Se la variabile binaria è 0 allora la quantità deve essere 0.

- $Q[a][d] \leq M \cdot y[a][d] \quad \forall a \in ALIMENTI, d \in DAY$ .

### 1.2.9 Restrizioni Alimentari

- $\sum_{d \in DAY} y[CarneRossa][d] \leq 1$ .
- $\sum_{d \in DAY} y[Salmone][d] \leq 2$ .
- $\sum_{d \in DAY} y[Patate][d] \leq 2$ .
- $\sum_{d \in DAY} y[Legumi][d] \geq 3$ .
- $y[Uova][d] + y[Salmone][d] \leq 1 \quad \forall d \in DAY$ .

## 1.3 Conclusioni

Il modello consente di pianificare una dieta settimanale ottimale per studenti aventi un budget limitato, bilanciando comunque la spesa ed una varietà alimentare che porti ad un giusto equilibrio nutrizionale.

### 1.3.1 Espansione tramite Ottimizzazione Robusta

Nella realtà, i parametri non sono noti con certezza. Tramite l'ottimizzazione robusta affrontiamo questa incertezza senza dover fare ipotesi probabilistiche sulla distribuzione dei parametri incerti.

L'obiettivo è trovare una soluzione che sia efficace anche in presenza di variazioni dei parametri, garantendo l'ammissibilità dei vincoli e limitando le fluttuazioni del valore della funzione obiettivo.

Se conoscessimo per ciascun alimento i costi massimi e minimi, possiamo utilizzare il **criterio della robustezza assoluta**.

Alimento	Costo[a][Min]	Costo[a][Max]
Carne Rossa	2,5	6
Pollo	0,70	1,10
Salmone	3,6	4,5
Merluzzo	0,80	2,90
Uova	0,05	0,10
Legumi	0,45	1,10
Mozzarella	0,70	1,6
Patate	0,10	0,25
Pasta	0,15	0,25
Pane	0,15	0,30

Tabella 1.2: Prezzi massimi e minimi per 100g di ogni alimento.

Una soluzione è definita *ottima robusta in senso assoluto* se minimizza il costo massimo che si potrebbe ottenere in corrispondenza di tutti i possibili scenari. Nel nostro contesto quindi il caso peggiore si ottiene quando tutti i costi degli alimenti raggiungono il valore massimo. Quindi la funzione obiettivo andrebbe cambiata in maniera tale da minimizzare il costo nel caso peggiore:

$$\min Z = \sum_{a \in \text{ALIMENTI}} \sum_{d \in \text{DAY}} Q[a][d] \cdot \text{Costo}[a][\text{Max}]. \quad (1.1)$$

Dove  $\text{Costo}[a][\text{Max}]$  rappresenta il costo massimo per 100g grammi dell'alimento [a] osservato durante l'anno.

Gli altri vincoli rimangono inalterati e deterministici. Se l'incertezza è concentrata nei prezzi.