Выбор на основе эксперимента

Существуют ситуации, когда имеется возможность определить состояние природы с помощью некоторого эксперимента. В одноходовой игре он называется *единичным* или одноразовым. Его целью является либо полное устранение неопределенности, либо уточнение вероятностей состояний природы. Первый вид эксперимента называется *идеальным*. Он применяется в игре с чистой стратегией. При известном состоянии природы выбор хода превращается в тривиальную процедуру нахождения максимального выигрыша. Второй случай применяется при многократном повторении игры, т.е. при использовании смешанных стратегий. В обоих случаях возникает задача определения целесообразности проведения эксперимента.

Решим эту задачу для случая идеального эксперимента. Она решается на основе нахождения среднего риска для ходов игрока $x_i, i = 1,...,m$:

$$\tilde{r}(x_i) = \sum_{j=1}^{n} q_i \cdot \left(\max_{1 \le i \le m} u_{ij} - u_{ij} \right) = \sum_{j=1}^{n} q_i \cdot r_{ij} . \tag{16}$$

Проведение эксперимента считается целесообразным, если его стоимость С меньше, чем минимальный выигрыш, получаемый от устранения неопределенности:

$$C \prec \min_{1 \le i \le m} \sum_{j=1}^{n} q_j r_{ij} . \tag{17}$$

<u>Пример 4.</u> Найти цену эксперимента для модели игры, представленной в табл. 7 с вероятностями состояний природы (0,6; 0,4). Элементы матрицы рисков, приведенные в табл. 9, рассчитаны на основе матрицы выигрышей из табл. 7 по формуле $r_{ij} = \left(\max_{1 \le i \le m} u_{ij} - u_{ij} \right)$. В правом столбце табл. 9 приведены значения средних рисков, рассчитанные по формуле (9).

$$t \to \max , \tag{9}$$

$$\sum_{i=1}^{m} u\left(x_i, y_j\right) \cdot p_i \geq t, \quad j = 1,\ldots,n;$$

$$\sum_{i=1}^{m} p_i = 1;$$

$$p_i \geq 0, i = 1,\ldots,m.$$

Наименьшее значение имеет риск выбора хода x_1. Следовательно, максимальная цена эксперимента не может быть более 0,8. Если стоимость его выше, следует выбрать ход, обеспечивающий максимальный средний выигрыш.

Таблица 9

$X \backslash Y$	y_1	y_2	$\bar{r}_i$
x_1	0	2,0	0,8
x_2	1,0	1,0	1,0
x_3	3,0	0	1,8
p	0,6	0,4	

В более сложном случае единичный эксперимент не позволяет полностью устранить неопределенность, в силу чего он называется неидеальным. Его результаты заключаются в нахождении апостериорных вероятностей возможных состояний природы на основе известных условных вероятностей исходов эксперимента. Решением задачи является условно-оптимальный ход, который находится с помощью байесовского решающего правила, максимизирующего условный средний выигрыш игрока: $x_{il}^{*} = \arg\left(\max_{1 \leq j \leq m}\left(\overline{a_{il}}\right)\right)$.