Рациональный выбор в отсутствие противоборства

Отсутствие противоборства не исключает для лица, принимающего решение (ЛПР) необходимости в рациональном поведении, поскольку для удовлетворения своих потребностей он взаимодействует **с** окружающей средой. В этом случае зависимость от других лиц (членов группы) замещается зависимостью от состояния среды.

В отличие от людей окружающая среда не имеет своих интересов и, следовательно, не ведет себя антагонистично по отношению к индивидууму. Она существует по своим законам и меняет свое состояние под воздействием внешних и внутренних факторов.

Разумность поведения индивидуума в этих условиях проявляется в учете влияния состояния среды на его выбор. Задача в такой постановке изучается в рамках *игры с природой*. Здесь *природа* выступает в роли второго игрока с нейтральным поведением. Согласно этой интерпретации так же, как и в антагонистической игре, взаимодействие игрока с природой оценивается функцией полезности $u(x, y)$. Будем использовать для анализа функцию выигрышей, поскольку, учитывая взаимную дополнительность функций потерь и выигрышей, применение любой из них ведет к одинаковому результату.

Поскольку игра с природой рассматривается как двусторонняя, ходы игрока представляются множеством $X = \{x_1, ..., x_i, ..., x_m\}$, а ходы (состояния) природы – множеством $Y = \{y_1, ..., y_j, ..., y_n\}$. При конечном числе ходов m и n функция выигрышей так же, как и в антагонистической игре, представляется матрицей выигрышей (см. табл. 1).

Таблица 1

$X \backslash Y$	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	u_{11}	u_{12}	u_{13}	u_{14}
x_2	u_{21}	u_{22}	u_{23}	u_{24}

Natalie E. Novakova

x_3	u_{32}	u_{32}	u_{33}	u_{34}

Учитывая неоднозначность соответствия между ходом игрока $x_i \in X$ его исходами (состояниями природы) $y_j \in Y,\ j = 1,...,n$, в игре с природой также имеет место *неопределенность* выбора. В зависимости от имеющейся информации о механизме выбора природой своих состояний различают случаи *полной* и *статистической* неопределенности. В первом случае механизм выбора природой своих состояний игроку неизвестен, а во втором случае считается, что механизм выбора случаен и имеется информация о вероятностях состояний природы.

В случае статистической неопределенности игра с природой интерпретируется как лотерея с известными вероятностями исходов. Рассмотрим функции полезности, которыми может руководствоваться игрок в игре с природой в условиях полной неопределенности.

Поиск седловой точки для выбора оптимального хода игрока в игре с природой не имеет смысла, поскольку выше было отмечено, что природа не имеет своих интересов и, следовательно, не будет стремиться к выбору хода, соответствующего седловой точке. Игрок в игре с природой руководствуется принципом максимизации выигрыша, либо минимизации потерь.

При многократных повторениях игры игрок может применять *смешанные* стратегии, используя смешанное расширение игры

$$\Gamma : \tilde{\Gamma} = < P, Y, u >,$$

где P – множество смешанных стратегий игрока; u – среднее значение его выигрыша в случае применения смешанной стратегии $P = (p_1, ..., p_i, ..., p_m)$ при состоянии природы $y_j \in Y$:

$$\tilde{u}(p, y_j) = \sum_{i=1}^{m} p_i u(x_i, y_j) \tag{12}$$

Оптимальное решение при использовании игроком смешанных стратегий следует искать на границах множества выигрышей (или платежного

Natalie E. Novakova

множества в случае матрицы потерь), т.е. на выпуклой оболочке Π_0, многогранника П. Она представляет собой крайние точки выпуклого многогранника, характеризуемые множеством векторов-строк матрицы выигрышей:

$$\Pi_0 = \left\{ \pi^i = (u_{i1}, \ldots, u_{in}) \mid i = \overline{1, m} \right\}.$$

Для случая полной неопределенности состояния природы наибольшую известность получили следующие функции полезности, названные по имени их авторов критериями Вальда, Гурвица и Сэвиджа. Рассмотрим их применение на примере матрицы выигрышей размерностью 3×2, размещенной в левой части табл. 7.

Таблица 7

X \ Y	y_1	y_2	$\bar{u}_i$	f_B	p_B	$f_{\Gamma,1}$	$f_{\Gamma,2}$	p_Γ
x_1	5,0	1,0	**3,0**	1	0	**3,0**	**4,00**	**1**
x_2	4,0	2,0	**3,0**	**2**	**0,33**	**3,0**	3,50	0
x_3	2,0	3,0	2,4	**2**	**0,67**	2,5	2,25	0
p	0,5	0,5						

В четвертом столбце табл. 7 приведены оценки среднего выигрыша $\bar{u}_i$ полученные по формуле

$$\bar{a}_i = \sum_{j=1}^{n} p_j a_{ij}, \quad i = 1, \ldots, m, \qquad (12^*)$$

где a_{ij} выигрыш игрока при выборе $i - го$ хода в предположении, что природа находится в $j - м$ состоянии; $p_j -$ вероятность нахождения природы в $j - м$ состоянии; $j = 1, \ldots, n$.

Эти значения получены для случая *статистической* неопределенности в предположении равных вероятностей состояний природы $p = (0{,}5;\, 0{,}5)$, что фактически соответствует случаю *полной* неопределенности. Согласно мак-

Natalie E. Novakova

симальным оценкам $\max\limits_i(\bar{u}_i)=3$, выделенным жирным шрифтом, наилучшими признаются ходы x_1 и x_2. Этот результат выбора примем в качестве базового для сопоставления с результатами выбора по перечисленным критериям.

Для наглядного представления поставленной задачи и возможности ее геометрического решения представим три вектор-строки матрицы выигрышей в виде треугольника с вершинами π_1, π_2, π_3 на плоскости с координатами u_1 и u_2, которые соответствуют выигрышам игрока при состояниях природы y_1 и y_2 (рис. 3).

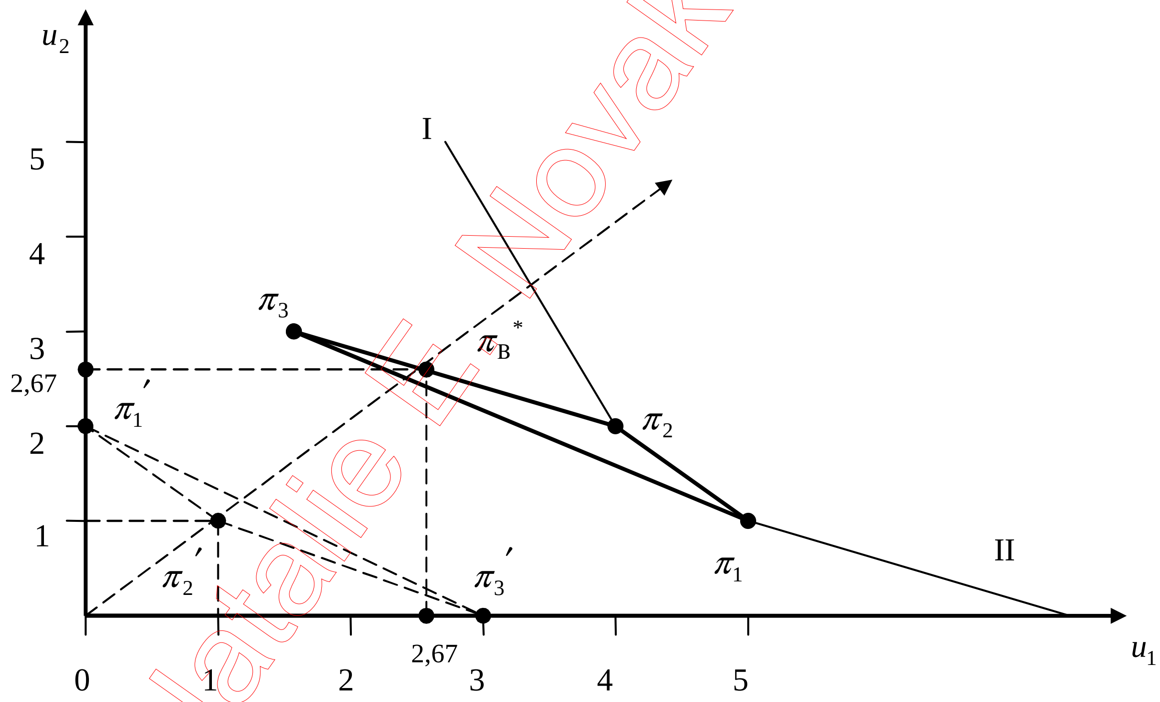

Рис. 3. Оптимизация выбора игрока для разных критериев

Natalie E. Novakova