МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра САПР

ЗАДАНИЕ
по лабораторной работе №2
по дисциплине «Методы оптимизации»
Тема: «Методы одномерной оптимизации на основе поиска стационарной точки»

Студенты:	**Литвинов К.Л.**
	Гарцев Е.А.
	Бурков М.П.
Преподаватель:	**Каримов А.И.**

Санкт-Петербург
2019

Цель работы

Изучение среды MATLAB, создание программы для реализации двух методов одномерного поиска на основе поиска стационарной точки:

- Метод секущих;
- Метод Трёхточечного деления;

Основные теоретические положения

Критические и стационарные точки функции определяются следующим образом.

Критические точки функции $f(x)$ – точки, в которых производная $f'(x)$ не существует или обращается в нуль.

Стационарные точки функции $f(x)$ – точки, в которых производная $f'(x)$ обращается в нуль.

При этом стационарные точки подрязделяются на:

- экстремумы – точки минимума или максимума;
- седловые точки – точки, в которых производная нулевая, но минимум или максимум не достигается.

Лемма Ферма утверждает: производная $f'(x)$ дифференцируемой функции в точке экстремума равна нулю. В соответствии с этой леммой, возможно использования метода нахождения нуля производной в качестве метода оптимизации. Для этого осуществляются следующие шаги:

1) Поиск $x_i^* : f''(x^*) = 0$

2) Осуществляется проверка: x_i^* – экстремум, если

$$f'''(x^*) \neq 0 \tag{1}$$

или

$$f''(x^* - \epsilon) f''(x^* + \epsilon) < 0, \tag{2}$$

где $\epsilon > 0$ – малое число (взаимозаменяемые условия).

Метод секущих

Метод секущих предлагает заменить вторую производную $f''(x_k)$ в ньютоновской формуле её линейной аппроксимацией $(f'(x_k) - f'(x_{k-1}))/(x_k - x_{k-1})$. Тем самым,

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f'(x_k)(x_k - x_{k-1})}{f'(x_k) - f'(x_{k\check{}1})}.$$

Легко видеть, что x_{k+1} – точка пересечения с осью абсцисс секущей прямой, проходящей через точки x_k и x_{k-1}.

Псевдокод

Цикл

$x_{k+1} = b_k - f'(b_k)(b_k - a_k)/(f'(b_k) - f'(a_k))$;

Если

$|f'(x_{k+1})| \leq \epsilon$, //КОП

то

остановиться

иначе // Уменьшить интервал поиска минимума

Если

$f'(x_{k+1}) > 0,$

то

$a_{k+1} = a_k$, $b_{k+1} = x_{k+1}$,

иначе

$a_{k+1} = x_{k+1}$, $b_{k+1} = b_k$;

$k = k + 1$;

Пока не выполнен КОП

Код программы

Листинг 1: Метод Трёхточечного деления

```
function [xm, k] = ThreeDots(dfunction,funct , a, b, tol)
    format long g
    t = a:0.1:b; k = 1;
    epsilon = tol; delta = tol;
    %Visualization
    deltaX = (b-a)/100;
    figure(3); hold on
    [miny, maxy] = drawplot(dfunction,funct,a,b,a,b,k); %drawing
       plot of the function and derivative
    deltaY = abs(maxy - miny)/100;
    k = 0;
    print('-dpdf',[num2str(k), 'ThreeDotsIter'])
    %Main algorithm
    xk = (a + b) / 2;
    %Three dots method
    xm = (a+b)./2;
    Lk = abs(b-a);
    x1 = (a+Lk/4);
    x2 = (b-Lk/4);
    while Lk>epsilon & k < 5
        if funct(x1)<funct(xm)
            b = xm;
            xm = x1;
        elseif (funct(x1)>=funct(xm)) & (funct(xm)<=funct(x2))
            a = x1;
            b = x2;
        else
            a = xm;
            xm = x2;
        end
        k = k + 1;
        xm = (a+b)./2;
        Lk = abs(b-a);
        x1 = (a+Lk/4);
        x2 = (b-Lk/4);
        drawplot(dfunction,funct,a,b,x1, x2 ,k);
        print('-dpdf',[num2str(k), 'ThreeDotsIter'])
    end
```

```
    x1, x2

    hold off
end

function [miny maxy] = drawplot(df, f, a, b, x1, x2, iternumber)

    figure(3);
    h = (b-a)/100;
    %Drawing plot of dfunction
    dx = a:h:b;
    dy = feval(f,dx);
    miny = min(dy);
    maxy = max(dy);
    deltaX = (b-a) / 100;
    deltaY = abs(maxy - miny)/100;
    colp = hsv2rgb([rand(), 1, 0.5+0.5*rand()]);
    col = hsv2rgb([rand(), 1, 0.5+0.5*rand()]);
    %Drawing plot of the function
    x = a:h:b;
    y = feval(f,x);
    plot(x, y, 'LineWidth', 1, 'Color', colp);
    %xlim([2.8 3.4])
    line([a b],[-50 -50],'Color','k','LineWidth',1); %axis x
    ylim([-55 -30])
    xlabel('\itx')
    ylabel('\it{}f\rm (\it{}x\rm)')
    hold on
    line([x1 x1],[-50 feval(f, x1)],'Marker','s','Color',col,'
       LineWidth',1,'MarkerSize',4);
    scatter(x1,feval(f, x1),'Marker','o','MarkerFaceColor',colp,'
       MarkerEdgeColor',colp);
    line([x2 x2],[-50 feval(f, x2)],'Marker','s','Color',col,'
       LineWidth',1,'MarkerSize',4);
    scatter(x2,feval(f, x2),'Marker','o','MarkerFaceColor',colp,'
       MarkerEdgeColor',colp);
    textColor = 'black';
    textBackground = 'white';
    text(x1 - deltaX/2, feval(f, x1) + 4*deltaY + 1, num2str(
       iternumber),'Color', textColor,'BackgroundColor',
       textBackground);
    text(x2 - deltaX/2, feval(f, x2) + 4*deltaY + 1, num2str(
       iternumber));
    input("");
end
```

Графики, демонстрирующие работу метода трёхточеченого деления

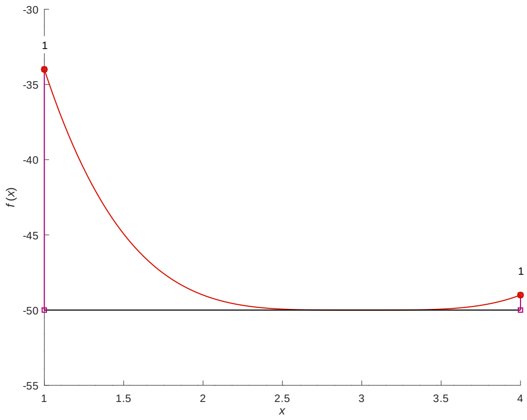

Рис. 1: инициализация

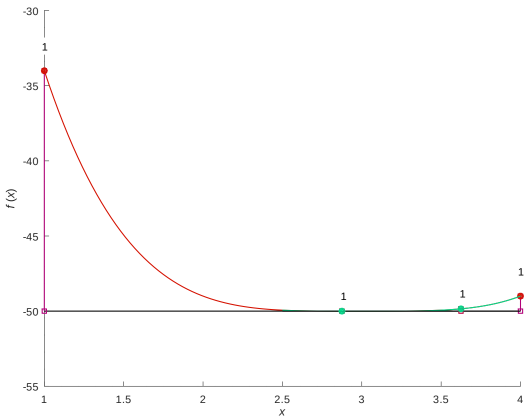

Рис. 2: Первая итерация

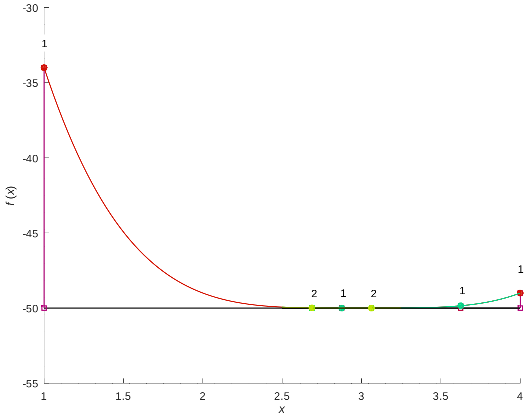

Рис. 3: Вторая итерация

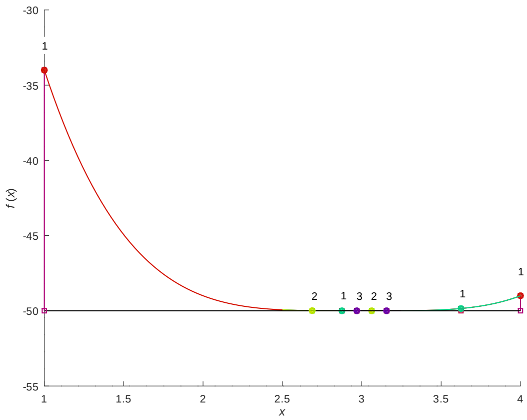

Рис. 4: Третья итерация

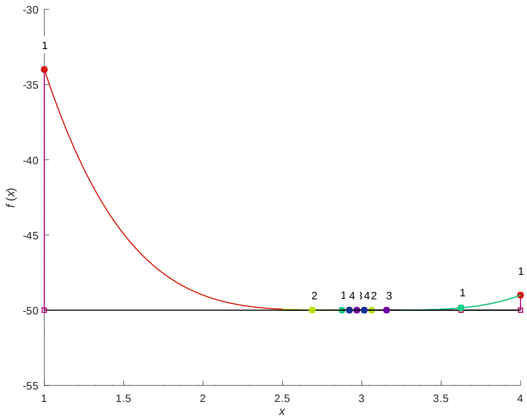

Рис. 5: Четвёртая итерация

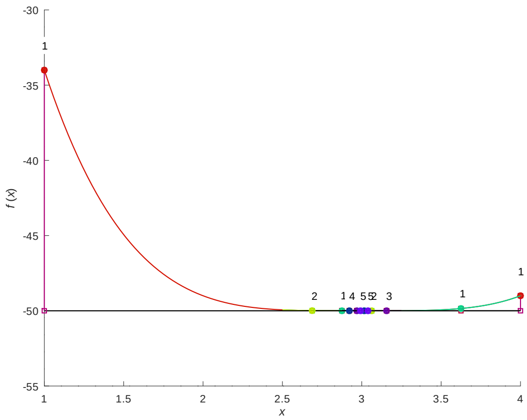

Рис. 6: Пятая итерация

Код метода секущих

Листинг 2: Метод секущих

```
function [xk, k] = secant(dfunction, funct, a, b, tol)
    epsilon = tol;
    %Visualization
    deltaX = a:(b-a) / 100:b;
    figure(3);
    k = 0;
    [miny, maxy] = drawplot(dfunction,funct,a,b,a, k); %drawing
       plot of the function and derivative
    deltaY = abs(maxy - miny)/100;
    print('-dpdf',[num2str(k), 'secantitter'])
    %Secant method
    while 1
        xk = b - dfunction(b)*(b - a) / (dfunction(b) - dfunction(a
           ));
        if abs(dfunction(xk)) <= epsilon | k > 6
            break
        else
            dfunction(xk), xk
            if dfunction(xk) > 0
                b = xk;
            else
                a = xk;
            end
        end
        subplot(2,1,1);
        k = k + 1;
        drawplot(dfunction, funct, a, b, xk, k);
        print('-dpdf',[num2str(k), 'secantitter'])
    end
hold off
end

function [miny maxy] = drawplot(df, f, a, b, x1, iternumber)

    figure(3);
    h = (b-a)/100;
    %Drawing plot od dfunction
    dx = a:h:b;
    dy = feval(df,dx);
    miny = min(dy);
    maxy = max(dy);
    deltaX = (b-a) / 100;
    deltaY = abs(maxy - miny)/100;
    subplot(2,1,1);
    colp = hsv2rgb([rand(), 1, 0.5+0.5*rand()]);
    col = hsv2rgb([rand(), 1, 0.5+0.5*rand()]);
    plot(dx,dy,'LineWidth',1,'Color',colp);
    xlim([2.5 4])
```

```
    ylim([-10 20])
    xlabel('\itx')
    ylabel('\it{}df\rm (\it{}x\rm)')
    hold on
    scatter([a b],[feval(df,a), feval(df,b)],'Marker','o','MarkerFaceColor',colp,'MarkerEdgeColor',colp);
    line([a b],[0 0],'Color','k','LineWidth',1); %axis x
    y1 = feval(df, x1);
    ya = feval(df, a);
    yb = feval(df, b);
    %Deciding where to draw secant
    if x1 == a
        line([a b],[ya yb],'Marker','s','Color',col,'LineWidth',1,'MarkerSize',4); %drawing secant
        line([a a],[0 feval(df, a)],'Marker','s','Color',col,'LineWidth',1,'MarkerSize',4);
        text(a - deltaX/2, feval(df, a) + 4*deltaY, num2str(iternumber));
    else
        line([a b],[ya yb],'Marker','s','Color',col,'LineWidth',1,'MarkerSize',4); %drawing secant
        line([b b],[0 feval(df, b)],'Marker','s','Color',col,'LineWidth',1,'MarkerSize',4);
        text(b - deltaX/2, feval(df, b) + 4*deltaY, num2str(iternumber));
    end
    %Drawing plot of the function
    x = a:h:b;
    y = feval(f,x);
    subplot(2,1,2);
    plot(x, y, 'LineWidth', 1, 'Color', colp);
    xlim([2.5 4])
    ylim([-60 -45])
    xlabel('\itx')
    ylabel('\it{}f\rm (\it{}x\rm)')
    hold on
    scatter(b, feval(f,b), 'Marker', 'o', 'MarkerFaceColor', colp, 'MarkerEdgeColor', colp);
    input("");
end
```

Графики, демонстрирующие работу метода секущих

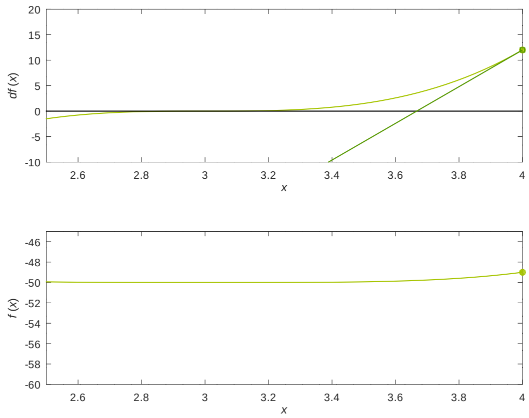

Рис. 7: инициализация

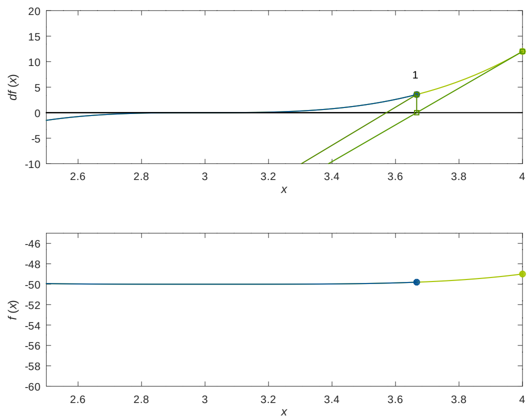

Рис. 8: Первая итерация

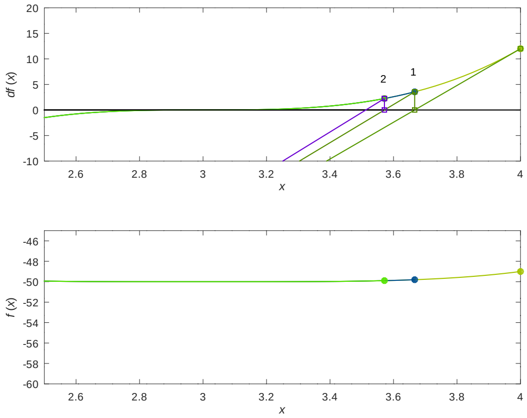

Рис. 9: Вторая итерация

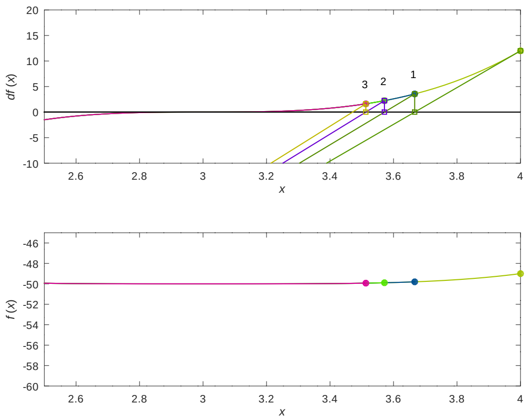

Рис. 10: Третья итерация

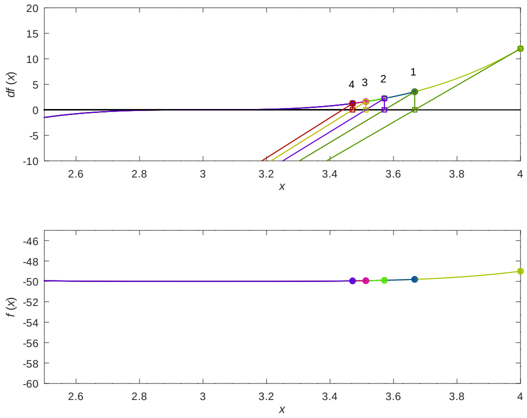

Рис. 11: Четвёртая итерация

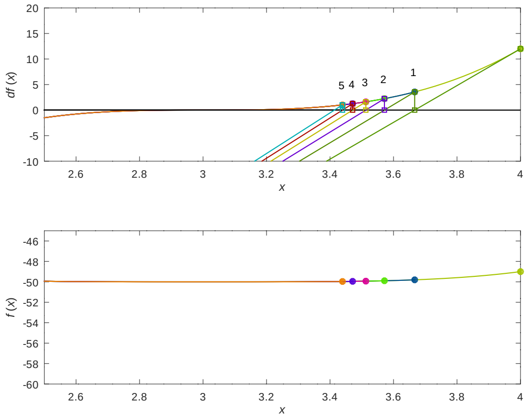

Рис. 12: Пятая итерация

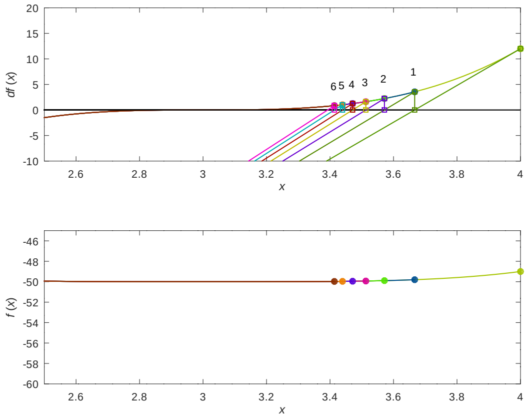

Рис. 13: Шестая итерация

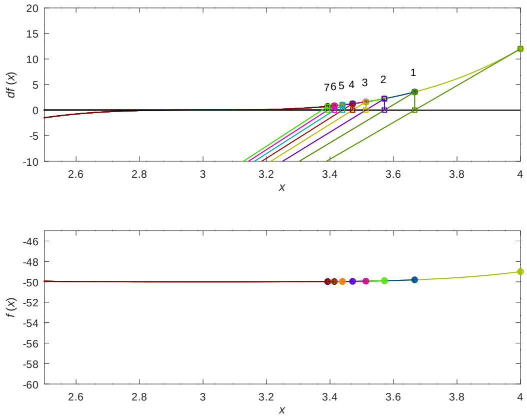

Рис. 14: Седьмая итерация

Вывод

В результате выполнения лабораторной работы было выяснено, что метод Трёхточечного деления для нашей функции работает лучше, чем метод секущих.