

# 初二学期末考核

	字符串	图	序列	矩阵
输出文件	string.in	graph.in	sequence.in	matrix.in
输出文件	string.out	graph.out	sequence.out	matrix.out
时间限制	1s	1s	2s	1s
空间限制	512MB	512MB	256MB	512MB
题目类型	传统型	传统型	传统型	传统型

# 字符串 (string)

## 【题目描述】

字符串是神。

小 S 有一个只由大写字母组成的字符串  $S$ , 定义字符串  $S$  的价值  $f(S) = |T|$ , 其中  $T$  为  $S$  最长的子串, 满足  $T$  只由一个字符组成。

小 S 至多能进行  $m$  次操作, 每次操作交换相邻两个字符, 请帮他最大化字符串的价值。

## 【输入格式】

第一行一个字符串  $S$ 。

第二行一个整数  $m$ 。

## 【输出格式】

一个整数, 表示在进行至多  $m$  次操作后,  $f(S')$  的最大值。

## 【输出样例一】

```
ABCCDCDDC
```

```
4
```

## 【输出样例一】

```
4
```

【输入/输出样例二】: 见附件。

## 【样例一解释】

依次交换  $(5, 6), (8, 9), (7, 8), (6, 7)$ , 操作后的  $S' = ABCCCCDDD, T = CCCC, f(S) = |T| = 4$ 。

## 【数据范围及约定】

对于 20% 的数据,  $1 \leq |S| \leq 10, 0 \leq m \leq 6$ 。

对于另外 20% 的数据,  $m = 0$ 。

对于另外 20% 的数据,  $m = |S|^2$ 。

对于另外 20% 的数据,  $S_i \in \{A, B\}$ 。

对于 100% 的数据,  $1 \leq |S| \leq 50, 0 \leq m \leq 5000$ 。

# 图 (graph)

## 【题目描述】

图是神。

小 G 拥有一个国家, 该国家由  $n$  个城市组成。若想要在第  $i$  个城市和第  $j$  个城市之间建立一条双向通路, 则需花费  $C_{i,j}$  的代价。

每个城市中住着一种居民, 若两个城市之间有边直接相连, 则称这个两个城市的居民是邻居。居民一共有三种类型:

1. 村民: 他们只能拜访自己的邻居。
2. 巫师: 他们可以拜访自己的邻居以及邻居的邻居。
3. 大魔法师: 他们可以拜访所有与自己连通的居民。

此外, 小 G 保证每种居民要么不出现, 要么至少在两个城市中出现。

请在满足两两城市之间的居民都能互相拜访的情况下, 最小化道路数量, 并在最小化道路数量的情况下, 最小化花费的代价。

## 【输入格式】

第一行一个整数  $n$ 。

第二行  $n$  个整数, 第  $i$  个整数表示  $i$  号城市所居住的居民的类型 (1 表示村民, 2 表示巫师, 3 表示大魔法师)。

接下来  $n$  行, 每行  $n$  个数, 描述一个  $n \times n$  的矩阵  $C$ 。数据保证  $C_{i,j} = C_{j,i}$ ,  $C_{i,i} = 0$ 。

## 【输出格式】

一行两个整数, 分别表示最小道路数和在道路数最小的情况下, 最小的花费。

## 【输入样例一】

```
3
1 1 1
0 1 2
1 0 3
2 3 0
```

## 【输出样例一】

```
3 6
```

【输入/输出样例二】: 见附件。

## 【样例一解释】

连边  $(1, 2), (2, 3), (1, 3)$ , 花费  $1 + 2 + 3 = 6$ , 可以证明没有更优的方案。

**【数据范围及约定】**

对于 30% 的数据, 只存在大魔法师。

对于 100% 的数据,  $1 \leq n \leq 250, 0 \leq C_{i,j} \leq 10^9$ 。

# 序列 (sequence)

## 【题目描述】

序列是神。

定义  $f(a_1, a_2, \dots, a_n)$  为序列  $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$  所有子序列异或和的总和, 即对所有子序列先求出子序列元素中的异或和, 然后再将所有子序列求出来的值相加。

比如  $f(1, 2, 3) = 0 + 1 + 2 + 3 + (1 \oplus 2) + (1 \oplus 3) + (2 \oplus 3) + (1 \oplus 2 \oplus 3) = 12$ 。

对于  $f(a_1, a_2, \dots, a_n)$  满足  $l \leq a_i \leq r$ , 问  $f$  有多少种不同的取值。

由于答案可能很大, 请输出答案对  $10^9 + 7$  取模的结果。

## 【输入格式】

第一行一个数  $T$  表示询问数量。

接下来  $T$  行, 每行三个正整数  $n, l, r$ , 含义如题目所示。

## 【输出格式】

一共  $T$  行, 对于每组询问输出答案对  $10^9 + 7$  取模的结果。

## 【输入样例一】

```
3
2 10 11
3 1 3
3 3 4
```

## 【输出样例一】

```
2
3
3
```

【输入/输出样例二】: 见附件。

## 【样例一解释】

第一组询问:

$f(10, 11) = 22, f(11, 10) = 22, f(10, 10) = 20, f(11, 11) = 22$ 。

第三组询问:

$f(3, 4) = 14, f(4, 3) = 14, f(3, 3) = 6, f(4, 4) = 8$ 。

## 【数据范围及约定】

对于 10% 的数据,  $1 \leq T \leq 5, 1 \leq n \leq 5, 1 \leq l, r \leq 5$ 。

对于 30% 的数据,  $1 \leq T \leq 50, 1 \leq n \leq 30, 1 \leq l, r \leq 100$ 。

对于 50% 的数据,  $1 \leq n \leq 100, 1 \leq l, r \leq 10^5$ 。

对于另外 10% 的数据,  $n = 1$ 。

对于 100% 的数据,  $1 \leq T \leq 10^5, 1 \leq n \leq 100, 1 \leq l, r \leq 10^{18}$ 。

# 矩阵 (matrix)

## 【题目描述】

矩阵是神。

小 M 有一天捡到了一张藏宝图, 他打算去藏宝图标示的位置探索一番。

藏宝图表示了一个  $n \times m$  的矩阵形地图, 每个位置是宝藏, 陷阱, 障碍, 空地的其中之一, 小 M 初始位置已经在藏宝图上标出。每次小 M 可以向周围的格子 (有公共边的格子) 移动, 移动的路径上不能有宝藏, 陷阱和障碍。小 M 需要走出一个闭合的路径, 这个路径封住的区域不能含有陷阱。如果他的路径封住的区域中包含宝藏  $i$ , 他将获得  $v_i$  的收益。设所有宝藏提供的收益为  $v$ , 且小 M 一共行走了  $k$  步, 那么他就可以获得  $v - k$  的收益。

请最大化小 M 的收益。

注意小 M 可以走过一个格子多次, 而且路径是可以自交的, 我们利用下述方法判断一个格子  $p$  是否在闭合路径中:

1. 将第  $i$  行第  $j$  列的格子看做平面上的点  $(i, j)$ , 那么小 M 走的路径就是一个平面上的闭合多边形。
2. 此时点  $p$  不应该在这个闭合多边形边界上。
3. 从点  $p$  画一条射线, 使之不穿过这个多边形的任何顶点 (这样的射线一定存在)。
4. 计算这个射线和多边形有多少个交点, 如果共有奇数个交点, 就认为  $p$  在路径内部, 否则在路径外部。

## 【输入格式】

第一行两个整数  $n, m$ 。

接下来  $n$  行, 每行包含一个长度为  $m$  的字符串, 其中第  $i$  行第  $j$  个字符表示藏宝图上第  $i$  行第  $j$  个格子的信息, 有如下几种可能:

1. B: 表示这个格子是陷阱。
2. S: 表示这个格子是小 K 的初始位置, 且这个格子为空地。
3. 一个  $1 \sim 8$  的数字  $c$ : 表示这个格子有  $c$  号宝藏。
4. .: 表示这个格子是空地。
5. #: 表示这个格子是障碍。

假设该图中共有  $t$  个宝藏, 接下来的  $t$  行每行一个整数, 第  $i$  行表示  $v_i$ 。

## 【输出格式】

输出一个整数, 即小 M 的最大收益。

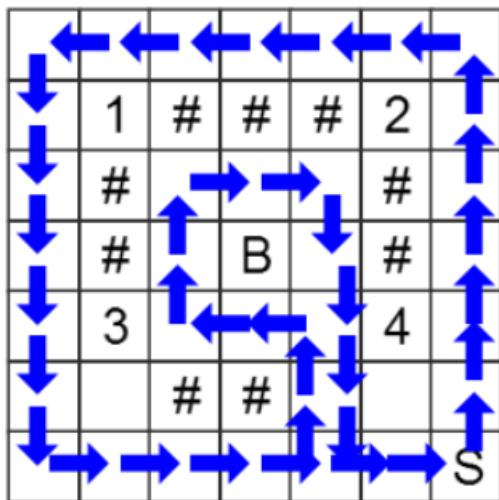
## 【输入样例一】

7 7  
 . . . . .  
 .1# ##2.  
 .#...#.  
 .#.B.#.  
 .3...4.  
 ..# # ...  
 . . . . . S  
 100  
 100  
 100  
 100

## 【输出样例一】

364

### 【样例一解释】



这是一种能获得样例最优解的方案。

**【输入/输出样例二】**: 见附件。

#### 【数据范围及约定】

对于 30% 的数据,  $1 \leq n, m \leq 5$ 。

对于 100% 的数据,  $1 \leq n, m \leq 20$ ,  $-100 \leq v_i \leq 100$ , 保证陷阱和宝藏的数量之和不超过 8。