MCS 第4次作业

李青林*

May 27, 2012

3.48

随机选一个点，在大小为k的联通块里的概率为$\dfrac{kx_k}{n}$

$E = \dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} ix_i$ □

3.51

当n很大时i很小时，二项分布近似于泊松分布

$\because 1-(1-\dfrac{d}{n})^i \approx \dfrac{id}{n}$

$\therefore$该二项分布可以看成$\lambda = id$的泊松分布

$P(x=i) = e^{-id}\dfrac{i^i d^k}{i!} = e^{-id}\dfrac{i^i d^k}{i^i}e^i = e^{-(d-1-\ln d)i}$

因而概率随i指数级下降，则只会分布在$[0, c_1 log(n)]$范围内

如果$i = \Omega(n)$，该二项分布近似正态分布

令$k = |\Theta n - i|, k$必须很小才能保证概率不为零

该分布下降正比于e^{-k^2/σ^2}，其中标准差σ正比于$\sqrt{n}$

$\therefore [\Theta n - c_2\sqrt{n}, \Theta n + c_2\sqrt{n}]$区间内不为零 □

3.52

$f'(x) = de^{-dx} - 1 = 0 \qquad f''(x) = -d^2e^{-dx} \le 0$

$\Longrightarrow x_{max} = \dfrac{\ln d}{d}$

$f(x_{max}) = -\dfrac{\ln d + 1}{d} + 1$

$x_{max} = \dfrac{i_{max}}{n} \Longrightarrow i_{max} = nx_{max} = \dfrac{n\ln d}{d}$ □