• Espacios coordenados (Repaso).

→ Como, para estudiar electromagnetismo, necesitamos vectores vamos a recordar qué es un sistema coordendo y qué es un vector.

→ Matemáticamente, un vector es un elemento de un espacio vectoral, es decir, un conjunto que sigue ciertas reglas. (Ver curso de álgebra lineal).

→ Para nosotros, será un objeto que nos ayudará a representar cantidades que tienen una magnitud y una dirección. Por ejemplo, la posición de un objeto, su velocidad, aceleración. La fuerza que actúa sobre un cuerpo, entre otras cosas.

→ En particular, usaremos los espacios vectoriales $\mathbb{R}$, $\mathbb{R}^2$ y $\mathbb{R}^3$.
Los vectores podemos representarlos como flechas 
y también como arreglos de números.

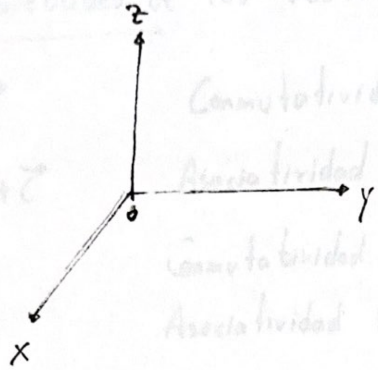
$$\mathbb{R} \rightarrow (x)$$

$$\mathbb{R}^2 \rightarrow (x, y)$$

$$\mathbb{R}^3 \rightarrow (x, y, z)$$

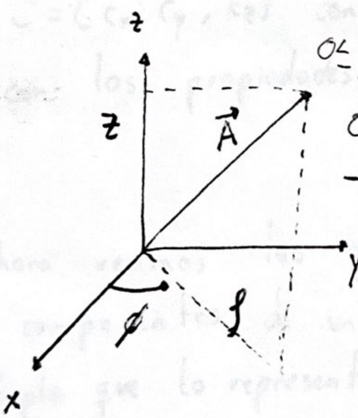
Nota: Análisis vectorial.
Serie Schaum.

→ Sin embargo, para definir el origen y poder medir la magnitud y dirección del vector necesitamos un sistema de referencia o un sistema de coordenadas. El más común es el cartesiano.



(x, y, z)

→ Aunque, como veremos a lo largo del curso, podemos tener otros tipos de sistemas que, dependiendo de la simetría del problema, pueden ser más útiles. Por ejemplo, el sistema de coordenadas cilíndricas o esféricas.



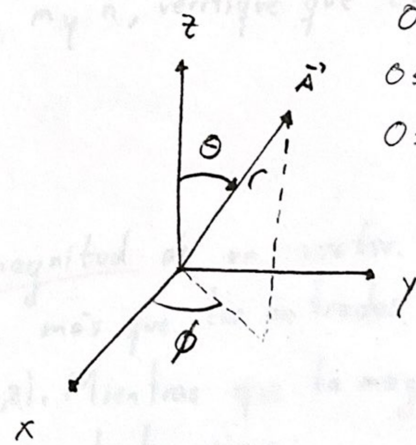
$0 \le \rho < \infty$

$0 \le \phi < 2\pi$

$-\infty < z < \infty$

Cilíndrico.

(ρ, ϕ, z)



$0 \le r < \infty$

$0 \le \theta < \pi$

$0 \le \phi < 2\pi$

Esférico.

(r, θ, ϕ)

• Ejercicio. Hallar las coordenadas ~~cilíndricas y esféricas~~ cartesianas en función de las ~~cartesianas.~~ cilíndricas y esféricas.

$x = r\cos\theta$	$z = z$	$x = r\,\text{sen}\theta\cos\phi$	$z = r\cos\theta$
$y = r\,\text{sen}\theta$		$y = r\,\text{sen}\theta\,\text{sen}\phi$	

→ Recordemos las propiedades de los vectores.

i) $\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$ — Conmutatividad (Suma)

ii) $\vec{A} + (\vec{B} + \vec{C}) = (\vec{A} + \vec{B}) + \vec{C}$ — Asociatividad (Suma)

iii) $m\vec{A} = \vec{A}m$ — Conmutatividad (producto por escalar)

iv) $m(n\vec{A}) = (mn)\vec{A}$ — Asociatividad (producto por escalar)

v) $(m+n)\vec{A} = m\vec{A} + n\vec{A}$

vi) $m(\vec{A} + \vec{B}) = m\vec{A} + m\vec{B}$

} Distributividad.

• Ejercicio en clase. Sean los vectores $\vec{A} = (a_x, a_y, a_z)$, $\vec{B} = (b_x, b_y, b_z)$ y $\vec{C} = (c_x, c_y, c_z)$ con los escalares m y n, verifique que cumplen con las propiedades anteriores.

→ Ahora veamos las componentes y magnitud de un vector.
Las componentes de un vector no son más que las entradas de la n-tupla que lo representa, es decir, (x, y, z). Mientras que la magnitud corresponde al tamaño del vector que se calcula como

$$\|\vec{A}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

donde $\vec{A} = (x, y, z)$

→ Con esto en mente, podemos definir vectores unitarios, es decir, cuya magnitud sea 1.

$$\hat{A} = \frac{\vec{A}}{\|\vec{A}\|} = \left(\frac{x}{\|\vec{A}\|}, \frac{y}{\|\vec{A}\|}, \frac{z}{\|\vec{A}\|}\right)$$

• Ejercicio en clase. ¿Qué unidades tiene un vector unitario?

→ De lo anterior, podemos definir los vectores unitarios

$$\hat{\imath} = (1,0,0)$$
$$\hat{\jmath} = (0,1,0)$$
$$\hat{k} = (0,0,1)$$

que sirven como base para $\mathbb{R}^3$ en la representación cartesiana.

Análogamente, podemos tener los vectores unitarios $\hat{\rho}, \hat{\theta}, \hat{k}$ para las cilíndricas y $\hat{r}, \hat{\theta}$ y $\hat{\phi}$ para las esféricas.

→ Por lo tanto, podemos escribir un vector en coordenadas cartesianas de la forma

$$\vec{r} = (x, y, z) = x\hat{\imath} + y\hat{\jmath} + z\hat{k}$$

→ Podemos hacer algo análogos con los vectores unitarios de los otros sistemas coordenados.

• Ejercicio en clase. ¿Cuáles de las siguientes cantidades son vectoriales?

i) peso
ii) calor
iii) calor específico
iv) momento
v) densidad
vi) energía
vii) volumen
viii) distancia
ix) potencia
x) intensidad del campo magnético.

• Ejercicio en clase. Una partícula realiza los siguientes desplazamientos

$$\vec{r_1} = (15\hat{\imath} + 30\hat{\jmath} + 12\hat{k})\,cm$$

$$\vec{r_2} = (23\hat{\imath} + 14\hat{\jmath} + 5\hat{k})\,cm.$$

$$\vec{r_3} = (-13\hat{\imath} + 15\hat{\jmath})\,cm.$$

→ Halle los componentes de la resultante y su magnitud.

Sol.

$$\vec{r_T} = (25\hat{\imath} + 31\hat{\jmath} + 7.0\hat{k})\,cm.$$

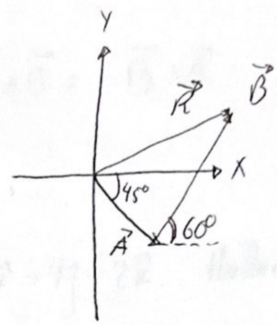
$$\|\vec{r_T}\| = 40cm = \sqrt{(25cm)^2 + (31cm)^2 + (7.0cm)^2}$$

✱ Revisar

7 de febrero de 2024.

- Ejercicio en clase. Un excursionista viaja 25 km hacia el sureste. (45°) El segundo día viaja ~~60~~ 40 km en una dirección de 60° al noreste. Hallar las componentes del desplazamiento de cada día y la posición final.

Sol.



$$A_x = 17.7\,km = A\cos(-45°)$$

$$A_y = -17.7\,km = A\,\text{sen}(-45°)$$

$$B_x = B\cos(60°) = 20\ km$$

$$B_y = B\,\text{sen}(60) = 34.6\ km$$

$$\vec{R} = (37.7\hat{\imath} + 16.9\hat{\jmath})\,km$$

- Producto punto.

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = \|\vec{A}\|\,\|\vec{B}\|\cos\theta \quad ; \ \theta - \text{ángulo entre los vectores.}$$

$$= A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$$

- Ejercicio en clase. Hallar el ángulo entre los vectores $\vec{A} = 2\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} - \hat{k}$ y $\vec{B} = 6\hat{\imath} - 3\hat{\jmath} + 2\hat{k}$

$$\cos\theta = 0.1905 \Rightarrow \theta \sim 79°$$

- Ejercicio en clase. Si $\vec{A}\cdot\vec{B} = 0$, $\vec{A}$ y $\vec{B}$ son distintos de cero demostrar que $\vec{A}$ es perpendicular a $\vec{B}$.

- Ejercicio en clase. Hallar el valor de a tal que $\vec{A} = 2\hat{\imath} + a\hat{\jmath} + \hat{k}$ y $\vec{B} = 4\hat{\imath} - 2\hat{\jmath} - 2\hat{k}$ sean perpendiculares.

• Producto cruz.

$$\vec{A}\times\vec{B}=\begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \hat{\imath}\left(A_yB_z - A_zB_y\right) - \hat{\jmath}\left(A_xB_z - A_zB_x\right) + \hat{k}\left(A_xB_y - A_yB_x\right)$$

$$\vec{A}\times\vec{B} = -\vec{B}\times\vec{A}$$

$$\|\vec{A}\times\vec{B}\| = \|\vec{A}\|\,\|\vec{B}\|\operatorname{sen}\theta$$

• Ejercicio en clase. Sean $\vec{A} = 2\hat{\imath} - 3\hat{\jmath} - \hat{k}$ y $\vec{B} = \hat{\imath} + 4\hat{\jmath} - 2\hat{k}$. Hallar

a) $\vec{A}\times\vec{B}$; b) $\vec{B}\times\vec{A}$; c) $(\vec{A}+\vec{B})\times(\vec{A}-\vec{B})$