• Potencial eléctrico debido a distribuciones de carga continuas

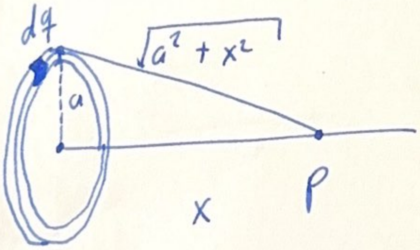
$$dV = k_e \frac{dq}{r} \Rightarrow V = k_e \int \frac{dq}{r}$$

↳ El potencial es cero cuando $r \to \infty$.

• Ejercicio. Potencial eléctrico debido a un anillo con carga uniforme.

a) Encuentre una expresión para el potencial eléctrico en un punto P ubicado sobre el eje central perpendicular de un anillo con carga uniforme de radio a y carga total Q.

$$V = k_e \int \frac{dq}{r} = k_e \int \frac{dq}{\sqrt{a^2+x^2}}$$



Notemos que a y x son constantes porque la integral se hace sobre la distibución de carga

$$= k_e \frac{1}{\sqrt{a^2+x^2}} \int dq = \frac{k_e Q}{\sqrt{a^2+x^2}}$$

b) Hallar una expresión para la magnitud del campo eléctrico en P

→ De la expresión anterior, vemos que V solo depende de x por lo que el gradiente se reduce a

$$\nabla V = \frac{dV}{dx} \hat{i}$$

3 de marzo de 2024.

→ Entonces

$$E_x = -\frac{dV}{dx} = -K_e Q \frac{d}{dx}\left(a^2+x^2\right)^{-1/2} = -K_e Q\left(\frac{-1}{2}\right)(a^2+x^2)^{-3/2}(2x)$$

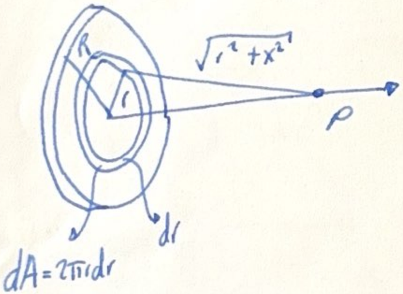
$$\Rightarrow \quad E_x = \frac{K_e x}{(a^2+x^2)^{3/2}} Q$$

Ejercicio. Potencial eléctrico debido a un disco con carga uniforme.

→ Un disco con carga uniforme tiene radio R y densidad de carga superficial σ.

a) Encuentre el potencial eléctrico en P a lo largo del eje central perpendicular del disco.

→ Consideremos que el disco es un conjunto de anillos concéntricos.



→ Encontremos la cantidad de carga dq en un anillo de radio r y ancho dr

$$dq = \sigma dA = \sigma(2\pi r dr) = 2\pi\sigma r dr$$

→ Sus. en la integral.

$$V = \int \frac{k\,dq}{\sqrt{r^2+x^2}} = \int \frac{k\,2\pi\sigma r dr}{\sqrt{r^2+x^2}} = \pi k_e \sigma \int_0^R \frac{2r dr}{\sqrt{r^2+x^2}}$$

$$= \pi k_e \sigma \int_0^R (r^2+x^2)^{-1/2} \cdot (2r dr)$$

$$V = 2\pi k_e \sigma\left[(R^2+x^2)^{1/2} - x\right]$$

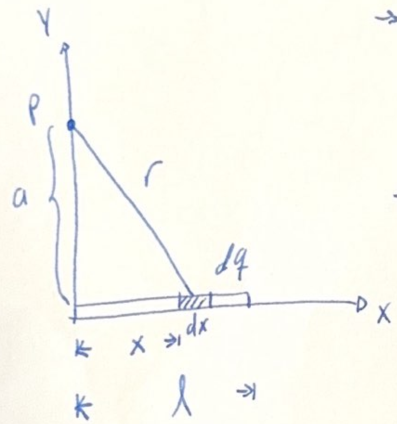
11, 14, 15
~~M~~, 31, 35

b) Encuentre la componente del campo eléctrico en x.

$$E_x = -\frac{dV}{dx} = 2\pi k_e \sigma \left[1 - \frac{x}{(R^2+x^2)^{1/2}} \right]$$

• Ejercicio. Potencial eléctrico debido a una línea de carga finita.

Una barra de longitud l ubicada a lo largo del eje x tiene una carga total Q y una densidad de carga lineal uniforme $\lambda = \frac{Q}{l}$. Hallar el potencial en un Punto P sobre el eje "y" a una distancia "a" del origen.



→ Para un segmento pequeño la carga es

$$dq = \lambda dx$$

→ Entonces, el potencial sobre P debido a dq es

$$dV = k_e \frac{dq}{r} = k_e \frac{\lambda dx}{\sqrt{a^2+x^2}}$$

→ Integrando tenemos:

$$V = \int_0^l \frac{k_e \lambda dx}{\sqrt{a^2+x^2}} = k_e \lambda \int_0^l \frac{dx}{\sqrt{a^2+x^2}}$$

; $x = a\tan u$
$dx = a\sec^2(u)du$

$$= k_e \frac{Q}{l} \ln\left(x + \sqrt{a^2+x^2}\right)\Big|_0^l$$

$$= k_e \frac{Q}{l} \left[\ln(l + \sqrt{a^2+l^2}) - \ln(a) \right]$$

$$= k_e \frac{Q}{l} \ln\left(\frac{l + \sqrt{a^2+l^2}}{a} \right)$$

Nota: En este ej. no podemos obtener $\vec{E}$ usando el ∇ puesto que ya hemos evaluado el potencial en un punto en particular, es decir, hemos dicho que P está sobre el eje y. Para usar el gradiente debimos haber hallado el potencial para un punto P general.