• Fuentes de campo magnético.

→ Origen del campo magnético: partículas en movimiento.

I

• Ley de Biot-Savart.

→ Esta ley se basa en las observaciones experimentales para el campo magnético $d\vec{B}$ en un punto P asociado con un elemento de longitud $d\vec{s}$ de un alambre por el que pasa una corriente estable I:

- El vector $d\vec{B}$ es perpendicular a $d\vec{s}$ (dirección de la corriente) como al vector unitario $\hat{r}$ que va de $d\vec{s}$ hacia P.
- La magnitud de $d\vec{B}$ es inversamente proporcional a r^2, donde r es la distancia de $d\vec{s}$ a P.
- La magnitud de $d\vec{B}$ es proporcional a la corriente y a la magnitud ds.
- La magnitud de $d\vec{B}$ es proporcional a $\operatorname{sen}\theta$, donde θ es el ángulo entre $d\vec{s}$ y $\hat{r}$.

→ La expresión matemática es:

$$\boxed{d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\, d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}}$$

8 de mayo de 2024. ②

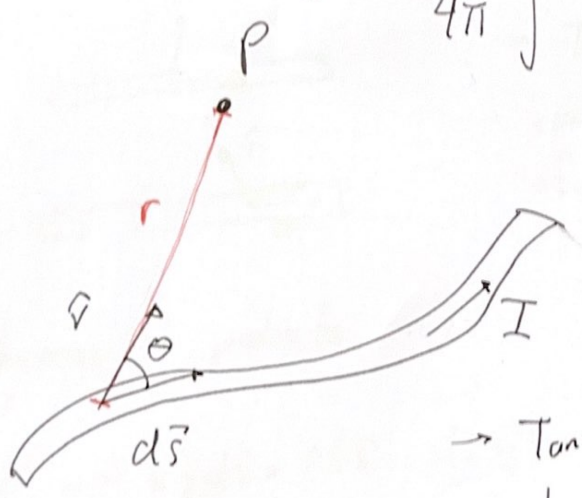
→ donde definimos la permeabilidad del vacío. ~~lo~~ como

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \, \frac{T \cdot m}{A}$$

→ De esta expresión vemos que los campos magnéticos se originan por corrientes, es decir, cargas en movimiento.

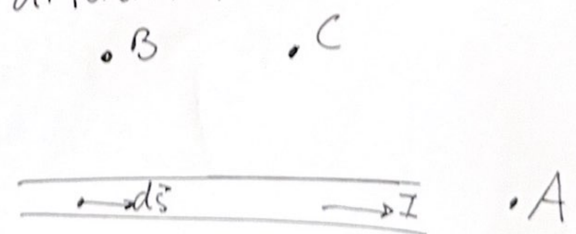
→ Para obtener el campo total debemos integrar la expresión anterior, note que la integral se hace sobre el cuerpo que lleva la corrientes.

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$$



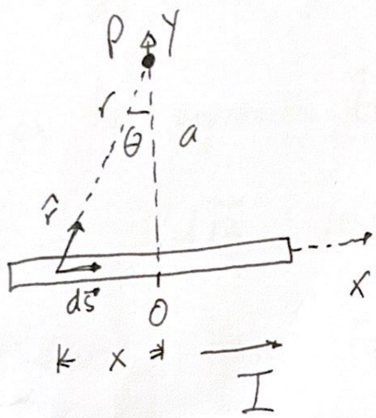
→ Tanto E como B dependen de $\frac{1}{r^2}$ pero tienen direcciones diferentes.

• ¿Dónde hay mayor campo magnético?



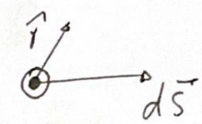
• Ejercicio. Campo magnético alrededor de un conductor recto delgado.

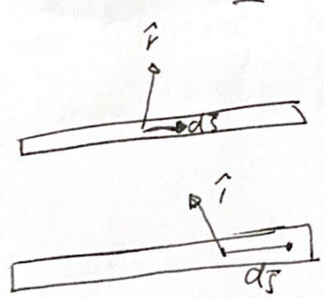
→ Considere un alambre recto delgado que porta una corriente constante I y está colocado a lo largo del eje x, Determine la magnitud y dirección del campo magnético en el punto P debido a esta corriente.



→ La dirección del campo magnético es hacia afuera de la página debido al producto cruz

$d\vec{s} \times \hat{r}$





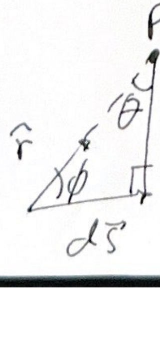
→ Todos las contribuciones $d\vec{B}$ del campo tienen la misma dirección hacia afuera de la página (en el punto P).

→ Hagamos el producto cruz:

$$d\vec{s} \times \hat{r} = \| d\vec{s} \times \hat{r} \| \hat{k} = ds \, \|\hat{r}\| \, \text{sen}(\phi) \, \hat{k}$$

vale uno porque es unitario

donde



$\Rightarrow \phi = \frac{\pi}{2} - \theta$

→ Entonces,

$$d\vec{s} \times \hat{r} = ds \, \mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \hat{k}$$

; por otro lado, sabemos que el alombre está en el eje x por lo tanto

$$ds = dx$$

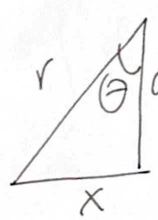
$$= dx \, \mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \hat{k}$$

$$= dx \cos(\theta) \, \hat{k}$$

→ Sust. en la expresión tenemos

$$d\vec{B} = dB\hat{k} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dx \cos\theta}{r^2} \hat{k}$$

→ Ahora, debemos hacer la integral. ~~Sin er~~ Podemos hacerlo de dos formas: integrando respecto a x o al ángulo θ. Veremos que es más fácil integrar sobre el ángulo. Esto es:



$$\Rightarrow a = r\cos\theta \Rightarrow r = \frac{a}{\cos\theta}$$

→ Como no queremos tener la información de r ni x porque cambia con la pocisión de ds, hacemos

$$\tan\theta = \frac{x}{a} \Rightarrow x = -a\tan\theta$$

se encuentra en el lado negativo de x

→ De la expresión anterior ~~despejamos~~ obtenemos dx

$$x = -a\tan\theta$$

$$dx = -a\sec^2\theta\, d\theta = -\frac{a\,d\theta}{\cos^2\theta}$$

→ Sustituimos x y dx en la expresión para el campo:

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\left(\frac{-a\,d\theta}{\cancel{\cos^2\theta}}\right)\cdot\cos\theta\cdot\frac{\cancel{\cos^2\theta}}{a^2}$$

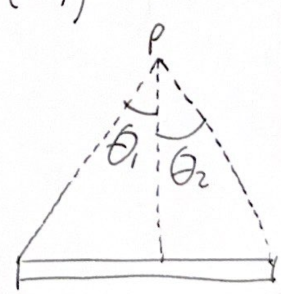
$$= -\frac{\mu_0 I}{4\pi}\,\frac{\cos\theta\,d\theta}{a} = -\frac{\mu_0 I}{4\pi a}\cos\theta\,d\theta$$

→ Haciendo la integral ~~hac~~ tenemos

$$B = \int_{\theta_1}^{\theta_2}\left(-\frac{\mu_0 I}{4\pi a}\cos\theta\,d\theta\right) = -\frac{\mu_0 I}{4\pi a}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\cos\theta\,d\theta$$

$$= -\frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left(\operatorname{sen}\theta\right)\Big|_{\theta_1}^{\theta_2} = -\frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left(\operatorname{sen}(\theta_2) - \operatorname{sen}(\theta_1)\right)$$

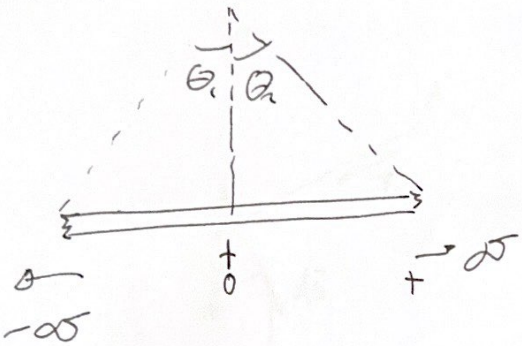
$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left(\operatorname{sen}(\theta_1) - \operatorname{sen}(\theta_2)\right)$$



8 de mayo de 2024.

→ Si conocemos la geometría y, por tanto, θ_1 y θ_2 podemos obtener el campo producido por cualquier alambre con carga.

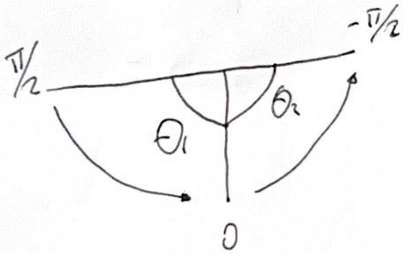
→ ¿Qué pasa si el alambre es infinito?



→ Los ángulos se van como

$$\theta_1 \rightarrow +\frac{\pi}{2}$$

$$\theta_2 \rightarrow -\frac{\pi}{2}$$



→ Por eso $\theta_1 \rightarrow \frac{\pi}{2}$ y $\theta_2 \rightarrow -\frac{\pi}{2}$

Con la integral lo vamos recorriendo como en la imagen,

O bien, con el cambio $x = -a\tan(\theta)$

De $-\infty \rightarrow 0$

$-\infty \rightarrow -a\tan\theta$

$\infty \rightarrow a\tan\theta$

$\Rightarrow \theta_1 = \frac{\pi}{2}$

De $0 \rightarrow \infty$

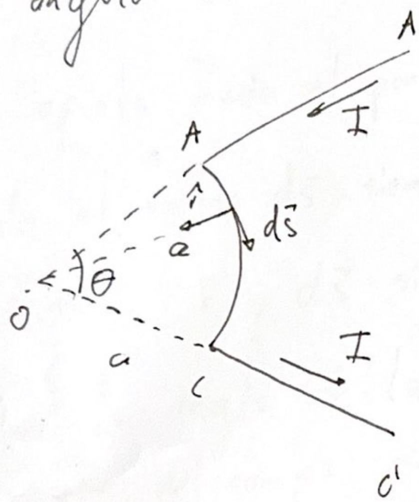
$\infty \rightarrow -a\tan\theta$

$-\infty \rightarrow a\tan\theta$

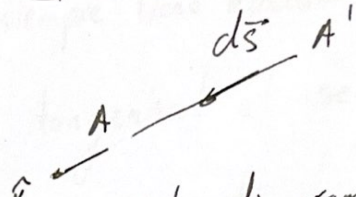
$\Rightarrow \theta_2 = -\frac{\pi}{2}$

· Ejercicio. Campo magnético debido a un segmento curvo.

→ Calcule el campo magnético en el punto O para el segmento de alambre portador de corriente. El alambre consiste en dos porciones rectas y un arco circular de radio a, que subtiende un ángulo θ.

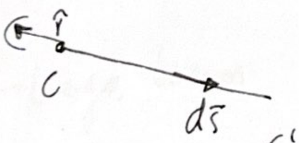


→ Veamos el segmento



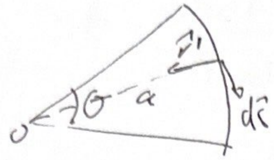
del diagrama vemos que $d\vec{s}$ y $\hat{r}$ tienen la misma dirección por lo que $d\vec{s} \times \hat{r} = 0$ y no contribuye al campo magnético.

→ Algo análogo tenemos para el segmento CC' pues $d\vec{s}$ y $\hat{r}$ son paralelos por lo que



$$d\vec{s} \times \hat{r} = 0 \Rightarrow \vec{B}_{CC'} = 0$$

→ Nos interesa la contribución del segmento curvo. 9 de mayo de 2024. ②



C

→ Notemos que este sistema tiene simetría cilíndrica por lo que usaremos estas coordenadas.

→ ~~Debida~~ Debido a esta simetría, el vector $\hat{r}$ que apunta hacia el punto O siempre tiene dirección radial. Por otro lado, el vector $d\vec{s}$ siempre es tangencial al segmento curvo. Entonces $\hat{r}$ y $d\vec{s}$ siempre serán perpendiculares.

→ De la regla de la mano derecha tenemos que la dirección del campo magnético será entrando ~~de~~ a la página.

→ Entonces,

$$d\vec{s} \times \hat{r} = \| d\vec{s} \times \hat{r} \| (-\hat{k}) = -ds \|\hat{r}\| \operatorname{sen}(\phi) \hat{k} = -ds \operatorname{sen}(\pi/2) \hat{k}$$
$$= -ds\, \hat{k}$$

→ Luego, tenemos:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2} = \frac{-\mu_0 I}{4\pi} \frac{ds}{r^2} \hat{k}$$

→ Por otro lado, la distancia del segmento circular al punto O es a, entonces

$$d\vec{B} = -\frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{ds}{a^2} \hat{k}$$

→ Integrando tenemos:

$$\vec{B} = -\frac{\mu_0 I}{4\pi a^2}\hat{k}\int ds = -\frac{\mu_0 I}{4\pi a^2} s\,\hat{k}$$

→ Del diagrama, $s = \cancel{\pi a}\ a\theta$

$$\Rightarrow \quad \vec{B} = -\frac{\mu_0 I}{4\pi a^2} a\theta\,\hat{k}$$

$$= -\frac{\mu_0 I}{4\pi a}\theta\,\hat{k}$$

→ ¿Cuál es el campo magnético producido por una espira circular?

. Simplemente hacemos $\theta \to 2\pi$ para cerrar el alambre.

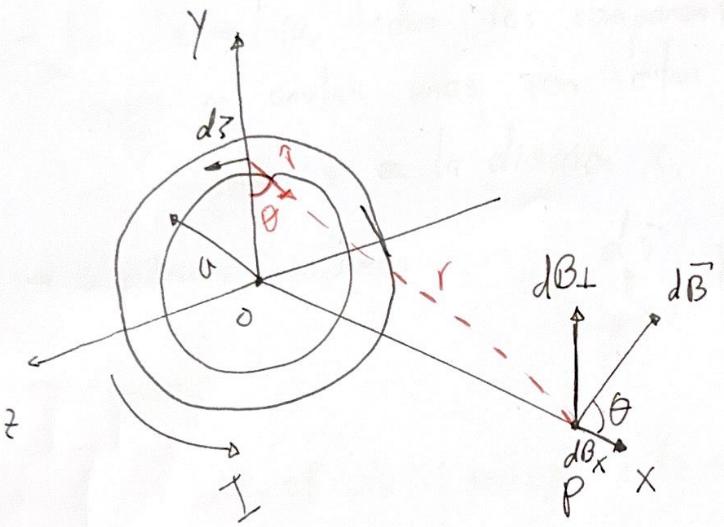
$$\vec{B} = -\frac{\mu_0 I}{4\pi a}(2\pi)\hat{k}$$

$$= -\frac{\mu_0 I}{2a}\hat{k}$$

9 de mayo de 2024.

- Ejercicio. Campo magnético en el eje de una espira de corriente circular.

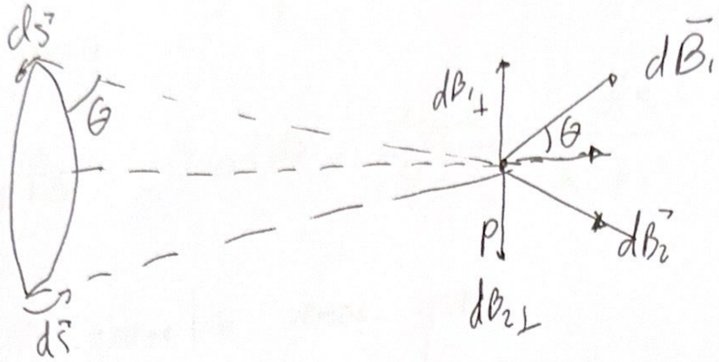
→ Considere una espira de alambre circular de radio a ubicado en el plano ~~x~~yz y que porta una corriente estable I. Calcule el campo magnético en un punto axial P a una distancia x desde el centro de la espira.



→ Un vector siempre puede dividirse en sus componentes, en este caso podemos dividir el campo magnético en su componente que va en x, y su componente perpendicular.

→ Nos interesa simplificar el problema por lo que nos fijaremos en las partes perpendiculares del campo.

→ Veamos el siguiente diagrama.



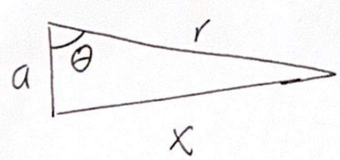
→ Por simetría, todas las componentes perpendiculares del campo se anulan unas con otras y solo nos queda estudiar las componentes en la dirección X.

→ De nuevo, notemos que $\underset{\text{tangencial}}{d\vec{s}}$ y $\underset{\text{radial}}{\hat{r}}$ son siempre perpendiculares.

→ Entonces,

$$\|d\vec{s} \times \hat{r}\| = ds \, \|\hat{r}\| \, sen(\phi) = ds \, sen(\pi/2) = ds$$

→ Por otro lado,



$$\Rightarrow r^2 = a^2 + x^2$$

→ Entonces, la magnitud será

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\|d\vec{s} \times \hat{r}\|}{r^2}$$
$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{ds}{x^2+a^2}$$

→ ~~Note~~ Recuerde que solo nos interesa la componente en x que será:

$$dB_x = dB\cos\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\,\frac{ds}{x^2+a^2}\cos\theta$$

→ De la geometría vemos que

$$\cos\theta = \frac{a}{r} = \frac{a}{\sqrt{x^2+a^2}}$$

→ Sust. en dB_x

$$dB_x = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\,\frac{ds}{x^2+a^2}\cdot\frac{a}{\sqrt{x^2+a^2}}$$

$$= \frac{\mu_0 I a}{4\pi}\,\frac{ds}{\left[x^2+a^2\right]^{3/2}}$$

→ Para obtener B_x debemos integrar la expresión anterior.

→ Note que la integral debe hacerse sobre el alambre por lo que

$$ds = a\,d\alpha$$

radio de la espira

ángulo que recorrerá la espira.

→ Entonces,

$$B_x = \int dB_x = \frac{\mu_0 I a}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{a \, d\alpha}{[x^2 + a^2]^{3/2}}$$

$$= \frac{\mu_0 I a^2}{4\pi} \cdot \frac{1}{[x^2 + a^2]^{3/2}} \int_0^{2\pi} d\alpha$$

$$= \frac{\mu_0 I a^2}{4\pi} \cdot \frac{1}{[x^2 + a^2]^{3/2}} \cdot (2\pi)$$

$$= \frac{\mu_0 I a^2}{2(a^2 + x^2)^{3/2}}$$

→ El campo en el centro de la espira es $(x=0)$

$$B_x = \frac{\mu_0 I a^2}{2(a^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I a^2}{2a^3}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2a}$$