Problème de contrôle:la gestion sylvicole

loubna Taleb

04 Avril 2024

1 Introduction

De jour en jour, les effets néfastes du changement climatique sur les écosystèmes s'intensifient. Cela impacte négativement les forêts, qui constituent le moteur du fonctionnement de la Terre, en particulier les arbres qui transforment l'énergie solaire en matière organique.

La gestion forestière, face au changement climatique, représente un enjeu central pour maintenir le bon fonctionnement de l'écosystème. Il est donc nécessaire de trouver une approche de gestion adaptée, prenant en compte à la fois le changement climatique et l'impact des activités humaines sur les forêts à long terme. C'est pour cette raison que la théorie de viabilité apparaît comme le moyen le plus approprié pour identifier les stratégies sylvicoles réalisables dans un système dynamique soumis à un ensemble de contraintes économiques et écologiques.

je vais tenter de poser clairement le problème afin de le résoudre à l'aide de l'algorithme génétique, déjà utilisé et implémenté lors du stage précédent pour certains contrôles . Pour ce faire, je commencerai par définir l'ensemble des paramètres qui caractérisent le problème de contrôle.

2 Système de contrôle

Soit X l'espace d'états des forêts et f la dynamique qui définit l'évolution des forêts au cours du temps. On peut alors définir une évolution $x(t) \in X$ qui décrit l'état du système pour tout $t \in [0, T]$. Cette évolution peut être influencée par des actions extérieures, appelées contrôles $u(t)$, et est gouvernée par la dynamique f, selon l'équation :

$$x(t+1) = f(x(t), u(t))$$

où $x \in X$, $t \in [1, T]$ et $u(t) \in U$.

X est défini comme l'ensemble des diamètres $D_i(t)$ et des proportions du houppier $cs_i(t)$ de tous les arbres de la population $pop(t)$, donc on peut écrire :

$$X = \{(D_i(t), cs_i(t)), \forall i \in pop(t)\}$$

et f est l'ensemble des équations qui définissent la dynamique des forêts, définies par Forceeps (Mortalité, Régénération, Croissance).

2.1 Contrôle

2.2 Variables de contrôle

Les gestionnaires forestiers peuvent travailler avec 4 paramètres pour contrôler la forêt :

1. θ : la période de l'intervention, qui peut être définie sur l'ensemble [5, 10, 15, 20] (exprimée en années).

2. t_p : le type d'éclaircie, qui indique la méthode de coupe des arbres selon les valeurs V1=[0, 1, 0.5] : 0 correspond à une coupe décroissante en termes de circonférence de l'arbre, 1 à une coupe croissante, et 0.5 à une coupe aléatoire.

3. G_{obj} : la surface terrière restante après l'intervention, définie par l'ensemble V2= [10, 15, 20, 25, 30, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9](exprimée en % ou en m^2/ha).

4. C_f: la composition cible après l'intervention, c'est-à-dire la proportion de la surface terrière restante cible à la fin de l'intervention (exprimée en pourcentage %). On souhaite gérer au maximum 5 espèces parmi les espèces choisies dans la simulation, donc on peut définir l'ensemble sous forme un quintuplet :
$$C_f = [C_{f1}, C_{f2}, C_{f3}, C_{f4}, C_{f5}]$$

2.2.1 Un choix discret :

Dans un premier temps, j'ai fixé les proportions avec ces valeurs, en me basant sur l'article de Jourdan et al. (2021). J'ai également réparti certaines valeurs de manière équitable en fonction du nombre d'espèces que l'on souhaite conserver à la fin de l'intervention, et j'ai modifié certaines valeurs entre deux quintuplets successifs pour créer de la diversité et pour éviter un nombre élevé de combinaisons. Je vous explique dans le paragraphe suivant le nombre de combinaisons que l'on peut atteindre si l'on ne fixe pas la composition objective au début :

$$\begin{aligned}
I1 &= [0.5, 0.5, 0, 0, 0],\\
I2 &= [0.2, 0.8, 0, 0, 0],\\
I3 &= [0.2, 0.4, 0.4, 0, 0],\\
I4 &= [0.4, 0.4, 0.2, 0, 0],\\
I5 &= [0.25, 0.25, 0.25, 0.25, 0],\\
I6 &= [0.3, 0.2, 0.25, 0.25, 0],\\
I7 &= [0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2],\\
I8 &= [0.2, 0.3, 0.1, 0.2, 0.2].
\end{aligned}$$

Remarque "Justificatifs de choix" :
Selon l'article de Jourdan et al. (2021), je n'ai pas choisi un objectif de peuplement monospécifique car, dans des conditions stressantes, ce peuplement est vulnérable aux changements climatiques. De plus, les peuplements mixtes améliorent la résilience et la productivité des forêts face au changement climatique. Ils optimisent également la production de bois et assurent une meilleure adaptabilité aux variations environnementales.

Donc C_f peut être sous la forme de I1, I2, I3, I4,.... ou bien I8. Donc on définit l'ensemble de définition de C_f sous cette forme :

$$V3 = [I1, I2, I3, I4, I5, I6, I7, I8]$$

Puisque les interventions n'ont pas lieu tous les ans, on définit par la suite T_{inv} qui représente les années d'intervention grâce aux périodes des nb_{inv} interventions. On pose θ_k le nombre d'années entre la k-ième intervention et celle qui la précède, et tel que $\theta_k \in \{5, 10, 15, 20\}$:

$$T_{\text{inv}} = \left\{ \sum_{k=1}^{l} \theta_k \,|\, \forall l = 1, \ldots, nb_{\text{inv}} \right\}$$

Donc, on peut définir $w(t_{\text{inv}})$ la variable caractérisant l'intervention pour la surface terrière objective et la composition cible ou bien objective, et qui aura lieu l'année $t_{\text{inv}} \in T_{\text{inv}}$:

$$w(t_{\text{inv}}) = (G_{\text{obj}}(t_{\text{inv}}), C_f(t_{\text{inv}})) \in W$$

$W = V2 \times I = [10, 15, 20, 25, 30, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9] \times [I1, I2, I3, I4, I5, I6, I7, I8]$

e.g., $w(t_{\text{inv}}) = (10\, m^2/\text{ha}, [0.5, 0.5, 0, 0, 0])$

On définit ensuite la variable $v(t_{\text{inv}})$ caractérisant l'intervention avec le type d'éclaircie, la surface terrière objective et la composition cible, et qui aura lieu l'année $t_{\text{inv}} \in T_{\text{inv}}$:

$$v(t_{\text{inv}}) = (t_p(t_{\text{inv}}), w(t_{\text{inv}})) \in V$$

$V = [0, 0.5, 1] \times W$

Pour finir, le contrôle est défini pour $\forall t \in [0, T]$:

$$u(.) = (\theta_k, v(.)) \in ([5, 10, 15, 20] \times V)^{nb_{\text{inv}}}$$

et donc on peut écrire :

$$u(t) = \begin{cases} v(t) = (t_p(t), G_{\text{obj}}(t), C_f(t)) & \text{pour } t \in T_{\text{inv}}, \\ \varnothing & \text{sinon.} \end{cases}$$

2.3 Caractéristiques de l'intervention

Pour effectuer la coupe des arbres, il est nécessaire de respecter certaines contraintes relatives à la surface terrière choisie initialement, à la composition ciblée, et au processus de coupe. Afin de définir l'ensemble des arbres coupés $C(t)$, je me suis appuyé sur le fichier d'application de l'intervention ainsi que sur le rapport de Michelle et sur ses codes développés pour l'algorithme génétique.

1. La première condition est que $t \in T_{\text{inv}}$.
2. il faut transformer tout en m^2/ha si la surface terrière est exprimée en %, $G_{\text{obj}}(t) = G(t) \times$ pourcentage de G_{obj}.
3. $G_{\text{obj}}(t) > 0$.
4. $G_{\text{obj}} \leq G(t_0)$.
5. $\sum_{i \in Esp} C_{fi} \leq 1$
6. Processus de la coupe:
   (a) $G_{\text{coupée}} \leq G(t) - G_{\text{obj}}(t)$ Où $G_{\text{coupée}}$ est la surface terrière coupée durant l'intervention.
   (b) On coupe les arbres dans l'ordre croissant d'un score α, tel que pour l'arbre i, on lui attribue le score α_i comme suit:

$$\alpha_i(t) = \begin{cases} \frac{1+C_{\max}(t)-C_i(t)}{1+C_{\max}(t)-C_{\min}(t)} & \text{si } t_p = 0, \\ \frac{1+C_{\max}(t)+C_i(t)}{1+C_{\max}(t)-C_{\min}(t)} & \text{si } t_p = 1, \\ P_{\text{unif}} & \text{si } t_p = 0.5. \end{cases}$$

   Où $C_{\max}(t)$, $C_i(t)$ et $C_{\min}(t)$ indiquent respectivement les circonférences maximale, de l'espèce i et minimale pendant l'intervention de l'année $t \in T_{\text{inv}}$.

7. Pour atteindre l'objectif de la composition souhaitée après l'intervention, il faut couper l'arbre qui minimise la différence entre la composition réelle et la composition ciblée.

$$i = \underset{i \in \text{pop}(t)-C(t)}{\text{argmin}} \sum_{\text{esp} \in \text{Esp}} |G_{\text{esp}}^{\text{réel}} - G_{\text{esp}}^{\text{cible}}|$$

Tel que $C(t)$ est l'ensemble des arbres déjà coupés pendant l'intervention $t \in T_{\text{inv}}$, $G_{\text{esp}}^{\text{réel}}$ est la proportion de la surface terrière de l'espèce *esp* restante sur la parcelle au cours de l'intervention, et $G_{\text{esp}}^{\text{cible}}$ est la surface terrière de l'espèce *esp* que l'on souhaite atteindre à la fin de l'intervention de l'année $t \in T_{\text{inv}}$.(en m^2/ha)

Ainsi, on peut caractériser l'ensemble des arbres coupés $C(t)$ pendant l'intervention $t \in T_{\text{inv}}$ comme suit :

$$C(t) = \begin{cases} \{i \in \text{pop} \,|\, i \text{ satisfait } 6a, 6b, \text{et } 7\} & \text{si } t \in T_{inv}, 2, \text{et } 3, 4, 5 \\ \varnothing & \text{sinon.} \end{cases}$$

3 Combinaisons possibles si on ne fixe pas la composition objective

Soit $C_f \in [0, 1]$. Pour deux espèces, on choisit aléatoirement un nombre dans $[0, 1]$ (une valeur après la virgule), donc on choisit aléatoirement dans l'ensemble $L = \{0.1, 0.2, 0.3, \ldots, 0.9\}$ (on ne prend pas 0 et 1 car nous ne voulons pas gérer les peuplements monospécifiques).

On identifie aléatoirement deux paires (A, B) de proportions sachant que $A + B = 1$:

$$[0.1, 0.9],$$
$$[0.2, 0.8],$$
$$[0.3, 0.7],$$
$$[0.4, 0.6],$$
$$[0.5, 0.5].$$

Ainsi, on a 5 paires. Avec la permutation, on obtient 9 combinaisons (car 0.5, 0.5 ne change pas).

Si je choisis 3 espèces sachant que la somme est égale à 1, avec les formules de cardinalité

$$card(L^3)=card(L)^3,$$

on peut trouver 729 combinaisons possibles dans $L^3 = \{(a, b, c) \mid (a, b, c) \in L\}$. On filtre juste les combinaisons où la somme est égale à 1 (avec un code Python), on trouve 32 combinaisons possibles. Pour 4 espèces, on trouve 70 cas possibles, et pour 5 espèces, on trouve 95 cas possibles.
donc , on constate bien que le nombre de combinaisons possibles est très grande qu'on augmente le nombre d'espèces qu'on veut gérer , c'est pour cette raison , il fallait fixer la composition cible qu'on veut laisser après l'intervention ce qui va nous faciliter l'exploration de l'espace dans le cross-over et la mutation.

4 Exemple du nouveau génome

Pour le nouveau génome si on fixe le nombre d'espèces à 5 espèces, on aura 8 gènes. Si on fixe la durée de la simulation à $T = 80$ ans, il y aura au plus une intervention tous les 5 ans, donc on pourra avoir 16 interventions durant 80 ans (mais on pourra fixer tous les gènes à 0 pour lesquels on n'a pas d'interventions).

Ainsi, voici le nouveau génome en adoptant la composition fixée ci-dessus :

$$Y^j = (\theta_k^j, tp_k^j, G_{objk}^j, C_{fk}^j)_{k=0,1,\ldots,16}$$

où $C_{fk}^j = [C_{f1}^j, C_{f2}^j, C_{f3}^j, C_{f4}^j, C_{f5}^j]$ et $Y^j \in ([5, 10, 15, 20] \times V)^{nb\_inv}$.

4.1 Exemple de Cross-over

Pour le cross-over, je le fais par quintuplet pour ne pas violer la condition de la somme des proportions égale à 1, et je vise également à ordonner le nombre des espèces dans le génome pour éviter les confusions :

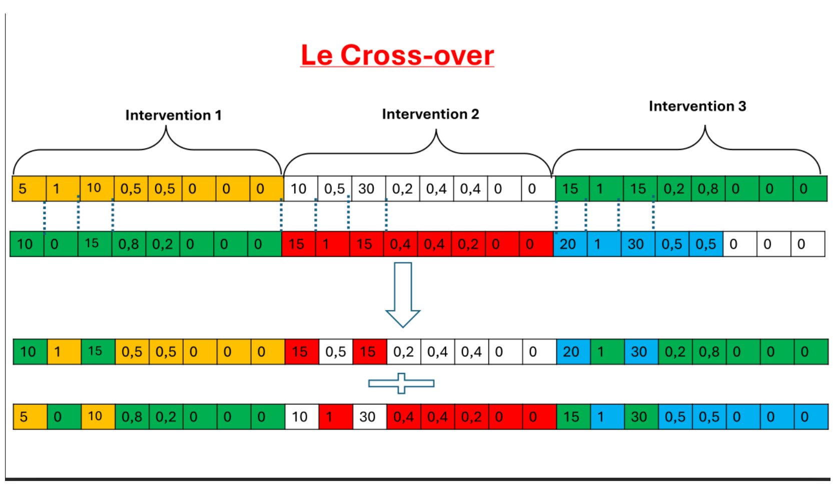

Figure 1: Un crossover pour 3 interventions

4.2 Exemple de mutation:

Pour la mutation dans l'exploration du meilleur, je mute par nombre d'espèces pour respecter l'ordre des espèces traitées pendant chaque intervention. Voici un exemple pour trois interventions :

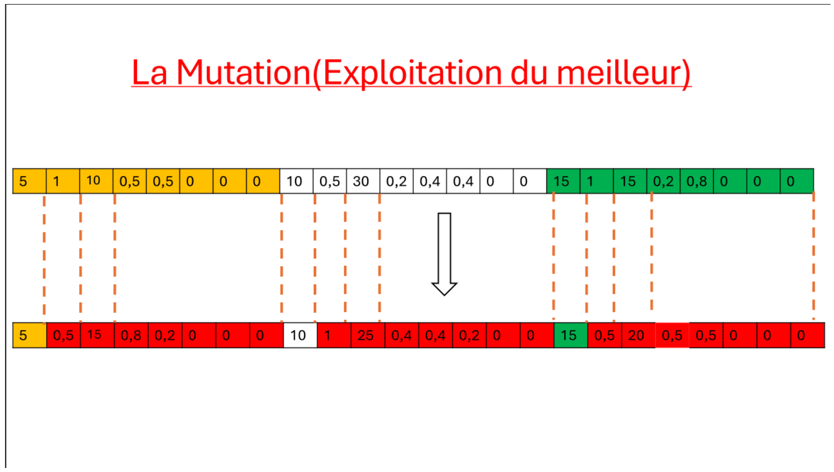

Figure 2: Une mutation pour 3 interventions

5 Les contraintes économiques et écologiques

Comme Michelle a mentionné dans son rapport, il y a 5 contraintes qu'il faut respecter :

1. La biomasse doit être supérieure à 30 m^3/ha .
2. La surface terrière à maintenir doit être supérieure à 10 m^2/ha .
3. La diversité structurelle, mesurée par le coefficient de Gini, doit se situer dans l'intervalle [0.25;0.75] .
4. Il doit y avoir au moins deux espèces, donc $nb\_esp > 2$.
5. Le taux de mortalité doit être inférieur ou égal à 0.25 .

Donc, on peut définir K comme suit :

$$K = \{x_i(t) = (D_i(t), cs_i(t))\, \forall i \in pop \text{ et } t \in T_{inv} \mid 1, 2, 3, 4, 5\}$$

6 Le noyau de viabilité

Puisque tous les paramètres sont définis, ce qui nous permet de travailler sur un problème de contrôle , il nous reste à définir le noyau de viabilité(ce qu'on cherche). Ce noyau définit l'ensemble des contrôles satisfaisants à partir de l'état initial x_0, noté $V_k(x_0)$:

$$V_k(x_0) = \{u(\cdot) \in U \mid x(0) = x_0 \text{ et pour tout } t,\, x(t+1) = f(x(t), u(t)) \in K\}$$

Par conséquent, nous aurons utiliser l'algorithme génétique qui définit l'ensemble des contrôles viables, c'est-à-dire ceux qui respectent les contraintes établies en incluant la composition objective comme un 4 contrôle pour faciliter la décision aux gestionnaires. ce qui nous permettra ensuite de maintenir la fourniture des services écosystémiques forestiers dans le futur.