1 Variables de Contrôle

1. $\theta_k \in \{5, 10, 15, 20\}$ est la période dans la k-ème intervention.
   Soit $T_{\text{inv}} = \left\{ \sum_{k=1}^{l} \theta_k \mid \forall l = 1, \ldots, \text{nb}_{\text{inv}} \right\}$ les années d'interventions tel que nb_{inv} = Nombre d'interventions.
   Donc pour $t \in T_{\text{inv}}$, on définit

2. $tp(t) \in V_1 = \{0, 0.5, 1\}$:le type d'éclairci.

3. $G_{\text{obj}\%}(t) \in V_2 = \{0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9\}$, la proportion de la surface restante après chaque intervention, et donc la surface terrière en m^2/ha est $G(t) \times G_{\text{obj}\%}(t)$.

4. $C_f(t) = \{C_{f1}(t), C_{f2}(t), \ldots, C_{f5}(t)\}$, les proportions cibles pour 5 espèces (5 au maximum).

Soit

$$L = \{0, 0.1, \ldots, 0.9, 1\} \quad \text{toutes les proportions possibles,}$$
$$L^5 = \{C_{f1}(t), \ldots, C_{f5}(t) \mid \forall i, C_{fi}(t) \in L\},$$

on définit donc $V_3 \subseteq L^5$,

$$V_3 = \{(C_{f1}(t), \ldots, C_{f5}(t)) \mid \sum_{i=1}^{5} C_{fi}(t) = 1\}$$

tel que $\text{card}(V_3) = 860$.

2 Le Contrôle

Soit $t_{\text{inv}} \in T_{\text{inv}}$, on définit la variable $v(t_{\text{inv}})$ par :

$$v(t_{\text{inv}}) = (tp(t_{\text{inv}}), G_{\text{obj}}(t_{\text{inv}}), C_f(t_{\text{inv}})) \in V,$$

tels que $V = V_1 \times V_2 \times V_3$ et $\text{card}(V) = 12900$.

On peut donc définir le contrôle comme ceci :

$$u : [0, T] \longrightarrow (\{5, 10, 15, 20\} \times V)^{\text{nb}_{\text{inv}}}$$

$$t \longrightarrow (\theta_k, v(t))_{k=1,\ldots,\text{nb}_{\text{inv}}}$$

Par exemple, si $\text{nb}_{\text{inv}} = 2$, pour $\theta_1 = 5$ et $\theta_2 = 5$, alors $u(t) = [(5, v(t_1)), (5, v(t_2))]$.

On conclut donc :

$$u(t) = \begin{cases} v(t) = (tp(t), G_{\text{obj}}(t), C_f(t)) & \text{pour } t \in T_{\text{inv}}, \\ \varnothing & \text{sinon.} \end{cases}$$

3 Intervention

Soit $C(t)$ l'ensemble des arbres coupés que l'on cherche, $\text{pop}_{\text{esp}}(t)$ l'ensemble des arbres de l'espèce esp et $C_{\text{esp}}(t)$ l'ensemble des arbres coupés de l'espèce esp.

1. Vérifier : $t \in T_{\text{inv}}$.

2. Vérifier : $G_{\text{obj}}(t) > 0$, $G_{\text{obj}}(t) \leq G(t)$ et $G_{\text{obj}}(t) = G(t) \times G_{\text{obj}\%}$.

3. Calculer le score $\alpha_i(t)$ pour chaque arbre $i \in \text{pop}(t)$ selon:

$$\alpha_i(t) = \begin{cases} \frac{1 + C_{\max}(t) - C_i(t)}{1 + C_{\max}(t) - C_{\min}(t)} & \text{si } t_p = 0, \\ \frac{1 + C_{\max}(t) + C_i(t)}{1 + C_{\max}(t) - C_{\min}(t)} & \text{si } t_p = 1, \\ P_{\text{uni}} & \text{si } t_p = 0.5 \end{cases}$$

4. Définir $\text{Tri}_{\text{esp}}(t)$ comme l'ensemble des arbres triés restants pour l'espèce esp :

$$\text{Tri}_{\text{esp}}(t) = \{i \in \text{pop}_{\text{esp}}(t) \setminus C_{\text{esp}}(t) \mid \forall (i,j) \in \text{pop}_{\text{esp}}(t) \setminus C_{\text{esp}}(t), \alpha_i(t) \leq \alpha_j(t)\}$$

   Soit k les indices des premiers arbres (identifiant selon les fichiers de Forceeps) triés pour chaque espèce $(k_1, k_2, k_3, k_4, k_5)$. Donc, on peut définir l'ensemble des proportions possibles durant la coupe comme ceci :

$$C^k_{\text{réel}} = \left\{ \left(\frac{G^k_1}{G(t)}, \dots, \frac{G^k_5}{G(t)} \right) \mid \forall \text{esp} \in \text{Esp}, G^k_{\text{esp}} = G_{\text{rest-esp}}(t) - G^k_a(t) \right\}$$

   où

$$G^k_a = \begin{cases} \text{surface de l'arbre } k & \text{si } k \in \text{Tri}_{\text{esp}}, \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases}$$

   et

$$G_{\text{rest-esp}}(t) = G_{0\text{esp}}(t) - \sum_{i \in C_{\text{esp}}(t)} G_i.$$

   Où $G_{0_{\text{esp}}}(t)$ est la surface forestière initiale de l'espèce esp. On choisit donc l'espèce dont l'arbre coupé minimise la différence entre la composition réelle et la composition qu'on souhaite atteindre. Ainsi, on peut écrire :

$$k = \underset{k \in \{k_1,k_2,k_3,k_4,k_5\} \setminus C(t)}{\text{argmin}} \left\| C^k_{\text{réel}}(t) - C_f(t) \right\|,$$

   .

5. La surface terrière coupée durant l'intervention, $G_{\text{coupée}}$, doit satisfaire $G_{\text{coupée}} \leq G(t) - G_{\text{obj}}(t)$. On s'arrête si et seulement si $\exists j \in C(t)$ tel que $\sum_{i \in C(t) \setminus \{j\}} G_i(t) > G(t) - G_{\text{obj}}(t)$.

donc l'ensemble des arbres coupées est défini comme:

$$C(t) = \begin{cases} \{i \in \text{pop} \mid i \text{ satisfait } 5, 4\} & \text{si } t \in T_{\text{inv}}, \text{ et } 1, 2 \\ \varnothing & \text{sinon.} \end{cases}$$