

« محاضرة ! حساب »

« مشتقة عكسية »

$$\frac{dg(x)}{dx} = f(x)$$

$$f(x) = 3x^2 \Rightarrow g(x) = x^3 + C$$

* مشتقات عكسية

للدالة $f(x)$

$$f(x) = 3x^2 \Rightarrow \begin{cases} g_1(x) = x^3 + 5 \\ g_2(x) = x^3 - 4 \\ g_3(x) = x^3 + \pi^2 \end{cases}$$

* تجنباً للخطأ نضع ثابت "C" integration

$$\Rightarrow \frac{d}{dx} f(x) \pm g(x) = \frac{d[f(x)]}{dx} + \frac{d[g(x)]}{dx}$$

$$\Rightarrow \frac{dcf(x)}{dx} = c \frac{dF(x)}{dx}$$

$$\Rightarrow \int cF(x) dx = c \int F(x) dx \Rightarrow \int c dx = c \int dx = cx + c$$

$$\Rightarrow \int_a^b F(x) dx \Rightarrow \text{بالنسبة لـ } dx \text{ علامة التكامل} \int \text{حدود التكامل } a/b$$

الطريقة القياسية للحدود:

$$[x^n] \xrightarrow{\text{مشتقة}} nx^{n-1}$$

$$\int x^n dx \xrightarrow{\text{تكامل}} \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$$

$$\int nx^{n-1} dx \Rightarrow n \int x^{n-1} dx \Rightarrow n \frac{x^n}{n} + c \Rightarrow x^n + c$$

حاصل ضرب دالتين:

$$\int f(x) \cdot f'(x) dx = \frac{f^2(x)}{2} + c$$

$$\int f(x)^n \cdot f'(x) dx = \frac{f(x)^{n+1}}{n+1} + c$$

حامل قسمة دالتين:

$$\Rightarrow \int \frac{g(x)}{f(x)} dx = \ln |f(x)| + C \quad * \text{ إذا كان البسط مشتقة المقام}$$

$$g(x) = f'(x)$$

< ملاحظة > لا يوجد لو غارتيم للبسط السالب عشان كذا حطينا اء معيار

$$\Rightarrow \frac{d\sqrt{f(x)}}{dx} \Rightarrow \sqrt{f(x)} \frac{d}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{f(x)}} \cdot f'(x)$$

$$\Rightarrow \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}} dx = 2\sqrt{f(x)} + C \quad * \text{ البسط مشتقة الجذر التربيعي}$$

$$\Rightarrow \int \frac{f'(x)}{\sqrt[n]{f(x)}} dx = \int \frac{f'(x)}{f(x)^{\frac{1}{n}}} dx = \int f(x)^{(\frac{1}{n}-1)} \cdot f'(x) dx = \frac{f(x)^{(\frac{1}{n}+1)}}{\frac{1}{n}+1} + C$$

الدالة الأسية:

$$e^x = e^x \leftrightarrow \text{في التفاضل}$$

$$\bullet e^{f(x)} = f(x) \cdot e^{f(x)}$$

$$\bullet \int f'(x) e^{f(x)} = e^{f(x)} + C$$

$$\bullet \sin(f(x)) = \int f'(x) \cos f(x) = \sin f(x) + C$$

$$\bullet f(x) = y = \cos(3x) \Rightarrow \frac{1}{3} \int 3 \cos(3x) dx = \frac{1}{3} \sin(3x) + C$$

$$\bullet \int \cos(ax) dx = \frac{\sin ax}{a} + C$$

أمثلة:

$$\Rightarrow \int (x+1)(x-2) dx = \int (x^2 - x - 2) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x + C$$

$$\Rightarrow \int \frac{x^3 - 2x + 3}{x^3} dx = \int dx - 2 \int \frac{1}{x^2} dx + 3 \int \frac{dx}{x^3} = x - 2\left(\frac{x^{-1}}{-1}\right) + 3\left(\frac{x^{-2}}{-2}\right) + C$$

$$= x + 2x^{-1} - \frac{3}{2}x^{-2} + C$$

$$\Rightarrow \int (2x^3 + 5\sqrt{x}) dx = 2 \frac{x^4}{4} + 5 \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C$$

$$\Rightarrow \int \tan x dx = -\int \frac{-\sin x}{\cos x} dx = -\ln |\cos x| + C = \ln \frac{1}{\cos x} + C$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \int 2t \tan t^2 \sec t^2 dt = \frac{1}{2} \sec t^2 + C$$

$$\Rightarrow \int \cos^2 x dx = \frac{1}{2} \int (1 + \cos 2x) dx = \frac{1}{2} x + \frac{\sin 2x}{4} + C$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int \tan^3 x dx &= \int \tan^2 x \cdot \tan x dx = \int (\sec^2 x - 1) \tan x dx \\ &= \int \sec^2 x \tan x dx - \int \tan x dx \\ &= \frac{\tan^2 x}{2} + \ln |\cos x| + C \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \int \sec x dx \quad \text{بالضرب بسطاً ومقاماً في } \sec x + \tan x$$

$$= \int \frac{\sec x (\sec x + \tan x)}{\sec x + \tan x} dx = \ln |\sec x + \tan x| + C$$

$$\Rightarrow \int \frac{\cos x}{\cos x + \sin x} dx =$$

$$\Rightarrow \int \frac{\sin x}{\cos x + \sin x} dx =$$

الواجب: