ملحوظة هامة: لو عندك مستقيمان L_1, L_2

* iF $L_1 // L_2$

are aParellel ← متوازيان

ميل الخط الأول ← $\therefore m_1 = m_2$ → هنا ميل الخط الثاني

ملحوظة هامة:

iF $L_1 \perp L_2$

Perpecdiculr^2 ← متعامدان

ضرب الميلان يساوي -1 ← $m_1 \cdot m_2 = -1$

الصور المختلفة لمعادلة الخط المستقيم ←

الصورة الأولى ← معادلة الخط المستقيم الذي يمر بنقطتين

"Passing through"

"Two Points"

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

الصورة الثانية ← معادلة الخط المستقيم بدلالة الميل ونقطة

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = m$$

Chapter 1

1 **Straight Line**

المحاضرة الأولى

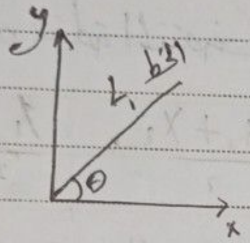
معادلة من الدرجة الأولى

- الصورة العامة لمعادلة الخط المستقيم

$$Ax + by + c = \text{zero}$$

(gradient) or (slope) ← ميل الخط المستقيم "m"

طرق إيجاد الميل



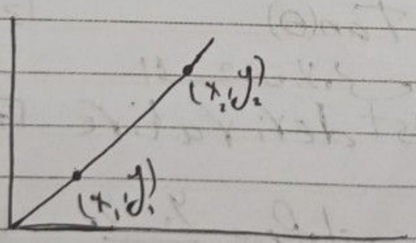
$$\rightarrow \quad m = \tan\theta$$

أو

معادلة ← $m = \dfrac{-\text{معامل } x}{\text{معامل } y}$

$$m = \frac{-A}{b}$$

أو إذا كانت المستقيم يمر بالنقطتين (x_2, y_2) , (x_1, y_1)



$$m = \frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}}$$

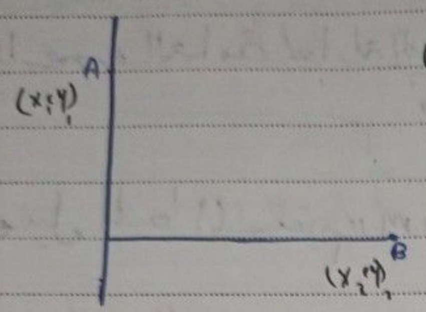
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Normal Form $= x\cos\theta + y\sin\theta - c = 0$

أساسيات

Date ..../..../.... No ....

1 قانون البعد بين نقطتين



البعد بين النقطتين (A)، (B) ← $(\overline{AB})$

$$= \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2}$$

2 قانون نقطة المنتصف

$$C = \left(\frac{X_1 + X_2}{2} , \frac{Y_1 + Y_2}{2}\right)$$

3 قانون متوسطات المثلث

$$\left(\frac{X_1 + X_2 + X_3}{3} , \frac{Y_1 + Y_2 + Y_3}{3}\right)$$

4 الميل slopes

1) $AX + BY + C = \text{Zero} \longrightarrow \text{slope} = \frac{-A}{B}$

الجزء المقطوع من محور ص

2) $y = mX + C \longrightarrow \text{slope} = m$

الميل

3) $\theta^\circ \longrightarrow \text{slope} = \tan(\theta)$

المشتقة الأولى

4) slope = First derivative

5) $A = (X_1 , Y_1) , B = (X_2 , Y_2) \longrightarrow \text{slope} = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$

نقطة أولى — نقطة ثانية

* شروط التوازي مستقيمات ← $m_1 = m_2$ / $m_1 = m_2$

ميل أول — ميل ثاني

* شروط تعامد " ← $m_1 = \frac{-1}{m_2}$ / $m_1 \times m_2 = -1$

* أي مستقيم أفقي ميله = صفر لانه يوازي محور السينات

الرأسي " " " " = غير معرف

سؤال حلو

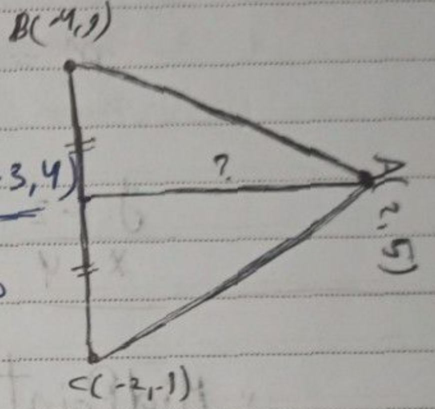
Date ..../..../.... No ....

ex: Find the equation of the medians of the medians of the triangle ABC whose vertices are $A(2,5)$, $B(-4,9)$, $C(-2,-1)$ through A

متوسطات ، مثلث ، رؤوس المثلث

Solution

* عاوز معادلة الخط المنصف



First Find the $M = \left(\left(\frac{-4-2}{2}\right), \left(\frac{9-1}{2}\right)\right) = (-3,4)$

من الطريقة الأولى ايجاد المعادلة

$$\frac{y-5}{x-2} = \frac{4-5}{-3-2}$$

$$= \frac{y-5}{x-2} = \frac{1}{5}$$

** المسافة بين نقطتين والبعد Distance between Two Points

A (x_1, y_1) —————— (x_2, y_2)

Distance between two Points (A, B)

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

Date .... No .... (4)

ex₂ Find the equation of straight line passing through the point (4, 2) and parallel to the line $x - 4y + 1 = 0$

يوازي

Solution

بما ان الخط يوازي $x - 4y + 1 = 0$ فإن الميل بنفس قيمة

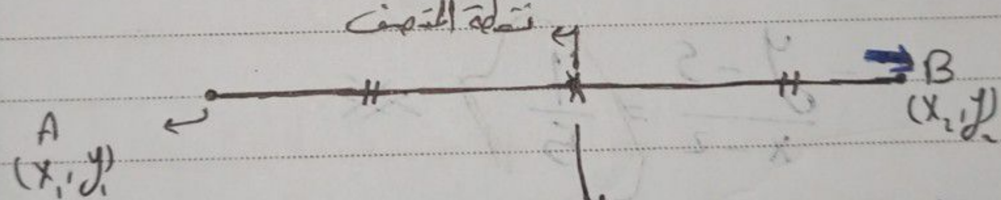
$$m = \frac{\text{معامل } x}{\text{معامل } y} = \frac{-1}{-4} = \frac{1}{4}$$

* باستخدام الطريقة التالية

: معادلة الخط المستقيم

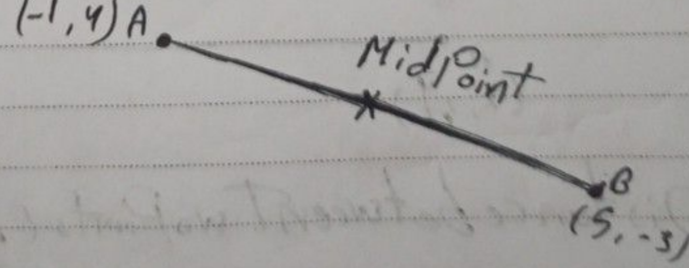
$$\frac{y - 2}{x - 4} = \frac{1}{4}$$

* Midpoint of a line segment → احداثيات نقطة المنتصف



$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

ex₁



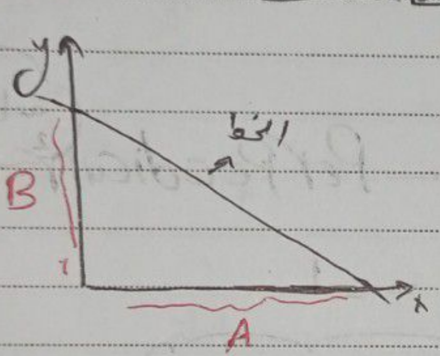
$$M = \left(\frac{-1 + 5}{2}, \frac{4 + 3}{2}\right) = \left(2, \frac{1}{2}\right)$$

الصورة الثالثة ← معادلة الخط بمعلومية الأجزاء المقطوعة من المحاور

"intercept Form"

$$\frac{x}{A}+\frac{y}{B}=1$$

* هذا الخط يقطع جزء طوله A من محور السينات وجزء طوله B من محور الصادات



الصورة الرابعة ← معادلة الخط بدلالة الميل والجزء المقطوع من محور الصادات

"slope - intercept From"

ثابت

$$y = mx + C$$

"slope" الميل ← m ; C ↳ y-intercept

الجزء المقطوع من y

ex, 5 Find the equation of straight line passing through point (2,4), (-3,1)

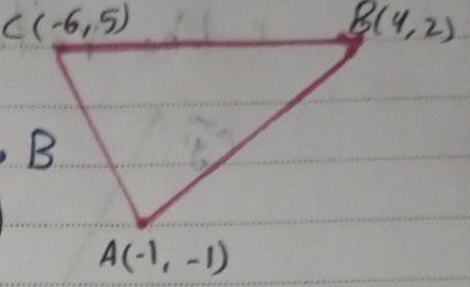
Solution ~~equation~~ — استخدام الطريقة الأولى

$$\therefore \text{the equation} = \frac{y-4}{x-2} = \frac{-3}{-5}$$

$$\therefore \frac{y-4}{x-2} = \frac{3}{5}$$

Date ....../....../...... No ....

ترجمة السؤال :- اوجد صورة كل رأس من رؤوس المثلث ABC وذلك بعد نقل المحاور موازية لوضعها الأصلي إلى نقطة التقاء متوسطات المثلث



* نقطة التقاء المتوسطات المثلث

α مع م B

$= \left(\frac{-1+4-6}{3}, \frac{-1+2+5}{3}\right) = (-1, 2)$

~~X=x~~

معادلات الانتقال

$$\boxed{\begin{array}{ll} x = x' - 1 & \therefore x' = x+1 \\ y = y' + 2 & \therefore y' = y - 2 \end{array}}$$

$A = (-1, -1) \longrightarrow A' = (-1+1, -1-2) = (0, -3)$

$B = (4, 2) \longrightarrow B' = (5, 0)$

$C = (-6, 5) \longrightarrow C' = (-5, 3)$

Date ....../....../...... No ....

ex. Find the image of the Fonction

$$F(x,y) = x^2 + 2xy + 3y^2 + x - y + 1 = 0$$

after transfer the axes Parallel to the original place at the Point $(-4, 1)$

ترجمة السؤال :-
أوجد المعادلة بعد نقل المحاور موازية لوضعها الأصلي إلى النقطة $(-4,1)$

Solution $(\alpha, \beta) = (-4, 1)$

$x = x' + -4$ ← من المعادلات الانتقال

$y = y' + 1$

بالتعويض ب x و y من المعادلات الانتقال في المعادلة F الأصلية

$$F = (x' - 4)^2 + 2(x' - 4)(y' + 1) + 3(y' + 1)^2 +$$
$$(x' - 4) - (y' + 1) + 1 = 0$$

تفكيك الأقواس للتبسيط المعادلة

---

ex₂ Find the image of each ~~vector~~ vertex of the triagle $\triangle ABC$ where

$A(-1, -1)$, $B(4, 2)$, $C(-6, 5)$

after the transfar of axes parallel to the ~~ora~~ original Place them at the Mediterranean Center For the triangle

Axis transformation

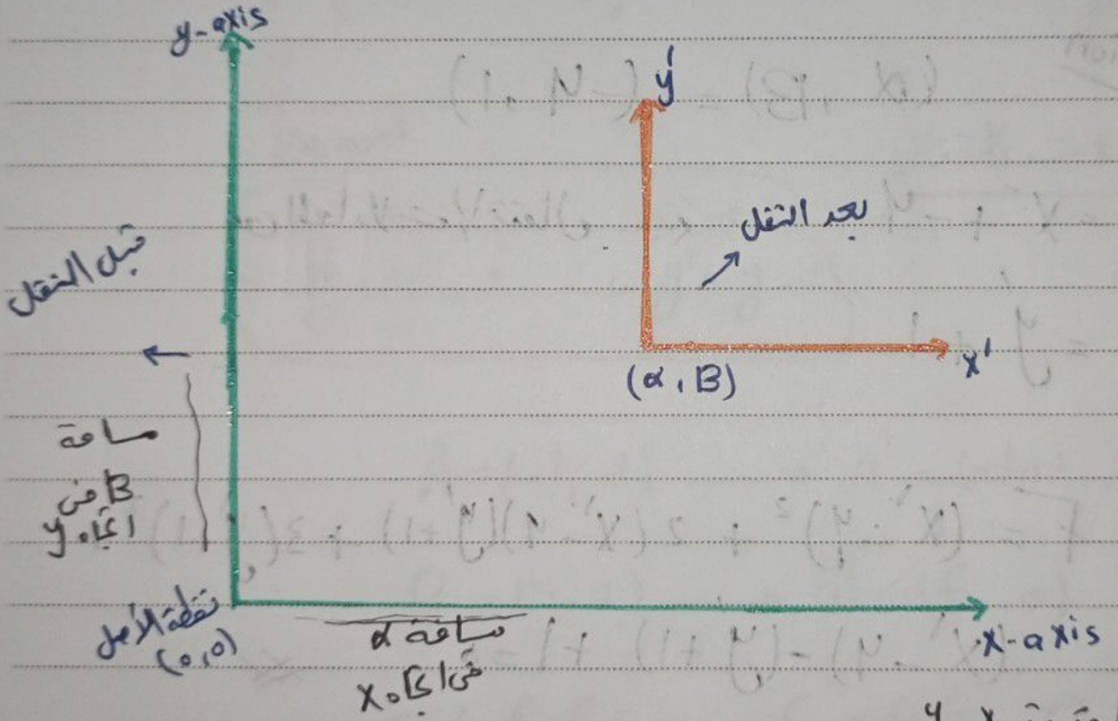
Date / / No

Chapter 2

تغيير محاور الإحداثيات change Coardinate axes

I "Moving" ← نقل

أولاً: نقل محاور الإحداثيات موازية لوضعها الأصلي الى نقطة أصل جديدة. "Transfer the Coardinate axes Parallel موازية to original it"



* المحاور القديمة x, y
* المحاور الجديدة x', y'

$$\left\{\begin{aligned} y &= y' + B \\ x &= x' + \alpha \end{aligned}\right.$$

⟸ معادلات الانتقال.

ثالثاً: نقل المحاور إلى نقطة أصل جديدة (α, B) مع دورانه بزاوية θ

$$x = x'\cos\theta - y'\sin\theta + \alpha$$

$$y = y'\cos\theta + x'\sin\theta + B$$

المعادلات المستخدمة في هذه الحالة

ex if we move the origin to the point $(-1, 2)$ then we rotate the coordinate axes by an angle $45°$ Find the new coordinat of the point $(+1, 3)$ Find the image of the equation

$$4x^2 + y^2 + 8x - 4y + 7 = 0$$

Solution

معادلات انتقال ونقل المحاور

$$x = x'\cos\theta - y'\sin\theta + \alpha$$

$$y = y'\cos\theta - x'\sin\theta + B$$

حيث $\alpha \leftarrow (-1, 2) \rightarrow B$

$\theta = 45$

بالتعويض بهذا القيم معادلات النقل والدوران

$$x = \frac{x'}{\sqrt{2}} - \frac{y'}{\sqrt{2}} - 1$$

$$y = \frac{y'}{\sqrt{2}} + \frac{x'}{\sqrt{2}} + 2$$

the image of equation =

$$4\left(\frac{x'}{\sqrt{2}} - \frac{y'}{\sqrt{2}} - 1\right)^2 + \left(\frac{y'}{\sqrt{2}} + \frac{x'}{\sqrt{2}} + 2\right)^2 + 8\left(\frac{x'}{\sqrt{2}} - \frac{y'}{\sqrt{2}} - 1\right) - 4\left(\frac{y'}{\sqrt{2}} + \frac{x'}{\sqrt{2}} + 2\right) + 7 = 0$$

Date....../....../......No ....

Solution

$y = x'$ and $x = -y'$: عند دوران المحاور بزاوية 90°

نشيل كل x ونعوض بقيمتها و كل y ونعوض بقيمتها في المعادلة

$$(-y')^2 + -4(-y')(x') + (x')^2 = 0$$

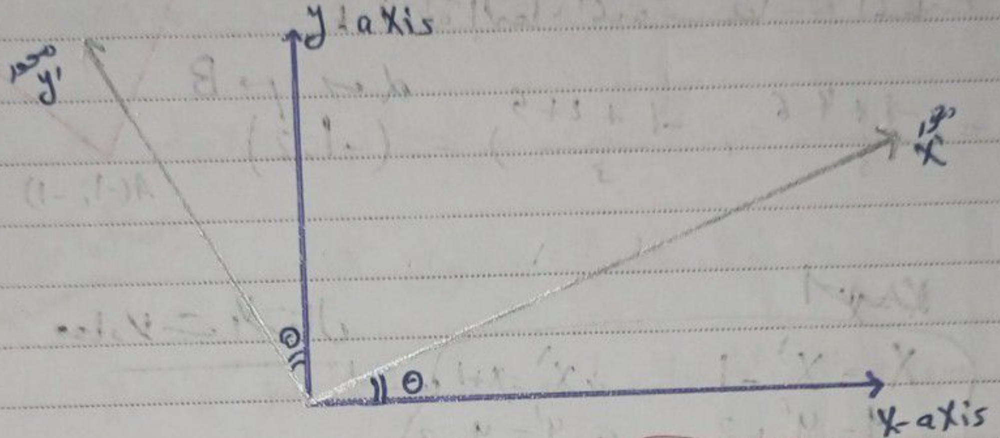
$$y'^2 + 4y'x' + x'^2 = 0$$ *

12 "Rotation"

دوران محاور الإحداثيات

ثانيًا :- دوران المحاور بزاوية قدرها θ في اتجاه ضد عقارب الساعة

"the rotation of axis about the origin point"



معادلات الدوران

$$x = x'\cos\theta - y'\sin\theta$$

$$y = y'\cos\theta + x'\sin\theta$$

أو

معادلات الدوران العكسية

$$x' = x\cos\theta + y\sin\theta$$

$$y' = y\cos\theta - x\sin\theta$$

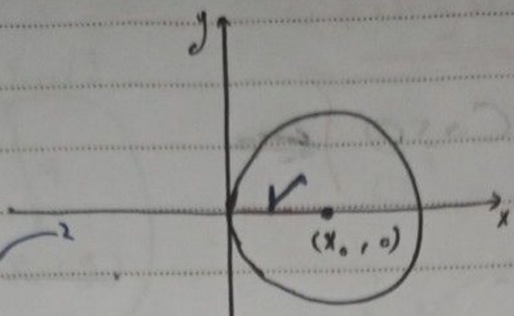
ex Find the image of the equations by rotate insert front each equation

ترجمة السؤال :- اوجد شكل المعادلات التالية بعد دوران المحاور بزاوية

$$x^2 - 4xy + y^2 = 0 \quad , \quad \theta = \frac{\pi}{2}$$

$\Rightarrow$

دائرة عبر نقطة الأصل
والمركز على المستقيم



$r = x_0$

$\therefore (x + x_0)^2 + y^2 = r^2$

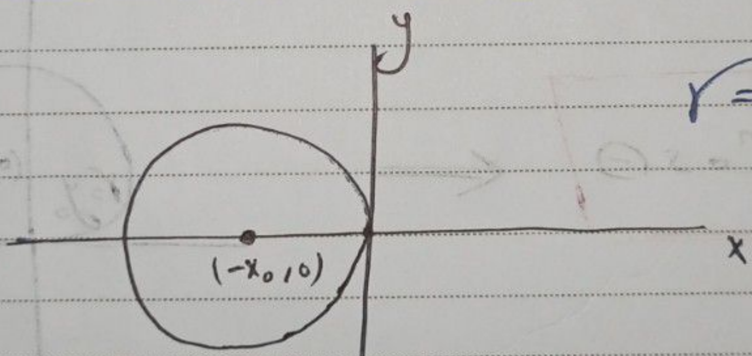
$\therefore x^2 + x_0^2 + 2 x x_0 + y^2 = r^2$

$x^2 + y^2 = \cancel{r^2} \cancel{+ - x_0^2} + 2 x x_0$

$x^2 + y^2 = 2 x x_0$

$r^{\cancel{2}} = 2 \cancel{r} \cos\theta \, x_0$

$r = 2 x_0 \cos\theta$



$r = -x_0$

$(x + x_0)^2 + y^2 = r^2$

$x^2 + x_0^2 + 2 x x_0 + y^2 = r^2$

$x^2 + y^2 = r^2 - x x_0 - x_0^2$

$r^2 = r^2 - x x_0 - x_0^2$

$r^2 = - \cancel{2 x_0 x_0} - 2x x_0 - \cancel{x_0^2}$

$r^2 = 2 x x_0$

$r^{\cancel{2}} = -\cancel{r} 2 \cos\theta \, x_0$

$r = -2 \cos\theta \, x_0$

Date ...../...../..... No ....

$$xx_1 + yy_1 + L(x+x_1) + K(y-y_1) + c = 0$$ ← معادلة المماس للدائرة Equation of tangent

ex Find the equation of tangent to the circle

$$x^2+y^2-2x+4y-13=0 \quad \text{at point } (2,3)$$

Solution

$(x_1, y_1) = (2,3)$, $c=-13$, $k=\frac{4}{2}=2$

$L=-1$

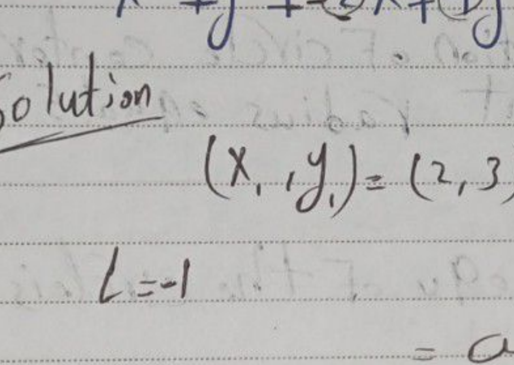
معادلة المماس =:

$$2x+3y-(x-2)+(6-2y)+13=0$$

(x,y) ← Cartesian coordinate ← الاحداثي الكارتيزي

(r,θ) ← Polar coordinate ← الاحداثي القطبي

الصورة القطبية للدائرة
Polar Form of circle



$\cos\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$

$x = r\cos\theta$

$y = r\sin\theta$

من المعادلتين

$$x^2+y^2=r^2\cos^2\theta+r^2\sin^2\theta$$

$$x^2+y^2=r^2$$

$$r=\sqrt{x^2+y^2}$$

$$\frac{y}{\ }=\tan\theta$$

Circle Chapter 3

Date ..../..../.... No ....

تعريف: هي المحل الهندسي لنقطة تتحرك في المستوى بحيث يكون بعدها عن النقطة ثابتة (مركزها) هو مقدار ثابت (نصف القطر)
Radius center

مركزها (x_0, y_0) ، ونصف قطرها r

$$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2$$

معادلة الدائرة الشكل الأول

<u>ex</u> Find the equation of circle center at the origin point radius equal 5

<u>Solution</u>

∴ the equ of the circle is

$$x^2+y^2=25$$

$$x^2+y^2+2Lx+2ky+c=0$$

معادلة الدائرة الشكل الثاني "الصورة العامة" General Form

حيث c, k, L ثابت

المركز Center $= (-L, -k)$

نصف القطر Redius $= \sqrt{L^2+k^2-c}$

<u>ex</u> Find center and redius of the circle

$$x^2+y^2-2x+4y+2=0$$

<u>Solution</u>

$x^2+y^2+2Lx+2ky+c=0$ بالمقارنة مع الصورة العامة

$c=2$, $2L=-2$ $\boxed{\therefore L=-1}$, $2K=4$ ∴ $\boxed{K=2}$

Center $= (+1, -2)$

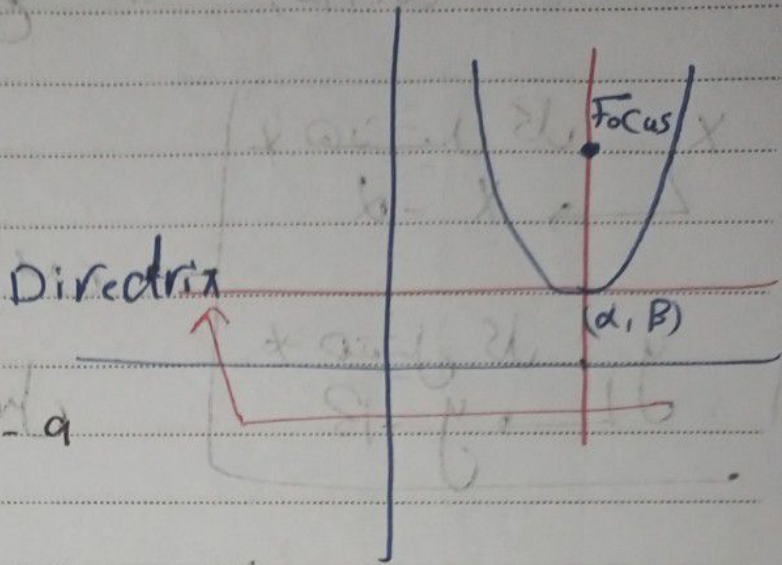
Redius $= \sqrt{1+4+-2} = \sqrt{3}$ ✗

Date ..... / / ..... No .....

$(X-\alpha)^2 = 4a(y-\beta)$

Focus $\rightarrow (\alpha, \beta + a)$

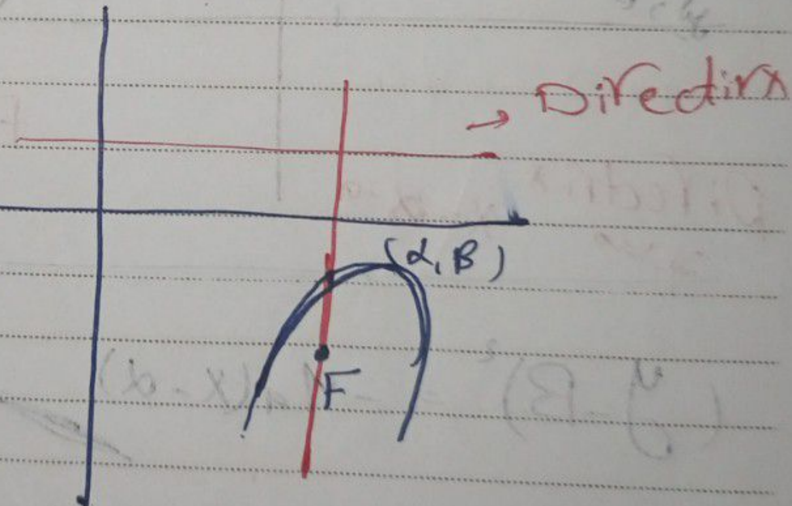
Directrix $\rightarrow$ $y = \beta - a$



$(X-\alpha)^2 = -4a(y-\beta)$

Focus $\rightarrow (\alpha, \beta - a)$

Directrix $\rightarrow$ $y = \beta + a$



Date / / No

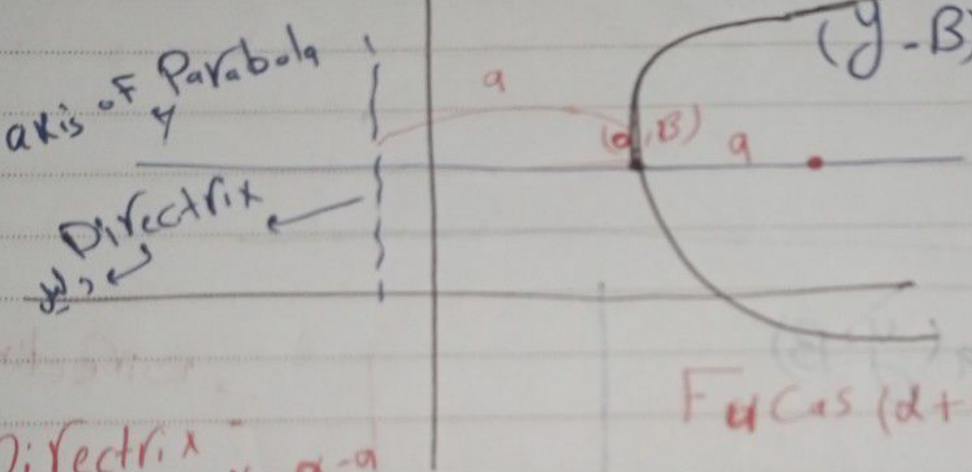
حالة ثانية اذا كانت رأس القطع نقطة $(\alpha.\beta)$

* هنستبدل كل x $\longrightarrow x-\alpha$
* هنستبدل كل y $\longrightarrow y-\beta$

$\longrightarrow$ من الحالات الرأس نقطة الأصل $(0,0)$

$$(y-\beta)^2 = 4a(x-\alpha)$$

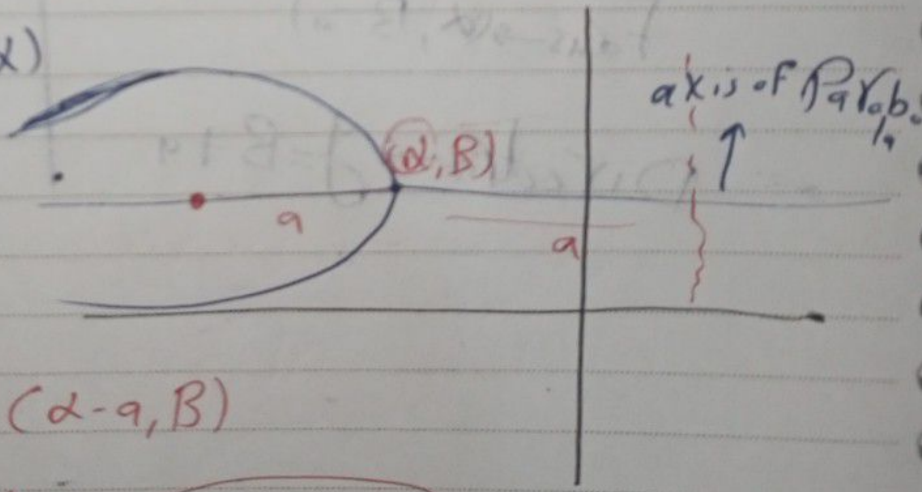
لـ موجب x



Focus $(\alpha+a,\beta)$

Directrix معادلة $x=\alpha-a$

$$(y-\beta)^2 = -4a(x-\alpha)$$



البؤرة Focus $(\alpha-a,\beta)$

equation Directrix $= x=\alpha+a$