

Chapter 1

Equation of Lines in 3D

الفرق بين عادة الترم الأول (هندسة التحليل 1) وعادة الترم الثاني (هندسة التحليل 2) هو:

- الترم الأول: إسمها هندسة مستوية (2d) يتعامل مع x, y فقط
- الترم الثاني: إسمها هندسة فراغية (3d) يتعامل مع x, y, z

⊕ The Equation of The straight line in the space:

⊕ \overline{AB} , \underline{AB} , \overrightarrow{AB} ⇒ (vector) يستخدموا للتعبير عن متجه

⊕ $\overrightarrow{AB} = B - A$

⊕ The vector form:

→ Position vector (متجه الموضع)
 $\underline{r} = r_0 + (t)d$ → direction (الاتجاه)

⊕ Symbol of fixed (أي نقطة موجودة)

على نفس الخط

(وهو للثابت)

⊕ تحديد موقع نقطة في الفراغ

⊕ Look:

$$\underline{r} = x \underline{i} + y \underline{j} + z \underline{k}$$

⊕ Example (1):

Give The vector equation of The line Through The Point $(3, 7, -7)$ with direction vector $(0, -5, 7)$.

→ Solution:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} &= B - A = (0, -5, 7) - (3, 7, -7) \\ &= (-3, -12, 14) \Rightarrow \text{direction } (d) \end{aligned}$$

The vector equation is $\underline{r} = r_0 + (t)d \Rightarrow \underline{r} = (3, 7, -7) + (t)(-3, -12, 14)$

$$\therefore \underline{r} = (3-3t, 7-12t, -7+14t)$$

$$\therefore (x, y, z) = (3-3t, 7+12t, -7+14t)$$

\therefore The Cartesian equations are:

(1) $x = 3-3t$

(2) $y = 7+12t$

(3) $z = -7+14t$

⊗ example (2):

Find the direction vector of the straight line passing through $A = (1, -2, 7)$ and $B = (4, -6, 3)$

⊗ solution:

$$\begin{aligned} \text{direction} \Rightarrow \vec{AB} &= B - A = (4, -6, 3) - (1, -2, 7) \\ &= (3, -4, -4) \end{aligned}$$

~~⊗ The vector equation is:~~ $\vec{r} = \vec{r}_0 + (t)d$

$$\therefore (x, y, z) = (1, -2, 7) + (t)(3, -4, -4)$$

\therefore The Cartesian equations are:

(1) $x = 1+3t$

(2) $y = -2-4t$

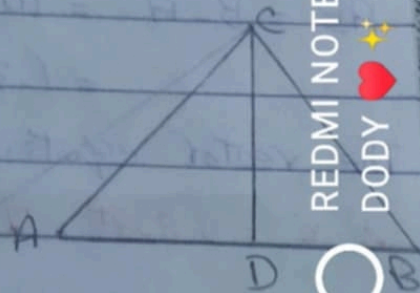
(3) $z = 7-4t$

⊗ example (3):

The points $A = (-8, -9, -2)$, $B = (0, -7, 6)$ and $C = (-8, -1, -4)$ form a triangle. determine in vector form, the equation of the median drawn from C.

⊗ solution:

$$m_{(A,B)} = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}, \frac{z_1+z_2}{2} \right) \Rightarrow \text{midpoint}$$



$$m_{(A,B)} = \left(\frac{-8+0}{2}, \frac{-9-7}{2}, \frac{-2-6}{2} \right) = (-4, -8, -4)$$

$$\therefore \vec{DC} = C - D = (-8, 1, 4) - (-4, -8, -4) \\ = (-4, 9, 8) \Rightarrow (\text{direction})$$

\therefore The vector form is:-

$$r = r_0 + (t) d$$

$$(x, y, z) = (-8, -1, -4) + (t)(-4, 9, 8)$$

\therefore The ~~Cartesian~~ parametric equations are:-

$$(1) x = -8 - 4t$$

$$(2) y = -1 + 9t$$

$$(3) z = -4 + 8t$$

$$\Rightarrow t = \frac{x - x_0}{a_1} = \frac{y - y_0}{a_2} = \frac{z - z_0}{a_3}$$

⊕ Look \rightarrow عند تساوي t_1, t_2 حيث t تعبر عن النسبة في المعادلة (1) و t تعبر عن نفس النسبة في المعادلة (2) يكون الخط المستقيم متوازيًا في الفراغ.

⊕ Look:-

نحتاج أي عشان نكتب معادلة خط مستقيم في الفراغ ؟
 ① نقطتين يمروا بالمستقيم وكل نقطة تحتوى على ثلاث مركبات
 ② نقطة واحدة تمر بالمستقيم وتكون معلومة الاتجاه (direction)

(1) Give The Cartesian equation of The Line $\vec{r} = (-3, 2, -2) + t(4, 2, 4)$

(2) Find The Cartesian Form of The equation of The straight Line Passing Through The Points $(-7, 3, -7)$ and $(-3, -10, 4)$.