$P(X \geq 1) = 1 - P(X=0) = 1 - (1-p)^3 \approx 0,99$

$E(X) = np = \frac{3\pi}{4} \approx 2,36$.

<u>Ex 13</u> :

$P(X=n) = \frac{1}{n(n+1)}$

a/ $P(X=n) \geq 0$, $\forall n \geq 1$ (Positivité

1/ ~~b~~/ $\sum_{n \geq 1} P(X=n) = \sum_{n\geq 1} \frac{1}{n(n+1)} =$

On peut écrire $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ (Décomposition en éléments simples)

$\sum_{n\geq 1}^{1} \frac{1}{n(n+1)} = \sum_{n \geq 1} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$

$= \lim_{k \to +\infty} \sum_{n=1}^{k} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$

$= \lim_{k \to +\infty} \left[\left(1 - \cancel{\frac{1}{2}}\right) + \left(\cancel{\frac{1}{2}} - \frac{1}{3}\right) + \dots + \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}\right)\right]$

$= \lim_{k \to +\infty} \left(1 - \frac{1}{k+1}\right) \xrightarrow[k \to +\infty]{} 1$

donc $\sum_{n \geq 1} P(X=n) = 1$

2/ $E(X) = \sum_{n=1}^{+\infty} n P(X=n) = \sum_{n=1}^{+\infty} n \frac{1}{n(n+1)} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+1} = \sum_{k=2}^{+\infty} \frac{1}{k}$

est une série harmonique donc divergente.

$E(X) = +\infty$

Variance n'est pas définie car $E(X) = +\infty$

$E(X^2) = \sum_{n \geq 1} n^2 P(X=n) = \sum n^2 \left(\frac{1}{n(n+1)}\right) = \sum_{n \geq 1} \left(\frac{n}{n+1}\right)$

$= \sum_{n \geq 1} \left(1 - \frac{1}{n+1}\right) \xrightarrow[n \to +\infty]{} 1$

$V(X) = +\infty$ donc diverge