Elettronica Digitale

4: Il condensatore

Alessandro Chini
alessandro.chini@unimore.it

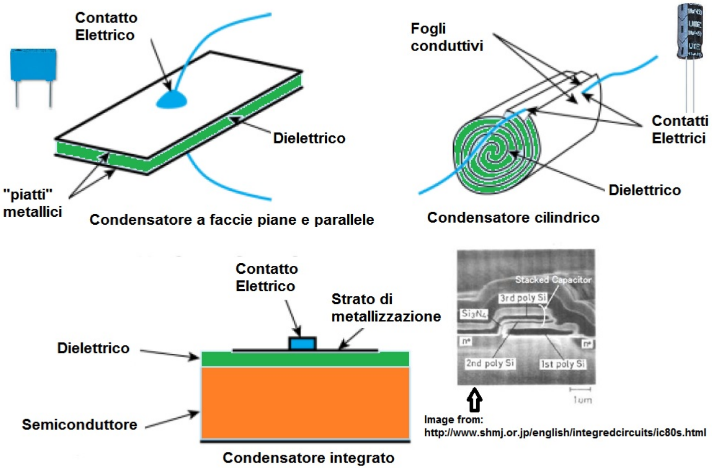
“Enzo Ferrari” Engineering Department
University of Modena and Reggio Emilia

2018-2019

- Abbiamo già visto in precedenza come una corrente elettrica rappresenti un flusso di cariche
- Vedremo come il dispositivo chiamato condensatore sia in grado di accumulare carica elettrica al suo interno e di conseguenza accumulare energia elettrica
- I condensatori sono spesso utilizzati in presenza di correnti/tensioni alternate, o più in generale nel caso in cui correnti/tensioni non siano costanti nel tempo
- I condensatori sono un elemento fondamentale per il corretto funzionamento di praticamente qualsiasi circuito elettronico

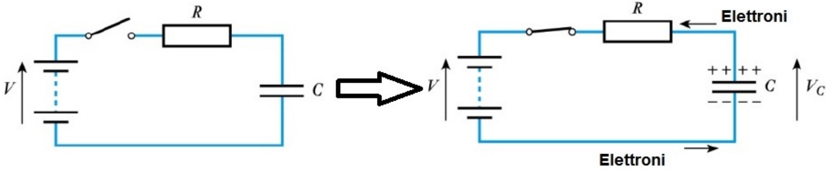
Il condensatore e la capacità

Un condensatore è tipicamente realizzato utilizzando due superfici di materiale conduttore separate fra loro da uno strato di isolamento chiamato anche dielettrico.



Un semplice circuito con condensatore

Analisi qualitativa



- Quando l'interruttore viene chiuso, gli elettroni fluiscono dalla faccia superiore del condensatore verso il polo positivo del generatore di tensione, e dal polo negativo del generatore di tensione verso la faccia inferiore del condensatore.
- Si crea quindi un accumulo di carica positiva sulla faccia superiore (elettroni che se ne sono andati) ed un accumulo di carica negativa sulla faccia inferiore (elettroni che sono arrivati)
- La presenza di questa carica induce un campo elettrico all'interno del condensatore e di conseguenza anche una caduta di potenziale ai suoi capi

- Dato un condensatore, la carica Q in esso immagazzinata è direttamente proporzionale alla tensione V presente ai suoi capi.
- La costante di proporzionalità fra carica e tensione è definita come la capacità C del condensatore. In particolare si ha che:

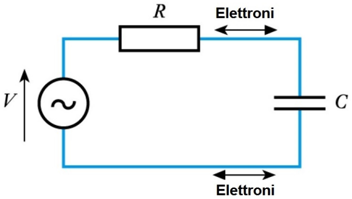
$$Q = C * V$$

- L'unità di misura della capacità è il Farad $[F]$.

Esempio: quanto vale la carica immagazzinata in un condensatore di capacità $100nF$ ai capi del quale è presente una tensione di $10V$?

$$Q = C * V = 100nF * 10V = 1000nC = 1000 * 10^{-9}C = 1 * 10^{-6}C = 1\mu C$$

Una corrente costante non può scorrere per un tempo indefinito all'interno di un condensatore. Questo porterebbe ad un continuo immagazzinamento di carica nel condensatore ovvero $Q \to +\infty$ e di conseguenza anche $V \to +\infty$ il che in pratica non può succedere.



Tuttavia, poichè la tensione su un condensatore è proporzionale alla carica, una tensione alternata deve corrispondere a una carica alternata e quindi alla corrente che scorre dentro e fuori dal condensatore.

Questa condizione può dare la impressione che ci sia un flusso di corrente alternato che attraversa il condensatore.

Il condensatore

Dipendenza della capacità dalle caratteristiche geometriche

La capacità C di un condensatore è direttamente proporzionale all'area delle facce piane (armature) che lo compongono, e inversamente proporzionale alla distanza d fra le armature. Si ha di conseguenza che:

$$C \propto \frac{A}{d}$$

La costante di proporzionalità e chiamata permettività ε del dielettrico. Spesso la permettività è espressa come il prodotto di due termini: la permettività assoluta ε_0, che corrisponde alla permettività del vuoto il cui valore è circa di $8.85 pF/m$, e la permettività relativa ε_r del materiale dielettrico utilizzato, definita come il rapporto fra la permettività del materiale e quella del vuoto.
La capacità C di un condensatore a facce piane e parallele può quindi essere calcolata come:

$$C = \frac{\varepsilon * A}{d} = \frac{\varepsilon_0 * \varepsilon_r * A}{d}$$

Capacità parassite

Non sempre la capacità presente all'interno di un circuito è dovuta esclusivamente alla presenza di un condensatore. Infatti, qualsiasi coppia di materiali conduttori separati da un isolante forma un condensatore. Nei circuiti elettrici quindi è sempre presente una piccola quantità di capacità fra ciascuno dei conduttori presenti. Queste piccole capacità, tipicamente indesiderate, vengono chiamate capacità parassite.

La presenza di tali capacità può avere anche effetti molto marcati sul funzionamento di un circuito. Il dover continuamente caricare e scaricare queste capacità ogni volta che varia la tensione applicata ai loro capi limita la velocità di funzionamento dei circuiti.

Intensità del campo elettrico E

Le cariche che si accumulano sulle armature del condensatore producono all'interno del materiale dielettrico un campo elettrico la cui intensità è data da:

$$E = \frac{V}{d}$$

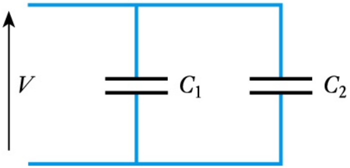
la cui unità di misura è il volt su metro $[V/m]$

Tutti i materiali isolanti hanno un limite sul valore massimo di intensità di campo elettrico che possono sostenere prima della loro rottura. Tale valore è detto rigidità dielettrica E_m.

Segue quindi che il valore massimo di tensione che potrà essere applicato ad un condensatore senza danneggiarlo (tensione di rottura) è limitato al valore $E_m * d$, da cui possiamo notare che agendo sulla distanza delle armature d è possibile ottenere diversi valori di tensione di rottura a scapito delle dimensioni fisiche del condensatore.

Connessione in parallelo di due condensatori

Se consideriamo due condensatori C_1 e C_2 connessi in parallelo, e definendo V la tensione ad essi applicata possiamo dire che la carica presente su ciascuna capacità sara rispettivamente $Q_1 = C_1 * V$ e $Q_2 = C_2 * V$.



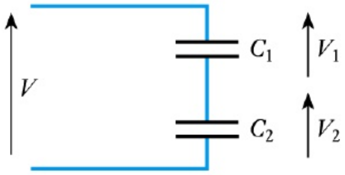
Se pensiamo di rappresentare il parallelo dei due condensatori con un condensatore equivalente di capacità C a cui è applicata la stessa tensione V dovrà anche valere che:

Carica su C: $C * V = Q = Q_1 + Q_2 = C_1 * V + C_2 * V = (C_1 + C_2) * V$

ovvero che due capacità C_1 e C_2 in parallelo si comportano come una capacità C il cui valore è dato dalla somme delle capacità C_1 e C_2.

Connessione in serie di due condensatori

Consideriamo due condensatori C_1 e C_2 connessi in serie, e definiamo V la tensione presente ai capi della serie.
In questa configurazione la sola carica che può essere fornita all'armatura inferiore di C_1 è data dalla carica proveniente dall'armatura superiore di C_2, quindi in entrambe i condensatori deve essere immagazzinata la stessa carica che definiamo Q.



Se pensiamo di rappresentare ora la serie di due condensatori con un condensatore equivalente di capacità C a cui è applicata la stessa tensione $V = V_1 + V_2$ e in cui sarà necessariamente immagazzinata la stessa carica Q possiamo dire che:

$$V = V_1 + V_2 \rightarrow \frac{Q}{C} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} \rightarrow \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

ovvero che due capacità C_1 e C_2 in serie si comportano come una capacità C il cui valore è dato da:

$$C = (1/C_1 + 1/C_2)^{-1} = \frac{C_1 * C_2}{C_1 + C_2}$$

Tensione e corrente nel condensatore

La tensione V presente ai capi di un condensatore è proporzionale alla carica Q in esso immagazzinata. Inoltre, la carica immagazzinata può anche essere espressa come l'integrale rispetto al tempo della corrente I che scorre nel condensatore.

Otteniamo quindi una prima relazione fra tensione e corrente in un condensatore. In particolare:

$$V = \frac{Q}{C} = \frac{1}{C}\int I dt$$

In alternativa, siccome $Q = C * V$ possiamo anche scrivere che:

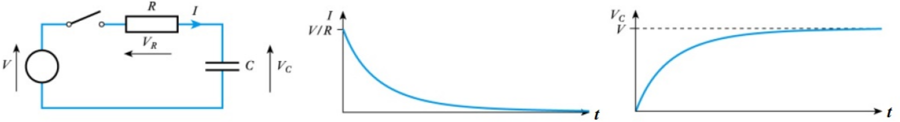
$$\frac{dQ}{dt} = C * \frac{dV}{dt}$$

e siccome $I = dQ/dt$ segue che la relazione fra corrente e tensione di un condensatore può anche essere espressa come:

$$I = C\frac{dV}{dt}$$

Processo di carica di un condensatore

Analisi qualitativa

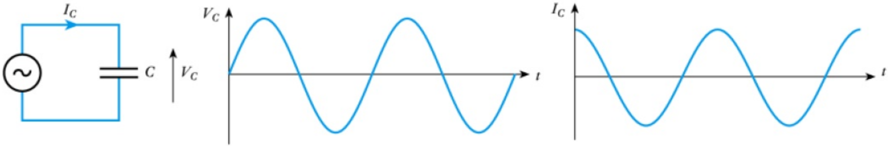


Con riferimento al circuito in figura, analizziamo il processo di carica di un condensatore inizialmente scarico, e quindi con $V_C = 0\,V$, attraverso un circuito formato da un generatore di tensione V ed una resistenza R. Supponiamo che l'interruttore si chiuda a $t = 0$.

A $t = 0$, $V_C = 0\,V$ e quindi $V_R = V - V_C = V$. Sulla resistenza inizia a scorrere una corrente $I = V/R$ la quale inizierà ad accumulare all'interno del condensatore della carica elettrica, ovvero caricherà il condensatore.

Accumulando carica, anche la tensione ai capi del condensatore inizia ad aumentare, dal momento che $Q = C * V_C$. Nel tempo quindi la tensione V_C tenderà ad aumentare, con conseguente diminuzione della corrente I.

Vedremo in seguito che l'andamento è di tipo esponenziale ma possiamo già notare che nel momento in cui $V_C = V$ il processo di carica si interrompe dal momento che $I = (V - V_C)/R = 0$. Il condensatore quindi si ritroverà carico ad una tensione pari a quella del generatore di tensione V.



Con riferimento al circuito in figura, in cui al condensatore C è applicata una tensione sinusoidale, dal momento che $I = C * dV/dt$ possiamo affermare che la corrente che scorre nel condensatore sarà proporzionale alla derivata della tensione.

Segue quindi che la corrente che scorre nel condensatore sarà rappresentata da un onda cosinusoidale.

Notiamo quindi che la corrente nel condensatore è sfasata di 90^o rispetto alla tensione applicata.

Energia immagazzinata in un condensatore

- Lo spostamento di una carica Q attraverso una differenza di potenziale V richiede una quantità di energia pari a $Q * V$
- Durante il processo di carica di un condensatore, viene ad esso aggiunta ripetutamente una quantita di carica ΔQ la quale si sposta attraverso una differenza di potenziale V, ovvero la tensione alla quale si trova il condensatore nel momento in cui aggiungiamo la carica ΔQ.
- La quantità di energia ΔE necessaria per spostare la carica ΔQ mentre il condensatore è carico alla tensione V sarà quindi data da $\Delta E = V * \Delta Q$.
- Dal momento che $Q = C * V$, ho anche che $\Delta Q = C * \Delta V$, di conseguenza posso anche dire che $\Delta E = V * C * \Delta V$

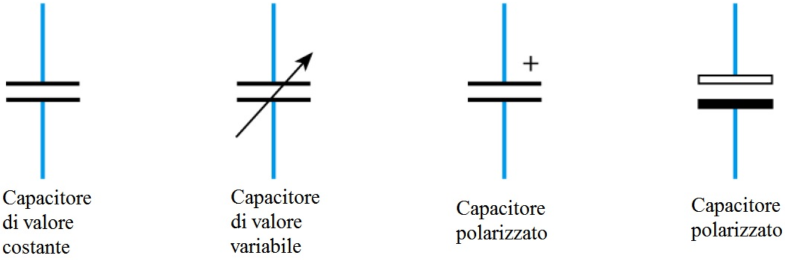
A questo punto l'energia E necessaria per portare un condensatore da una tensione nulla ad una tensione V_{fin} sarà data da:

$$E = \int_0^E dE = \int_0^{V_{fin}} V * C * dV = \frac{1}{2} C * V_{fin}^2$$

Concludiamo quindi affermando che un condensatore C, carico ad una tensione V ha immagazzinato un energia E pari a:

$$E = \frac{1}{2} CV^2$$

Il condensatore
Simboli circuitali



Alcuni esercizi numerici

- Un condensatore di 100μF é polarizzato ad una tensione di 10V. Quanto vale la carica immagazzinata?

$$Q = C * V = 100\mu F * 10V = 100 * 10^{-6}F * 10V = 1000 * 10^{-6}C = 1mC$$

- Quanto vale l'energia immagazzinata in un condensatore di 100μF é polarizzato ad una tensione di 10V?

$$E = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}100\mu F(10V)^2 = 50 * 10^{-6}F * 100V^2 = 5000 * 10^{-6}J = 5mJ$$

- Due striscie metalliche di larghezza 1μm e lunghezza 100μm sono separate da uno strato di dielettrico di spessore pari a 100nm e la cui permettivitá relativa ε_r é pari a 4. Calcolare la capacitá presente fra le due striscie metalliche.

$$C = \frac{\varepsilon_0 * \varepsilon_r * A}{d} = \frac{8.85\frac{pF}{m} * 4 * (1\mu m * 100\mu m)}{100nm} =$$

$$C = 35.4\frac{10^{-12}F}{m}\frac{(10^{-6}m * 100 * 10^{-6}m)}{100 * 10^{-9}m} = 35.4 * 10^{-15}F = 35.4fF$$