

**Remarques importantes :**

- L'épreuve est composée d'une seule page. Elle est rédigée en français et elle est traduite en arabe (voir verso de la feuille).
- Les réponses doivent être mentionnées sur la fiche de réponse donnée au candidat.
- Le candidat doit se concentrer sur le sujet d'examen sans poser aucune question concernant son contenu.

**Electricité (QCM : Marquez la bonne réponse sur la fiche de réponse)**

Le montage, schématisé sur la Figure 1, comporte :

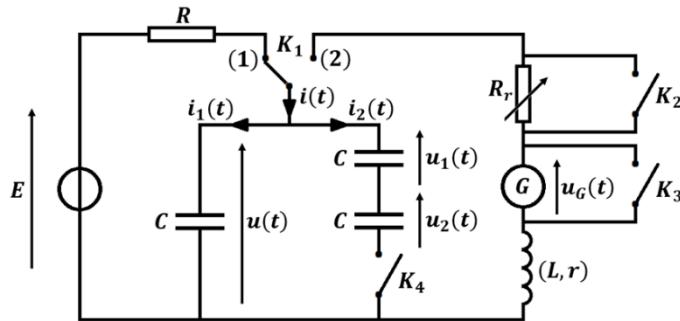


Figure 1.

- Un générateur idéal de tension de force électromotrice  $E = 12V$  ;
- Un conducteur ohmique de résistance  $R$  ;
- Trois condensateurs identiques de capacité  $C$  ;
- Un conducteur ohmique de résistance réglable  $R_r$  ;
- Un générateur  $G$  de tension proportionnelle à l'intensité du courant :  $u_G = k_0 i(t)$  ;
- Une bobine d'inductance  $L$  et de résistance  $r$  non négligeable ;
- Des interrupteurs  $K_1, K_2, K_3$  et  $K_4$ .

A un instant choisi comme origine des dates ( $t = 0$ ), la tension  $u(t = 0) = 0V$ , l'interrupteur  $K_1$  est mis sur la position (1) et l'interrupteur  $K_4$  est fermé.

1. Trouver l'expression de  $(i_1(t), i_2(t))$  en fonction de  $i(t)$ .
2. L'équation différentielle vérifiée par la tension  $u(t)$  s'écrit sous la forme :  $\beta R C \frac{du(t)}{dt} + u(t) = E$ . Donner la valeur de  $\beta$ .
3. Préciser, en fonction des paramètres du circuit, l'expression de  $(\alpha, \tau)$  pour que la solution de l'équation différentielle précédente s'écrive sous la forme :  $u(t) = \alpha(1 - e^{-t/\tau})$ .
4. Déduire la valeur initiale de l'intensité  $i_1(t = 0)$  en fonction des paramètres du circuit.
5. La courbe d'évolution de l'intensité  $i_2(t)$  a une tangente à l'instant  $t = 0$  d'équation :  $y = at + b$  avec  $a = -20/3$  [mA/ms] et  $b = 10$  [mA]. Préciser la valeur numérique de  $(i(t = 0), \tau)$ .
6. Déduire la valeur de  $(R, C)$ .

On fixe la valeur de  $R_r = 50 \Omega$ . A un instant choisi comme nouvelle origine des dates ( $t = 0$ ), l'énergie électrique emmagasinée dans le condensateur, ayant à ses bornes la tension  $u(t)$ , est  $E_e(t = 0) = 0.18 \mu J$ . L'intensité du courant  $i(t = 0) = 0 A$ , l'interrupteur  $K_1$  est mis sur la position (2) et l'interrupteur  $K_4$  est ouvert. Les interrupteurs  $K_2$  et  $K_3$  sont fermés.

7. Préciser, en fonction des paramètres du montage, les expressions de  $A$  et  $B$ , pour que l'équation différentielle vérifiée par la tension  $u(t)$  soit de la forme :

$$\frac{d^2u(t)}{dt^2} + A \frac{du(t)}{dt} + Bu(t) = 0$$

8. L'évolution de la tension  $u(t)$  est pseudopériodique, sa valeur maximale est  $12V$  et elle a une pseudopériode supposée égale à la période propre  $T_0 = 10 ms$ . Trouver la valeur de  $(L, C)$ .

On prend :  $\pi^2 = 10$ .

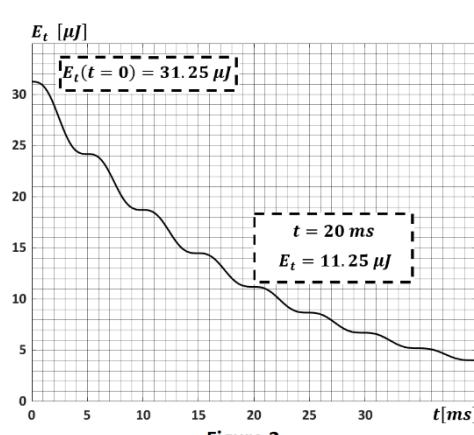


Figure 2.

9. A un instant choisi comme nouvelle origine des dates ( $t = 0$ ), l'intensité du courant  $i(t = 0) = 0 A$  et on ouvre l'interrupteur  $K_2$ . La courbe sur la Figure 2 représente l'évolution de l'énergie totale  $E_t$  du circuit en fonction du temps.

Déterminer la valeur de l'énergie magnétique  $E_m$  emmagasinée dans la bobine (en  $\mu J$ ) à l'instant  $t = 0$ .

10. Déterminer la valeur de la tension  $u(t)$  à l'instant  $t = 0$ .
11. Déterminer la valeur (en  $\mu J$ ) de l'énergie dissipée par effet Joule à l'instant  $t = 20 ms$ .
12. Etablir l'expression de la dérivée par rapport au temps de l'énergie totale  $E_t$  du circuit en fonction du courant  $i(t)$  et des paramètres du montage.
13. La tangente à la courbe (Figure 2) au point  $(20 ms, 11.25 \mu J)$  est horizontale. Quelle est la valeur de la tension  $u(t)$  à l'instant  $t = 20 ms$  ?
14. Déterminer l'énergie magnétique emmagasinée dans la bobine (en  $\mu J$ ) à l'instant  $t = 20 ms$ .

**Ondes et Décroissance radioactive (QCM : Marquez la bonne réponse sur la fiche de réponse)**

Données : la vitesse de propagation de la lumière dans le vide :  $c = 3 \cdot 10^8 m.s^{-1}$ , la demi-vie du carbone  $^{14}_6C$  est de 5 600 années.

La longueur d'onde de la lumière orange dans le vide est  $\lambda_0 = 624 nm$  (On donne :  $1 THz = 10^{12} Hz$ ).

15. La valeur de la fréquence  $f$  (en THz) de cette radiation est d'environ :
16. Lorsque cette onde traverse un bloc de diamant d'indice  $n = 2,418$ , sa longueur d'onde :
17. La longueur d'onde  $\lambda$  (en nm) de cette radiation dans ce bloc de diamant vaut environ :
18. La vitesse  $v$  (en m/s) de propagation de cette lumière dans ce bloc de diamant a pour valeur environ :

On éclaire un cheveu fin d'épaisseur  $e = 2,4 mm$ , avec un laser émettant une lumière rouge de longueur d'onde  $\lambda = 600 nm$ . On observe sur un écran placé à une distance  $D = 2 m$  du cheveu une tache centrale de largeur  $L$ .

19. La fréquence (en Hz) de l'onde lumineuse émise par ce laser vaut :
20. Lorsque cette lumière rouge se propage dans le verre (indice de réfraction 1,5), la fréquence de cette onde :
21. L'écart angulaire  $\theta$  entre le milieu de la tache centrale et la première tache sombre est donné par (on considère que  $\theta$  est petit et exprimé en radian) :
22. L'écart angulaire  $\theta$  augmente quand :
23. La valeur de l'écart angulaire  $\theta$  en degré est :
24. La largeur de la tache centrale (en cm) a pour valeur :
25. En utilisant un laser émettant une lumière bleue, l'écart angulaire  $\theta$  :

Dans une cuve à onde, un vibreur produit dans un point S, situé à la surface libre de l'eau, une onde périodique de fréquence  $f = 4 Hz$ , de hauteur maximale  $0,2 m$  et de vitesse de propagation  $v = 4 m.s^{-1}$ . Cette onde est décrite par l'équation suivante :  $z(t) = Acos(\frac{2\pi}{T}(t - \tau))$  tel que  $z(t)$  est l'élargissement d'un point M de la surface d'eau distant horizontalement de  $x$  du point S,  $A$  et  $T$  sont respectivement l'amplitude et la période propre de l'onde.

26. Le retard  $\tau$  est exprimé par la relation suivante :
27. La vitesse de déplacement vertical  $v_v(t)$  (en m/s) à l'instant  $t = 4 s$  et à un point M de la surface de l'eau distant de  $4 m$  du point S vaut :

28. On émet, à l'aide d'un haut-parleur, un signal sonore sinusoïdal. L'onde se propage à la vitesse  $v = 340 \text{ m.s}^{-1}$ . Cette onde se réfléchit sur un obstacle situé à une distance notée  $d$  de la source. L'écho de l'onde sonore est entendu 0,3 s après l'émission du signal. Donner la valeur (en m) de  $d$  :

29. Une substance radioactive contient de l'iode 131 de demi-vie 8 jours et du Césium137 de demi-vie 30 ans. La part de l'activité radioactive due à l'iode est de 200 kBq et celle due au césium est de 50 kBq. Quelle sera l'activité (en kBq) de cette substance dans 10 mois (1 mois = 30 jours) ?

30. Pour un être vivant, on définit le rapport  $r = \frac{N_{C14}}{N_{C12}} = 10^{-12}$  avec  $N_{C14}$  et  $N_{C12}$  sont respectivement le nombre d'atomes de carbone 14 et le nombre d'atomes de carbone 12. Après sa mort, ce rapport  $r$  décroît et atteint pour un cas d'étude la valeur  $0,125 \cdot 10^{-12}$ . Combien d'années se sont écoulées depuis la mort de l'être vivant objet de l'étude ?

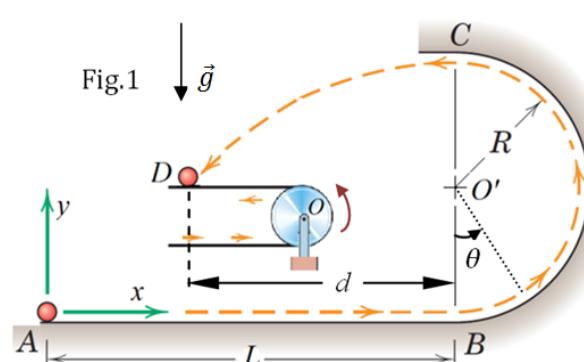
## Mécanique

On suppose que l'accélération de la pesanteur est constante et égale à  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , dirigée vers le bas.

### Les problèmes I et II sont indépendants.

#### Problème I (Rédaction : On écrit seulement le résultat final sur la fiche de réponse).

Une bille métallique représentée par un point matériel de masse  $m$  passe par le chemin  $ABCD$  (Fig.1) tel que : la portion  $AB$  est rectiligne horizontale de longueur  $L$  ;  $BC$  est demi-circulaire de rayon  $R$  et la portion  $CD$  est parabolique. Placée au point  $D$ , la bille est ensuite transférée vers son lieu final via une chaîne destinée à cette fonction. La position géométrique du point  $D$  est définie dans le repère fixe  $(A, x, y)$  par les distances données  $L, d$  et  $R$ . L'étude sera abordée en deux parties 1 et 2, en tenant compte ou non des frottements.



**Données et notation :**

- $m$  : masse de la bille,
- $v_0$  : vitesse initiale de la bille (vitesse au point de départ A).
- Les points  $O$  et  $O'$  sont fixes
- Les points  $D$  et  $O'$  sont alignés sur l'horizontale tels que :  $DO' = d = 2R$
- on donne :  $m = 0,5 \text{ kg}$ ,  $R = 1\text{m}$ ,  $L = 3\text{m}$ .

**Partie 1 :** Dans cette partie, les frottements sont négligés, la bille fait son départ du point A avec une vitesse initiale  $v_0$ . Déterminer :

31. la vitesse  $v_C$  de la bille au point C en fonction de  $v_0$ ,  $g$  et  $R$ .
32. la vitesse  $v_C$  nécessaire pour que la bille se positionne au point D, en fonction de  $g$  et  $R$  (*On pourra choisir le repère fixe  $(C, x', y')$  tel que  $x' = -x$  et  $y' = -y$* )
33. la valeur de  $v_0(\text{m/s})$  permettant de positionner la bille en D.
34. La valeur du temps en seconde,  $t = t_{AB} + t_{CD}$ , mis par la bille sur les deux portions de trajet AB et CD, respectivement.

**Partie 2 :** Dans cette partie, les frottements sont considérés le long du trajet de la bille qui fait départ du point A avec une vitesse initiale  $v_0$ . L'action de frottement est notée  $\vec{f}$ , cette action s'oppose au mouvement de la bille telle que :

- Sur le trajet AB, cette force  $\vec{f}$  est horizontale et constante, d'intensité  $f = 2N$  ( $N$  : Newton)
- Sur le trajet BC, cette force s'exprime sous la forme :  $\vec{f} = -k\vec{v}/\|\vec{v}\|$ , où  $k$  est un coefficient constant connu ( $k = 2N$ ), elle est portée par la tangentielle à l'arc du demi-cercle BC, mais opposée à la vitesse
- Sur le trajet CD, la force de frottement  $\vec{f} = f\vec{y}$ , où  $f$  est l'intensité de cette force constante connue ( $f = 2N$ ).

35. Sur le trajet AB, exprimer l'accélération  $\gamma$  de la bille en fonction de  $f$  et  $m$ .

36. Exprimer la vitesse  $v_B$  de la bille en B en fonction de  $f, m, L$  et  $v_0$ .

37. Sur le trajet CD, calculer la vitesse  $v_C(\text{m/s})$  en C permettant de positionner la bille au point D.

38. Sur le trajet BC, calculer la somme des travaux  $W(\text{Joule})$  de la force de frottement et du poids de la bille entre les points B et C, en admettant que le travail de la force de frottement  $\vec{f}$  vaut  $-2\pi \text{ Joule}$ .

39. Calculer la vitesse  $v_0(\text{m/s})$  permettant de positionner la bille en D.

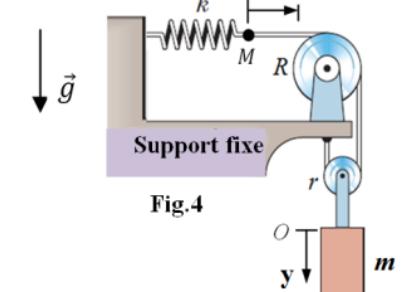
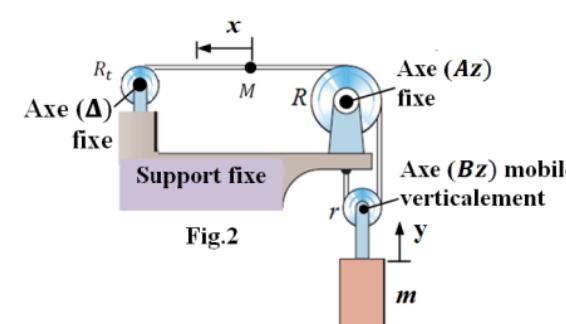
40. Si le temps mis par la bille entre les points A et B fait 25% du temps total  $t_t$  nécessaire entre A et D, calculer le temps  $t_t$  (en seconde).

#### Problème II (QCM : Marquez la bonne réponse sur la fiche de réponse) :

Un système de monte-chARGE (Fig.2) est composé d'un moteur d'axe fixe  $\Delta$ , qui fait tourner la poulie (même axe  $\Delta$ ) de rayon  $R_t$ , d'un câble inextensible sans masse et de deux poulies d'axes  $(A, \vec{z})$  et  $(B, \vec{z})$ , parallèles et horizontaux (Fig.2), l'ensemble est destiné à soulever la masse  $m$  tel que :

- Le câble s'enroule sans glisser sur les gorges des poulies
- Poulie d'axe  $(A, \vec{z})$ , son axe est fixe : Rayon  $R$ , Moment d'inertie  $J$  par rapport à son axe de rotation, la poulie tourne sans frottement par rapport à son axe, sa vitesse est notée  $\dot{\theta}$ .
- Poulie d'axe  $(B, \vec{z})$ : Rayon  $r$ , Masse négligée, la poulie tourne sans frottement par rapport à son axe, et peut translater verticalement.
- Pour faire monter la masse  $m$  d'une hauteur  $h$  donnée, la poulie d'axe  $\Delta$  est animée en rotation selon le schéma de la figure 3 représentant la variation de sa vitesse  $\omega$  en fonction du temps.

Soit le point M du câble pointé sur la Figure 2. Lors du mouvement, on désigne par  $x$  le déplacement du point M, par  $y$  le déplacement vertical de la masse  $m$  et celui de la poulie d'axe  $(B, \vec{z})$ , à l'instant  $t = 0$  :  $x = 0$  et  $y = 0$ . On admet le long du problème la relation entre  $x$  et  $y$  telle que :  $x = 2y$ . Pour les applications numériques :  $m = 25 \text{ kg}$ ;  $R_t = 0,2 \text{ m}$ ;  $R = 0,25 \text{ m}$ ;  $J = 0,2 \text{ kgm}^2$ ;  $\omega_t = 4\pi \text{ rad/s}$ .



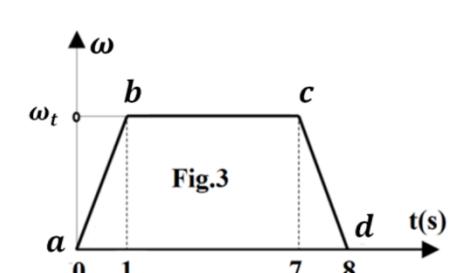
41. Lors de la phase d'accélération (a-b) (Fig.3), calculer l'accélération

$$\gamma(\text{m/s}^2) \text{ de la masse } m.$$

42. Calculer la distance  $h(m)$  parcourue par la masse durant les 8 s (Fig.3).

43. Lors de la phase (b-c) (Fig.3), calculer la tension  $T(N)$  du câble.

44. Lors de la montée de la masse dans la phase (a-b), calculer la tension  $T(N)$  du câble attaché à la poulie de rayon  $R_t$ .



Dans la suite, on considère la figure 4. Pour analyser l'influence des états de marches – arrêts du moteur sur la dynamique du système, on a remplacé une partie du câble par un ressort de raideur  $k = 10^4 \text{ N/m}$  selon la figure 4. Le reste du câble est inchangé en conservant toutes les hypothèses initialement considérées. On écarte la masse  $m$  de sa position d'équilibre "O" vers le bas d'une distance  $y(t=0) = 0,1 \text{ m}$ , puis on l'abandonne sans vitesse initiale. On considère le point "O" à l'équilibre comme origine des ordonnées  $y$ . Déterminer :

45. l'allongement du ressort  $\Delta l_0$  à l'état d'équilibre du système en fonction de  $m, g$  et  $k$ .
46. l'énergie potentielle totale  $E_p$  du système en fonction de  $k, m, g, \Delta l_0$  et  $x$ , en considérant que l'énergie potentielle due à la pesanteur est nulle à l'état d'équilibre du système.
47. la valeur de la période propre  $T_0(s)$  du système.
48. la valeur de l'énergie mécanique  $E_m(\text{Joule})$  du système à  $t = T_0/4$ .

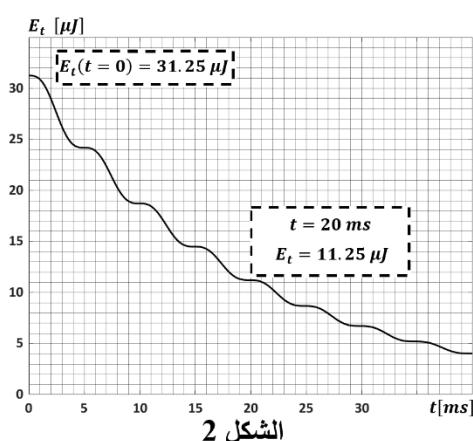
ملاحظات هامة:

- يتالف موضوع الامتحان من صفحة واحدة، فهو محرر باللغة العربية و مترجم إلى اللغة الفرنسية (انظر ظهر الورقة).

- تكتب الأجوبة في ورقة الإجابة التي تُمنح للمترشح.

- على المترشح التركيز على موضوع الامتحان دون طرح أي استفسار يتعلق بمضمونه.

- 9- عند لحظة ( $t = 0$ ) نتخذها أصلاً جديداً للتاريخ، شدة التيار تساوي  $i(t) = 0A$  و نفتح قاطع التيار  $K_2$ . يمثل منحنى الشكل 2 تغيرات الطاقة الكلية  $E_t(t)$  للدارة بدلالة الزمن. أوجد قيمة الطاقة المغناطيسية  $E_m$  المخزونة في الوسعة ( $\mu J$ ) عند اللحظة ( $t = 0$ ).



10- أوجد قيمة التوتر  $u(t)$  عند اللحظة ( $t = 0$ ).

11- أوجد قيمة الطاقة المبددة بمفعول جول ( $\mu J$ ) عند اللحظة ( $t = 20ms$ ).

12- أوجد تعبير المتنفسة بالنسبة للزمن للطاقة الكلية ( $t$ ) للدارة بدلالة شدة التيار ( $i$ ) و بارامترات الدارة.

13- المستقيم المماس للمنحنى (الشكل 2) عند النقطة ( $t = 20ms, 11.25 \mu J$ ) أفقى. ما هي قيمة شدة التوتر  $u(t)$  عند اللحظة  $t = 20ms$ ؟

14- أوجد قيمة الطاقة المغناطيسية  $E_m$  المخزنة في الوسعة ( $\mu J$ ) عند اللحظة ( $t = 20ms$ ).

**الموجات و التناقص الإشعاعي (QCM) : نختار الجواب الصحيح من بين الأجوبة المشار إليها في ورقة الإجابة**

معطيات : سرعة انتشار الضوء في الفراغ هي:  $c = 3.10^8 m.s^{-1}$  ، عمر النصف للكربون  $C^{14}$  هو 5600 سنة.

قيمة طول الموجة للضوء البرتقالي في الفراغ هي  $\lambda_0 = 624 nm$  (نعطي:  $1 THz = 10^{12} Hz$ ).

15- قيمة التردد  $f$  (ب  $THz$ ) لهذا الإشعاع هي تقريباً:

16- عندما تنتشر هذه الموجة في كتلة من الماس معامل انكسارها  $n = 2,418$  ، فإن طولها الموجي:

17- قيمة طول الموجة  $\lambda$  (ب  $nm$ ) لهذا الإشعاع في هذه الكتلة من الماس هي تقريباً:

18- قيمة سرعة انتشار هذا الضوء  $v$  (ب  $m/s$ ) في هذه الكتلة من الماس هي تقريباً:

نضيء شرة رقيقة سماكتها  $e = 2,4 mm$  بواسطة إشعاع لازر يبعث ضوءاً أحمراً طول موجته في الفراغ  $\lambda = 600 nm$ . نلاحظ على شاشة موضوعة على مسافة  $D = 2 m$  من الشرة بقعة مركزية عرضها  $L$ .

19- قيمة تردد الضوء (ب  $Hz$ ) المنبعث من هذا المنبع هي:

20- عندما ينتشر هذا الضوء الأحمر في الزجاج (معامل انكساره 1,5) ، فإن تردد هذه الموجة:

21- تعبير الفرق الزاوي  $\theta$  بين وسط البقعة المركزية وأول بقعة مظلمة هو (نعتبر  $\theta$  زاوية صغيرة معبر عنها بالراديان) :

22- الفرق الزاوي  $\theta$  يزداد عندما:

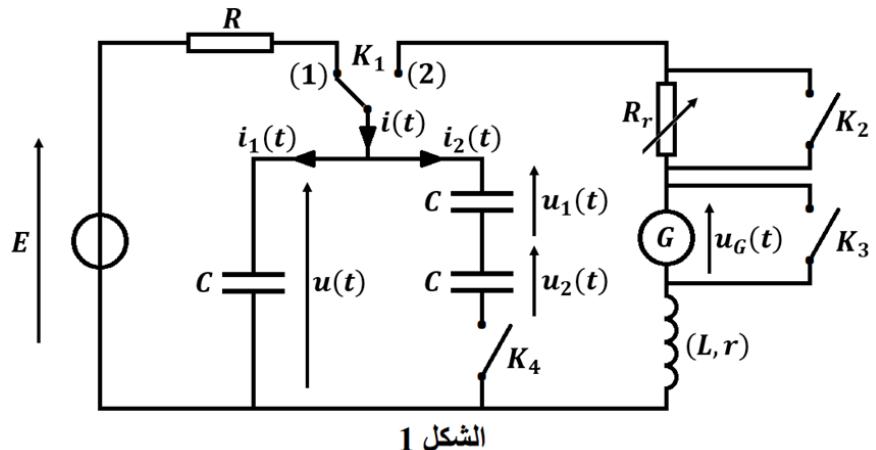
23- قيمة الفرق الزاوي  $\theta$  بالدرجة هي:

24- قيمة عرض البقعة المركزية (ب  $cm$ ) هي:

25- باستخدام منبع لازر يبعث منه ضوء أزرق، فإن الفرق الزاوي  $\theta$  :

**الكهرباء (QCM) : نختار الجواب الصحيح من بين الأجوبة المشار إليها في ورقة الإجابة**

نجز التركيب الكهربائي الممثل في الشكل 1.



يتكون هذا التركيب من:

- مولد ممثل للتوتر قوته الكهرومagnetique  $E = 12V$  ;
- موصل أومي ذي مقاومة  $R$  ;
- ثلاث مكثفات بنفس السعة  $C$  ;
- موصل أومي ذي مقاومة  $R_r$  قابلة للضبط ;
- مولود  $G$  ذي توتر يتناسب اطراداً مع شدة التوتر  $i(t)$  و  $u_G = k_0 i$  غير مهملاً ;
- وسيدة معامل تحريضها  $L$  و مقاومتها  $r$  غير مهملاً ;
- قواطع للتيار  $K_1, K_2, K_3$  و  $K_4$ .

عند لحظة ( $t = 0$ ) نتخذها أصلاً للتاريخ، شدة التوتر  $V = 0V$  ( $u(t = 0) = 0$ )، نزوج قاطع التيار  $K_4$  .

1- أوجد تعبير  $(i_1(t), i_2(t))$  بدلالة  $i(t)$ .

2- المعادلة التفاضلية التي تتحققها شدة التوتر  $u(t)$  تكتب على الشكل :  $\beta R C \frac{du(t)}{dt} + u(t) = E$  . أوجد قيمة  $\beta$ .

3- أعط بدلالة بارامترات الدارة، تعبير  $(\alpha, \tau)$  ، ليكتب حل المعادلة التفاضلية السابقة على الشكل:  $u(t) = \alpha(1 - e^{-t/\tau})$ .

4- استنتج القيمة البدئية لشدة التيار ( $i_1(t = 0) = 0$ ) بدلالة بارامترات الدارة.

5- معادلة مماس منحنى  $i_2$  بدلالة الزمن عند اللحظة ( $t = 0$ ) هي:  $y = at + b$  مع  $y = u(t = 0) = 0$  و  $a = -20/3 [mA/ms]$  . أعط قيمة  $b$ .

6- استنتاج قيمة  $(R, C)$ .

نضبط مقاومة الموصل أومي  $R_r = 50 \Omega$  . عند لحظة ( $t = 0$ ) نتخذها أصلاً جديداً للتاريخ، قيمة الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثف ذي التوتر  $(u(t))$  هي:  $E_e(t = 0) = 0.18 mJ$  . شدة التيار  $i(t = 0) = 0A$  . نزوج قاطع التيار  $K_1$  إلى الموضع (2)، نفتح قاطع التيار  $K_4$  و نغلق قاطعي التيار  $K_2$  و  $K_3$ .

7- أوجد، بدلالة بارامترات الدارة، تعبير  $A$  و  $B$  ، لتكتب المعادلة التفاضلية التي يتحققها التوتر  $(u(t))$  على الشكل التالي:

$$\frac{d^2u(t)}{dt^2} + A \frac{du(t)}{dt} + Bu(t) = 0$$

8- تبين معاينة المنحنى الممثل لتغيرات التوتر  $(u(t))$  أن نظام التذبذب شبه دوري وأن قيمة  $(u(t))$  القصوية هي:  $12V$  . نعتبر أن شبه الدور للذبذبات يساوي الدور الخاص:  $T_0 =$

9- أوجد قيمة  $(L, C)$  .

نأخذ:  $\pi^2 = 10$

10- أوجد قيمة  $\theta$  :

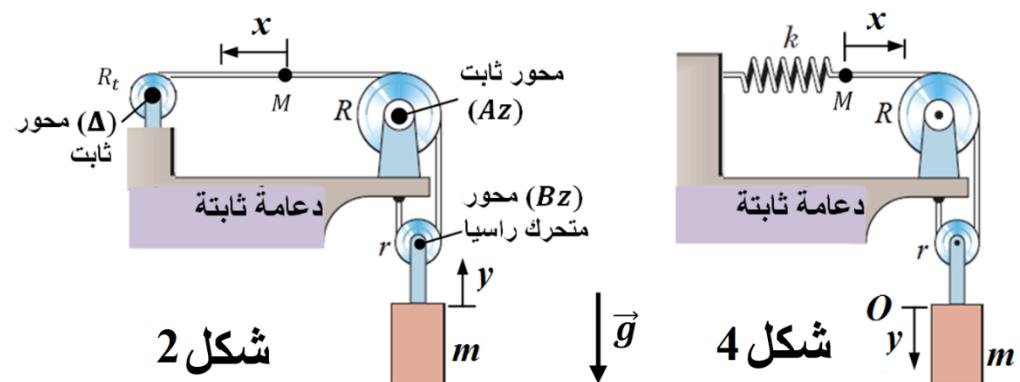
- 35- عبر عن تسارع الكريمة  $\gamma$  في المسار  $AB$  بدلالة  $f$  و  $m$ .  
 36- عبر عن السرعة  $v_B$  للكريمة في النقطة  $B$  بدلالة  $v_0, L, v$  .  
 37- احسب السرعة  $v_c(m/s)$  في النقطة  $C$  للسامح للكريمة بوضعها عند النقطة  $D$  (اعتبر المسار  $CD$ ).  
 38- في المسار  $BC$  احسب مجموع الأشغال  $W(Joule)$  لقوة الاحتكاك وزن الكريمة بين النقطتين  $B$  و  $C$ ، باعتبار أن شغل قوة الاحتكاك  $\vec{f}$  يساوي  $2\pi Joule$ .  
 39- احسب السرعة  $v_0(m/s)$  التي تسمح بوضع الكريمة عند النقطة  $D$  إذا كانت المدة الزمنية التي تستغرقها الكريمة بين النقطتين  $A$  و  $B$  هي 25% من إجمالي المدة اللازمة بين  $A$  و  $D$  ، فاحسب  $t_t$  بالثانية (s).

### المأساة II (QCM) : نختار الجواب الصحيح من بين الأجوبة المشار إليها في ورقة الإجابة :

يتكون نظام رفع حمولة من محرك ذي محور أفقي ثابت  $\Delta$ ، يقوم بتدوير البكرة (نفس المحور  $\Delta$ ) التي شاعرها  $R_t$  (الشكل 2) وكابل ذي كتلة مهملة وغير قابل للإتماد وبكرتين ذات المحاور  $(BZ)$  و  $(AZ)$  متوازيين وأفقيين ، يهدف النظام إلى رفع الكتلة  $m$  ، حيث :

- يلف الكابل دون انزلاق على مجريي البكرات
- البكرة ذات المحور  $(AZ)$  ، محورها ثابت ، شاعرها  $R$  ، عزم قصورها بالنسبة لمحور دورانها  $J$  ، حركة دوران البكرة حول محورها دون احتكاك ، ونرمز بـ  $\theta$  سرعة دورانها.
- البكرة ذات المحور  $(BZ)$  ، كتلتها مهملة ، شاعرها  $r$  ، حركة دوران البكرة حول محورها دون احتكاك ، يمكن للمحور  $(BZ)$  الحركة رأسيا.
- لرفع الكتلة  $m$  لارتفاع معين  $h$  ، يتم تحريك البكرة ذات المحور  $\Delta$  وفقاً لمخطط سرعاتها الزاوية  $\omega$  الذي تم رسمه بدلالة الزمن (الشكل 3).

لنعترف النقطة  $M$  من الكابل ، المشار إليها في الشكل 2. خلال الحركة ، يعبر  $x$  عن إزاحة النقطة  $M$  ، و يعبر  $y$  عن إزاحة الكتلة  $m$  وكذلك عن إزاحة البكرة  $(BZ)$  ، عند اللحظة  $(t = 0)$  :  $y = 0$  و  $x = 0$ . نقبل العلاقة بين  $x$  و  $y$  حيث  $x = 2y$ . التطبيقات العددية :  $m = 25 kg; R_t = 0,2 m; R = 0,25 m; J = 0,2 kgm^2; \omega_t = 4 \pi rad/s$



شكل 2

شكل 4

- 41- خلال مرحلة التسارع (a-b) (الشكل 3) ، احسب التسارع  $(m/s^2)$   $\gamma$  للكتلة  $m$ .  
 42- احسب المسافة المقطوعة  $(m)$  من طرف الكتلة خلال ثمان ثواني (8s) (الشكل 3).  
 43- خلال المرحلة (b-c) (الشكل 3)، احسب توتر الكابل  $T(N)$ .  
 44- عند ارتفاع الكتلة في المرحلة (a-b)، احسب توتر الكابل  $T(N)$  ، المشدود إلى البكرة التي شاعرها  $R_t$ .

في ما يلي ، نعتبر الشكل 4. دراسة تأثير حالة تردد " تشغيل-توقيف" المحرك على ديناميات النظام ، تم استبدال جزء من الكابل بنايبض صلابته  $k = 10^4 N/m$  ، وفقاً للشكل 4. تبقى بقية الكابل دون تغيير عن طريق الاحتفاظ بجميع الفرضيات التي تم العمل بها في بداية المسألة. نزير الكتلة  $m$  عن حالة توازن "O" إلى الأسفل بمسافة  $y(t = 0) = 0,1 m$  ، ثم نحررها دون سرعة بدنية. نعتبر النقطة "O" عند التوازن كأصل للأراتيب  $y$ . حدد :

45- إطالة النايبض  $\Delta l_0$  عند التوازن بدلالة  $k$  ،  $g$  و  $m$ .

46- طاقة الوضع الإجمالية للنظام بدلالة  $x, m, g, \Delta l_0$  ، مع الأخذ في الاعتبار أن حالة التوازن حالة مرجعية بالنسبة لطاقة الوضع الثقالية.

47- قيمة الدور الخاص  $(s)$  للنظام .

48- قيمة الطاقة الميكانيكية  $E_m(Joule)$  للنظام عند اللحظة  $t = T_0/4$ .

في حوض الموجات، يحدث هزاز في نقطة  $S$  من السطح الحر للماء موجة متواالية ترددتها  $f = 4 Hz$  ، علوها الأقصى  $0,2 m$  وسرعة انتشارها  $v = 4 m.s^{-1}$ . يُعبر عن هذه الموجة بالمعادلة الآتية:  $(z(t) = Acos(\frac{2\pi}{T}(t - \tau))$  حيث إن  $(t)$  هي استطالة نقطة  $Z$  من سطح الماء تبعد أفقياً عن النقطة  $S$  بمسافة  $x$  ،  $A$  و  $T$  هما على التوالي وسع ودور الموجة.

26- يُعبر عن التأثير الزمني  $\tau$  بالعلاقة الآتية:  
 27- قيمة سرعة الحركة الرأسية  $(v_v(t))$  (ب  $m/s$ ) عند اللحظة  $t = 4 s$  وعند نقطة  $M$  من سطح الماء تبعد عن  $S$  ب  $4 m$  هي :

28- نبعث إشارة صوتية جببية عن طريق مكبر للصوت. تنتشر هذه الموجة بسرعة  $340 m.s^{-1}$  . تعكس هذه الموجة على عائق يقع على مسافة  $d$  من المنبع. يتم سماع صدى الموجة الصوتية بعد  $s$  من إرسال الإشارة. أعط قيمة  $d$  (ب  $m$ ):

29- تحتوي مادة مشعة على اليود 131 وله عمر النصف 8 أيام والسيزيوم 137 وله عمر النصف 30 عاماً. حصة النشاط الإشعاعي الناتجة عن اليود هي  $q kBq$  ، والناتجة عن السيزيوم هي  $50 kBq$  . ما هي قيمة النشاط الإشعاعي (ب  $bq$ ) لهذه المادة بعد 10 شهور شهر واحد = 30 يوم؟

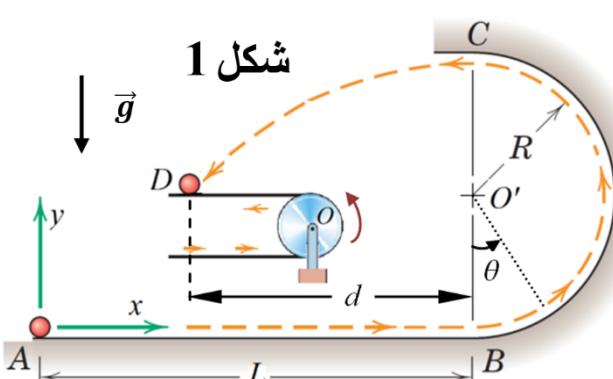
30- بالنسبة لكان حي، نعرف النسبة  $r$  بالعلاقة :  $r = \frac{N_{C14}}{N_{C12}}$  حيث أن  $N_{C14} = 10^{-12}$  و  $N_{C12}$  هما على التوالي عدد ذرات الكربون 14 و عدد ذرات الكربون 12. بعد وفاته، تتناقص هذه النسبة وتتساوي في دراسة حالة  $10^{-12} / 125.0$ . كم سنة مرت على وفاة الكائن الحي محل الدراسة؟

### الميكانيك

نفترض أن شدة مجال الثقالة تبقى ثابتة وقيمتها:  $g = 10 m/s^2$  =  $g$  متوجهة إلى الأسفل. المسألتان I و II مستقلتان.

### المأساة I - تحرير: نكتب فقط النتيجة النهائية في ورقة الإجابة:

كريمة معدنية ممثلة بكتلة مادية كتلتها  $m$  تمر عبر المسار  $ABCD$  (الشكل 1) حيث : الجزء  $AB$  مستقيم أفقي بطول  $L$  ؛  $BC$  : نصف دائري شاعر  $R$  والجزء  $CD$  شكله شلجمي.



- كتلة الكريمة  $m$  .
- السرعة البدنية للكريمة  $v_0$  .
- السرعة عند نقطة البداية  $(A)$  .
- النقاطان  $O$  و  $O'$  ثابتان .
- النقاطان  $D$  و  $O'$  مصطفتان .
- أفقياً بحيث  $DO' = d = 2R$  : .
- نعطي  $m = 0.5 kg$  : .
- $R = 1m, L = 3m$

عند وصولها النقطة  $D$  ، يتم نقل الكريمة إلى موقعها النهائي عبر ناقل مخصص لهذا الغرض. يتم تحديد الموقع الهندسي للنقطة  $D$  في المرجع الثابت  $(A, x, y)$  بالمسافات المعطاة  $L, d$  و  $R$ . ستتم الدراسة في جزأين 1 و 2 ، مع مراعاة الاحتكاك أو إهماله.

الجزء 1: في هذا الجزء ، يتم إهمال الاحتكاك ، تقوم الكريمة بمغادرة النقطة  $A$  بسرعة بدنية  $v_0$  . حدد :

31- سرعة الكريمة  $v_c$  عند النقطة  $C$  بدلالة  $v_0, g, R$  .

32- سرعة  $v_c$  اللازمة للكريمة لوضعها عند النقطة  $D$  بدلالة  $g$  و  $R$  (يمكن اختيار المرجع الثابت  $(C, x', y')$  بحيث  $-x = x'$  و  $-y = y'$  .)

33- قيمة السرعة البدنية  $(v_0)(m/s)$  التي تسمح بوضع الكريمة عند النقطة  $D$  .

34- المدة الزمنية اللازمة بالثانية  $(s)$  لحركة الكريمة على المسارين  $AB$  و  $CD$  على التوالي :  $t = t_{AB} + t_{CD}$

الجزء 2 : في هذا الجزء ، يتم اعتبار الاحتكاكات على طول مسار الكريمة التي تتط ama من النقطة  $A$  بسرعة بدنية  $v_0$  . نفترض أن الاحتكاكات تكافىء قوة  $\vec{f}$  تؤثر عكس مَنْحَى الحركة بحسب :

• على المسار  $AB$  ، هذه القوة  $\vec{f}$  أفقية وثابتة، شدتتها تساوي  $f = 2N$  (نيوتن).

• على المسار  $BC$  ، يتم التعبير عن هذه القوة بالصيغة  $||\vec{f}|| = k\vec{v}$  ، حيث  $k$  هو معامل ثابت معروف ( $k = 2N$ ) ، و هي موجهة عكس السرعة مماسياً لنصف الدائرة  $BC$  .

• على المسار  $CD$  ، قوة الاحتكاك ثابتة و تكتب على الشكل  $\vec{f} = f$  ، حيث  $f$  هي شدة هذه القوة  $(f = 2N)$ .

# Feuille de réponses

Nom : .....

Prénom : .....

Code Massar : .....

Le candidat doit obligatoirement cocher  
(comme suit ) son code Massar sur la grille  
ci-contre

<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> K	<input type="checkbox"/> 0									
<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> L	<input type="checkbox"/> 1									
<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> M	<input type="checkbox"/> 2									
<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> N	<input type="checkbox"/> 3									
<input type="checkbox"/> E	<input type="checkbox"/> O	<input type="checkbox"/> 4									
<input type="checkbox"/> F	<input type="checkbox"/> P	<input type="checkbox"/> 5									
<input type="checkbox"/> G	<input type="checkbox"/> Q	<input type="checkbox"/> 6									
<input type="checkbox"/> H	<input type="checkbox"/> R	<input type="checkbox"/> 7									
<input type="checkbox"/> I	<input type="checkbox"/> S	<input type="checkbox"/> 8									
<input type="checkbox"/> J	<input type="checkbox"/> T	<input type="checkbox"/> 9									

QCM : 1 point pour une réponse juste, 0 pour une réponse fausse ou plus d'une réponse ou pas de réponse.

## Question 1

- |  |  |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> $\left(\frac{1}{4}i(t), \frac{3}{4}i(t)\right)$ | <input type="checkbox"/> $\left(\frac{1}{3}i(t), \frac{1}{3}i(t)\right)$ |
| <input type="checkbox"/> $\left(\frac{1}{2}i(t), \frac{1}{2}i(t)\right)$ | <input type="checkbox"/> $\left(\frac{2}{3}i(t), \frac{1}{3}i(t)\right)$ |

## Question 2

- |  |                            |  |  |
|--|----------------------------|--|--|
| <input type="checkbox"/> $\frac{1}{2}$ | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> $\frac{3}{2}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{2}{3}$ |
|--|----------------------------|--|--|

## Question 3

- |   |  |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> $(E, \frac{2}{3}RC)$           | <input type="checkbox"/> $(\frac{2E}{3}, \frac{3}{2}RC)$ |
| <input type="checkbox"/> $(\frac{E}{3}, \frac{2}{3}RC)$ | <input type="checkbox"/> $(E, \frac{3}{2}RC)$            |

## Question 4

- |  |   |  |  |
|--|---|--|--|
| <input type="checkbox"/> $\frac{3E}{2R}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{E}{2R}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{2E}{3R}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{E}{R}$ |
|--|---|--|--|

## Question 5

- |  |  |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> $(30mA, 0, 15ms)$ | <input type="checkbox"/> $(10mA, 0, 15ms)$ |
| <input type="checkbox"/> $(30mA, 1, 5ms)$  | <input type="checkbox"/> $(10mA, 1, 5ms)$  |

## Question 6

- |  |   |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> $(400\Omega, 0, 25\mu F)$ | <input type="checkbox"/> $(400\Omega, 2, 5\mu F)$   |
| <input type="checkbox"/> $(1,2k\Omega, 2, 5\mu F)$ | <input type="checkbox"/> $(1,2k\Omega, 0, 25\mu F)$ |

## Question 7

- |  |  |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> $A = \frac{r}{L}, B = \frac{1}{LC}$ | <input type="checkbox"/> $A = \frac{L}{r}, B = LC$           |
| <input type="checkbox"/> $A = \frac{r}{L}, B = LC$           | <input type="checkbox"/> $A = \frac{L}{r}, B = \frac{1}{LC}$ |

## Question 8

- |  |   |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> $(1mH, 0, 25\mu F)$ | <input type="checkbox"/> $(1H, 2, 5\mu F)$  |
| <input type="checkbox"/> $(1H, 0, 25\mu F)$  | <input type="checkbox"/> $(1mH, 2, 5\mu F)$ |

## Question 9

- |                                 |                                |                            |                                |
|---------------------------------|--------------------------------|----------------------------|--------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 16,625 | <input type="checkbox"/> 11,25 | <input type="checkbox"/> 0 | <input type="checkbox"/> 31,25 |
|---------------------------------|--------------------------------|----------------------------|--------------------------------|

## Question 10

- |                               |                             |                               |                             |
|-------------------------------|-----------------------------|-------------------------------|-----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 2,5V | <input type="checkbox"/> 5V | <input type="checkbox"/> 0,5V | <input type="checkbox"/> 0V |
|-------------------------------|-----------------------------|-------------------------------|-----------------------------|

## Question 11

- |                            |                                |                             |                            |
|----------------------------|--------------------------------|-----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 8 | <input type="checkbox"/> 11,25 | <input type="checkbox"/> 20 | <input type="checkbox"/> 0 |
|----------------------------|--------------------------------|-----------------------------|----------------------------|

## Question 12

- |  |   |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> $-R_r i^2(t)$     | <input type="checkbox"/> $-(R_r + r)i^2(t)$ |
| <input type="checkbox"/> $(R_r - r)i^2(t)$ | <input type="checkbox"/> $(R_r + r)i^2(t)$  |

## Question 13

- |                               |                             |                             |                             |
|-------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 2,5V | <input type="checkbox"/> 3V | <input type="checkbox"/> 0V | <input type="checkbox"/> 4V |
|-------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|

## Question 14

- |                             |                             |                            |                                |
|-----------------------------|-----------------------------|----------------------------|--------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 10 | <input type="checkbox"/> 20 | <input type="checkbox"/> 0 | <input type="checkbox"/> 11,25 |
|-----------------------------|-----------------------------|----------------------------|--------------------------------|

## Question 15

- |                              |                               |                               |                               |
|------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 481 | <input type="checkbox"/> 4810 | <input type="checkbox"/> 48,1 | <input type="checkbox"/> 4,81 |
|------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|

## Question 16

- |                                    |  |
|------------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> Augmente  | <input type="checkbox"/> Reste constante |
| <input type="checkbox"/> Est nulle | <input type="checkbox"/> Diminue         |

## Question 17

- |                            |                              |                              |                               |
|----------------------------|------------------------------|------------------------------|-------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 0 | <input type="checkbox"/> 258 | <input type="checkbox"/> 624 | <input type="checkbox"/> 1509 |
|----------------------------|------------------------------|------------------------------|-------------------------------|

## Question 18

- |                                   |                                    |                                    |                                    |
|-----------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> $3.10^8$ | <input type="checkbox"/> $12.10^7$ | <input type="checkbox"/> $72.10^7$ | <input type="checkbox"/> $12.10^8$ |
|-----------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|

## Question 19

- |                                      |                                      |                                      |                                      |
|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> $5.10^{15}$ | <input type="checkbox"/> $4.10^{14}$ | <input type="checkbox"/> $4.10^{15}$ | <input type="checkbox"/> $5.10^{14}$ |
|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|

**Question 20**

- |                                   |  |
|-----------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> Augmente | <input type="checkbox"/> Est nulle       |
| <input type="checkbox"/> Diminue  | <input type="checkbox"/> Reste constante |

**Question 21**

- |   |   |  |  |
|---|---|--|--|
| <input type="checkbox"/> $\frac{\lambda}{2e}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{2\lambda}{e}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{e}{\lambda}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{\lambda}{e}$ |
|---|---|--|--|

**Question 22**

- |                                       |  |
|---------------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> $D$ augmente | <input type="checkbox"/> $e$ augmente      |
| <input type="checkbox"/> $e$ diminue  | <input type="checkbox"/> $\lambda$ diminue |

**Question 23**

- |                              |                               |                              |                                |
|------------------------------|-------------------------------|------------------------------|--------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1,4 | <input type="checkbox"/> 0,25 | <input type="checkbox"/> 2,5 | <input type="checkbox"/> 0,014 |
|------------------------------|-------------------------------|------------------------------|--------------------------------|

**Question 24**

- |                                |                               |                              |                               |
|--------------------------------|-------------------------------|------------------------------|-------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 0,573 | <input type="checkbox"/> 5,73 | <input type="checkbox"/> 0,1 | <input type="checkbox"/> 0,01 |
|--------------------------------|-------------------------------|------------------------------|-------------------------------|

**Question 25**

- |                                   |   |
|-----------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> Est nul  | <input type="checkbox"/> Reste constant |
| <input type="checkbox"/> Augmente | <input type="checkbox"/> Diminue        |

**Question 26**

- |   |  |   |  |
|---|--|---|--|
| <input type="checkbox"/> $\frac{x}{2v}$ | <input type="checkbox"/> $f \frac{x^2}{v^2}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{2x}{v}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{x}{v}$ |
|---|--|---|--|

**Question 27**

- |                            |                            |                               |                                |
|----------------------------|----------------------------|-------------------------------|--------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 0 | <input type="checkbox"/> 5,03 | <input type="checkbox"/> 10,03 |
|----------------------------|----------------------------|-------------------------------|--------------------------------|

**Question 28**

- |                             |                              |                              |                             |
|-----------------------------|------------------------------|------------------------------|-----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 51 | <input type="checkbox"/> 102 | <input type="checkbox"/> 112 | <input type="checkbox"/> 61 |
|-----------------------------|------------------------------|------------------------------|-----------------------------|

**Question 29**

- |                             |                             |                              |                              |
|-----------------------------|-----------------------------|------------------------------|------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 49 | <input type="checkbox"/> 59 | <input type="checkbox"/> 100 | <input type="checkbox"/> 134 |
|-----------------------------|-----------------------------|------------------------------|------------------------------|

**Question 30**

- |                               |                               |                                |                                |
|-------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 3868 | <input type="checkbox"/> 7296 | <input type="checkbox"/> 16800 | <input type="checkbox"/> 38683 |
|-------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|

**Important : Pour les questions 31 à 40, écrire la réponse finale. Ne pas toucher à la case (elle est réservée au correcteur). 1,5 Points pour chaque réponse juste**

**Question 31**

- |                          |               |
|--------------------------|---------------|
| <input type="checkbox"/> | $v_c = \dots$ |
|--------------------------|---------------|

**Question 32**

- |                          |               |
|--------------------------|---------------|
| <input type="checkbox"/> | $v_c = \dots$ |
|--------------------------|---------------|

**Question 33**

- |                          |               |
|--------------------------|---------------|
| <input type="checkbox"/> | $v_0 = \dots$ |
|--------------------------|---------------|

**Question 34**

- |                          |             |
|--------------------------|-------------|
| <input type="checkbox"/> | $t = \dots$ |
|--------------------------|-------------|

**Question 35**

- |                          |                  |
|--------------------------|------------------|
| <input type="checkbox"/> | $\gamma = \dots$ |
|--------------------------|------------------|

**Question 36**

- |                          |               |
|--------------------------|---------------|
| <input type="checkbox"/> | $v_B = \dots$ |
|--------------------------|---------------|

**Question 37**

- |                          |               |
|--------------------------|---------------|
| <input type="checkbox"/> | $v_c = \dots$ |
|--------------------------|---------------|

**Question 38**

- |                          |             |
|--------------------------|-------------|
| <input type="checkbox"/> | $W = \dots$ |
|--------------------------|-------------|

**Question 39**

- |                          |               |
|--------------------------|---------------|
| <input type="checkbox"/> | $v_0 = \dots$ |
|--------------------------|---------------|

**Question 40**

- |                          |               |
|--------------------------|---------------|
| <input type="checkbox"/> | $t_t = \dots$ |
|--------------------------|---------------|

**Question 41**

- |                               |                                |                              |                               |
|-------------------------------|--------------------------------|------------------------------|-------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1,57 | <input type="checkbox"/> 1,256 | <input type="checkbox"/> 2,5 | <input type="checkbox"/> 0,62 |
|-------------------------------|--------------------------------|------------------------------|-------------------------------|

**Question 42**

- |                               |                               |                                |                             |
|-------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|-----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 4,39 | <input type="checkbox"/> 8,79 | <input type="checkbox"/> 17,59 | <input type="checkbox"/> 11 |
|-------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|-----------------------------|

**Question 43**

- |                              |                              |                              |                              |
|------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 250 | <input type="checkbox"/> 500 | <input type="checkbox"/> 100 | <input type="checkbox"/> 125 |
|------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|

**Question 44**

- |                              |                                |                                |                                |
|------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 125 | <input type="checkbox"/> 153,2 | <input type="checkbox"/> 140,7 | <input type="checkbox"/> 148,7 |
|------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|

**Question 45**

- |  |   |  |   |
|--|---|--|---|
| <input type="checkbox"/> $\frac{2k}{mg}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{mg}{k}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{mg}{2k}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{k}{mg}$ |
|--|---|--|---|

**Question 46**

- |   |   |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> $\frac{1}{2}k(\Delta l_0)^2 + \frac{mgx}{2}$     | <input type="checkbox"/> $\frac{1}{2}k(x + \Delta l_0)^2 + \frac{mgx}{2}$ |
| <input type="checkbox"/> $\frac{1}{2}k(x + \Delta l_0)^2 - \frac{mgx}{2}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{1}{2}k(\Delta l_0)^2 - \frac{mgx}{2}$     |

**Question 47**

- |                                |                                |                                |                                |
|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 0,38s | <input type="checkbox"/> 0,19s | <input type="checkbox"/> 5,18s | <input type="checkbox"/> 0,16s |
|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|

**Question 48**

- |                                 |                                |                                 |                            |
|---------------------------------|--------------------------------|---------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 100,39 | <input type="checkbox"/> 401,5 | <input type="checkbox"/> 200,78 | <input type="checkbox"/> 0 |
|---------------------------------|--------------------------------|---------------------------------|----------------------------|

Concours Commun d'accès en 1<sup>ère</sup> année ENSAM

Session du 02 Août 2022

Epreuve de : <b>Mathématiques</b>	Durée : <b>2h15mn</b>
<b>Importants :</b> 1. Les calculatrices sont strictement interdites. 2. Aucune question n'est permise pendant l'épreuve.	

**Partie I : Questions à choix multiples**

Pour chaque question qui suit, cocher la bonne réponse dans la partie correspondante de la feuille des réponses

(Une réponse correcte = **2pts**, aucune réponse, plus d'une réponse ou une réponse fausse = **0pts**)

	<b>Questions</b>
<b>Question 1</b>	Pour $n \in \mathbb{N}$ , soit $S_n = \frac{n}{n^2+1} + \frac{n}{n^2+2} + \dots + \frac{n}{n^2+n}$ . A l'aide d'un encadrement de $S_n$ , choisir la bonne réponse.
<b>Question 2</b>	Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(\mathcal{O}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ avec $\ \vec{i}\  = \ \vec{j}\  = \ \vec{k}\  = 1 \text{ cm}$ , on considère le point $A(1, -2, -1)$ et la droite $(D)$ d'équation cartésienne $\frac{x-1}{2} = y + 1 = z$ . La distance $d$ du point $A$ à la droite $(D)$ est égale à :
<b>Question 3</b>	Pour $z \in \mathbb{C}$ , on note par $M(z)$ le point du plan complexe d'affixe $z$ . L'ensemble $A = \{M(z) : (Z - 3i)(\bar{z} + 3i) = 2\}$ est :
<b>Question 4</b>	Soit $f$ une fonction dérivable en 0 telle que $f(0) = 0$ et $f'(0) = 1$ . La limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)f(2x) \dots f(nx)}{x^n}$ est égale à :
<b>Question 5</b>	Soit $f(x) = \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}} - \frac{xe^x}{1+e^x}$ . La courbe représentative $\mathcal{C}_f$ de $f$ admet en $+\infty$ :
<b>Question 6</b>	Soit $g$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \frac{x}{1-e^{\frac{1}{x}}}$ si $x \neq 0$ et $g(0) = 0$ , et soit $\mathcal{C}_g$ la courbe représentative de $g$ . Choisir la bonne réponse.
<b>Question 7</b>	Soit $\begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = u_n^2 + \frac{3}{16}, \forall n \geq 0. \end{cases}$ Sachant que la suite $(u_n)_n$ est décroissante, choisir la bonne réponse :
<b>Question 8</b>	Pour $n \in \mathbb{N}$ , soit $I_n = \int_0^1 (1-x)^n e^{-nx} dx$ . Choisir la bonne réponse.
<b>Question 9</b>	Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ , le polynôme $P = nX^{n+1} - (n+1)X^n + 1$ est :
<b>Question 10</b>	Dans $\mathbb{R}^+$ , l'équation $e^{-\sqrt{2}x} - \sqrt{2}x + \sqrt{3} = 0$ admet :
<b>Question 11</b>	Soit $f$ la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ telle que $f(2021x + 2022) \leq 2021x \leq f(2021x) + 2022$ . Choisir la bonne réponse.
<b>Question 12</b>	L'inéquation $\sin(x) + 2\sin(y) + 3 \leq 0$ admet dans $]-\pi, \pi]^2$ :
<b>Question 13</b>	Dans $\mathbb{N}^2$ , l'équation $x^2 - y^2 - 21 = 0$ admet :
<b>Question 14</b>	Soit $a, b, c \in \mathbb{Z}$ tels que $a^3 + b^3 + c^3$ est divisible par 3, et soit $S = a + b + c$ . Sachant que, pour tout $n \in \mathbb{Z}$ , le nombre 3 divise $n^3 - n$ , choisir la bonne réponse.
<b>Question 15</b>	Le nombre entier naturel $1^{2021} + 2^{2021} + \dots + 4^{2021}$ est :

**Partie II : Questions à réponses précises**

Pour chaque question qui suit, écrire la réponse dans la partie correspondante de la feuille des réponses

(Chaque réponse est notée sur **2pts**)

	<b>Questions</b>
<b>Question 16</b>	La porte d'un parking est munie d'une serrure à digicode portant les touches : les lettres du mot ENSAM et les chiffres non nuls. La porte s'ouvre lorsqu'on frappe dans l'ordre trois lettres et quatre chiffres qui forment un code. Les chiffres sont nécessairement distincts deux à deux, les lettres non. Quel est le nombre $N$ des codes possibles qui portent exactement deux lettres identiques ?
<b>Question 17</b>	Le tiers d'une population a été vacciné contre une maladie. Au cours d'une épidémie, on constate que 20 % de la population est victime de l'épidémie et que, sur 15 malades, il y a deux personnes vaccinées. Calculer la probabilité $P$ d'avoir une personne victime de la maladie sachant quelle a été vaccinée ?
<b>Question 18</b>	Soit les nombres complexes $\alpha = e^{\frac{2\pi i}{5}}$ , $a = \alpha + \alpha^4$ et $b = \alpha^2 + \alpha^3$ . Sachant que $\alpha$ est une racine du polynôme $P(z) = 1 + z + z^2 + z^3 + z^4$ , calculer $a + b$ et $ab$ , et en déduire la valeur de $\cos(\frac{2\pi}{5})$ .
<b>Question 19</b>	Calculer la limite $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ; où $f(x) = \frac{e^x - \cos(\sqrt{x})}{x}$ .
<b>Question 20</b>	En utilisant une intégration par parties, calculer l'intégrale $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{x}{\cos^2(x)} dx$ .
<b>Question 21</b>	Soit $f$ la fonction définie sur $[0, \sqrt{2}]$ par $f(x) = \frac{\ln(x+\sqrt{2})}{\sqrt{x+\sqrt{2}}}$ et soit $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(\mathcal{O}, \vec{i}, \vec{j})$ tel que : $\ \vec{i}\  = \ \vec{j}\  = 2 \text{ cm}$ . Calculer le volume $V$ du solide engendré par la rotation de $\mathcal{C}_f$ autour de l'axe des abscisses.
<b>Question 22</b>	Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(\mathcal{O}, \vec{u}, \vec{v})$ , on considère les points $A$ et $B$ d'affixes respectivement $a = -\sqrt{3} + i$ et $b = i\bar{a}$ . Soit $C$ l'image de $A$ par la rotation de centre $\mathcal{O}$ et d'angle $\frac{\pi}{3}$ et soit $c$ l'affixe du point $C$ . Donner la forme trigonométrique du nombre complexe $Z = \frac{b}{c}$ et déduire la nature du triangle $\mathcal{O}BC$ .
<b>Question 23</b>	Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère les points $A(\sqrt{2}, -1, 2)$ , $B(3, -\sqrt{3}, 1)$ , $C(1, -2, -1)$ et la sphère $\mathcal{S}$ d'équation cartésienne : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z + 1 = 0$ . Déterminer l'intersection de la sphère $\mathcal{S}$ et le plan $(ABC)$ .
<b>Question 24</b>	On considère l'équation différentielle $(E) : y'' - 4y' + 4y = (x-2)e^x$ . Sachant que la fonction $x \mapsto xe^x$ est une solution de $(E)$ , déterminer la solution particulière $y_0$ de $(E)$ telle sa courbe représentative passe par le point $A(0, -2)$ et ayant une tangente en $A$ parallèle à l'axe des abscisses.
<b>Question 25</b>	On considère un demi-cercle $\mathcal{C}$ de diamètre 2 cm. Déterminer la valeur maximale $S_m$ de la surface d'un rectangle inscrit dans le demi-cercle $\mathcal{C}$ .

Concours Commun d'accès en 1<sup>ère</sup> année ENSAM

Session du 02 Août 2022

Epreuve de : Mathématiques	Durée : 2h15mn
<b>Importants :</b> 1. Les calculatrices sont strictement interdites. 2. Aucune question n'est permise pendant l'épreuve.	

**Partie I : Questions à choix multiples**

Pour chaque question qui suit, cocher la bonne réponse dans la partie correspondante de la feuille des réponses

(Une réponse correcte = 2pts, aucune réponse, plus d'une réponse ou une réponse fausse = 0pts)

الأسئلة	
Question 1	من أجل $n \in \mathbb{N}$ , نضع $S_n = \frac{n}{n^2+1} + \frac{n}{n^2+2} + \dots + \frac{n}{n^2+n}$ . باستعمال تأطير $S_n$ , اختر الإجابة الصحيحة.
Question 2	في الفضاء المنسوب إلى معلم متعمد ممنظم $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ حيث $\ \vec{i}\  = \ \vec{j}\  = \ \vec{k}\  = 1 \text{ cm}$ , تعتبر النقطة $A(-1, -2, -1)$ و المستقيم $(D)$ ذو المعادلة الديكارتية $\frac{x-1}{2} = y + 1 = z$ . المسافة $d$ عن المستقيم $(D)$ تساوي :
Question 3	لكل $z \in \mathbb{C}$ , نرمز بـ $M(z) = (Z - 3i)(\bar{z} + 3i) = 2$ هي :
Question 4	لتكن $f$ دالة عدديّة قابلة للإستقاق في $0$ بحيث $f(0) = 0$ و $f'(0) = 1$ . النهاية $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)f(2x) \cdots f(nx)}{x^n}$ تساوي :
Question 5	لتكن $f(x) = \ln(x) - \frac{xe^x}{\sqrt{x}} - \frac{x e^x}{1+e^x}$ . الممثّل للدالة $f$ يقبل عند $+\infty$ :
Question 6	لتكن $g$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $\frac{x}{1-e^x}$ إذا كان $x \neq 0$ و $g(0) = 0$ , و ليكن $C_g$ الممثّل للدالة $g$ . اختر الإجابة الصحيحة.
Question 7	ليكن $u_0 = \frac{1}{2}$ $u_{n+1} = u_n^2 + \frac{3}{16}, \forall n \geq 0$ . علماً أن المتالية $(u_n)$ تناقصية، اختر الإجابة الصحيحة.
Question 8	من أجل $n \in \mathbb{N}$ , نضع $I_n = \int_0^1 (1-x)^n e^{-nx} dx$ . اختر الإجابة الصحيحة.
Question 9	لكل $n \in \mathbb{N}^*$ , الحدوية $P = nX^{n+1} - (n+1)X^n + 1$ :
Question 10	المعادلة $e^{-\sqrt{2}x} - \sqrt{2}x + \sqrt{3} = 0$ تقبل في :
Question 11	لتكن $f$ الدالة المعرفة من $\mathbb{R}$ نحو $\mathbb{R}$ بحيث $2021x + 2022 \leq f(2021x) + 2022 \leq f(2021x + 2022)$ . اختر الإجابة الصحيحة.
Question 12	المتراجحة $[\pi, \pi]^2$ تقبل في $\sin(x) + 2\sin(y) + 3 \leq 0$ :
Question 13	المعادلة $x^2 - y^2 - 21 = 0$ تقبل في $\mathbb{N}^2$ :
Question 14	ليكن $a, b, c \in \mathbb{Z}$ بحيث $a^3 + b^3 + c^3$ يقبل القسمة على $3$ , و ليكن $S = a + b + c$ . علماً أن، لكل $n \in \mathbb{Z}$ , العدد $3$ يقسم $n^3 - S$ . اختر الإجابة الصحيحة.
Question 15	العدد الصحيح الطبيعي $1^{2021} + 2^{2021} + \dots + 4^{2021}$ :

**Partie II : Questions à réponses précises**

Pour chaque question qui suit, écrire la réponse dans la partie correspondante de la feuille des réponses

(Chaque réponse est notée sur 2pts)

الأسئلة	
Question 16	باب مرآب للسيارات مزود بقفل رقمي يحمل المفاتيح : أحرف كلمة ENSAM و الأرقام الغير المنعدمة. يفتح الباب عند كتابة، بالترتيب، ثلاثة أحرف و أربعة أرقام؛ و التي تشكل قنا سريا. الأرقام مختلفة مثنى مثنى و الأحرف ليست بالضرورة مختلفة. ما هو العدد $N$ للأقان الممكنة التي تحتوي بالضبط على حرفين منطبقين؟
Question 17	تم تطعيم ساكنة ما ضد مرض معين. خلال وباء ما، نلاحظ 20% من الساكنة هم ضحية للوباء، و أنه من بين 15 مريضا، هناك شخصان تم تطعيمهما. احسب $P$ احتمال الحصول على ضحية للمرض علما أنه تم تطعيمها.
Question 18	ليكن $\cos(\frac{2\pi i}{5}) = a + b$ . علماً أن $a$ جذراً للحدوية $P(z) = 1 + z + z^2 + z^3 + z^4$ , احسب $b$ و $a = \alpha + \alpha^4$ , $\alpha = e^{\frac{2\pi i}{5}}$ .
Question 19	احسب النهاية $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ حيث $f(x) = \frac{e^x - \cos(\sqrt{x})}{x}$ .
Question 20	باستعمال متكاملة بالأجزاء، احسب التكامل $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{x}{\cos^2(x)} dx$ .
Question 21	لتكن $f$ الدالة المعرفة على $[0, \sqrt{2}]$ بـ $f(x) = \frac{\ln(x+\sqrt{2})}{\sqrt{x+\sqrt{2}}}$ . احسب الحجم $V$ للمجسم المولد بدوران $C_f$ حول محور الأفاسيل.
Question 22	في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعمد ممنظم مباشر $(\vec{i}, \vec{j})$ , تعتبر النقاطين $A$ و $B$ ذات اللحقين $i = a + b = i\bar{a} = -\sqrt{3} + i$ على التوالي. لتكن $C$ صورة النقطة $A$ بالدوران الذي مرکزه $O$ و زاويته $\frac{\pi}{3}$ و ليكن $c$ لحق النقطة $C$ . اعط الشكل المثلثي للعدد العقدي للعدد المثلث $OBC$ . واستنتج طبيعة المثلث $OBC$ .
Question 23	في الفضاء المنسوب إلى معلم متعمد ممنظم، تعتبر النقط $A(\sqrt{2}, -1, 2)$ , $B(3, -\sqrt{3}, 1)$ , $C(1, -2, -1)$ و الفلكة $\mathcal{S}$ ذات المعادلة الديكارتية :
Question 24	نعتبر المعادلة التفاضلية $y'' = (x-2)e^x$ . علماً أن الدالة $y$ حل لـ $y'' = (x-2)e^x$ . حدد حالاً خاصاً $y_0$ لـ $y$ بحيث منحناه يمر من النقطة $A(0, -2)$ و يقبل مماساً موازياً لمحور الأفاسيل عند النقطة $A$ .
Question 25	نعتبر نصف دائرة $\mathcal{C}$ قطرها $2 cm$ . حدد القيمة القصوية $S_m$ لمساحة مستطيل محاط بالنصف دائرة $\mathcal{C}$ .

# Feuille de réponses

Nom : .....

Prénom : .....

Code Massar : .....

Le candidat doit obligatoirement cocher  
(comme suit  ) son code Massar sur la grille  
ci-contre

<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> K	<input type="checkbox"/> 0									
<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> L	<input type="checkbox"/> 1									
<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> M	<input type="checkbox"/> 2									
<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> N	<input type="checkbox"/> 3									
<input type="checkbox"/> E	<input type="checkbox"/> O	<input type="checkbox"/> 4									
<input type="checkbox"/> F	<input type="checkbox"/> P	<input type="checkbox"/> 5									
<input type="checkbox"/> G	<input type="checkbox"/> Q	<input type="checkbox"/> 6									
<input type="checkbox"/> H	<input type="checkbox"/> R	<input type="checkbox"/> 7									
<input type="checkbox"/> I	<input type="checkbox"/> S	<input type="checkbox"/> 8									
<input type="checkbox"/> J	<input type="checkbox"/> T	<input type="checkbox"/> 9									

## Partie I : Questions à choix multiples

**Question 1** Choisir la bonne réponse

- $(S_n)$  est convergente et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = 0$
- $(S_n)$  est divergente
- $(S_n)$  est convergente et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = \frac{1}{2}$
- $(S_n)$  est convergente et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = 1$
- Autre réponse

**Question 2** La distance  $d$  est égale à

- |   |   |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> $\frac{\sqrt{3}}{3}$ cm<br><input type="checkbox"/> $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ cm<br><input type="checkbox"/> $\frac{\sqrt{3}}{2}$ cm | <input type="checkbox"/> $\frac{\sqrt{2}}{3}$ cm<br><input type="checkbox"/> $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ cm<br><input type="checkbox"/> autre réponse |
|---|---|

**Question 3** L'ensemble  $A$  est

- |   |  |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> un demi-plan<br><input type="checkbox"/> une droite<br><input type="checkbox"/> union de deux demi-droites | <input type="checkbox"/> un cercle<br><input type="checkbox"/> autre réponse |
|---|--|

**Question 4** La limite est égale à

- |  |   |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> $n$<br><input type="checkbox"/> $\frac{n!}{n!}$<br><input type="checkbox"/> $\frac{1}{n}$ | <input type="checkbox"/> $n!$<br><input type="checkbox"/> 1<br><input type="checkbox"/> autre réponse |
|--|---|

**Question 5**  $C_f$  admet en  $+\infty$

- une asymptote oblique d'équation  $y = -x$
- une asymptote oblique d'équation  $y = x$
- une branche parabolique de direction asymptotique la droite d'équation  $y = -x$
- une asymptote verticale
- autre réponse

**Question 6** Choisir la bonne réponse

- $C_g$  admet une demi-tangente oblique à l'origine
- $C_g$  admet une tangente horizontale à l'origine
- $C_g$  admet une tangente verticale à l'origine
- $g$  est non bornée au voisinage de 0
- autre réponse

**Question 7** Choisir la bonne réponse

- |   |  |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{3}{4}$<br><input type="checkbox"/> $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{4}{3}$<br><input type="checkbox"/> $(u_n)$ est divergente | <input type="checkbox"/> $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{1}{4}$<br><input type="checkbox"/> $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 4$<br><input type="checkbox"/> autre réponse |
|---|--|

**Question 8** Choisir la bonne réponse

- |   |  |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n = \frac{1}{e}$<br><input type="checkbox"/> $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n = 0$<br><input type="checkbox"/> $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n = 1$ | <input type="checkbox"/> $(I_n)$ est divergente<br><input type="checkbox"/> $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n = e$<br><input type="checkbox"/> autre réponse |
|---|--|

**Question 9** le polynôme  $P$  est

- divisible par  $(x - 1)^2$
- divisible par  $x - 2$
- non divisible par  $x - 1$
- autre réponse

**Question 10** Dans  $\mathbb{R}^+$ , l'équation admet

- plus de trois solutions
- deux solutions distinctes
- une solution unique
- aucune solution
- autre réponse

**Question 11** Choisir la bonne réponse

- $f$  est un polynôme de degré 2 et  $f(2021) \geq -1$   
  $f$  est constante  
  $f$  est un polynôme de degré 1  
  $f$  est un polynôme de degré 2 et  $f(2022) \leq 0$   
 autre réponse

**Question 12** L'inéquation admet dans  $]-\pi, \pi]^2$ 

- |  |  |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> une infinité de solutions<br><input type="checkbox"/> une solution unique<br><input type="checkbox"/> aucune solution | <input type="checkbox"/> deux solutions distinctes<br><input type="checkbox"/> autre réponse |
|--|--|

**Question 13** L'équation admet

- |  |  |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> aucune solution<br><input type="checkbox"/> une infinité de solutions<br><input type="checkbox"/> deux solutions distinctes | <input type="checkbox"/> une solution unique<br><input type="checkbox"/> autre réponse |
|--|--|

**Question 14** Choisir la bonne réponse

- |   |   |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> $S$ est multiple de 3<br><input type="checkbox"/> $S$ et 3 sont premiers entre eux | <input type="checkbox"/> le reste de la division euclidienne de $S$ par 3 est 2<br><input type="checkbox"/> autre réponse |
|---|---|

**Question 15** Le nombre est

- |   |  |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> multiple de 5<br><input type="checkbox"/> impair<br><input type="checkbox"/> non divisible par 5 | <input type="checkbox"/> premier<br><input type="checkbox"/> autre réponse |
|---|--|

**Partie II : Questions à réponses précises****Question 16**

réservé au correcteur

$$N =$$

**Question 17**

réservé au correcteur

$$P =$$

**Question 18**

réservé au correcteur

$$a + b =$$

$$ab =$$

$$\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) =$$

**Question 19**

réservé au correcteur

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$$

**Question 20**

réservé au correcteur

$$I =$$

**Question 21**

réservé au correcteur

$$V =$$

**Question 22**

réservé au correcteur

$$Z =$$

Le triangle OBC est

**Question 23**

réservé au correcteur

L'intersection de  $S$  et  $(ABC)$  est

**Question 24**

réservé au correcteur

$$y_0 =$$

**Question 25**

réservé au correcteur

$$S_m =$$