

## LISTA DE EXERCÍCIOS II

As soluções para as questões podem ser obtidas por meio de considerações algébricas bem como por meio de gráficos.

1) Considere a seguinte expressão para uma função exponencial

$$f(x) = a \cdot b^{k \cdot x}, \text{ onde } a, k, b \in \mathbb{R} \text{ tal que } 0 < b \neq 1 \text{ e } a \neq 1.$$

a) Conceitue cada um dos termos que aparece nessa equação.

b) Faça um estudo detalhado da equação. Para isso, modifique os parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $k$  e descreva o que acontece com o gráfico (se crescente ou decrescente, por exemplo). Para cada um dos casos faça o estudo nos limites em que  $x \rightarrow +\infty$  e  $x \rightarrow -\infty$

c) Para o caso específico em que  $f(x) = a \cdot e^{k \cdot x}$  repita os itens a) e b) acima.

2) Dada a função de  $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  com a seguinte lei de formação  $f(x) = a^x$ , em que  $a$  é um número positivo e diferente de 1, julgue as afirmativas a seguir:

I) Essa função será crescente se  $a$  for positivo.

II) Se  $x = 0$ , então,  $f(x) = 1$ .

III) Essa é uma função do tipo exponencial.

Marque a alternativa correta:

a) Somente a afirmativa I é falsa.

b) Somente a afirmativa II é falsa.

c) Somente a afirmativa III é falsa.

d) Todas as afirmativas são verdadeiras.

e) Todas as afirmativas são falsas.

Justifique a sua resposta

3) Dada a função  $f(x) = 2^{x+3} + 10$ , calcule o valor de  $x$  para que  $f(x) = 42$ . Resolva algebricamente e explique como o mesmo resultado pode ser obtido graficamente.

4) Dada a função exponencial  $f(x) = (k-4)^x$ , sabendo que essa função é decrescente, o valor de  $k$  está entre:

a) 1 e 2

b) 2 e 3

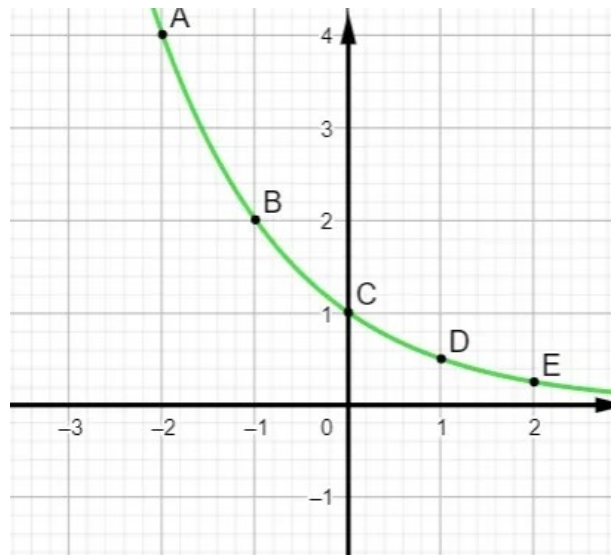
c) 3 e 4

d) 4 e 5

e) 5 e 6

Explique.

5) Uma função exponencial está representada no gráfico abaixo



Pela análise do gráfico encontre a(s) expressão(es) que reproduz o gráfico acima ( encontre a lei de formação ):

- a)  $f(x) = 5^x$
- b)  $f(x) = 0,2^x$
- c)  $f(x) = 2^x$
- d)  $f(x) = 0,5^x$
- e)  $f(x) = (1/2)^{-x}$
- f)  $f(x) = -0,5^x$
- g)  $f(x) = (1/2)^x$ .

Essa função é crescente ou decrescente?

6) Definição: seja  $a \in \mathbb{R}$  tal que  $0 < a \neq 1$ . Chamamos de função logarítmica de base  $a$  a função  $y = \log_a(x) \Leftrightarrow a^y = x$  com  $0 < x$ .

- a) Explique em detalhes essa definição;
- b) Faça um estudo detalhado do gráfico da função  $y = \log_a(x)$ . Explique o que ocorre em cada modificação dos parâmetros.

7) Com base na questão 2) calcule (algebrica ou graficamente):

- a)  $\log_2(8)$ ,  $\log_{10}(8)$ ,  $\ln(8)$
- b)  $\log_2(1/32)$ ,  $\log_{10}(1/32)$ ,  $\ln(1/32)$
- c)  $\log_2(-1)$ ,  $\log_{10}(-1)$ ,  $\ln(-1)$
- d)  $\log_7(-1)$ ,  $\log_7(49)$
- e)  $a^{\log_a(x)}$

8) Determine um número  $y$  tal que  $\log_2(y) = 7$ .

9) Determine um número  $t$  tal que  $\log_2(t) = 8$ .

10) Determine um número  $y$  tal que  $\log_2(y) = -5$ .

11) Determine um número  $t$  tal que  $\log_2(t) = -9$ .

12)  $\log_b(64) = 1$

13)  $\log_b(64) = 2$

14)  $\log_b(64) = 3$

15)  $\log_b(64) = 6$

16)  $\log_b(64) = 12$

17) Determine um número  $t$  tal que  $2^{1/(t-8)} = 5$ .

18)(Uneb-BA) A expressão  $P(t) = K \cdot 2^{0,05t}$  fornece o número  $P$  de milhares de habitantes de uma cidade, em função do tempo  $t$ , em anos. Se, em 1990, essa cidade tinha 300.000 habitantes, quantos habitantes, aproximadamente, espera-se que ela tenha no ano 2000?

a) 352.000

b) 401.000

c) 423.000

d) 439.000

e) 441 000

20) Um botânico, encantado com o pau-brasil, dedicou-se, durante anos de estudos, a conseguir criar uma função exponencial que medisse o crescimento dessa árvore no decorrer do tempo. Sua conclusão foi que, ao plantar-se essa árvore, seu crescimento dado em metros, no decorrer dos anos, é dado por  $C(t) = (0,5) \cdot 2^{(t-1)}$ . Analisando essa função, quanto tempo essa árvore leva para atingir a altura de 16 metros?

a) 7 anos

b) 6 anos

c) 5 anos

d) 4 anos

e) 3 anos

Explique o que representa, neste problema, o termo  $(0,5)$  que aparece na equação acima.