Circuitos Lógicos
Simplificação de circuitos lógicos
Mapa de Karnaugh

Prof.: Daniel D. Silveira

Simplificação de circuitos lógicos

- A técnica de simplificação que será utilizada requer que a expressão esteja na forma de soma de produtos
- Forma de soma de produtos:

1. $ABC + \overline{A}B\overline{C}$

2. $AB + \overline{A}B\overline{C} + \overline{C}\,\overline{D} + D$

3. $\overline{A}B + C\overline{D} + EF + GK + H\overline{L}$

- **Uma barra não pode cobrir mais que uma variável em um termo**

Simplificação de circuitos lógicos

- Outra forma de representação é o produto de somas
- Os métodos e projetos de circuitos que usaremos não utilizam esta forma de representação

1. $(A + B + C)(A + C)$

2. $(A + \overline{B})(\overline{C} + D)F$

3. $(A + C)(B + \overline{D})(\overline{B} + C)(A + \overline{D} + \overline{E})$

O Mapa de Karnaugh

- Método gráfico usado para simplificar uma equação lógica ou converter uma tabela verdade no seu circuito lógico correspondente
- Estudaremos sua aplicação para problemas com até 4 entradas. Acima disso, os mapas se tornam muito complicados, sendo melhor fazer a análise por meio de programas de computador

Estrutura do mapa de Karnaugh

- Para 2 variáveis

A	B	X	
0	0	1	$\rightarrow \bar{A}\bar{B}$
0	1	0	
1	0	0	
1	1	1	$\rightarrow AB$

$$\left\{ x = \bar{A}\bar{B} + AB \right\}$$

	$\bar{B}$	B
$\bar{A}$	1	0
A	0	1

Estrutura do mapa de Karnaugh

- Para 3 e 4 variáveis, é interessante conhecer o código Gray, que também é usado em outros ramos da eng. elétrica
- Código Gray: de um número para outro, apenas um bit varia

DECIMAL	BINARY	GRAY CODE	DECIMAL	BINARY	GRAY CODE
0	0000	0000	8	1000	1100
1	0001	0001	9	1001	1101
2	0010	0011	10	1010	1111
3	0011	0010	11	1011	1110
4	0100	0110	12	1100	1010
5	0101	0111	13	1101	1011
6	0110	0101	14	1110	1001
7	0111	0100	15	1111	1000

Estrutura do mapa de Karnaugh

- Para 3 variáveis:

A	B	C	X	
0	0	0	1	$\rightarrow \bar{A}\bar{B}\bar{C}$
0	0	1	1	$\rightarrow \bar{A}\bar{B}C$
0	1	0	1	$\rightarrow \bar{A}B\bar{C}$
0	1	1	0	
1	0	0	0	
1	0	1	0	
1	1	0	1	$\rightarrow AB\bar{C}$
1	1	1	0	

$$\left\{ \begin{aligned} X = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C \\ + \bar{A}B\bar{C} + AB\bar{C} \end{aligned} \right\}$$

(b)

	$\bar{C}$	C
$\bar{A}\bar{B}$	1	1
$\bar{A}B$	1	0
AB	1	0
$A\bar{B}$	0	0

Estrutura do mapa de Karnaugh

- Para 4 variáveis

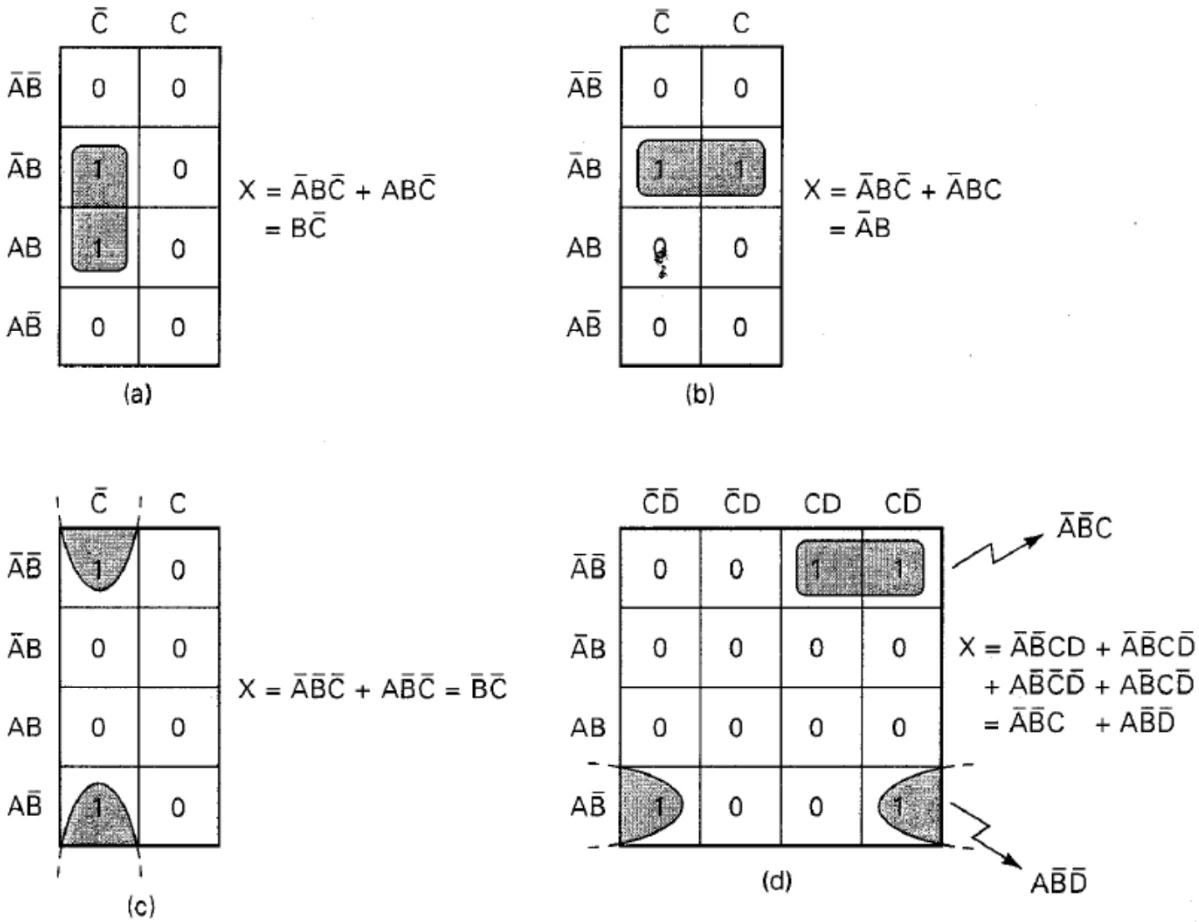
A	B	C	D	X	
0	0	0	0	0	
0	0	0	1	1	$\rightarrow \bar{A}\bar{B}\bar{C}D$
0	0	1	0	0	
0	0	1	1	0	
0	1	0	0	0	
0	1	0	1	1	$\rightarrow \bar{A}B\bar{C}D$
0	1	1	0	0	
0	1	1	1	0	
1	0	0	0	0	
1	0	0	1	0	
1	0	1	0	0	
1	0	1	1	0	
1	1	0	0	0	
1	1	0	1	1	$\rightarrow AB\bar{C}D$
1	1	1	0	0	
1	1	1	1	1	$\rightarrow ABCD$

$$\left\{ \begin{aligned} X = {} & \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + \bar{A}B\bar{C}D \\ & + AB\bar{C}D + ABCD \end{aligned} \right\}$$

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	0	1	0	0
$\bar{A}B$	0	1	0	0
AB	0	1	1	0
$A\bar{B}$	0	0	0	0

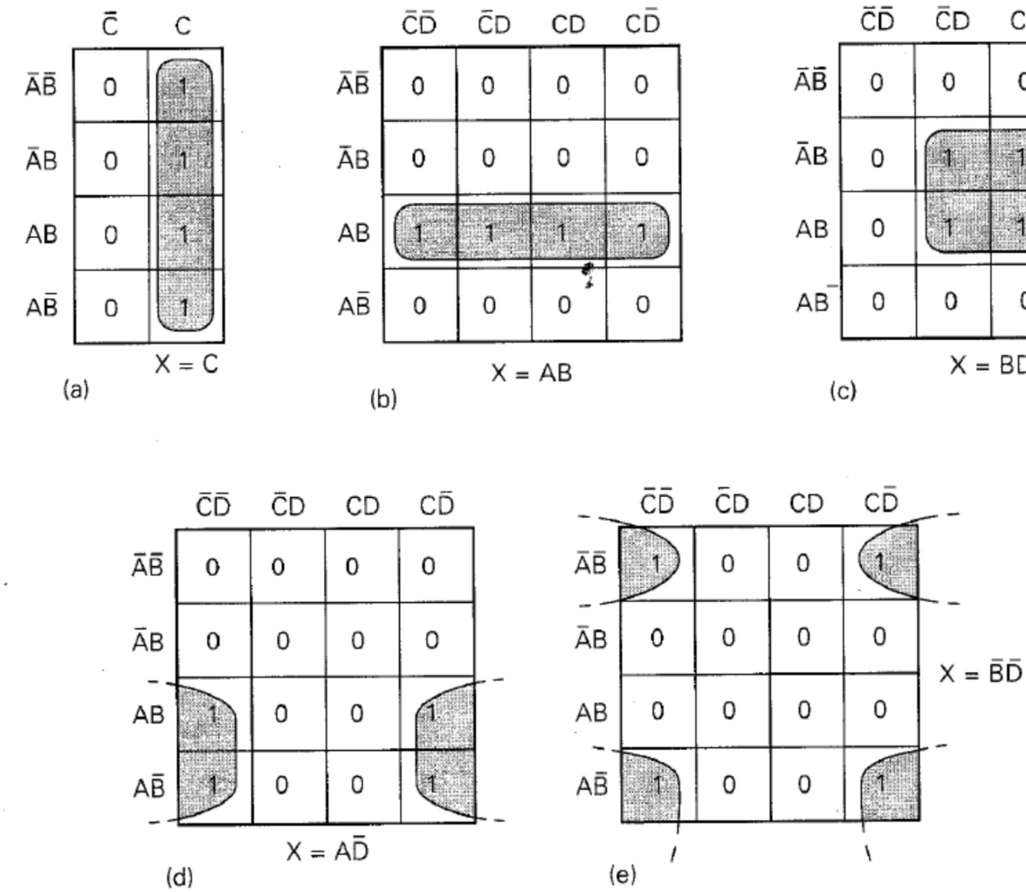
(c)

Agrupamentos de 2 quadros (pares)



Agrupando um par de 1s adjacentes em um mapa K, elimina-se a variável que aparece nas formas complementada e não-complementada.

Agrupamentos de 4 quadrados (quartetos)



Agrupando um quarteto de 1s adjacentes, elimina-se duas variáveis que aparecem nas formas complementada e não-complementada.

Agrupamentos de 8 quadrados (octetos)

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	0	0	0	0
$\bar{A}B$	1	1	1	1
AB	1	1	1	1
$\bar{A}B$	0	0	0	0

$\boxed{X = B}$

(a)

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	1	1	0	0
$\bar{A}B$	1	1	0	0
AB	1	1	0	0
$A\bar{B}$	1	1	0	0

$\boxed{X = \bar{C}}$

(b)

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	1	1	1	1
$\bar{A}B$	0	0	0	0
AB	0	0	0	0
$A\bar{B}$	1	1	1	1

$\boxed{X = \bar{B}}$

(c)

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	1	0	0	1
$\bar{A}B$	1	0	0	1
AB	1	0	0	1
$A\bar{B}$	1	0	0	1

$\boxed{X = \bar{D}}$

(d)

Agrupando um octeto de 1s adjacentes, elimina-se três variáveis que aparecem nas formas complementada e não-complementada.

Considerações

Quando uma variável aparece nas formas complementada e não-complementada em um agrupamento, tal variável é eliminada da expressão. As variáveis que não se alteram para todos os quadros do agrupamento têm de permanecer na expressão final.

- Procedimento passo-a-passo

Passo 1 Construa o mapa K e coloque os 1s nos quadros que correspondem aos 1s na tabela-verdade. Coloque 0s nos outros quadros.

Passo 2 Analise o mapa quanto aos 1s adjacentes e agrupe os 1s que *não* sejam adjacentes a quaisquer outros 1s. Esses são denominados 1s *isolados*.

Passo 3 Em seguida, procure os 1s que são adjacentes a somente um outro 1. Agrupe *todo* par que contém tal 1.

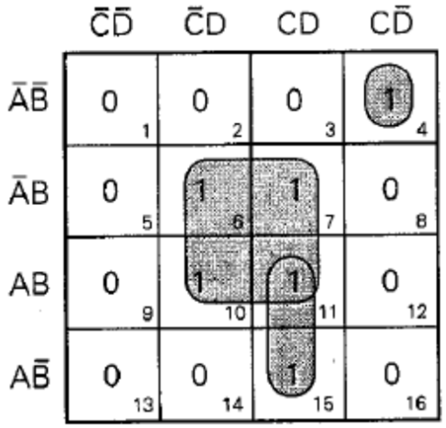
Passo 4 Agrupe qualquer octeto, mesmo que ele contenha alguns 1s que já tenham sido agrupados.

Passo 5 Agrupe qualquer quarteto que contenha um ou mais 1s que ainda não tenham sido agrupados, *certificando-se de usar o menor número de agrupamentos.*

Passo 6 Agrupe quaisquer pares necessários para incluir quaisquer 1s que ainda não tenham sido agrupados, *certificando-se de usar o menor número de agrupamentos.*

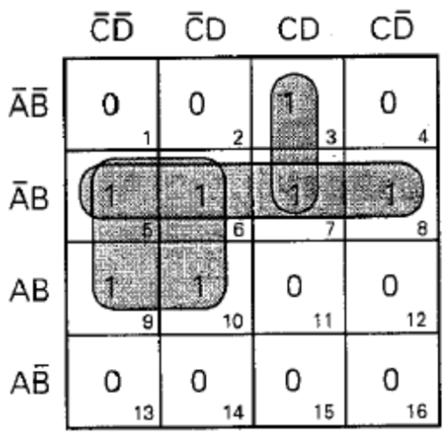
Passo 7 Forme a soma OR de todos os termos gerados por cada grupo.

Exemplos de análise



$$X = \underbrace{\bar{A}\bar{B}C\bar{D}}_{\text{grupo 4}} + \underbrace{ACD}_{\text{grupo 11, 15}} + \underbrace{BD}_{\text{grupo 6, 7, 10, 11}}$$

(a)



$$X = \underbrace{\bar{A}B}_{\text{grupo 5, 6, 7, 8}} + \underbrace{B\bar{C}}_{\text{grupo 5, 6, 9, 10}} + \underbrace{\bar{A}CD}_{\text{grupo 3,7}}$$

(b)

Exemplos de análise

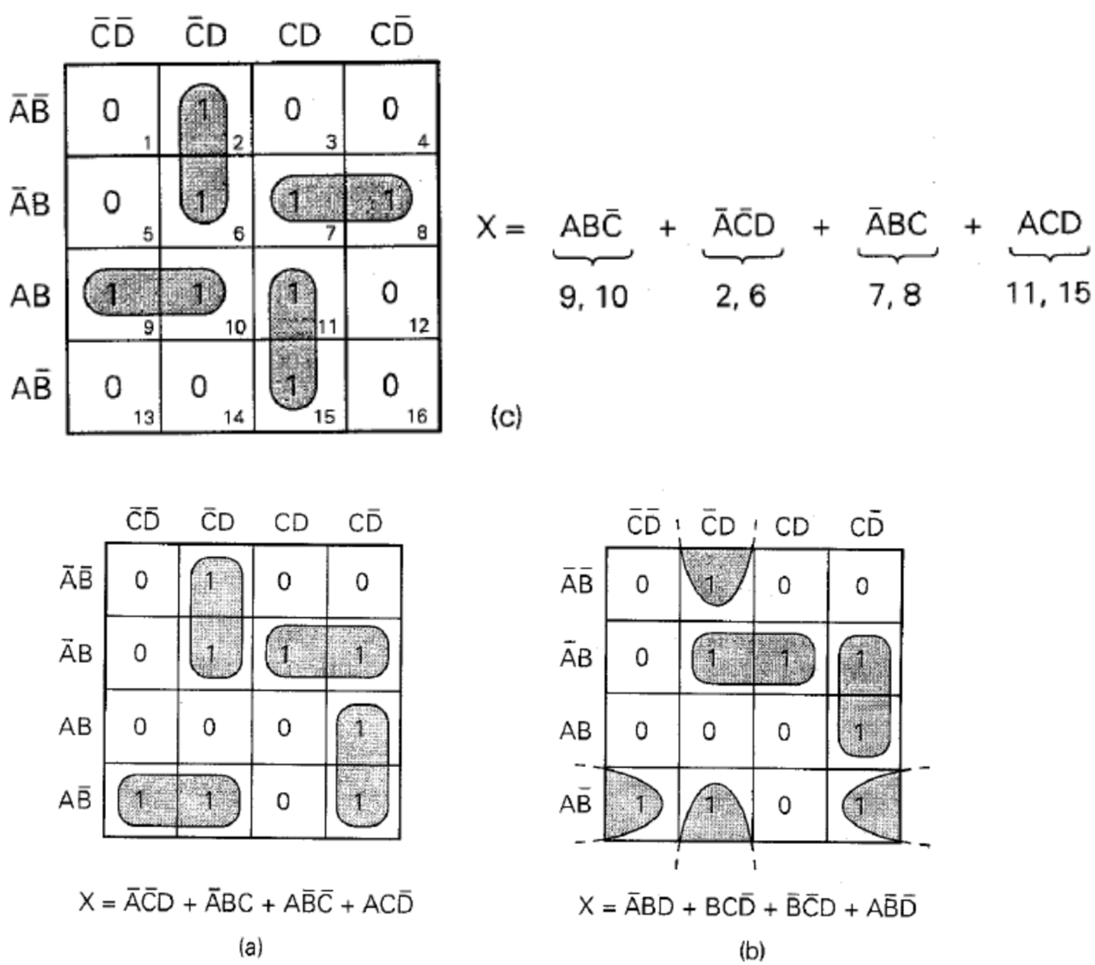


FIGURA 4.16 O mesmo mapa K com duas soluções igualmente boas.

Exemplos de análise

Use um mapa K para simplificar $y = \overline{C}(\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{D} + D) + A\overline{B}C + \overline{D}$.

	$\overline{C}\overline{D}$	$\overline{C}D$	CD	$C\overline{D}$
$\overline{A}\overline{B}$	1	1	0	1
$\overline{A}B$	1	1	0	1
AB	1	1	0	1
$A\overline{B}$	1	1	1	1

$y = A\overline{B} + \overline{C} + \overline{D}$

FIGURA 4.17 Exemplo 4-14.

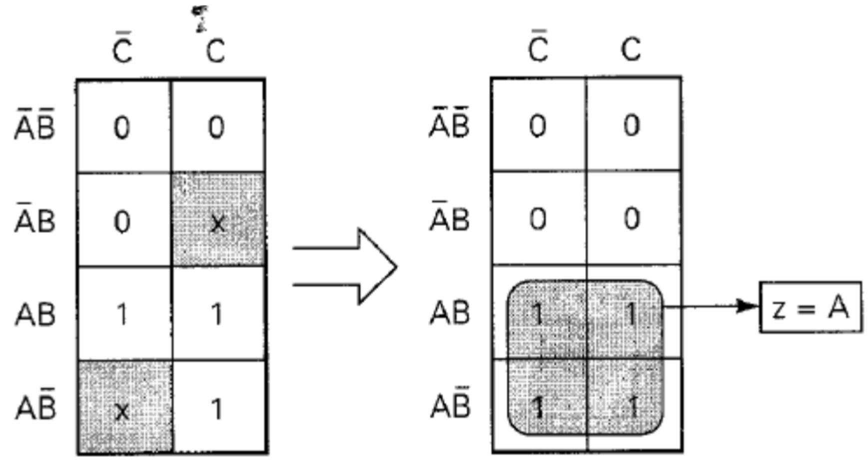
Condições irrelevantes ou don’t care

- Em alguns projetos, a condição de saída pode ser irrelevante, porque certas condições de entrada nunca ocorrerão
- Essa condição de saída pode assumir o estado *ALTO* ou *BAIXO*, de acordo com a escolha do projetista, e é sinalizada na tabela verdade por um **x**
- Pode-se então escolher a saída como 0 ou 1, de forma a simplificar o circuito o máximo possível

Exemplo de don’t care

A	B	C	z	
0	0	0	0	
0	0	1	0	
0	1	0	0	
0	1	1	x	don't care
1	0	0	x	
1	0	1	1	
1	1	0	1	
1	1	1	1	

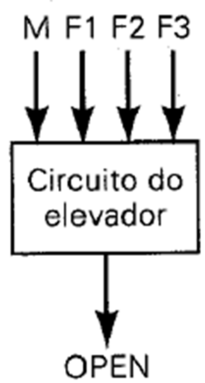
(a)



(b) (c)

Projeto

Vamos projetar um circuito lógico que controla uma porta de elevador em um prédio de três andares. O circuito na Figura 4.19(a) tem quatro entradas. *M* é um sinal lógico que indica quando o elevador está se movendo ($M = 1$) ou parado ($M = 0$). *F1*, *F2* e *F3* são os sinais indicadores dos andares que são normalmente nível BAIXO, passando para nível ALTO apenas quando o elevador estiver posicionado em um determinado andar. Por exemplo, quando o elevador estiver no segundo andar, $F2 = 1$ e $F1 = F3 = 0$. A saída do circuito é o sinal *OPEN* (*ABRIR*) que normalmente é nível BAIXO e vai para o nível ALTO quando a porta do elevador estiver aberta.



Exercícios Propostos

Determine a expressão mínima para os mapas abaixo

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	1	1	1	1
$\bar{A}B$	1	1	0	0
AB	0	0	0	1
$A\bar{B}$	0	0	1	1

(a)

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	1	0	1	1
$\bar{A}B$	1	0	0	1
AB	0	0	0	0
$A\bar{B}$	1	0	1	1

(b)

	$\bar{C}$	C
$\bar{A}\bar{B}$	1	1
$\bar{A}B$	0	0
AB	1	0
$A\bar{B}$	1	X

(c)

- Simplifique as expressões utilizando o Mapa

(g) $y = \overline{(C + D)} + \bar{A}C\bar{D} + A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}CD + AC\bar{D}$

(h) $x = AB(\overline{\bar{C}D}) + \bar{A}BD + \bar{B}\bar{C}\bar{D}$

Exercícios Propostos

Projeto

Um número de quatro bits é representado como $A_3A_2A_1A_0$, onde A_3, A_2, A_1 e A_0 representam os bits individuais e A_0 é o LSB. Projete um circuito lógico que gera um nível ALTO na saída sempre que o número binário for maior que 0010 e menor que 1000.