



Universidad
Nacional
de Córdoba



FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, FÍSICAS y NATURALES

Sistemas de Control

Trabajo Final Integrador

Control de temperatura de un horno industrial

Alumnas:

Guyot, Lourdes

Mayorga, Federica

Docentes:

Agüero, Adrian

Pedroni, Juan

2025

Introducción.....	3
Definición del problema o del sistema.....	4
Análisis.....	6
Modelado matemático para la planta.....	7
Modelado matemático para el sensor.....	10
Modelado matemático para el actuador.....	11
Función de transferencia.....	12
Análisis de estabilidad y temporal.....	13
Polos dominantes.....	15
Análisis del modelo.....	16
Diseño.....	17
Simulación.....	23
Conclusión.....	25
Bibliografía y referencias.....	26

Introducción

En el ámbito de los sistemas de control industrial, los hornos eléctricos desempeñan un papel crucial en procesos de tratamiento térmico y fundición de metales. La necesidad de alcanzar niveles de precisión cada vez mayores en estos procesos plantea desafíos técnicos significativos, como el control exacto de la temperatura interna, la compensación de perturbaciones externas y la minimización de errores en estado estable.

El control de temperatura en hornos industriales es esencial para garantizar la calidad y eficiencia de estos procesos. En este trabajo se implementará un controlador para el horno **Nabertherm Modelo LT 5/12**, con el objetivo de estabilizar su temperatura de operación de manera precisa y eficiente. Este horno de cámara compacta es ideal para laboratorios y pequeñas producciones. Además, cuenta con un aislamiento de ladrillo refractario, placa aislante de Perlitemp y elementos calefactores de alambre Kanthal, lo que lo convierte en una solución confiable y versátil para aplicaciones industriales.

Este trabajo propone un diseño de sistema de control para un horno eléctrico basado en principios de ingeniería moderna. A través de un análisis detallado del comportamiento térmico y eléctrico del sistema, se desarrolla un modelo matemático que permite diseñar y evaluar controladores adecuados. Además, se exploran alternativas para mejorar la precisión, estabilidad y tiempo de respuesta, utilizando herramientas avanzadas de simulación y técnicas de control clásico como el diseño de compensadores.

El objetivo es garantizar que el horno alcance las temperaturas deseadas de manera eficiente y segura, optimizando los procesos industriales en los que se utiliza. Este proyecto no solo busca una solución técnica sino también una aproximación que permita profundizar en el análisis y diseño de sistemas de control en entornos reales.

Definición del problema o del sistema

El tratamiento térmico abarca una variedad de procesos industriales destinados a modificar las propiedades físicas, mecánicas o químicas de materiales como aceros y aleaciones metálicas. Entre los tratamientos más comunes se encuentran el revenido, templado, recocido, forjado, esmaltado sobre metales y enlozado, todos ellos esenciales para aplicaciones específicas en la industria metalúrgica. Estos procesos se realizan típicamente en hornos eléctricos debido a su capacidad de alcanzar temperaturas controladas con alta precisión.

En este trabajo, utilizaremos como referencia el **horno Nabertherm Modelo LT 5/12**, un modelo reconocido en el sector industrial por su confiabilidad y eficiencia en aplicaciones de laboratorio y pequeñas producciones. Este horno cuenta con resistencias de alambre Kanthal que convierten la energía eléctrica en calor, permitiendo alcanzar temperaturas de hasta 1200 [°C]. Su diseño incorpora aislamiento de ladrillo refractario que reduce las pérdidas térmicas y mejora su rendimiento energético, mientras que su sistema de control PID asegura un control preciso de la temperatura, garantizando procesos seguros y eficientes.



Figura 1: Horno modelo LT 5/12.

Para regular la temperatura interna del horno, se emplea un sistema de lazo cerrado. Este mide de manera continua las variables de entrada y salida, generando una señal de error que se envía al controlador para mantener la temperatura dentro de un rango cercano al valor deseado (setpoint). En este proyecto, simularemos el comportamiento de este sistema para analizar su respuesta.

El sistema de control está compuesto por una **termocupla tipo S** como sensor principal, un microcontrolador encargado del procesamiento de datos y un actuador encargado de modular la potencia suministrada a las resistencias. Como actuador se utilizará un Relé de Estado Sólido (SSR), un dispositivo electrónico que conmuta la corriente eléctrica sin partes móviles. Ya que proporciona una conmutación rápida y confiable, ofreciendo una alternativa robusta y eficiente a los relés electromecánicos. Su capacidad para manejar cargas inductivas y su compatibilidad con señales de control de bajo voltaje provenientes del microcontrolador lo hacen ideal para el control preciso de la temperatura en el horno.

Además, el sistema considera factores externos que pueden influir en la operación, como pérdidas de calor por aislamiento imperfecto, fluctuaciones en el suministro eléctrico y variaciones en la carga térmica del horno. Estas perturbaciones representan desafíos importantes que deben ser manejados para garantizar la estabilidad y la precisión del sistema.

Si bien bajo condiciones ideales las resistencias térmicas presentan un comportamiento lineal, sus propiedades pueden cambiar con la temperatura, introduciendo no linealidades al sistema. Para simplificar el análisis, se asumirá un comportamiento lineal despreciando perturbaciones externas significativas, lo que facilitará el desarrollo del modelo matemático y el diseño del controlador.

Con esta configuración, el sistema será capaz de responder adecuadamente a cambios en el setpoint, manteniendo un control preciso de la temperatura y cumpliendo con los requisitos de procesos industriales exigentes.

Análisis

El sistema de control implementado para el **horno LT 5/12** es de lazo cerrado y consta de los siguientes componentes:

- **Controlador:** Un sistema de control proporcional-integral-derivativo (PID) que calcula y ajusta la señal de control en función del error entre la temperatura deseada (setpoint) y la temperatura medida.
- **Actuador (SSR):** Modula la potencia suministrada a las resistencias de calentamiento del horno según la señal de control proporcionada por el microcontrolador.
- **Planta:** El horno industrial y su comportamiento térmico.
- **Sensor:** Una termocupla tipo S que mide la temperatura interna y envía una señal proporcional al controlador.

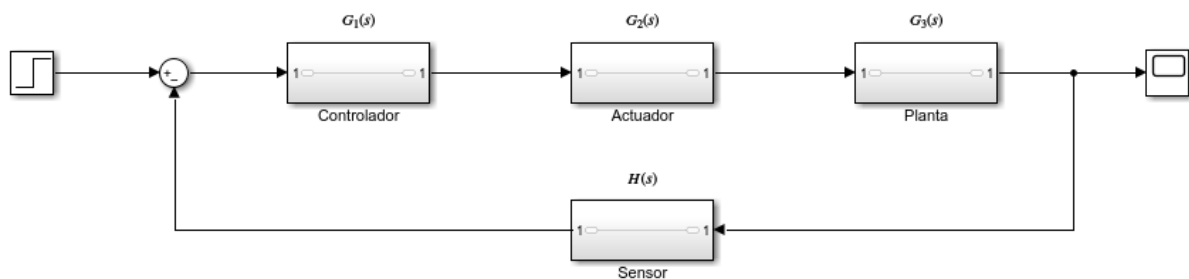


Figura 2: Diagrama de bloques del sistema.

El flujo de señales es el siguiente:

Setpoint → Comparador de Error → Controlador → Actuador → Planta (horno) → Sensor → Retroalimentación al comparador.

El **horno eléctrico Nabertherm Modelo LT 5/12** es un equipo compacto diseñado para aplicaciones de laboratorio y pequeñas producciones. Sus dimensiones internas son 205 [mm] x 170 [mm] x 130 [mm], y su temperatura máxima de operación es de 1200 [°C]. Cuenta con aislamiento de placas calefactoras cerámicas y resistencias de alambre Kanthal.

En la siguiente sección, se presenta el desarrollo de los modelos matemáticos que describen el comportamiento de cada bloque constituyente del diagrama de

bloques del sistema. Este análisis detallado permitirá una comprensión profunda de la dinámica del sistema y facilitará su simulación y optimización.

Modelado matemático para la planta

El modelado matemático de la planta (el horno eléctrico) es un paso fundamental para el diseño del sistema de control. El objetivo es obtener una representación simplificada pero precisa del comportamiento térmico del horno, que pueda ser utilizada para simular y analizar el sistema de control. En este trabajo, se utiliza la analogía termoelectrónica, que establece una correspondencia entre las variables térmicas y las variables eléctricas:

Equivalente Eléctrico			Equivalente Térmico		
Parámetro	Símbolo	Unidad	Parámetro	Símbolo	Unidad
Voltaje	u	V	Diferencia de temperatura	Θ	$^{\circ}\text{C}$
Corriente	i	A	Calor generado	q	W
Resistencia	R	Ω	Resistencia térmica	R_{th}	$^{\circ}\text{C} / \text{W}$
Capacitancia	C	F	Capacitancia térmica	C_{th}	$\text{J} / ^{\circ}\text{C}$

Tabla 1: Equivalencias térmicas y eléctricas.

Donde la temperatura se representa como el voltaje y la velocidad de transferencia de calor como la corriente. La resistencia térmica y la capacitancia térmica son análogas a la resistencia eléctrica en ohmios.

A partir de la analogía termoelectrónica, ilustrada en la siguiente figura, es posible representar el modelo térmico mediante un circuito eléctrico equivalente. Esta representación facilita el análisis del sistema térmico, ya que permite aplicar las leyes y técnicas del análisis de circuitos eléctricos para comprender y predecir el comportamiento del sistema térmico. El circuito equivalente resultante se muestra a continuación:

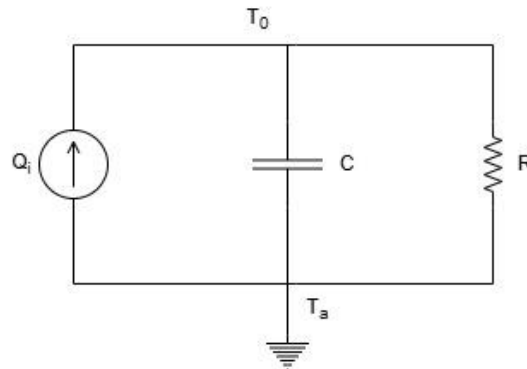


Figura 3: Circuito análogo termoeléctrico.

Para trabajar con el modelo matemático de sistemas térmicos, las unidades que se utilizarán se basan en análisis de ingeniería de control modernos, y son las presentadas:

$$R = \frac{1}{\text{conductividad térmica}} = \text{Resistencia térmica} \left[\frac{K}{Kcal} = \frac{^{\circ}C}{W} \right]$$

$$m = \text{Masa del aire dentro del horno} [kg]$$

$$C = \frac{\text{cambio en el calor almacenado}}{\text{cambio en la temperatura}} = \text{Capacitancia térmica} \left[\frac{Kcal}{^{\circ}C} = \frac{J}{K} \right]$$

$$H = \text{Razón de transferencia de calor} \left[\frac{Kcal}{seg} \right]$$

Comenzamos por el volumen interno del horno, que se calcula multiplicando las dimensiones internas:

$$V = 205 [mm] \times 170 [mm] \times 130 [mm] = 0,0045 [m^3]$$

Se considera la densidad del aire a temperatura ambiente como $1,225 [kg/m^3]$, por lo que:

$$m = V \times \text{densidad del aire} = 0,0045 [m^3] \times 1,225 [kg/m^3] = 0,0055 [kg]$$

Y la capacitancia térmica se calcula como el producto de la masa de aire y el calor específico del aire, con un valor de $1005 [J/kg K]$, entonces:

$$C = m \times c = 0,0055 [kg] \times 1005 [J/kg K] = 5,577 [J/K]$$

Este valor representa la cantidad de energía necesaria para elevar la temperatura del aire dentro del horno en $1 [^{\circ}C]$.

La resistencia térmica se calcula utilizando la conductividad térmica del ladrillo refractario ($0,38 [W/m K]$), ya que este valor indica la dificultad para transferir calor a través del aislamiento del horno.

$$R_{th} = \frac{1}{\lambda_{refractario}} + \frac{1}{\lambda_{aislante}} = \frac{1}{0,38 [W/mK]} + \frac{1}{0,14 [W/mK]} = 9,77 [K/W]$$

Con los componentes de nuestro circuito y las variables (*un comportamiento lineal despreciando perturbaciones externas significativas*) aclaradas, podemos continuar el desarrollo del modelo matemático, aplicando la ley de Kirchhoff de las corrientes:

$$-H + iC + iR = 0 \quad \rightarrow \quad -H + \frac{d(T_o - T_a)}{dt} C + \frac{T_o - T_a}{R_{th}} = 0$$

Recordando que $T_a = 0[^\circ C]$, el modelo planteado se observa como:

$$-H + \frac{dT_o}{dt} C + \frac{T_o}{R_{th}} = 0$$

Aplicando la transformada de Laplace y acomodando ciertos términos a nuestra ecuación, desarrollamos la función de transferencia de la planta:

$$H = \frac{dT_o}{dt} C + \frac{T_o}{R_{th}}$$

$$H(s) = s T_o(s) C + T_o(s) \frac{1}{R_{th}}$$

$$H(s) = T_o(s) \left[sC + \frac{1}{R_{th}} \right] \quad \rightarrow \quad \frac{T_o(s)}{H(s)} = \frac{1}{sC + \frac{1}{R_{th}}} = \frac{R_{th}}{R_{th} C s + 1} = \frac{0.17928}{s + 0.01834}$$

Esta función de transferencia describe la relación entre la temperatura interna del horno (la salida) y la potencia suministrada a las resistencias (la entrada).

Con una ganancia de 0.1793, la función indica que, por cada unidad de potencia aplicada, la temperatura del horno se incrementará en 0.1793 unidades, luego de que el transitorio ha pasado.

Este modelo simplificado, si bien asume un aislamiento perfecto y una temperatura ambiente nula, ofrece una representación adecuada del comportamiento térmico del horno en condiciones controladas, permitiendo así diseñar un sistema de control efectivo. La función de transferencia captura la dinámica esencial de la planta, y proporciona información clave para el diseño del controlador, que modulan la potencia

entregada a las resistencias para lograr y mantener la temperatura deseada dentro del horno.

Modelado matemático para el sensor

En este sistema de control de temperatura para el horno LT 5/12, la variable a medir es la temperatura interna de la cámara de calentamiento. Para ello, se utiliza una termocupla tipo S, un sensor termoeléctrico que genera una diferencia de potencial proporcional a la diferencia de temperatura entre su unión de medición (la punta de la termocupla, ubicada dentro del horno) y su unión de referencia (la conexión con el circuito de medición).

La termocupla tipo S se elige por su rango de temperatura adecuado para el horno LT 5/12 (hasta 1200[°C]), su buena estabilidad a altas temperaturas y su resistencia a la oxidación, lo cual es importante en aplicaciones industriales.

Tipo	Elemento positivo	Elemento negativo	Rango de temperatura habitual
J	Hierro	Constantán (Cobre 55%, Níquel 45%)	0° a 750° C
K	Cromel (Níquel 90%, Cromo 10%)	Alumel (95% Níquel, 2% Manganeso, 2% Aluminio, 1% Silicio)	-200° a 1250 °C
E	Cromel (Níquel 90%, Cromo 10%)	Constantán (Cobre 55%, Níquel 45%)	-200 a 900° C
T	Cobre	Constantán (55% Cobre, 45% Níquel)	-250 a 350° C
N	Nicrosil (Níquel 84%, Cromo 14%, Silicio 1.4%)	Nisil (Níquel 95.5%, Silicio 4.4%, Magnesio 0.1%)	-270 a 1300° C
R	Platino 87%, Rodio 13%	100% Platino	0 a 1600° C
S	Platino 90%, Rodio 10%	100% Platino	0 a 1600° C
B	Platino 70%, Rodio 30%	Platino 94%, Rodio 6%	600 a 1700° C

Tabla 2: Termocuplas (o termopares), tipos y rangos.

Las termocuplas tipo S presentan una sensibilidad aproximada de $0.011 [mV/^{\circ}C]$. Esto significa que, por cada grado Celsius de diferencia de temperatura entre las uniones, la termocupla genera una señal de voltaje de 0.011 milivoltios. Sin embargo, esta señal es muy pequeña y susceptible al ruido eléctrico, lo que dificulta su medición directa por un microcontrolador.

Para acondicionar la señal de la termocupla, se utiliza un amplificador operacional en configuración no inversora. Este amplificador incrementa el nivel de voltaje de la señal, haciéndola más fácil de procesar por el microcontrolador.

El objetivo del amplificador es escalar la señal de la termocupla de manera que un rango de temperatura relevante (como $0^{\circ}C$ a $1200^{\circ}C$) corresponda a un rango de voltaje adecuado.

$$\text{Rango de temperatura deseado} \rightarrow 0[^{\circ}C] \text{ a } 1200[^{\circ}C] \Rightarrow \Delta \text{temperatura}$$

Para poder obtener un valor de señal de voltaje de salida de la termocupla, que no dificulte su medición, colocaremos un amplificador de:

$$G_{\text{amplificador}} = 90.9.$$

Ahora si, se presenta la función de transferencia del sensor y amplificador:

$$G_{\text{sensor}} = 0.011 [mV/^{\circ}C] = 0.011 [mV/K] \quad \text{y} \quad G_{\text{amplificador}} = 90.9 []$$

Y la multiplicación de estos dos bloques nos da como resultado:

$$V(s) = G_{\text{sensor}} \cdot G_{\text{amplificador}} = 1 [mV/K]$$

Modelado matemático para el actuador

El actuador en este sistema de control de temperatura es un **Relé de Estado Sólido (SSR)**, encargado de modular la potencia suministrada a las resistencias calefactoras del horno. A diferencia de los relés electromecánicos tradicionales, el SSR utiliza componentes electrónicos (como triacs o MOSFETs) para conmutar la corriente, ofreciendo una mayor velocidad de respuesta y una vida útil prolongada.

El SSR es controlado mediante una señal PWM (Pulse Width Modulation) generada por el microcontrolador. La señal PWM consiste en una onda cuadrada con una frecuencia fija, donde la relación entre el tiempo que la señal está en estado "alto" (*encendido*) y el tiempo total del ciclo (periodo) determina el ciclo de trabajo (duty cycle).

Este ciclo de trabajo es directamente proporcional a la potencia promedio entregada a las resistencias.

Sin embargo, para simplificar el modelo matemático del sistema, se asume que el SSR tiene una **respuesta instantánea y lineal** a la señal PWM. Esto es válido si la frecuencia de la señal PWM es significativamente mayor que la constante de tiempo térmica del horno, permitiendo que la temperatura del horno responda al valor promedio de la potencia suministrada.

Y bajo esta suposición, el SSR puede ser modelado como una ganancia unitaria:

$$G_{\text{actuador}} = 1$$

Función de transferencia

Integrando los modelos matemáticos de la planta, el sensor y el actuador, podemos derivar la función de transferencia de lazo abierto del sistema. Esta función se expresa como:

$$FdTLA = G_{\text{actuador}} \cdot G_{\text{planta}} = 1 \cdot \frac{0.1793}{s + 0.0184}$$

Dado que nuestro sistema opera en lazo cerrado, utilizamos la retroalimentación proporcionada por el sensor para comparar la temperatura medida con el valor de referencia (setpoint). Esta estructura de lazo cerrado permite corregir errores y mantener la temperatura dentro de un rango deseado. La ganancia del sensor (que incluye el amplificador) se incorpora en el lazo de realimentación para acondicionar la señal del sensor a un nivel adecuado para el microcontrolador. El diagrama de bloques del sistema refleja esta configuración, con el controlador, el actuador, la planta y el sensor interconectados en un lazo de realimentación.

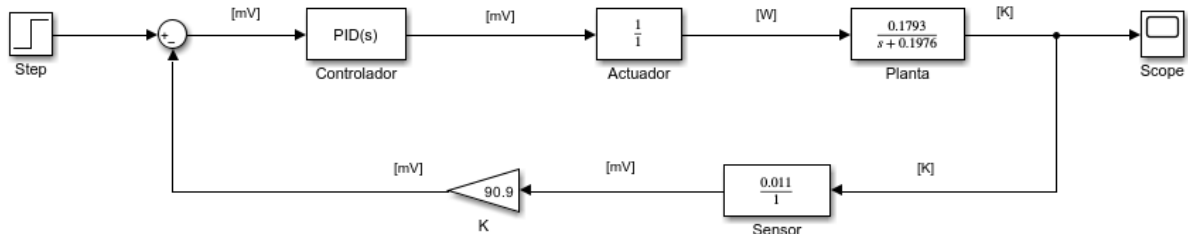


Figura 4: Diagrama de bloques del sistema.

La función de transferencia de lazo cerrado se calcula como:

$$F_{dTLC} = \frac{F_{dT LA}}{1 + K \cdot F_{dT LA}} = \frac{\frac{0.1793}{s + 0.0184}}{1 + 90.9 \cdot \frac{0.1793}{s + 0.0184}} = \frac{0.1793}{s + 0.1976}$$

Análisis de estabilidad y temporal

El análisis de estabilidad permite evaluar cómo un sistema responde a cambios en sus parámetros, determinando si su salida se mantiene limitada ante una entrada también acotada. Para este estudio, aplicaremos el criterio de **Routh-Hurwitz**, el cual nos ayuda a identificar en qué región del plano complejo se ubican las raíces del denominador de la función de transferencia. Un sistema se considera estable si todas estas raíces se encuentran en el semiplano izquierdo.

Se denomina *polinomio característico* al denominador de la función de transferencia en lazo cerrado (F_{dTLC}). La ecuación característica se obtiene al igualar el polinomio característico a cero. Para que un sistema sea estable, es fundamental que el polinomio característico esté ordenado en potencias decrecientes de s , sea completo y tenga todos sus coeficientes positivos. El criterio de **Routh-Hurwitz** establece que los coeficientes del polinomio deben organizarse en una tabla específica, denominada **arreglo de Routh**, en la que los términos se ordenan en filas y columnas de acuerdo con un procedimiento sistemático.

$$\begin{array}{cc} s^1 & 1 \\ s^0 & 0,1976 \end{array}$$

La condición necesaria y suficiente de estabilidad según este criterio es que todos los elementos de la primera columna del arreglo de Routh sean positivos. En este caso, dado que no se presentan coeficientes negativos en la ecuación característica y el sistema posee un único polo negativo, podemos concluir que es **estable**.

Otro método para analizar la estabilidad de un sistema es el **Lugar de Raíces**. Este método recibe su nombre porque representa el conjunto de trayectorias que siguen las raíces de la ecuación característica del sistema en lazo cerrado, a medida que la ganancia K varía desde cero hasta infinito. Es una herramienta muy útil en el análisis de control, ya que permite visualizar cómo cambian los polos del sistema y cómo estos afectan su estabilidad y respuesta dinámica.

En este caso, a partir de la función de transferencia en lazo abierto ($F_{dT LA}$), se utiliza el lugar de raíces para observar cómo la variación de la ganancia permite

modificar la ubicación de los polos, lo que a su vez influye en el comportamiento transitorio y la estabilidad del sistema.

$$FdTLA = \frac{0.1793}{s + 0.0184}$$

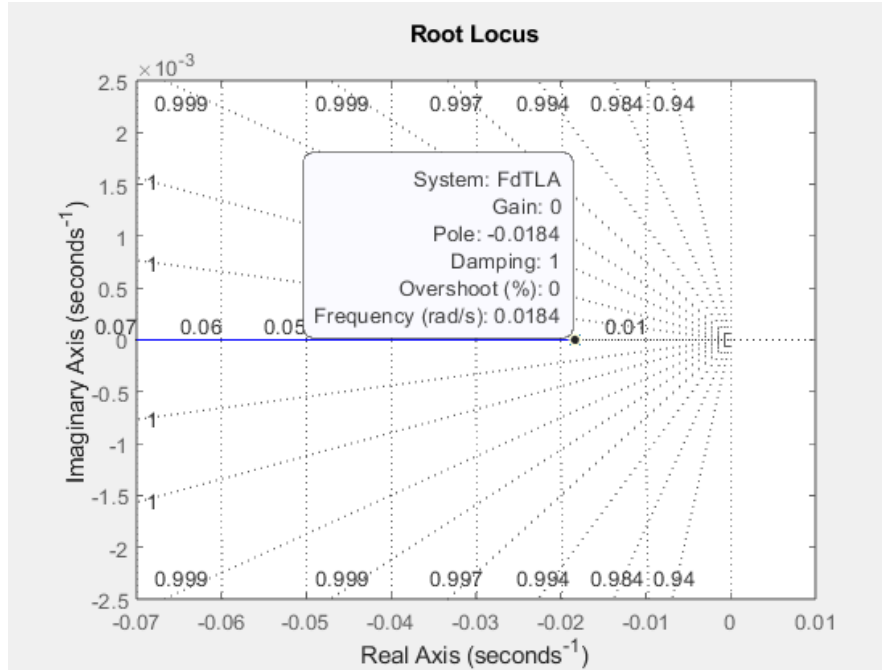


Figura 5: Figura del lugar de raíces en MATLAB.

Observamos en la figura, que la función a lazo abierto, tiene un solo polo en -0.0184 , el cual se cancela con un cero en el infinito.

El análisis temporal de un sistema se centra en estudiar cómo cambia su comportamiento a medida que transcurre el tiempo. En nuestro caso específico, este análisis nos permite comprender la dinámica de la temperatura del horno frente a diferentes condiciones, como la aplicación de una entrada escalonada. Esta representa un cambio abrupto y constante en la señal de entrada, lo que nos permite observar cómo el sistema responde a una alteración repentina.

Nuestra función de transferencia de lazo cerrado se clasifica como de primer orden, lo cual significa que el sistema tiene un único polo y este no se encuentra en el origen del plano complejo. Esta característica simplifica significativamente el análisis y nos permite modelar el comportamiento del sistema utilizando dos parámetros clave: la constante de tiempo τ y la ganancia K .

$$FdTLC = G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} = \frac{0.9074}{5.061 s + 1}$$

El **tiempo de establecimiento** es un indicador importante en el análisis de la respuesta temporal de un sistema. Nos dice cuánto tiempo tarda el sistema en estabilizarse, es decir, en alcanzar y permanecer dentro de un rango muy cercano a su valor final después de haber sido sometido a una perturbación o un cambio en su entrada. En términos prácticos, es el tiempo que el sistema necesita para funcionar de manera estable.

En general, se considera que un sistema ha alcanzado su estado de establecimiento cuando su salida se encuentra dentro de un margen del 5% del valor final, para sistemas de primer orden, como el que estamos analizando.

Para sistemas de primer orden, se puede aproximar el tiempo de establecimiento como cuatro veces la constante de tiempo (4τ). Esta relación se deriva del hecho de que, después de un tiempo igual a 4τ , la respuesta del sistema alcanza aproximadamente el 98% de su valor final.

Dado que tenemos el valor de $\tau = 5,061 \text{ [seg]}$, podemos calcular el tiempo de establecimiento de la siguiente manera:

$$\text{Tiempo de establecimiento} = 4 * \tau = 4 * 5,061 \text{ [seg]} \simeq 20,244 \text{ [seg]}$$

El tiempo de establecimiento es un parámetro crucial en el diseño y análisis de sistemas de control, ya que un valor de tiempo corto indica que el sistema responde rápidamente a los cambios, lo cual es deseable. En nuestro caso, conocer este tiempo del sistema de control de temperatura del horno nos permite evaluar su rapidez de respuesta.

Polos dominantes

En el análisis de sistemas, los *polos dominantes* son aquellos que ejercen la mayor influencia sobre el comportamiento del sistema, especialmente durante su respuesta transitoria. Estos polos se caracterizan por estar ubicados más cerca del eje imaginario en el plano complejo.

La ubicación de los polos, determina en gran medida la rapidez y la forma en que el sistema responde a los cambios. Un polo dominante cercano al eje imaginario indica una respuesta lenta y posiblemente oscilatoria, mientras que un polo dominante alejado del eje imaginario indica una respuesta rápida y estable.

En nuestro caso particular, tenemos un sistema de primer orden (significa que la respuesta del sistema cambia rápidamente al principio y luego se estabiliza gradualmente), por lo que solo hay un polo en la función de transferencia. Este polo se encuentra en -0.1976 , lo que lo convierte en el polo dominante del sistema.

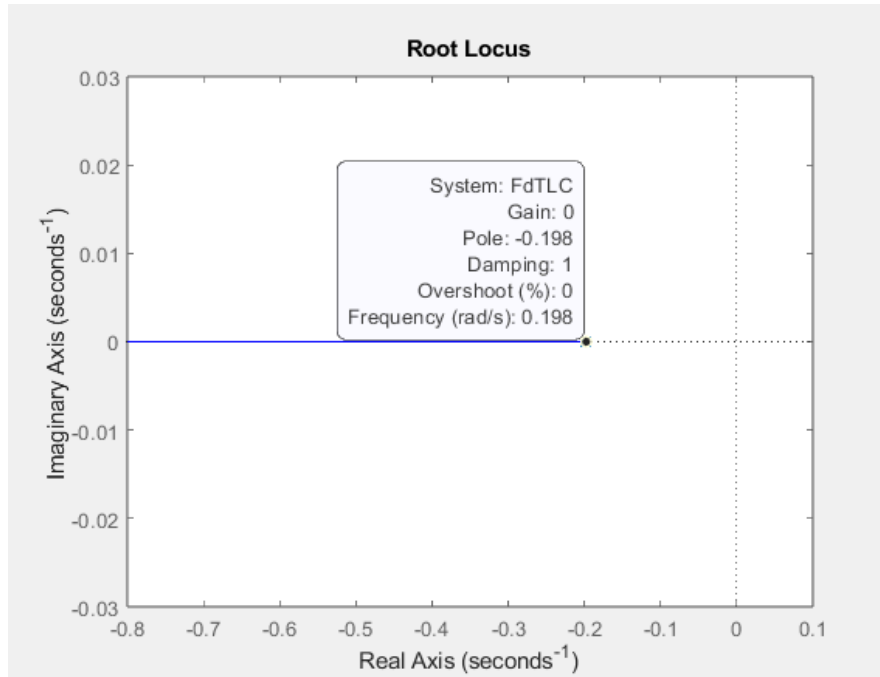


Figura 6: Gráfico del lugar de raíces del polo dominante.

Análisis del modelo

Mediante el uso de MATLAB, podemos simular la respuesta de nuestro sistema de control de temperatura del horno ante una entrada escalón. Para este caso, aplicaremos un escalón de $1473,15 [K]$, que corresponde a la temperatura objetivo de $1200 [^{\circ}C]$ deseada por el usuario. Esta simulación nos permitirá observar cómo evoluciona la temperatura del horno a lo largo del tiempo y evaluar el rendimiento del sistema en estado estacionario.

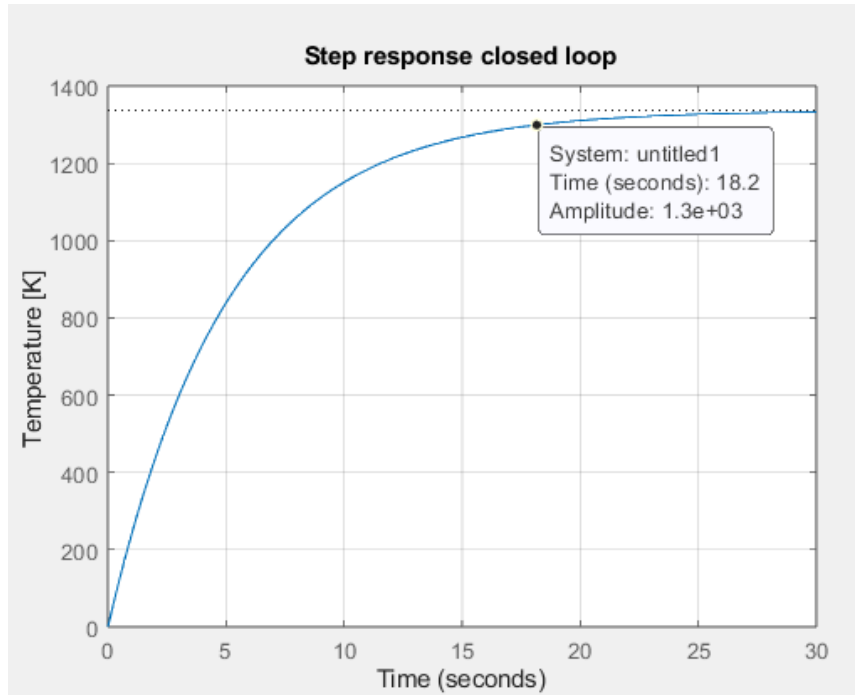


Figura 7: Respuesta del sistema de lazo cerrado.

Al observar la gráfica de la respuesta simulada, podemos notar que el sistema alcanza su estado de establecimiento aproximadamente a los 27 [seg]. Sin embargo, es importante destacar que el valor de establecimiento obtenido en la simulación se sitúa alrededor de los 1360 [K], lo cual difiere significativamente del valor objetivo de 1473,15 [K]. Esta discrepancia representa un error en estado estacionario, es decir, una diferencia persistente entre la salida deseada y la salida real del sistema.

Para corregir este error y mejorar el rendimiento del sistema, es necesario implementar un controlador. Dependiendo de los requisitos específicos de la aplicación y de los resultados del análisis, podemos considerar el uso de un controlador PID (Proporcional - Integral - Derivativo), PD (Proporcional - Derivativo) o PI (Proporcional - Integral).

Diseño

El error en estado estable es una métrica clave en el análisis de sistemas de control, ya que permite evaluar la precisión con la que el sistema sigue una referencia en su estado de régimen. Se define como la diferencia entre el valor deseado de la salida y el valor real que alcanza el sistema cuando el tiempo tiende a infinito. En otras palabras, representa la diferencia entre la entrada y la salida del sistema para una entrada específica cuando el sistema alcanza su estado estable.

Para corregir el error en estado estable de nuestro sistema de primer orden, primero debemos calcular su magnitud. Este error depende tanto del tipo de entrada aplicada como de la estructura del sistema, según la siguiente clasificación estándar (vista en el desarrollo de la materia):

Tipo	0	1	2
e_p	$cte = 1/(1 + K_p)$	0	0
e_v	∞	$cte = 1/K_v$	0
e_a	∞	∞	$cte = 1/K_a$

Tabla 3: Clasificación de errores en estado estable.

En nuestro caso, el sistema es **Tipo 0**, lo que significa que no tiene polos en el origen. Debido a esto, calculamos el error en estado estable para una entrada escalón unitario, utilizando la siguiente ecuación:

$$e_p = \frac{1}{1+K_p}$$

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} FdTLA = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{0.1793}{s + 0.0184} = 9,77$$

$$e_p = \frac{1}{1+9,77} \times 100 = 9,28 \simeq 9,3\%$$

El resultado obtenido muestra un **error de régimen** del 9,3%, lo que indica que el sistema no alcanza exactamente el valor de referencia deseado. Para reducir este error, utilizaremos la técnica de **cancelación de polos dominantes**, agregando un polo en el origen. Esta modificación convierte el sistema en **Tipo 1**, lo que permite eliminar completamente el error en estado estable para una entrada escalón.

El análisis del error en estado estable es importante para el diseño del sistema, ya que nos permite cuantificar qué tan bien sigue una referencia dada. En este caso, la referencia corresponde a una temperatura específica programada en el controlador. Durante el proceso de diseño, las especificaciones del sistema suelen expresarse en términos de comportamiento transitorio y precisión en estado estacionario, por lo que el controlador que implementaremos deberá garantizar que se cumplan estas condiciones.

Otro parámetro sobre la respuesta del sistema es el **sobrepasamiento máximo**, que indica cuánto se excede la respuesta respecto a su valor final antes de estabilizarse. En ciertos sistemas, un sobrepasamiento elevado puede generar inestabilidad o afectar el rendimiento, mientras que un sobrepasamiento muy bajo puede hacer que el sistema responda más lentamente.

En el caso de un horno eléctrico, es importante minimizar el sobrepasamiento para evitar que la temperatura supere el valor deseado, lo que podría afectar la eficiencia energética o el tratamiento del material. Sin embargo, dado que nuestro sistema es de primer orden, no presenta sobrepasamiento, por lo que no se abordará este análisis en el trabajo.

Para garantizar que el horno alcance con precisión la temperatura establecida en el Setpoint y se mantenga en ese valor con un error en estado estable mínimo, aplicaremos un compensador **PI** utilizando el **método de cancelación de polos dominantes**.

Es importante considerar que el uso de un compensador integral puede generar una respuesta inicial más lenta, ya que el controlador tarda un tiempo en volverse efectivo. Sin embargo, en nuestro caso, esto no representa un problema, ya que la prioridad es alcanzar con precisión la temperatura deseada en régimen para asegurar un horneado adecuado. Además, dado que nuestra función de transferencia es de primer orden, el sistema no presenta sobrepasamiento, por lo que no habrá oscilaciones causadas por el compensador PI. Entonces, trabajaremos con la fórmula de ley de control de PI, cuyos parámetros son K_p y T_i , que son la constante proporcional y el tiempo de integración:

$$PI(s) = K_p \frac{s + \frac{1}{T_i}}{s}$$

Quedando nuestra función de transferencia de lazo abierto:

$$FdTLA_{(2)} = FdTLA \times PI(s) = \left(\frac{0.1793}{s + 0.0184} \right) \left(K_p \frac{s + \frac{1}{T_i}}{s} \right)$$

Para el valor del tiempo de integración, este tiene que ser elegido de forma tal que cancele el polo de la ecuación, que en este caso, tiene solo un polo. Quedando así la fórmula del compensador:

$$T_i = \left| \frac{1}{\text{polo}(FdTLA)} \right| = \left| \frac{1}{-0.01834} \right| = 54,4933$$

$$PI(s) = K_p \frac{s + \frac{1}{54,4933}}{s}$$

Para determinar el valor de la constante proporcional K_p , es fundamental calcular la frecuencia natural no amortiguada ω_n del sistema, lo cual se logra a partir del análisis del trazado del lugar de raíces. Dado que el sistema es de primer orden, el tiempo de establecimiento (T_s) se puede estimar mediante la relación:

$$T_s = 4 \tau$$

donde la constante de tiempo se obtiene como: $\tau = \frac{1}{\xi \omega_n}$.

Según la *figura 5* del lugar de raíces, el sistema presenta un factor de amortiguamiento $\xi = 1$ (*Dampling = 1*), lo que simplifica la ecuación a:

$$\tau = \frac{1}{\omega_n}$$

Por lo tanto, el tiempo de establecimiento queda expresado como: $T_s = \frac{4}{\omega_n}$.

Considerando datos de referencia de hornos eléctricos con características similares a nuestro horno LT 5/12, se establece que el tiempo de establecimiento requerido para alcanzar los 1473,15 [K] es de 47 minutos, es decir, 2820 [seg]. Con este dato, se despeja la frecuencia no amortiguada:

$$T_s = 2820 \text{ [seg]} = \frac{4}{\omega_n} \Rightarrow \omega_n = 1/705 = 0.01418 \text{ [rad/s]}$$

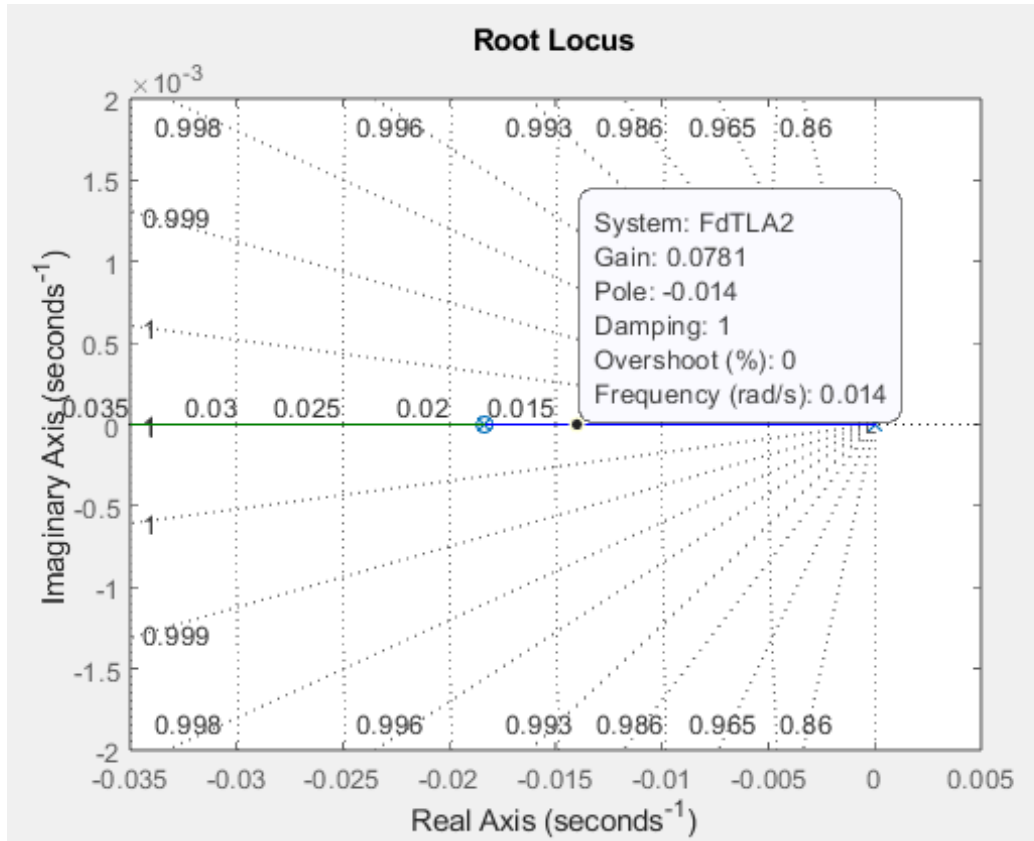


Figura 8: Lugar de raíces nuevo con PI.

Una vez obtenido este valor de ω_n , se recurre al lugar de raíces de la figura 8 para identificar la semicircunferencia correspondiente a esta frecuencia. La intersección con el eje real en el plano complejo permite determinar la coordenada del polo y, con ello, calcular la ganancia K_p que satisface la condición de módulo:

$$K_p = \left| \frac{1}{G(s)} \right| = 0,0781$$

lo cual es un valor razonable para un sistema con compensador PI.

Ahora si, finalmente, nuestro compensador PI y sistema de lazo abierto con controlador quedan:

$$PI(s) = 0,0781 \frac{s + \frac{1}{54,4933}}{s}$$

$$FdTLA_{(2)} = FdTLA \times PI(s) = \left(\frac{0,1793}{s + 0,0184} \right) \left(0,0781 \frac{s + \frac{1}{54,4933}}{s} \right)$$

Definiendo nuestra función de transferencia a lazo abierto con compensador PI como:

$$FdTLA_{(2)} = FdTLA_{PI} = \frac{0,014}{s}$$

Y también a nuestra función de transferencia a lazo cerrado con compensador PI como:

$$FdTLC_{PI} = \frac{0,014}{s+0,014}$$

Para nuestra nueva función de transferencia con el controlador PI ($FdTLA_{PI}$), también es posible volver a evaluar el error en estado estacionario. Permitiéndonos confirmar que el error, que originalmente era del 9,3% sin el controlador, se ha reducido a un valor igual o cercano a cero.

$$e_p = \frac{1}{1+K_p}$$

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} FdTLA_{PI} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{0,014}{s} = \infty$$

$$e_p = \frac{1}{1+\infty} \times 100 = 0\%$$

De esta manera, el controlador logra proporcionar la respuesta esperada del sistema ante una entrada escalón. Así, podemos verificar que el sistema cumple con todos los requisitos establecidos y que nuestro objetivo ha sido alcanzado:

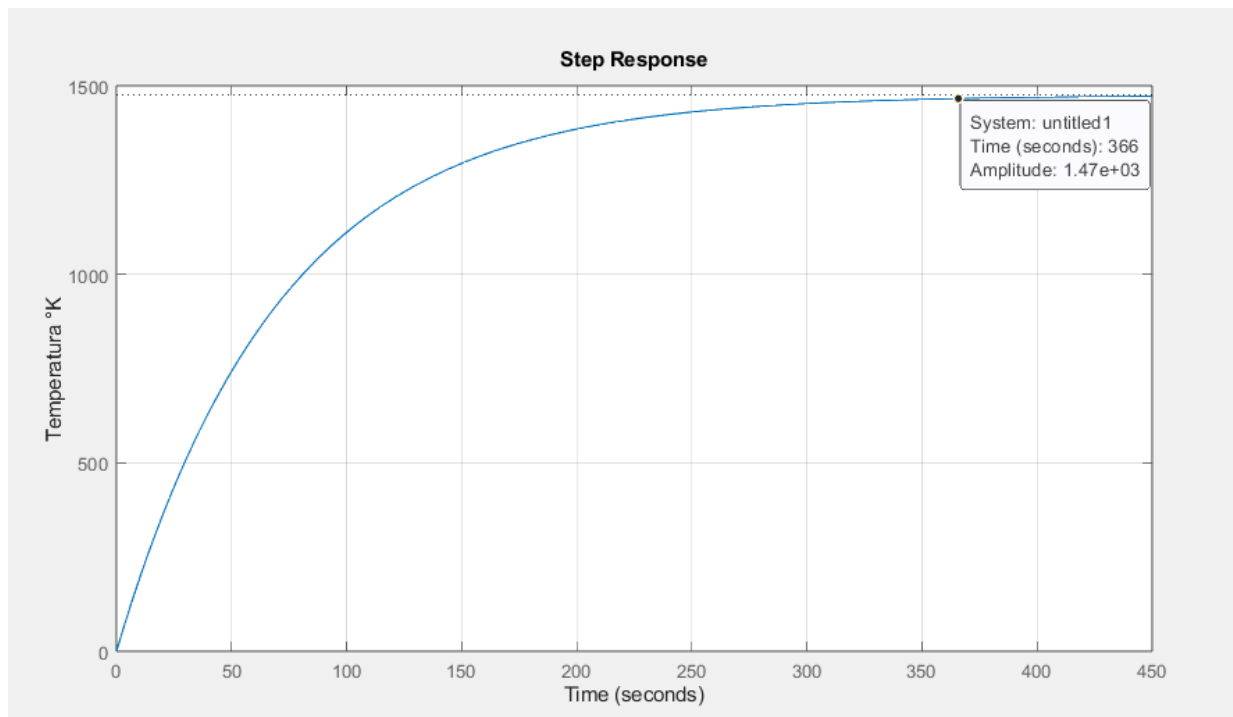


Figura 9: Respuesta al escalón con lazo cerrado y compensador PI.

Simulación

Para simular el proceso, plantearemos el escenario previamente estudiado, en el que se lleva el horno a 1473,15 [K] (aproximadamente 1200 [°C]). A esta temperatura, es posible fundir el **cobre**, permitiendo que se transforme en estado líquido. El control preciso de la temperatura en estos procesos es crucial para garantizar la calidad del material fundido y evitar defectos estructurales en la solidificación.

A esta temperatura, el cobre alcanza su punto de fusión, permitiendo que pase a estado líquido, lo que resulta fundamental en procesos de fundición y refinado en la industria metalúrgica.

Este tipo de simulaciones permite evaluar el desempeño del sistema de control térmico en el horno, asegurando que la temperatura deseada se alcance de manera eficiente y estable, sin variaciones bruscas que puedan afectar la calidad del material fundido.

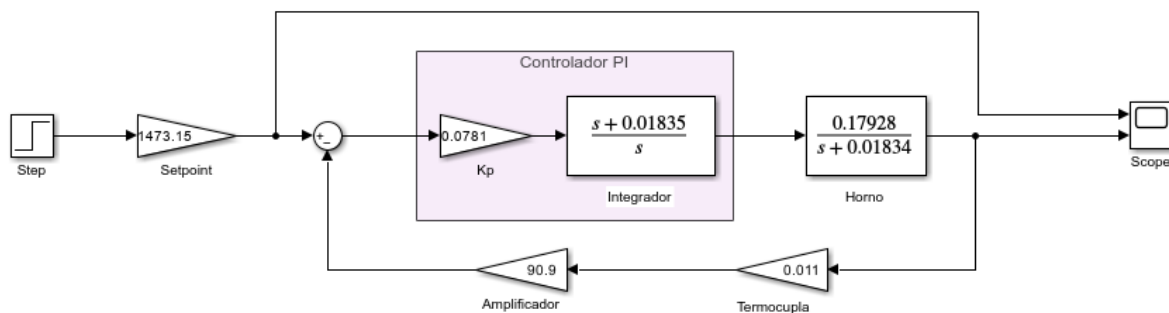


Figura 9: Diagrama de bloques de la simulación.

A la salida de la simulación realizada en Simulink se tiene una gráfica, similar a la respuesta al escalón de nuestro sistema ya controlado en Matlab, verificando que el comportamiento del horno es el esperado para las especificaciones desarrolladas anteriormente:

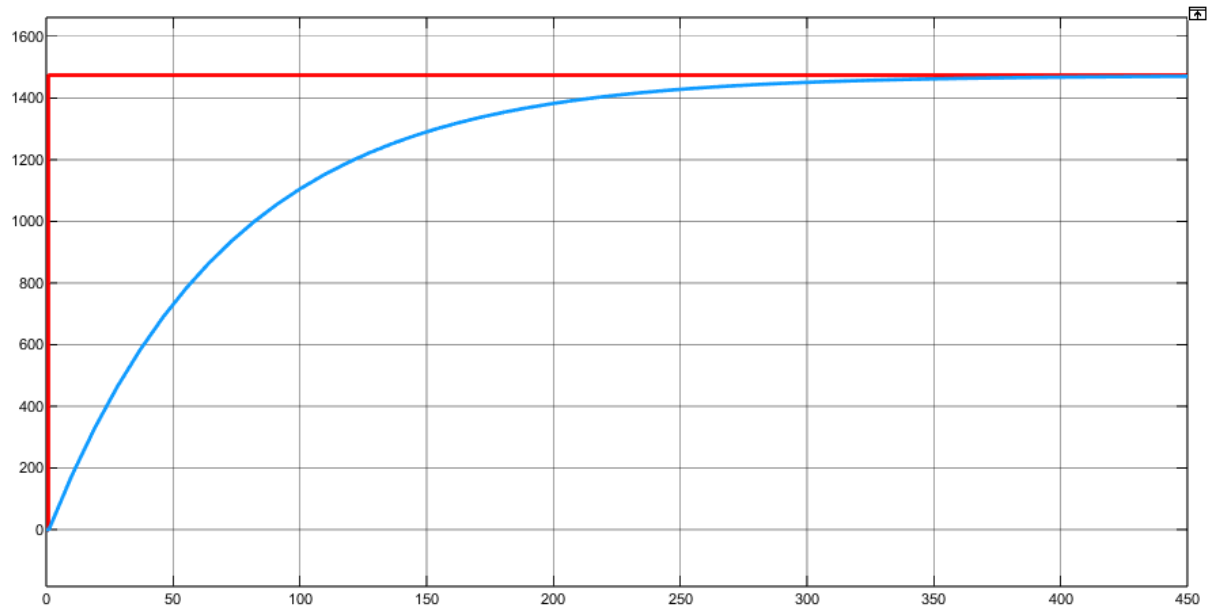


Figura 10: Señales de salida de la simulación.

Conclusión

En este trabajo aplicamos los conocimientos adquiridos en la materia Sistemas de Control I, utilizando herramientas de análisis y diseño para abordar un problema de ingeniería: el control de un horno eléctrico. Aunque el horno ya presenta un buen rendimiento, identificamos oportunidades para optimizar el diseño del controlador original.

La elección de un compensador PI sobre un PID fue deliberada. El PI requiere ajustar menos parámetros, lo que facilita su sintonización mediante la ganancia proporcional y el tiempo de integración. Además, suele ser más robusto frente a perturbaciones lentas, como la apertura de puertas o cambios en la carga. Dado que los hornos eléctricos industriales responden lentamente y presentan poco ruido en la medición de temperatura, la acción derivativa de un PID puede ser limitada o incluso contraproducente si no se ajusta correctamente.

Este informe refleja cómo implementamos los conocimientos adquiridos en clase y durante la investigación, permitiéndonos reforzar conceptos teóricos y comprender su aplicación práctica en un sistema real. Así, demostramos la importancia de un análisis riguroso y un diseño adecuado de controladores en sistemas industriales, donde pequeñas mejoras pueden traducirse en un mejor desempeño, mayor eficiencia energética y mayor vida útil del equipo.

Como estudiantes de Ingeniería, valoramos este tipo de experiencias, ya que nos permiten integrar la teoría con la práctica y enfrentar desafíos reales, fortaleciendo nuestra formación profesional.

Bibliografía y referencias

Nabertherm, (8 de enero de 2025). [LABORATORIO Hornos para procesos en aire, bajo gases protectores o en vacío.](#)

Ogata Katsuhiko, (2010). [Ingeniería de control moderna.](#)

Material teórico y práctico, brindado por la materia "Sistemas de Control 1".

Los códigos ejecutados en Matlab para la realización de este informe, junto con la simulación en Simulink se encuentran en el siguiente repositorio:

[Trabajo Práctico Final - SdC](#)