



FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, FÍSICAS y NATURALES

SÍNTESIS DE REDES ACTIVAS

Laboratorio N° 4

“Filtros”

Integrantes:
Angeloni, Luciano
Guyot, Lourdes

Docente Ing. Pablo Ferreyra

Córdoba, República Argentina
2025

Índice

1. Introducción teórica	2
2. Objetivo	3
3. Desarrollo	3
3.1. Aproximación de la función de atenuación	3
3.2. Síntesis con topología bicuadráticas	4
3.2.1. Filtro Pasa Bajo	4
3.2.2. Filtro pasa alto	7
3.3. Simulación	9
3.3.1. Simulación filtro pasa bajo	9
3.3.2. Simulación filtro pasa alto	9
3.3.3. Simulación filtro completo	10
3.4. Cálculo de sensibilidad	11
3.5. Análisis de la peor desviación de tolerancias	12
3.6. Simulación Montecarlo	13
4. Conclusiones	13

1. Introducción teórica

Un filtro activo es un filtro analógico distinguido por el uso de uno o más componentes activos diferenciándose de los filtros pasivos los cuales solamente usan componentes pasivos. Típicamente, este elemento activo puede ser un transistor o un amplificador operacional.

Un filtro activo puede presentar ganancia en toda o parte de la señal de salida respecto a la señal de entrada. En su implementación se combinan elementos activos y pasivos, siendo frecuente el uso de amplificadores operacionales, que permite obtener resonancia y un elevado factor Q sin el empleo de bobinas. Los filtros activos se realizan en base a una planilla de requerimientos solicitados, que nos proporcionan las características que tendrá el mismo. Para hallar la función de transferencia apropiada para estos requisitos, se aplica la teoría de la Aproximación, que entre ellas podemos encontrar:

- Butterworth
- Chebyshev
- Cahuer
- etc.

Mediante estas aproximaciones se obtiene entonces la función de transferencia de adecuada. Esta función final se la puede expresar como una productoria de bicuadráticas, lo que se muestra en la siguiente ecuación:

$$FT(s) = \prod_{u=1}^{u=s} \frac{n_u s^2 + \frac{\omega_{zu}}{Q_{zu}} s + \omega_{zu}^2}{m_u s^2 + \frac{\omega_{pu}}{Q_{pu}} s + \omega_{pu}^2} \quad \text{con } n_u \text{ y } m_u \text{ 1 ó 0}$$

Con el motivo de modelar individualmente distintas etapas con diversas topologías obteniendo así los componentes físicos que corresponden a cada una de estas. Luego mediante una conexión en cascada se obtiene el filtro esperado. En lo que respecta a las topologías aplicadas para la síntesis de las funciones, podemos destacar tres de ellas:

- Topología de Realimentación positiva
- Topología de Realimentación negativa
- Topología de 4 operacionales

Utilizando algunas de ellas se llevará a cabo el presente trabajo con el fin de modelar un filtro pasabanda.

2. Objetivo

En base a la planilla de requerimientos suministrada, sintetizar un circuito basado en amplificadores operacionales que satisfaga esos requisitos.

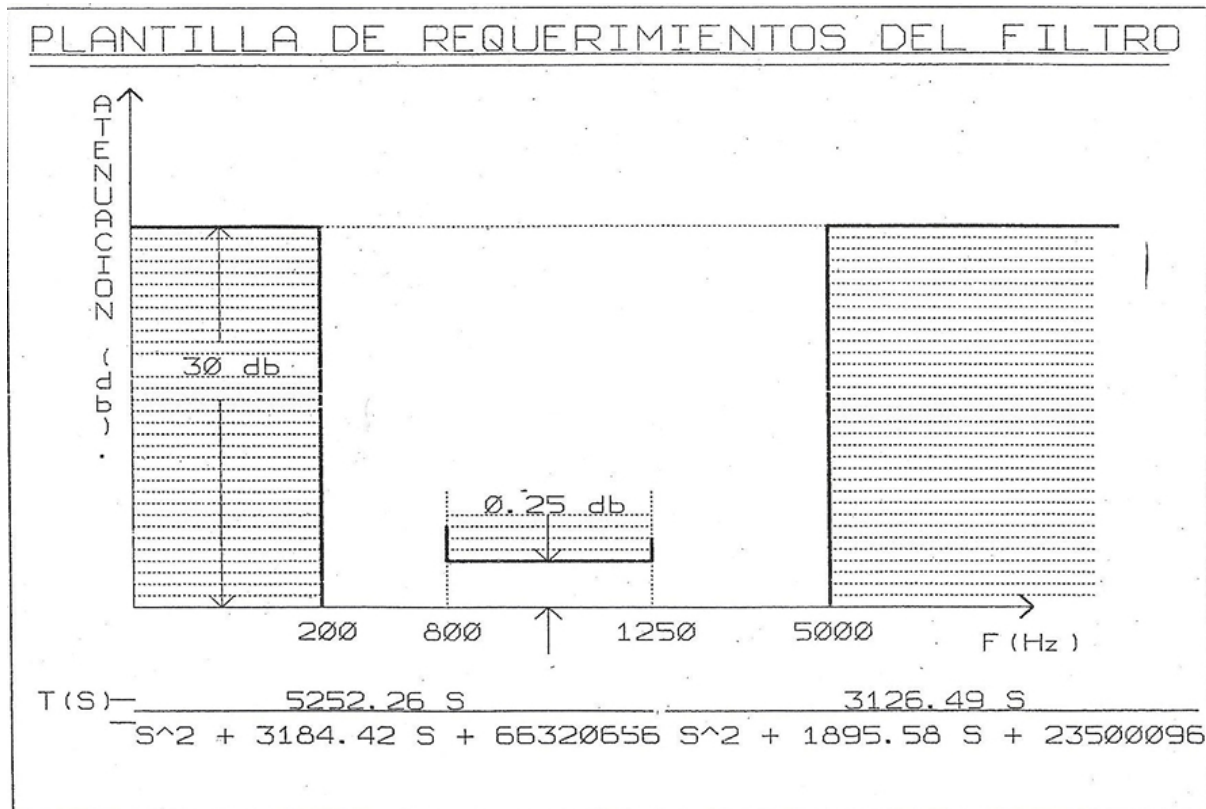


Figura 1: Plantilla de requerimientos del filtro

3. Desarrollo

3.1. Aproximación de la función de atenuación

Se pide aproximar la función de atenuación mediante polinomios de Chebyshev, utilizando MatLab o algún software similar. Con los datos especificados en el diagrama y utilizando Python, se encontrará una función de transferencia que se ajuste a los requerimientos mediante dos funciones: cheby1 y cheb1ord. Estas funciones permiten obtener los coeficientes de la función de transferencia. Las especificaciones son las siguientes:

- $f_p = 800a1250Hz$ (Banda de paso)
- $f_a = 0a200Hz$ y $desde 5000Hz$ (Banda de atenuación)
- $A_p = 0,25dB$ (atenuación máxima en banda de paso)
- $A_a = 30dB$ (atenuación mínima en banda de rechazo)

El orden de la aproximación de Chebyshev de tipo 1 obtenido es $n = 2$.

La frecuencia de corte es $\omega_p = [2\pi 800, 2\pi 1250]$.

La función de transferencia obtenida por software resulta:

$$H(s) = \frac{1,642 \cdot 10^7 s^2}{s^4 + 5080s^3 + 9,586 \cdot 10^7 s^2 + 2,006 \cdot 10^{11} s + 1,559 \cdot 10^{15}} \quad (1)$$

El diagrama de Bode obtenido para esta función de transferencia es:

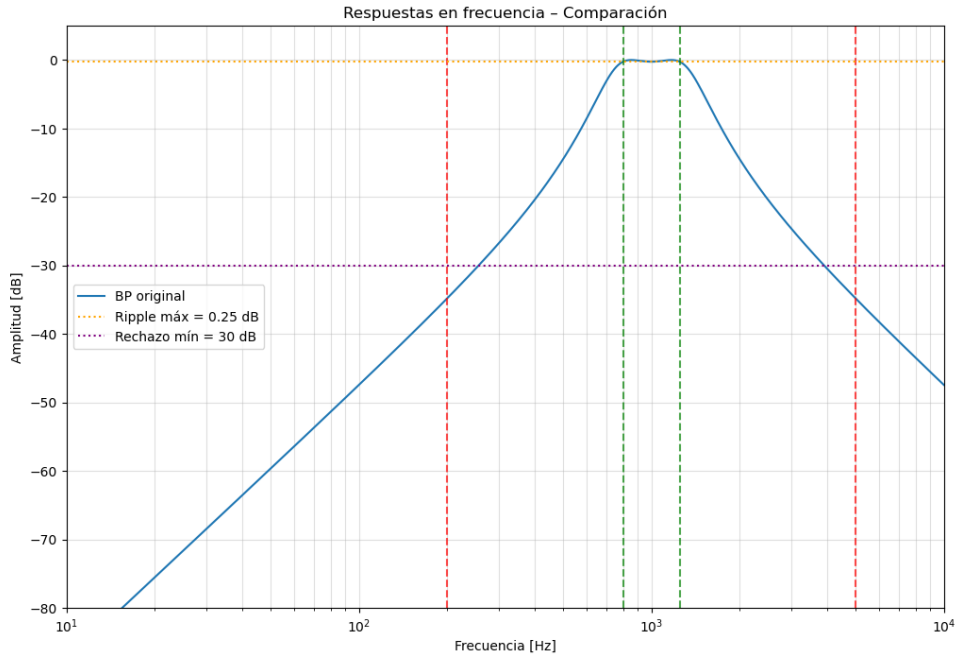


Figura 2: Diagrama de Bode del filtro

3.2. Síntesis con topología bicuadráticas

Con la función de transferencia obtenida se puede deducir que se trata de un filtro pasa banda de orden 4. Por lo tanto se utilizarán las dos funciones bicuadráticas siguientes para sintetizar el circuito:

$$H_{PA}(s) = \frac{3,284 \cdot 10^7}{s^2 + 3184s + 6,632 \cdot 10^7} \quad (2)$$

$$H_{PB}(s) = \frac{0,5s^2}{s^2 + 1896s + 2,35 \cdot 10^7} \quad (3)$$

Graficando ambos filtros pasa alto y pasa bajo superpuestos junto al filtro pasa banda resulta:

3.2.1. Filtro Pasa Bajo

El circuito para implementar esta clase de filtros pasabandas utilizando topología de realimentación positiva, según Salley-Key es:

Analizando la malla de entrada del terminal positivo, se aplica el método de las corrientes en los nudos, y se obtiene la siguiente matriz de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_2} + SC_1 & \frac{-1}{R_2} \\ \frac{-1}{R_2} & R_1 + R_2 + SC_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v^+ \\ v_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ SC_2 V_0 + \frac{1}{R_1} V_{in} \end{bmatrix}$$

Tomando $R_1=R_2=R$ y $C_1=C_2=C$ se obtiene la siguiente función de transferencia de lazo cerrado:

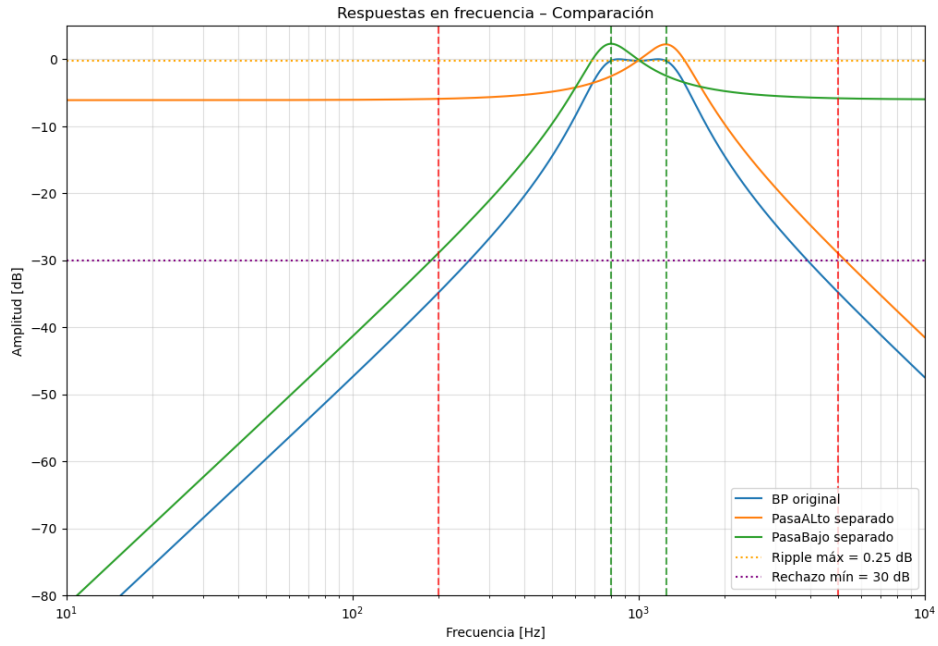


Figura 3: Diagrama de Bode de bicuadráticas superpuestas

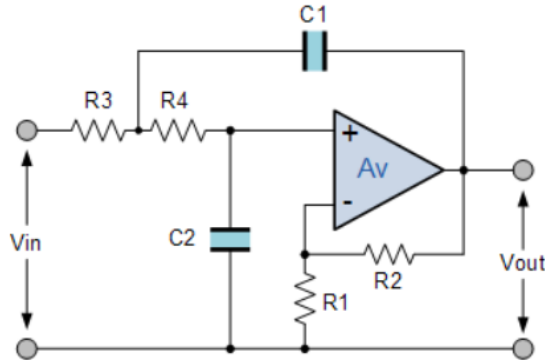


Figura 4: Esquema Salley-Key pasa bajo

$$A_{FB} = \frac{v^+}{v_{in}} = \frac{\frac{s}{RC}}{\left(\frac{1}{RC}\right)^2 + \frac{3s}{RC} + s^2} \quad (4)$$

La función de lazo abierto tiene la forma:

$$A_{FF} = \frac{v^+}{v_o} = \frac{\frac{1}{(RC)^2}}{\left(\frac{1}{RC}\right)^2 + \frac{3s}{RC} + s^2} \quad (5)$$

Con estas dos funciones de transferencia se puede obtener la función de transferencia final del circuito. El denominador característico del circuito es el siguiente:

$$D = \left(\frac{1}{RC}\right)^2 + \frac{3s}{RC} + s^2$$

El numerador de la función de transferencia de lazo cerrado es:

$$N_{FB} = \frac{s}{RC}$$

Mientras que la de lazo abierto es:

$$N_{FF} = \frac{1}{(RC)^2}$$

La función de transferencia final tiene la forma:

$$A(s) = \frac{k \cdot N_{FF}}{D - k \cdot N_{FB}} = \frac{\left(\frac{k}{RC}\right)^2}{\frac{1}{(RC)^2} + \frac{(3-k)s}{RC} + s^2} \quad (6)$$

$$A(s) = \frac{k \cdot \omega_p^2}{s^2 + (3-k) \cdot \omega_p s + \omega_p^2} \quad (7)$$

Donde ω_p es la frecuencia de corte del filtro. Por lo tanto se pueden obtener los valores de R y C mediante igualación. Además, k es la ganancia de lazo cerrado del circuito:

$$k = 1 + \frac{r_2}{r_1}$$

De la función de transferencia del filtro pasa bajo se tiene:

$$\frac{\omega_p}{Q_P} = \frac{3-k}{RC} = 3184 \quad (8)$$

$$\omega_p^2 = \frac{1}{(RC)^2} = 6,632 \cdot 10^7 \quad (9)$$

Si se toma C=1 queda: $\omega_p = 1/R = 8143,71$.

Y despejando R resulta: $R = 1,23 \cdot 10^{-4} \Omega$.

Ahora

$$Q_P = \frac{\omega_p}{3184} = 2,56$$

Con Q_P se puede obtener k, para luego deducir r_1 y r_2 :

$$\frac{\omega_p}{Q_P} = \frac{3-k}{RC} = (3-k)\omega_p$$

Usando los valores mencionados de R y C:

$$k = 3 - \frac{1}{Q_P} = 2,61$$

$$\Rightarrow r_2 = 1,61 \cdot r_1$$

Cambiando C a un valor más comercial, $C = 100nF$

$$R = 1,23 \cdot 10^{-6} \cdot 10^6 = 1,23k\Omega$$

Hay que evaluar la ganancia de la función de transferencia que tiene que valer 32840000. Calculándola:

$$k \cdot \omega_p^2 = 2,61 \cdot 8143,71^2 = 173,1 \cdot 10^6 \neq 32840000$$

Para solucionar este problema se agrega un divisor resistivo que funcionará como atenuador de la señal. Se tiene que tener en cuenta que la impedancia vista desde ese punto tiene que valer R y la atenuación tiene que ser:

$$G_{atenuacion} = \frac{32840000}{173,1 \cdot 10^6} = 0,19$$

$$\frac{R_B R_A}{R_A + R_B} = R$$

Resolviendo y simplificando quedan:

$$R_A = \frac{R}{G_{atenuacion}} = 6,47k\Omega$$

$$R_B = \frac{R}{1 - G_{atenuacion}} = 1,52k\Omega$$

Finalmente se obtienen los valores de los parámetros necesarios para conformar el filtro pasa bajo:

- $r_1 = 6,2k\Omega$
- $r_2 = 10k\Omega$
- $R_1 = R_2 = 1,23k\Omega$
- $C_1 = C_2 = 100nF$
- $R_A = 6,47k\Omega$
- $R_B = 1,52k\Omega$

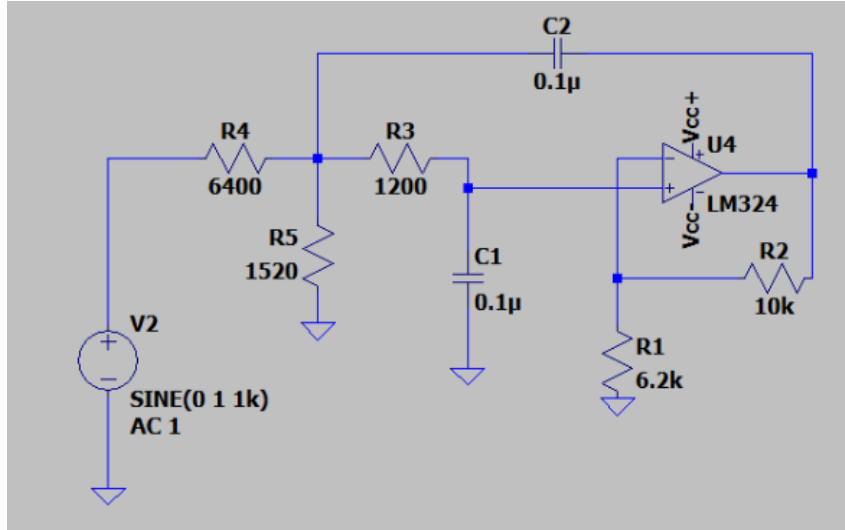


Figura 5: Circuito pasa bajo con sus parámetros

3.2.2. Filtro pasa alto

Para la síntesis del filtro pasa alto se utilizará el siguiente circuito:

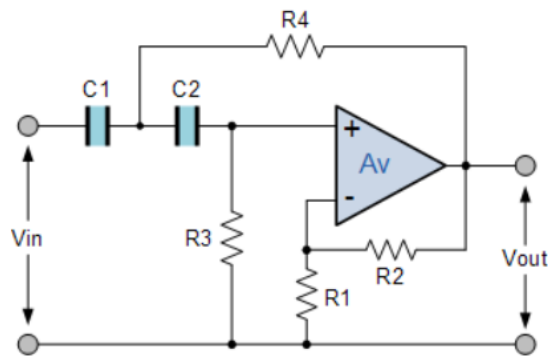


Figura 6: Esquema Salley-Key pasa alto

Analizando la malla de entrada del terminal positivo, se tiene la siguiente matriz:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_2} + SC_2 & -SC_2 \\ -SC_2 & \frac{1}{R_1} + SC_1 + SC_2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} v^+ \\ v_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ SC_1 V_{in} + \frac{1}{R_1} V_o \end{bmatrix}$$

Tomando $R_1=R_2=R$ y $C_1=C_2=C$ se obtiene:

$$A_{FB} = \frac{v^+}{v_{in}} = \frac{\frac{s}{RC}}{\frac{1}{(RC)^2} + \frac{3s}{RC} + s^2} \quad (10)$$

La función de lazo abierto tiene la forma:

$$A_{FF} = \frac{v^+}{v_o} = \frac{s^2}{\frac{1}{(RC)^2} + \frac{3s}{RC} + s^2} \quad (11)$$

Similar al filtro pasa bajo, la función de transferencia tiene la forma:

$$A(s) = \frac{k \cdot N_{FF}}{D - k \cdot N_{FB}} = \frac{k \cdot s^2}{\frac{1}{(RC)^2} + \frac{(3-k)s}{RC} + s^2} \quad (12)$$

El denominador característico D es igual al filtro pasa bajo, junto con N_{FB} y solo N_{FF} cambia:

$$N_{FF} = s^2$$

Por lo tanto, la función de transferencia final tiene la forma:

$$A(s) = \frac{k \cdot s^2}{s^2 + (3-k) \cdot \omega_p s + \omega_p^2} \quad (13)$$

Recordando que de la función de transferencia del pasa alto, y siguiendo los pasos que se cumplieron con el filtro pasa bajo para obtener R y C:

$$\frac{\omega_p}{Q_P} = \frac{3-k}{RC} = 1896 \quad (14)$$

$$\omega_p^2 = \frac{1}{(RC)^2} = 2,35 \cdot 10^7 \quad (15)$$

Si se toma $C=1$ queda: $\omega_p = 1/R = 4847,7$.

Y despejando R resulta: $R = 2,06 \cdot 10^{-4} \Omega$.

Ahora

$$Q_P = \frac{\omega_p}{1896} = 2,44$$

Con Q_P se puede obtener k, para luego deducir r_1 y r_2 :

$$\frac{\omega_p}{Q_P} = \frac{3-k}{RC} = (3-k)\omega_p$$

Usando los valores mencionados de R y C:

$$k = 3 - \frac{1}{Q_P} = 2,59$$

$$\Rightarrow r_2 = 1,59 \cdot r_1$$

Cambiando C a un valor más comercial, $C = 10nF$

$$R = 2,06 \cdot 10^{-5} \cdot 100 \cdot 10^6 = 20,63k\Omega$$

Hay que evaluar la ganancia de la función de transferencia que tiene que valer 0.5. Calculándola:

$$k = 2,59 \neq 0,5$$

La atenuación tiene que ser:

$$G_{atenuacion} = \frac{0,5}{2,59} = 0,19$$

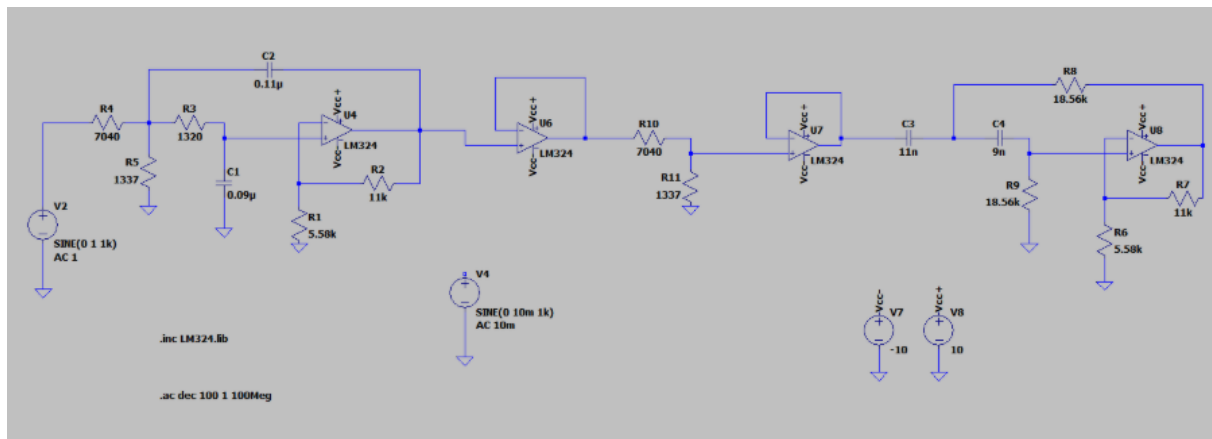


Figura 7: Circuito completo final

En lugar de agregar un divisor de tensión con capacitores que posean valores comerciales difíciles de conseguir, se opta por hacer uso de los amplificadores operacionales del mismo encapsulado LM324. Se utilizarán 2 amplificadores operacionales para formar el divisor de tensión, quedando el circuito de la siguiente manera:

Finalmente se obtienen los valores de los parámetros necesarios para conformar el filtro pasa alto:

- $r_1 = 6,2k\Omega$
- $r_2 = 10k\Omega$
- $R_1 = R_2 = 20,63k\Omega$
- $C_1 = C_2 = 10nF$
- $R_A = 6,47k\Omega$
- $R_B = 1,52k\Omega$

3.3. Simulación

En este apartado se presentan las simulaciones realizadas en LTSpice para verificar el correcto funcionamiento del circuito. Se mostrarán los resultados obtenidos de cada etapa y luego del circuito completo.

3.3.1. Simulación filtro pasa bajo

Etapas pasa bajo con una entrada de 1Vpp y una frecuencia de 1kHz.

3.3.2. Simulación filtro pasa alto

Al igual que el caso anterior, etapas pasa alto con una entrada de 1Vpp y una frecuencia de 1kHz.

Se puede notar que al alcanzar los 1 MHz la ganancia cae abruptamente. Esto se debe a que el amplificador operacional LM324 tiene un ancho de banda de 1 MHz. Por lo tanto, para frecuencias mayores a 1 MHz el amplificador operacional no funciona correctamente.

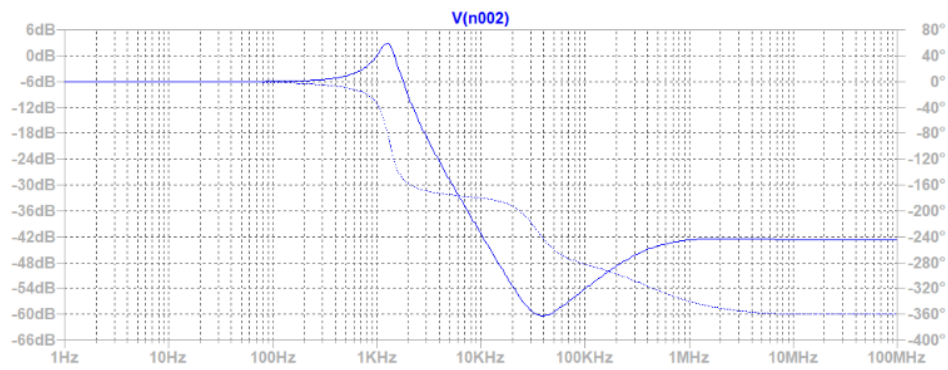


Figura 8: Bode de la simulación de la etapa pasa bajo

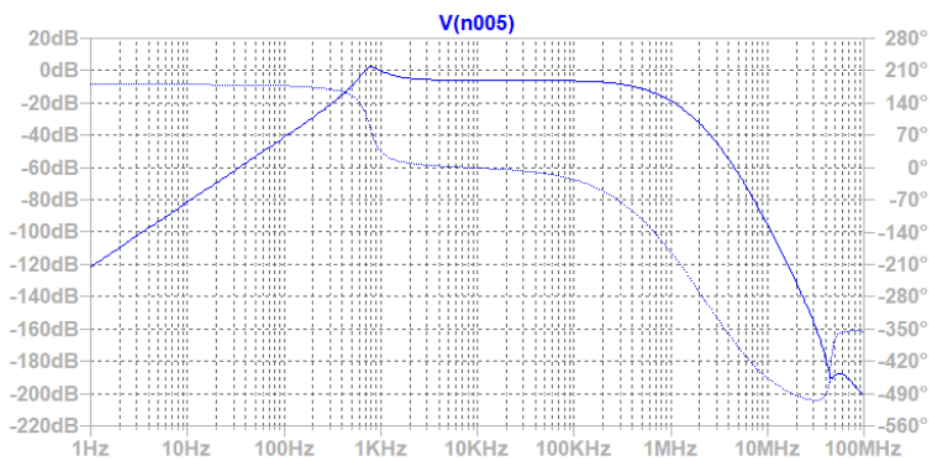


Figura 9: Bode de la simulación de la etapa pasa alto

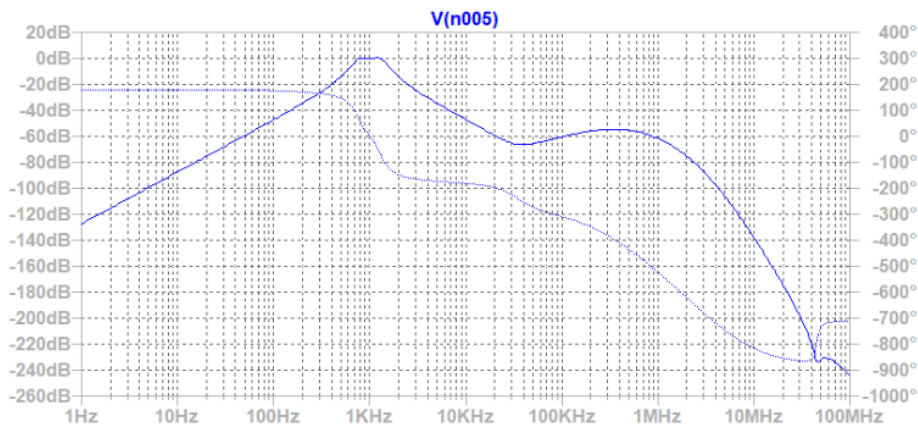


Figura 10: Bode de la simulación del circuito completo

3.3.3. Simulación filtro completo

Finalmente, con una entrada de 1Vpp y una frecuencia de 1kHz, el circuito completo muestra lo siguiente:

Cabe destacar, que el circuito simulado cumple con los requerimientos especificados en la consigna y coincide con los cálculos teóricos realizados

3.4. Cálculo de sensibilidad

Se calcula la sensibilidad respecto a la frecuencia. Se desarrolla lo siguiente:

$$\omega_p = \sqrt{\frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}} \quad (16)$$

Dado que la sensibilidad se calcula como:

$$\lim_{\Delta R_1 R_2 C_1 C_2 \rightarrow 0} \frac{\frac{\Delta \omega_p}{\omega_p}}{\frac{\Delta R_1 R_2 C_1 C_2}{R_1 R_2 C_1 C_2}} = \frac{R_1 R_2 C_1 C_2}{\omega_p} \cdot \frac{\partial \omega_p}{\partial R_1 R_2 C_1 C_2} \quad (17)$$

$$(S_{R_1})^{\omega_p} = (S_{R_2})^{\omega_p} = (S_{C_1})^{\omega_p} = (S_{C_2})^{\omega_p} = -\frac{1}{2} \quad (18)$$

Se tiene que ante una variación unitaria del valor de cualquier componente, se tiene una variación de la frecuencia a la mitad de su valor (0.5%). Este concepto se aplica tanto para la topología del filtro pasa alto como para la topología del filtro pasa bajo.

Para el ancho de banda se tiene:

$$\frac{\omega_p}{Q_p} = \frac{3-k}{RC} \quad (19)$$

Se tiene que el valor de k, es dado por:

$$k = 1 + \frac{r_2}{r_1} \quad (20)$$

Se reemplaza en la fórmula del ancho banda.

$$\frac{\omega_p}{Q_p} = \frac{2 - \frac{r_2}{r_1}}{RC} \quad (21)$$

$$S_{R,C,r_1,r_2}^{\frac{\omega_p}{Q_p}} = \lim_{\Delta R C r_1 r_2 \rightarrow 0} \frac{RC r_1 r_2}{\frac{\omega_p}{Q_p}} \cdot \frac{\frac{\omega_p}{Q_p}}{\partial RC r_1 r_2} \quad (22)$$

$$S_R^{\frac{\omega_p}{Q_p}} = \frac{R}{\frac{2 - \frac{r_2}{r_1}}{RC}} \cdot (-1) R^{-2} \frac{2 - \left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{C} \quad (23)$$

$$S_R^{\frac{\omega_p}{Q_p}} = -2,56 \cdot (3 - 2,61) = -1,01 \quad (24)$$

Además se tiene:

$$S_C^{\frac{\omega_p}{Q_p}} = -2,56 \cdot (3 - 2,61) = -1,01 \quad (25)$$

y

$$S_k^{\frac{\omega_p}{Q_p}} = -2,61 \cdot 2,56 = -6,7 \quad (26)$$

Finalmente, se deduce que la sensibilidad de ω_p/Q_P con respecto a R es -1.01, con respecto a C es -1.01 y con respecto a k es -6.7. Y si algún componente varia un 1 %, ω_p/Q_P variara un 1.01 %, 1.01 % y 6.7 % respectivamente.

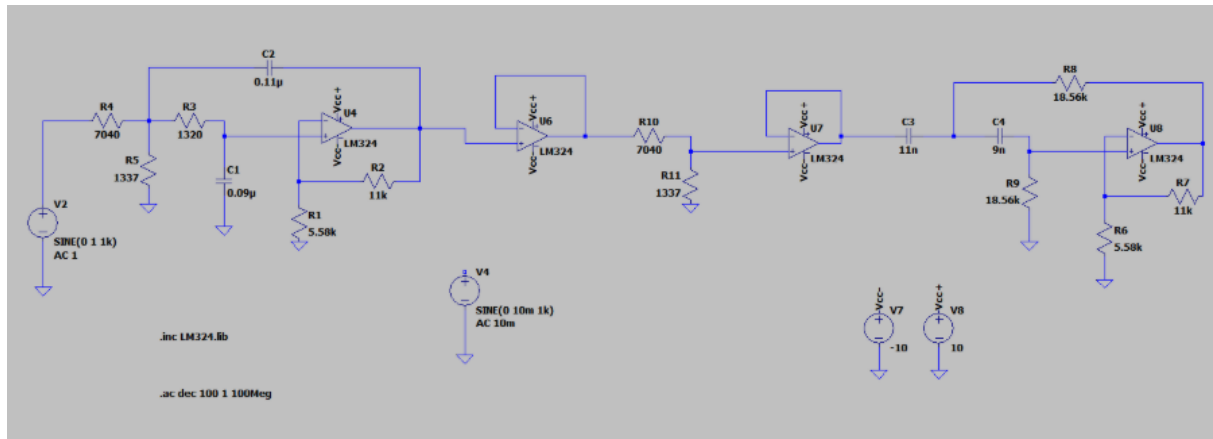


Figura 11: Circuito pasa banda con la peor desviación

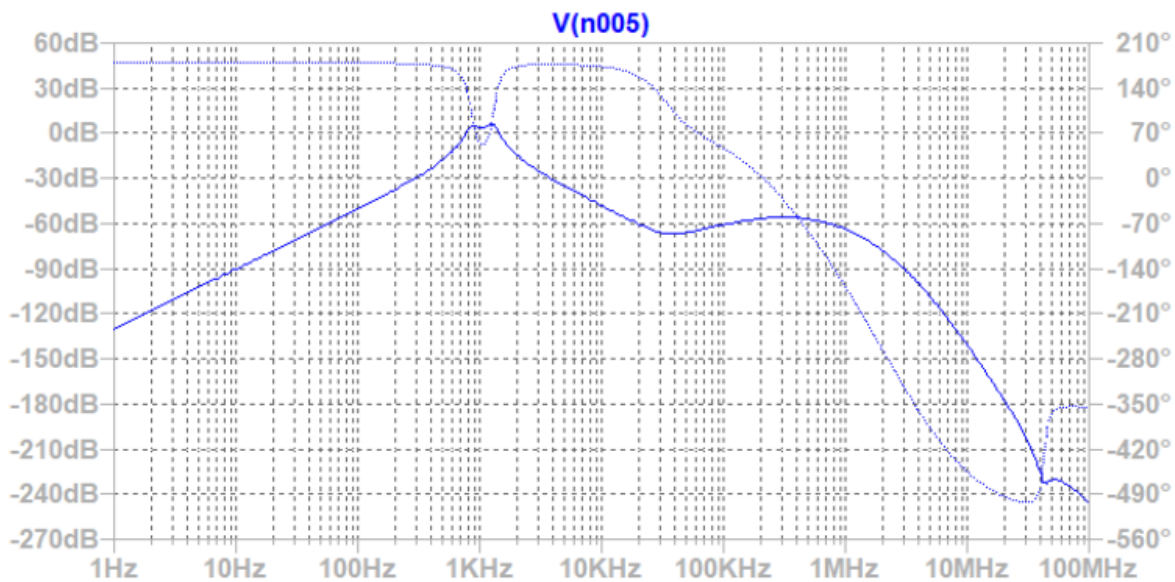


Figura 12: Circuito completo final

3.5. Análisis de la peor desviación de tolerancias

Se pide realizar un análisis de la peor desviación de tolerancias de los componentes del circuito. Los peores casos son:

- r_1 y r_2 aumentan su relación variando k y por lo tanto ω_p y ω_p/Q_P varían.
- C varía mayormente y por lo tanto ω_p y ω_p/Q_P varían.
- R varía a mayor valor y por lo tanto ω_p y ω_p/Q_P varían.

El diagrama de Bode resultante es:

En el diagrama se puede observar que la frecuencia de corte del pasa bajo y del pasa alto varían. Entonces, el ancho de banda también se modifica. Lo mas notable es la variación de la banda de paso es de 700 Hz a 1400 Hz y no es uniforme en toda la banda. Y, por lo tanto, el filtro no cumple con todos los requisitos.

3.6. Simulación Montecarlo

En este apartado se realizara una simulación Montecarlo para verificar que el circuito cumpla con los requisitos especificados en la planilla de requerimientos y, observar como varía la frecuencia de corte y el ancho de banda del circuito dependiendo de las tolerancias de los componentes. LTSpice ofrece la función que permite realizar una simulación de este tipo. En esta simulación se puede variar la tolerancia de los componentes. En este caso se variara la tolerancia de los resistores y capacitores. La tolerancia de los resistores es del 5 % y la de los capacitores es del 10 %. Ingresando estas tolerancias en los componentes y utilizando la función Montecarlo de LTSpice se obtiene lo siguiente:

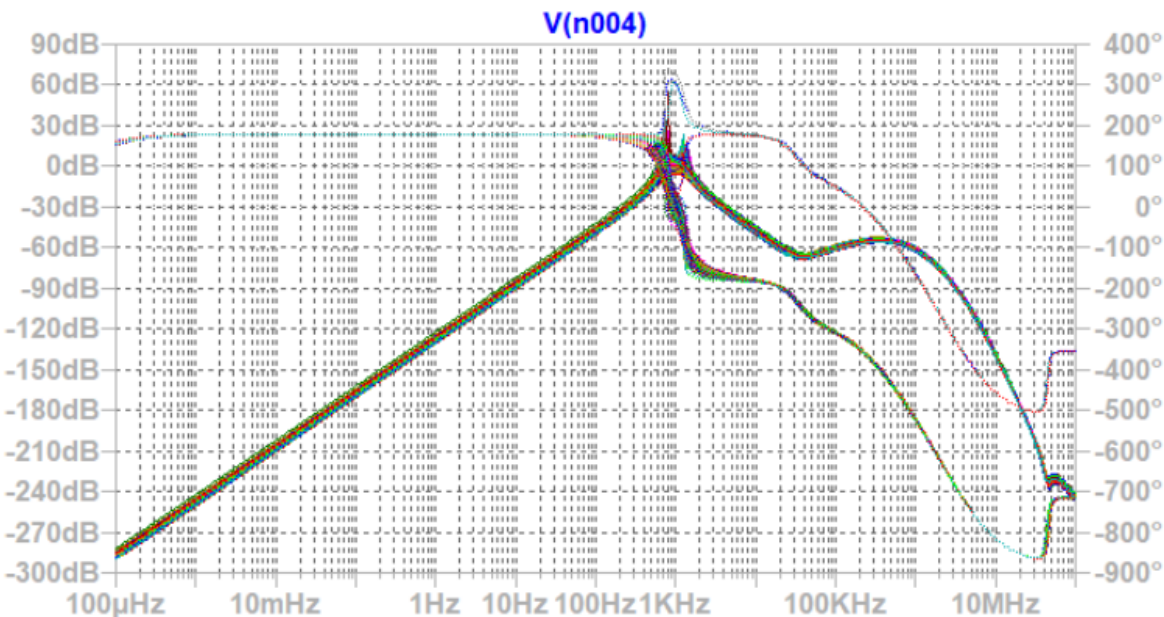


Figura 13: Simulación Montecarlo

Se realizaron decenas de simulaciones para observar como varía la frecuencia de corte y el ancho de banda. En la imagen podemos observar que la frecuencia de corte varia entre 700 Hz y 1400 Hz.

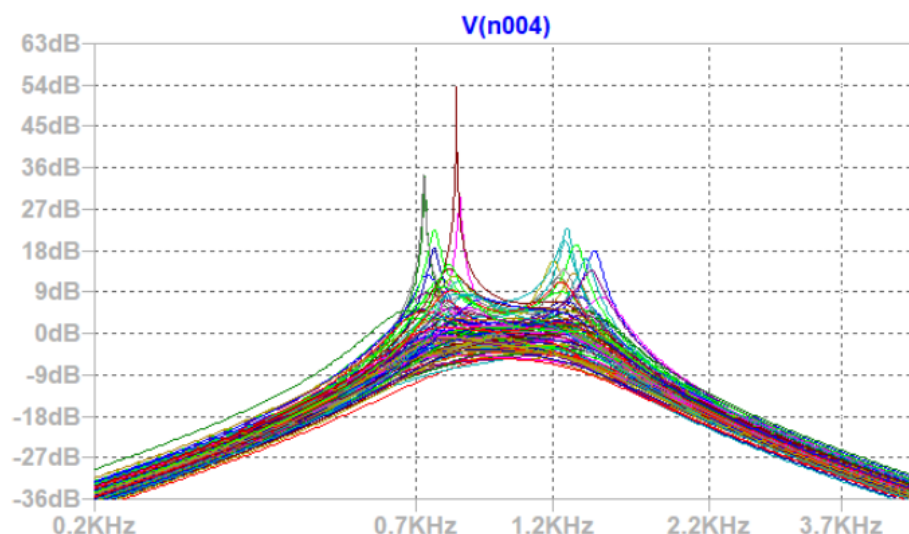


Figura 14: "Zoom" de la simulación Montecarlo

4. Conclusiones

Para finalizar, se concluye que si bien el circuito no fue implementado de manera práctica, los valores simulados se asemejan correctamente a los requerimientos impuestos en el problema, además hay concordancia con los resultados obtenidos en Python.

Se logró sintetizar un filtro pasabanda de 4to orden, el cual es complejo, mediante la conexión en cascada de dos filtros pasabanda de 2do orden, los cuales son más fáciles de manejar. Esto significa que mediante filtros sencillos en sus formas bicuadráticas, se pueden sintetizar filtros mucho mas complejos.