Taller 4

Loui Gerard Velez Quintero
Andres Jose Rodriguez Ortega
Daniel Castellanos

November 2021

1 Integración

1.1 Ejercicio 1.F

Teniendo en cuenta que las formulas de Simpson y de Trapecios pertenecen al grupo donde los nodos estan igualmente espaciados ósea partición regular, lo cual no siempre arroja las mejores aproximaciones. Por lo tanto, la fórmula de la cuadratura de Gauss con dos puntos es una alternativa.

$$A = \int_a^b f(x)dx = \frac{b-a}{2}\int_{-1}^{1} f(\frac{b-a}{2}t + \frac{b+a}{2})dt$$
$$= \frac{b-a}{2}[f(-\frac{b-a}{2}\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{b+a}{2}) + f(\frac{b-a}{2}\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{b+a}{2})]$$

Implémentela y aplíquela para aproximar $\int_1^2 xe^x dx$.Cual es la precisión.
Utilice la misma formula de la cuadratura de Gauss, pero particione la integral de la forma:

$$\int_1^2 xe^x dx = \int_1^{1.5} xe^x + \int_{1.5}^2 xe^x$$

Al aplicar la cuadratura de Gauss en python a través de la libreria *scipy.integrate.quadrature* se calcularón los resultados para las diferentes integrales:

1. $\int_1^2 xe^x dx$
2. $\int_1^{1.5} xe^x dx$
3. $\int_{1.5}^2 xe^x dx$
4. $\int_1^{1.5} xe^x dx + \int_{1.5}^2 xe^x dx$

Esta función de python devuelve el valor de la integral, pero tambien retorna el error aproximado que se puede presentar y eso es representado en la siguiente tabla:

Integral	Resultado	Error
$\int_1^2 xe^x dx$	7.3890	2.410e-08
$\int_1^{1.5} xe^x dx$	2.2407	0.0592
$\int_{1.5}^2 xe^x dx$	5.1482	6.1731e-11
$\int_1^{1.5} xe^x + \int_{1.5}^2 xe^x$	7.3889	0.0592

Como se puede observar, al realizar la partición de la integral, el error obtenido obtenido es mayor que el de la ecuacion sin particionar, aun cuando la diferencia de su resultado es de 0.0001.

1.2 Ejercicio 1-J

Un lago tiene una forma que aproximadamente es rectangular. Las dimensiones son 200 metros de ancho por 400 metros de largo. Se realiza una partición (grilla) para estimar aproximadamente la profundidad en metros en cada cuadricula de la malla como se muestra en la siguiente tabla de datos. Utilice los datos para estimar el volumen aproximado de agua que contiene el lago

	0	100	200	300	400
0	0	0	4	6	0
50	0	3	5	7	3
100	1	5	6	9	5
150	0	2	3	5	1
200	0	0	1	2	0

Al implementar el codigo con la función Simpson en python, el resultado fue de: $301111.1m^3$ del volumen del agua.

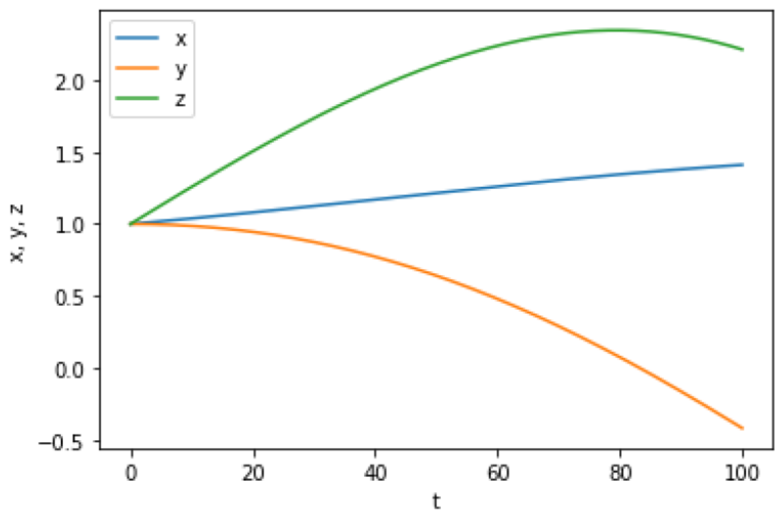
2 Ecuaciones diferenciales

2.1 Ejercicio 3-A

Teniendo en cuenta el sistema de Lorentz con $a = \frac{8}{3}$;$b = 10$;$c = 28$ simule una solución del sistema utilizando

$$x'(t) = ax + yz$$
$$y'(t) = b(y - z)$$
$$z'(t) = -xy + cy - z$$

Con t=100 dias con h=0.5, grafique la solución y de una explicación de la linea fase.



Linea fase de y:

Esta corresponde a la línea fase de la gráfica de y, que es la única que tiene un punto de equilibrio, el cual se encuentra aproximadamente en t=83.2, a partir de este punto, los valores de y continúan decreciendo hasta llegar al valor de y en t=100, que es aproximadamente igual a -0.4161. La gráfica de x no presenta puntos de equilibrio y su valor solo crece desde que toma su valor inicial. En cuanto a la gráfica de z, esta crece hasta t=80 aproximadamente y comienza a decrecer hasta llegar a su valor en t=100 que es aproximadamente igual a 2.2106.

2.2 Ejercicio 4.C

Dado el sistema de ecuaciones diferenciales que corresponde a una muestra estudio del sistema depredador presa de capturas de linces y conejos entre los años 1900 y 1920:

$$x'(t) = 0.4x(t) - 0.018x(t)y(t) \;\; ; \;\; x(0) = 30$$

$$y'(t) = -0.8y(t) + 0.023x(t)y(t) \;\; ; \;\; y(0) = 4$$

Utilizando polinomios de Taylor de orden 3, se debe encontrar la solución numerica del sistema de ecuaciones diferenciales con una evolución por año.
Error total:
Error promedio:
Error local: