

> Note explicative : MAKAHO

MAnn-Kendall Analysis of Hydrological Observations

_ Table des matières

1	Introduction	3
2	Les données	3
3 3.1 3.2	Vue d'ensemble de MAKAHO Structure de l'interface Interactions basiques	4 4 5
	Année hydrologique Période Significativité Actualisation	6 6 7 7 7 8 8
5	Mode Photo	9
	Fiches stations Téléchargement Détails des fiches	9 9
7	Aide	11
8	Information	11
9	Bibliographie	12
10.1 10.2	Annexe Corrections des chroniques Variables hydrologiques Point théorique : Analyse de stationnarité Bug connus	13 13 13 15 16

1 Introduction

MAKAHO (pour MAnn-Kendall Analysis of Hydrological Observations) est un système de visualisation cartographique interactif permettant d'examiner les tendances présentes dans les données des stations hydrométriques référencées par l'HydroPortail. Un jeu de 232 stations issues du Réseau de Référence pour la Surveillance des Étiages (RRSE) a été sélectionné. Ainsi, les stations utilisées sont considérées comme ayant une bonne qualité de mesure, des séries temporelles avec une profondeur historique de plus de 30 ans et des débits faiblement impactés par les activités humaines. Le test statistique utilisé pour la détection de tendance est une variante du test de Mann-Kendall [Mann, 1945; Kendall, 1975] de Yue et al. [2002], prenant en compte l'autocorrélation de rang 1 dans les séries à traiter. Il permet d'analyser la significativité des tendances de variables hydrologiques sur les différentes composantes du régime des cours d'eau (étiages, moyennes-eaux, crues), à mettre ensuite en relation avec les impacts du changement climatique sur l'hydrologie de surface.

Le code est réalisé en R [R Core Team, 2020] à partir du package StatsAnalysisTrend [Mansanarez et al., 2022] (mise-à-jour en MKstat) et de la librairie Shiny [Chang et al., 2021]. Il est disponible sur le lien suivant.

2 Les données

Les données sont des chroniques de débit tirées de l'HydroPortail. La sélection de station hydrométriques commence à partir du RRSE dont la liste est disponible ici. Cependant, deux stations sont volontairement écartées car elles ne disposent pas de période de données assez longue :

- La station H2342020 avec une série de données disponibles du 18/01/2001 au 01/02/2021 soit de 20 ans
- La station J8433010 avec une série de données disponibles du 01/01/1967 au 06/03/1974 soit un peu plus de 7 ans.

Et deux fichiers de données sont manquants :

- K0010010
- K7414010

Par conséquent, 232 stations sont utilisées pour la suite de l'analyse.

3 Vue d'ensemble de MAKAHO

3.1 Structure de l'interface

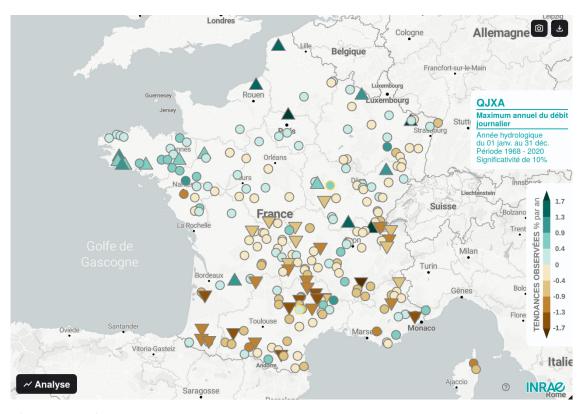


Figure 1. Interface de MAKAHO.

L'interface de MAKAHO visible en Figure 1 se concentre autour d'une carte Leaflet [Cheng et al., 2022] interactive. Le planisphère est recouvert de cercles ● et de triangles ▲ / ▼ de couleur différentes qui permettent de situer les stations hydrométriques sélectionnées et de donner une idée de l'intensité de la tendance estimée. Un cercle indique que la tendance n'est pas significative alors qu'un triangle indique que la tendance est significative. Un triangle pointant vers le haut (respectivement vers le bas) indique que la tendance est à la hausse (respectivement à la baisse). Une station non-sélectionnée pour l'analyse est représentée par un cercle de couleur neutre.

Différents boutons cliquables sont présents tout autour de l'interface :

- En bas à gauche est situé le bouton | ~ Analyse | qui permet d'accéder au panel des paramètres de l'analyse de tendance qui est détaillé en partie 4.
- En haut à droite est positionné le plus à gauche le bouton | ② | qui permet de lancer le mode photo détaillé en section 5.
- Le bouton | 🕹 | visible juste à droite permet de télécharger des fiches stations comme expliqué en partie 6.
- Une aide est aussi incluse dans le site en appuyant sur le bouton ⊙ en bas à droite de l'interface.
- Enfin, le bouton INRA© situé le plus en bas à droite permet d'ouvrir le panel des informations détaillé en partie 8.

3.2 Interactions basiques

Le fond de carte est interactif, cela veut dire qu'il est possible de se déplacer sur le planisphère en effectuant un clic gauche glisser.

Les cercles et triangles appelés marker, sont aussi cliquables. Par défaut, le clic sur une station permet d'afficher le graphique détaillé de l'analyse de tendance de la variable étudiée.

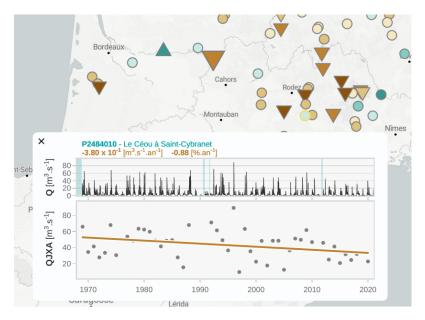


Figure 2. Un exemple de graphique détaillé de l'analyse de tendance.

Les interactions avec le fond de carte font apparaître le bouton de zoom | \bigotimes | en haut à gauche qui permet de re-faire le focus sur l'ensemble des stations sélectionnées. Ainsi, si la sélection de stations est réduite (voir partie 4.1), ce même bouton peut apparaître afin de laisser la possibilité à l'utilisateur de laisser l'application choisir le zoom et le positionnement de carte le plus adapté. Lorsque le positionnement est optimal sur une sélection, un bouton de zoom différent apparaît à la même place. Ce nouveau bouton | \bigotimes | permet alors de re-faire le focus non pas sur la sélection de station mais sur la France entière.

Le fonctionnement des autres boutons est précisé dans la suite.

4 Analyse

Cette partie est consacrée au panel d'analyse visible après avoir cliqué sur le bouton | **Analyse** |. Le panel est représenté en Figure 3.

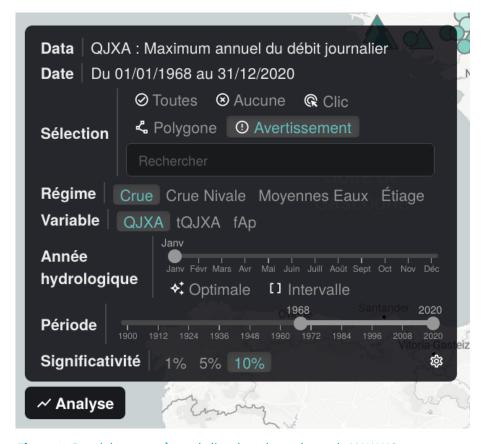


Figure 3. Panel des paramètres de l'analyse de tendance de MAKAHO.

4.1 Sélection de stations

La partie la plus haute du panel permet de créer une sous-sélection de stations. Les différents modes de sélection sont décrits tour à tour ci-dessous:

- Les deux premiers boutons de la section de sélection permettent respectivement de sélectionner | **⊘ Toutes** | les stations ou | **⊘ Aucune** |.
- Le troisième bouton de la ligne est le bouton de sélection par | **Q Clic** |. Une fois ce mode activé, un clic sur une station permet de changer son état de sélection. Lors du lancement de ce mode, une barre d'outil (Figure 4) apparaît en haut à gauche et permet de terminer la sélection avec le bouton | ∠ **Terminer** |.

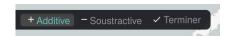


Figure 4. Une des barres d'outil qui apparaît sur l'interface selon le mode en cours.

- Le quatrième bouton correspond au bouton de sélection par | & Polygone | sur la carte. Un polygone peut donc être tracé en plaçant des points sur la carte. Comme dans le mode précédent, une barre d'outil apparaît en haut à gauche de l'interface et permet de rendre la sélection par polygone | + Additive | ou | Soustractive |.
- Le bouton | ① **Avertissement** | est présent sur la seconde ligne. Lorsqu'il est sélectionné, comme par défaut, les stations qui présentent des chroniques de moins de 30 ans sont localisées par des symboles

aux contours jaunes et lorsque les chroniques sont complètement manquantes, les symboles utilisés sont des cercles aux contours rouges. Dans le cas où le bouton | ① **Avertissement** | est déselectionné, les stations qui présentent des avertissements sont retirées automatiquement de la sélection.

• Enfin, la sélection peut se faire à l'aide d'une barre de recherche textuelle avec complétion automatique. Des stations peuvent être sélectionnées à l'aide de mots-clés contenus dans leur nom, le nom de leur cours d'eau, le lieu où elles sont situées de même que leur région-hydrographique et bassin-hydrographique. Ce mode de sélection est additif et il est possible d'ajouter ou de supprimer plusieurs recherches textuelles.

Une fois la sélection réalisée, les stations non-sélectionnées sont représentées par un cercle neutre \circ / \bullet . Les stations présentes dans la sélection sont localisées par un cercle \bullet ou un triangle \blacktriangle / \triangledown de couleur.

4.2 Régime et variable hydrologique

La sélection de la variable hydrologique utilisée pour l'analyse de tendance s'effectue à l'aide des sections **Régime** et **Variable**.

La section **Régime** permet de sélectionner la composantes du régime des cours d'eau que l'on souhaite étudié : | **Crue** |, | **Crue Nivale** |, | **Moyennes Eaux** | ou | **Étiage** |. Chaque bouton permet d'afficher un panel de variables caractéristiques de l'étude du régime choisi.

La section **Variable** permet dans un second temps de sélectionner la variable que l'on souhaite étudier. Un détail de la liste de variable est donnée en annexe en partie 10.2.

4.3 Année hydrologique

L'analyse de tendance présente un premier paramètre temporel qui est sélectionné grâce à la section **Année Hydrologique**. Le mois de début de l'année hydrologique est par défaut est fixé sur le mois de janvier. Ce choix se fait à l'aide d'un curseur horizontal simple.

Juste en dessous, le bouton | ***: Optimale** | permet de sélectionner automatiquement une année hydrologique. Ce choix est basé sur des considérations hydrologiques propres à chaque station. Pour une variable de | **Crue** | ou de | **Moyennes Eaux** | le mois de début de l'année hydrologique est sélectionné pour chaque station comme le mois où le débit moyen mensuel est minimal. Pour une variable de | **Crue Nivale** |, le mois de janvier est pris pour mois de début et pour une variable d'| **Étiage** | l'année hydrologique commence en mai et finie fin novembre.

Lorsque le bouton | **♦ Optimale** | n'est pas sélectionné, il est possible d'appuyer sur le bouton | [] **Intervalle** |. Ce mode permet de sélectionner une année hydrologique tronquée pour réaliser une analyse saisonnalisée. Ce choix se fait à l'aide d'un double curseur horizontal et peut être inversé à l'aide du bouton | **● Inverser** | qui apparaît à la suite en mode intervalle.

4.4 Période

Le second aspect temporel est le choix de la période d'analyse de tendance. Cette sélection se fait avec un double curseur horizontal qui permet de choisir une date de début et de fin de la période d'analyse. L'année de fin est incluse et par défaut la période temporelle s'étend de l'année 1968 à 2020.

Significativité 4.5

La dernière section correspond au seuil de significativité du test statistique de Mann-Kendall, c'est-à-dire la probabilité avec laquelle on accepte de se tromper sur l'affirmation de l'existence d'une tendance. Le choix de ce seuil est fait à l'aide de boutons qui permettent de sélectionner la valeur de | 1% |, | 5% | ou | 10% |. Par défaut, la valeur de 10% est sélectionnée ce qui s'avère être la valeur la moins contraignante.

Actualisation 4.6

Une fois les paramètres de l'analyse modifiés comme souhaité, il est nécessaire d'appuyer sur le bouton d'actualisation (c) (Figure 5) apparu à droite du bouton d'analyse pour afficher les nouveaux résultats.



Figure 5. Bouton d'actualisation qui apparaît lorsqu'il est nécessaire de relancer un calcule pour afficher les résultats de l'analyse.

Gra

par

%

ENDANCES OBSERVÉES

furt

1.7

1.3

0.9

0.4

0

-0.4

-0.9

-1.3

-1.7

Modification de l'affichage

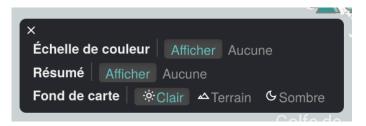


Figure 6. Panel de modification de l'affichage de MAKAHO.

Lorsque l'utilisateur appui sur la roue dentée | 🕸 | en bas à droite du panel d'analyse, la fenêtre de paramètre d'affichage graphique représenté en Figure 6 s'affiche.

Échelle de couleur

Il est possible d'afficher ou non sur l'interface l'échelle de couleur des tendances. Cette échelle est évolutive en fonction de la sélection de stations et associe une couleur **marron** à une tendance avec un impact "négatif" et **turquoise** à une tendance avec un impact "positif". Elle est symétrique, centrée sur zéro et discrète en dix classes. La classe extrême positive (respectivement négative) comprend les valeurs du quantile 99% (respectivement 1%) à l'infini (respectivement moins l'infini).



couleur des tendances.

Résumé

Le panel de résumé de l'analyse statistique présent en haut du côté droit de l'interface peut être affiché ou non selon la volonté de l'utilisateur. Le nom de la variable étudiée et sa définition sont récapitulés dans cet encart suivi de l'année hydrologique utilisée, de la période d'analyse et la significativé du test de tendance réalisé.

Fond de carte

Trois thèmes de couleur sont disponibles pour personnaliser le fond de carte : un thème | & Clair |, un thème en couleur appelé | 🗻 Terrain | qui représente quelques reliefs et un thème | 🕓 Sombre |. Le thème par défaut est le thème clair.

5 Mode Photo

Une fois appuyé sur le bouton | [25], le mode photo permet d'enlever l'interface inutile à la capture d'écran du fond de carte. Seuls les panneaux de l'échelle de couleur et du résumé de l'analyse resteront visibles. L'utilisateur peut donc redimensionner la fenêtre de son navigateur afin d'effectuer une capture d'écran. Un simple clic sur la carte permet de faire réapparaître l'interface.

6 Fiches stations

6.1 Téléchargement

Il est possible de télécharger des fiches stations récapitulative de l'analyse de tendance en cliquant sur le bouton | \bot | en haut à droite. Dans la barre d'outil qui est apparue, le premier bouton est le bouton de téléchargement par | @ Clic | sur la carte. Une fois ce mode activé, un clic sur une station permet de télécharger la fiche station associée. Lors du lancement de ce mode, une nouvelle barre d'outil apparaît en haut à droite et permet de terminer la sélection.

L'ensemble des fiches stations de la sélection précédemment réalisée dans l'analyse peut aussi être téléchargé en cliquant sur le bouton | ♣ **Sélection** |. Il est aussi possible de télécharger l'entièreté des fiches stations en cliquant sur le bouton | ◆ **Toutes** |.

Enfin, il est à noter que la génération des fiches stations est antérieure à l'analyse réalisée par MAKAHO. Ces dernières sont pré-construites par les packages R ashes et dataSheep. Les résultats présents dans ces fiches sont donc certainement différents des résultats obtenus dans votre analyse interactive mais se veulent le plus fiable possible scientifiquement.

6.2 Détails des fiches

Un fichier *pdf* par station est créé. Les premières pages sans rectangle de couleur dans l'entête regroupent les variables principales de chaque composante du régime. Les pages suivantes, avec un rectangle de couleur dans l'entête, donnent le détail des résultats pour chaque composante, suivant le code couleur : **Crue**, **Crue Nivale**, **Moyennes Eaux** et **Étiage**. Ce découpage est visible en Figure 8. Chaque page est construite de manière similaire avec de haut en bas, une en-tête, la chronique de débit et les graphiques pour l'analyse de tendance de chaque variable. Un exemple de page d'une fiche station est donnée en page 10.

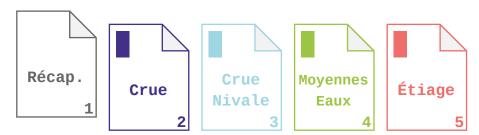
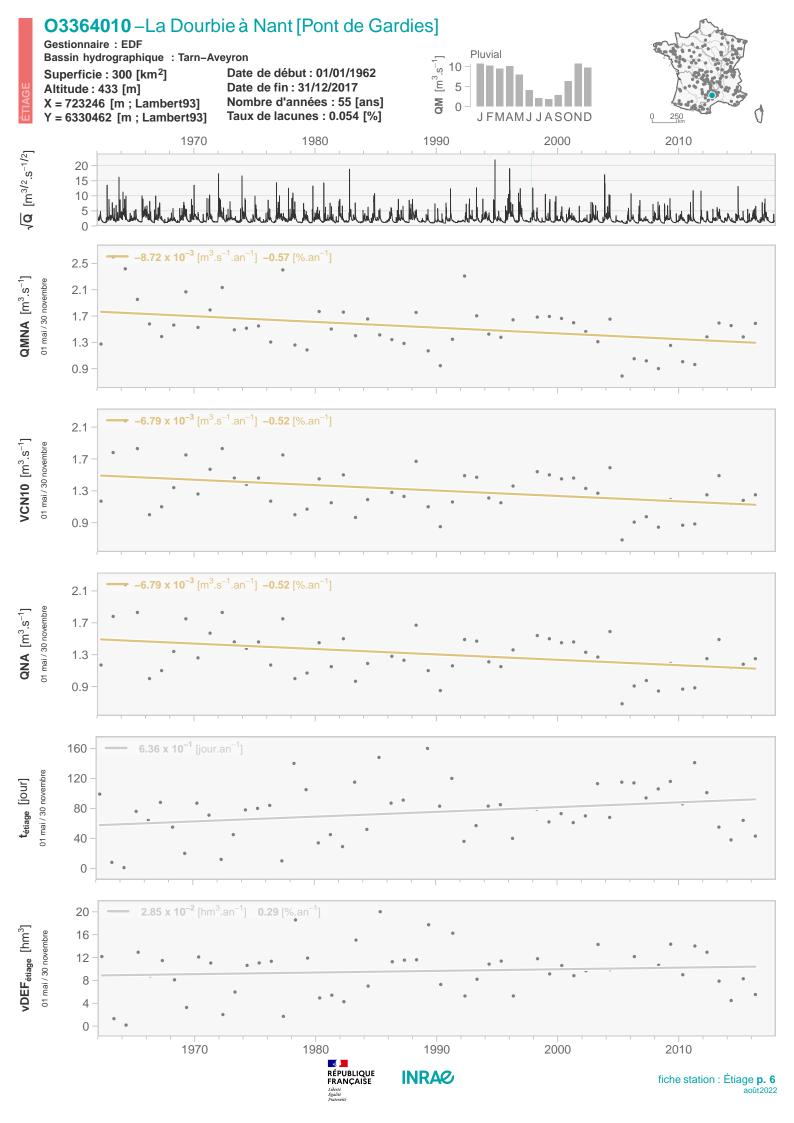


Figure 8. Schéma de l'agencement des fiches récapitulatives de l'analyse de tendance d'une station.

Il est donc à noter que la période d'analyse dans les fiches est fixée comme étant la période maximale accessible et peut donc différer de la période d'analyse de MAKAHO. Ce constat est similaire pour le mois du début de l'année hydrologique, qui est fixé dans le cas des fiches au mois défini comme optimal détaillé en partie 4.3. De même, la couleur associée à la tendance se base dans le cas des fiches sur l'ensemble des autres stations de la sélection de base et non pas la sous-sélection interne à MAKAHO.



7 Aide

Un bouton d'aide représenté par l'icône \odot est disponible en bas à droite de l'interface. Ce dernier reprend cette notice d'une manière plus simple et interactive.

8 Information

Le logo INRAO en bas à droite de l'interface est un bouton cliquable qui permet d'afficher des informations. Il est mentionné les noms du développeur et du référent INRAE sous forme de liens vers leurs adresses emails. Ensuite, le lien vers la page GitHub hébergeant le code source est donné. La ligne suivante renseigne sur l'hébergeur SK8 et la dernière ligne donne un lien vers le site qui a donné l'inspiration de l'interface.



Figure 9. Visualisation du panel d'information et du bouton d'aide en bas à droite de l'interface.

9 Bibliographie

- Bard, A., Renard, B., Lang, M., Giuntoli, I., Korck, J., Koboltschnig, G., Janža, M., d'Amico, M., and Volken, D. (2015). Trends in the hydrologic regime of alpine rivers. *Journal of Hydrology*, 529:1823–1837.
- Chang, W., Cheng, J., Allaire, J., Sievert, C., Schloerke, B., Xie, Y., Allen, J., McPherson, J., Dipert, A., and Borges, B. (2021). *shiny: Web Application Framework for R*. R package version 1.7.1.
- Cheng, J., Karambelkar, B., and Xie, Y. (2022). *leaflet: Create Interactive Web Maps with the JavaScript 'Leaflet' Library*. R package version 2.1.1.
- Hamed, K. H. (2008). Trend detection in hydrologic data: The mann-kendall trend test under the scaling hypothesis. *Journal of Hydrology*, 349(3–4):350–363.
- Hamed, K. H. and Rao, A. R. (1998). A modified mann-kendall trend test for autocorrelated data. *Journal of Hydrology*, 204(1–4):182–196.
- Kendall, M. G. (1975). Rank Correlation Methods. Griffin, London, UK.
- Mann, H. (1945). Nonparametric tests against trend. Econometrica, 13(3):245–259.
- Mansanarez, V., Renard, B., and Lang, M. (2022). A r package for quickly updating trend analyses: application to french streamflow time series. *IAHS*.
- R Core Team (2020). *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria.
- Tallaksen, L. M. and Van Lanen, H. A. (2004). Hydrological drought: processes and estimation methods for streamflow and groundwater. *Journal of Hydrology*.
- Yue, S., Pilon, P., Phinney, B., and Cavadias, G. (2002). The influence of autocorrelation on the ability to detect trend in hydrological series. *Hydrological processes*, 16(9):1807–1829.

10 Annexe

10.1 Corrections des chroniques

Les séries de débit subissent automatiquement des corrections selon les besoins. Les corrections possibles sont détaillées ci-dessous par ordre d'application/

Période manquante en inter-annuel

Si une période de données manquantes en continue dépasse dix ans, la série est scindée en deux et la plus longue période avant ou après cette période manquante est conservée pour la suite.

Période manquante en intra-annuel

Il est courant d'avoir à l'intérieur d'une année des jours de données manquantes. Dans ce cas, il est possible d'intervenir après l'extraction de la variable en ne conservant que les années qui contiennent un pourcentage de valeur manquante en dessous d'un certain seuil fixé ici à 1%.

10.2 Variables hydrologiques

Pour chaque station, 19 variables hydrologiques sont calculées. Ces variables sont regroupées en quatre groupes selon la composante du régime qu'elles caractérisent : **Crue**, **Crue Nivale**, **Moyennes Eaux** et **Étiage**. L'extraction de chaque variable est détaillé ci-dessous.

QIXA

Maximum annuel du débit journalier.

tQIXA

Date du maximum annuel du débit journalier.

fAp

Fréquence annuelle de dépassement des débit journaliers au dessus de Qp.

tDEB_{BF}

Elle correspond de manière générale à la date de début des écoulements lents. Dans le cas d'une station au régime nival, cette variable correspond au début de la crue nivale c'est-à-dire le moment où 10% du volume de fonte est atteint [Bard et al., 2015]. Plus précisément, le volume de fonte est considéré comme l'intégrale sous la courbe du débit de base dans l'hydrogramme des débits journaliers. Ce débit de base nommé Base Flow est obtenu à l'aide d'un algorithme de Base Flow Separation (BFS) proposé par Tallaksen and Van Lanen [2004].

tCEN_{BF}

Elle correspond de manière générale à la date de centre des écoulements lents. Dans le cas d'une station au régime nival, cette variable correspond au centre de la crue nivale c'est-à-dire le moment où 50% du volume de fonte est atteint [Bard et al., 2015]. Plus précisément, le volume de fonte est considéré comme l'intégrale sous la courbe du débit de base dans l'hydrogramme des débits journaliers. Ce débit de base nommé Base Flow est obtenu à l'aide d'un algorithme de Base Flow Separation (BFS) proposé par Tallaksen and Van Lanen [2004].

tFINBF

Elle correspond de manière générale à la date de fin des écoulements lents. Dans le cas d'une station au régime nival, cette variable correspond à la fin de la crue nivale c'est-à-dire le moment où 90% du volume de fonte est atteint [Bard et al., 2015]. Plus précisément, le volume de fonte est considéré comme l'intégrale sous la courbe du débit de base dans l'hydrogramme des débits journaliers. Ce débit de base nommé Base Flow est obtenu à l'aide d'un algorithme de Base Flow Separation (BFS) proposé par Tallaksen and Van Lanen [2004].

VBF

Elle correspond de manière générale au volume des écoulements lents c'est-à-dire le volume de l'intégrale sous la courbe du débit de base. Dans le cas d'une station au régime nival, cette variable correspond au volume de fonte [Bard et al., 2015]. Le débit de base nommé Base Flow est obtenu à l'aide d'un algorithme de Base Flow Separation (BFS) proposé par Tallaksen and Van Lanen [2004].

t_{BF}

Durée des écoulements lents. Dans le cas d'une station au régime nival, cette variable correspond à la durée de la crue nivale c'est-à-dire la durée entre le moment où 10% du volume de fonte est atteint et le moment où 90% du volume de fonte est atteint [Bard et al., 2015]. Plus précisément, le volume de fonte est considéré comme l'intégrale sous la courbe du débit de base dans l'hydrogramme des débits journaliers. Ce débit de base nommé Base Flow est obtenu à l'aide d'un algorithme de Base Flow Separation (BFS) proposé par Tallaksen and Van Lanen [2004].

QA

Moyenne annuelle du débit journalier.

QMA

Moyenne annuel de la moyenne mensuelle du débit journalier.

Qp

Décile Qp dans la courbe des débits classés. C'est-à-dire le débit seuil avec une probabilité de dépassement de p%.

QNA

Minimum annuel du débit journalier.

QMNA

Minimum annuel de la moyenne mensuelle du débit journalier.

VCN10

Minimum annuel de la moyenne sur dix jours du débit journalier.

tDEBétiage

Début d'étiage. Plus précisément, au jour de l'année de la première moyenne sur dix jours de la plus longue période continue sous un seuil. Ce dernier est fixé comme le maximum des VCN10 de la chronique.

tCEN_{étiage}

Centre d'étiage c'est-à-dire le jour de l'année du VCN10.

Note Explicative: MAKAHO

Louis HÉRAUT, Michel LANG

p. 14

tFINétiage

Fin d'étiage. Plus précisément, au jour de l'année de la dernière moyenne sur dix jours de la plus longue période continue sous un seuil. Ce dernier est fixé comme le maximum des VCN10 de la chronique.

tFINétiage

Fin d'étiage. Plus précisément, au jour de l'année de la dernière moyenne sur dix jours de la plus longue période continue sous un seuil. Ce dernier est fixé comme le maximum des VCN10 de la chronique.

vDEFétiage

Volume de déficit de l'étiage c'est-à-dire l'intégrale de la courbe de la moyenne sur 10 jours sous le maximum des VCN10.

t_{étiage}

Durée de l'étiage c'est-à-dire, la durée de la plus longue période continue de la moyenne sur 10 jours sous le maximum des VCN10.

10.3 Point théorique : Analyse de stationnarité

L'analyse de tendance à proprement parler est réalisée dans MAKAHO à partir des données extraites antérieurement. Un point théorique est donc présent ci-dessous sur les testes statistiques utilisés.

Dans la suite, on note $(X_i)_{i=1, \dots, n}$ la série des valeurs de l'indice à tester pour une station hydrométrique donnée.

Test de Mann-Kendall et ses variantes

Le test statistique de Mann-Kendall [Mann, 1945; Kendall, 1975] est un test statistique non paramétrique permettant la détection de tendance. Ce test est assez robuste car aucune hypothèse sur la distribution des données n'est effectuée. L'unique hypothèse effectuée est l'indépendance des données.

On teste l'hypothèse nulle H_0 : "la série est stationnaire" contre l'hypothèse alternative H_1 : "la série présente une tendance" avec un risque d'erreur α . Le paramètre α est le risque d'erreur de première espèce : il représente le risque de rejeter l'hypothèse nulle H_0 lorsque celle-ci est vraie.

La statistique de test Z de Mann-Kendall est calculée de la façon suivante :

$$Z = \begin{cases} (S-1)\sqrt{Var(S)} & \text{si } S > 0\\ 0 & \text{si } S = 0\\ (S+1)\sqrt{Var(S)} & \text{si } S < 0 \end{cases}$$
 (1)

où la variable S indique une tendance à la hausse ou à la baisse suivant que S soit positif ou négatif respectivement et Var(S) est la variance de S. S est égale à:

$$S = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} signe(X_j - X_i)$$

$$Var(S) = n(n-1)(2n+5)/18$$
(2)

Différentes variantes du test ont été proposées pour s'adapter aux spécificités des échantillons $(X_i)_{i=1, \dots, n}$. Ainsi la version du test de Mann-Kendall appliquée ici prend en compte l'existence de valeurs ex-aequo

dans la série des $(X_i)_{i=1,\ldots,n}$. La variance de S, Var(S), est alors remplacée dans l'équation (1) par:

$$Var(S) = \left[n(n-1)(2n+5) - \sum_{k=1}^{n} t_k k(k-1)(2k+5) \right] / 18$$
 (3)

où t_k est le nombre de valeurs conduisant à k ex æquo. Une autre version [Hamed and Rao, 1998; Hamed, 2008] permet de prendre en compte d'éventuelles auto-corrélations dans les séries $(X_i)_{i=1, \ldots, n}$. En effet, lorsque la série est auto-corrélée l'hypothèse d'indépendance des données n'est plus valable et le test va être fortement biaisé : un grand nombre de tendances seront détectées à tort. La modification du test s'effectue au niveau du calcul de la variance par la prise en compte d'un facteur correctif γ tel que:

$$Var_{\rho}(S) = \gamma \ Var_{\rho=0}(S)$$

$$\gamma = 1 + \frac{2}{n(n-1)(n-2)} \sum_{k=1}^{n-1} (n-k)(n-k-1)(n-k-2)\rho_k$$
(4)

où l'auto-corrélation d'ordre k, ρ_k , est calculée sous hypothèse d'un processus auto-régressif d'ordre 1, i.e. $\rho_k = \rho_1^k$.

Pour une taille d'échantillon suffisamment grande (n > 10), la statistique de test Z de Mann-Kendall suit approximativement la loi normale standard, de sorte que l'hypothèse nulle H_0 est rejetée lorsque :

$$|Z| > z_{1-\alpha/2} \tag{5}$$

où $z_{1-\alpha/2}$ est le quantile de la loi normale standard de probabilité au dépassement 1 - $\alpha/2$.

Pente de Sen et tendance linéaire

Le test de Mann-Kendall suggère la présence ou non d'une tendance systématique mais ne quantifie pas l'intensité des changements. Un ordre de grandeur du changement est donné par l'estimateur de pente de Sen. Par définition, l'estimateur de pente de Sen d'un ensemble de couple de points $(X_i, Y_i)_{i=1, \ldots, n}$ est la médiane des pentes $(X_i - X_j)/(Y_i - Y_j)$ calculées pour toutes les paires de points. Dans le contexte d'une analyse de tendance, la pente de Sen est la médiane des pentes $(X_i - X_j)/(t_i - t_j)$ où $(t_i)_{i=1, \ldots, n}$ désignent les dates associées aux $(X_i)_{i=1, \ldots, n}$.

Cette pente *A* est utilisée pour tracer les tendances linéraires visibles sur les graphiques récapitulatifs des analyses avec l'ordonnée à l'origine estimée tel que :

$$B = \mu_X - A \,\mu_t \tag{6}$$

avec μ la moyenne respective des deux variables.

10.4 Bug connus

• Dans le menu de modification de l'affichage, l'encart d'information en survol normalement en haut à gauche de l'interface est ici présente à l'intérieur de la fenêtre ouverte.