Optimisation - Tutorat

November 22, 2023

THEVENET Louis

Table des matières

1. Séance 2

1.1. Existence

Méthode 1.1.1: Questions à se poser :
- Ensemble de définition convexe ? Fermé ? Borné ?
- f convexe ? Croissante à l'infini ?

On utilise
- Compact $\rightarrow$ existence
- Convexe $\rightarrow$ unicité

Exercise I: 1 du TD4

1. Déjà, on montre que C est **fermé borné**

   - Borné

   $$\forall k \in [\![1, ..., n]\!] : 0 \leq x_k \leq \frac{1}{b_k}$$

   C est bien borné

   - Fermé

   C est l'intersection de
     - n $\frac{1}{2}$-espace fermés : $E_k = \{x \mid x_k \geq 0\}$ (fermés comme images réciproques des projections pr_k en $[0, +\infty[$)
     - un hyperplan affine $H = \left\{x \in \mathbb{R}^n \mid \sum_k b_k = 1\right\}$

   On peut conclure que f admet au moins 1 min global sur le **compact** C non vide ($\frac{b}{\|b\|^2} \in C$)

2. Est-ce que C est convexe ?

   H hyperplan est naturellement convexe

   E_k est le volumme d'un côté de l'hyperplan $G_k = \{x \mid x_k = 0\}$ est aussi naturelelment convexe

   Par intersection, C est convexe.

3. Est-ce que f est aussi **convexe** ?