Cours - Graphes

Louis Thevenet

Table des matières

Notes 70% Exam, 30% TP
CM émargés

$\boxed{\text{x}}$

1. Degré

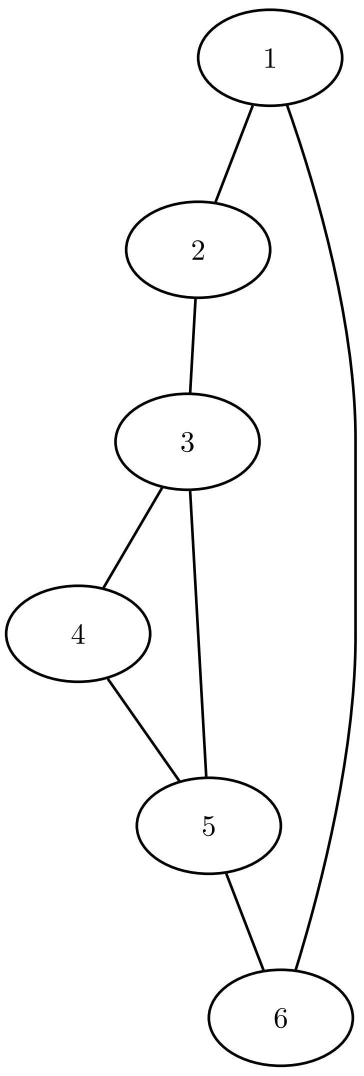
1.1. Corollaire 1.2.3

Soit N la somme des degrés de tous les sommets et n le nombdre d'arêtes du graphe. Supposons que le nombre de sommets de degré impair soit pair. D'après le lemme,

$$N = 2n = \underbrace{\sum_{v_k \text{ de degré pair}} \delta(v_k)}_{\text{pair}} + \sum_{v_k \text{ de degré impair}} \delta(v_k)$$

2. Sous graphes, graphes partiels, cliques

2.1. Exercice 1.4.4



3. Connexité

3.1. Exmeple 2.2.9

- $v = s_1$
  - CFC $= \{\{s_1, s_2, s_7, s_6, s_{10}, s_9, s_5, s_4, s_3\}, \{s_8\}\}$

3.2. Exemple 2.2.3

1. Sommets : espions de chaque pays. Une arrête relie deux sommets si les espions s'espionnent

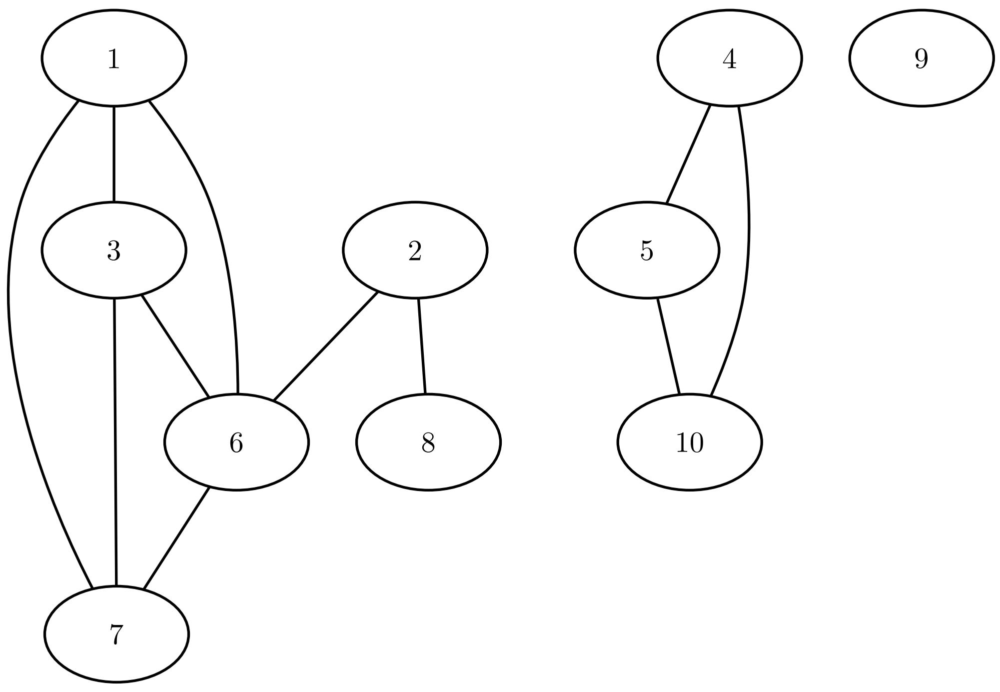
$$\begin{array}{cc} & \begin{matrix} s_{11} & s_{12} & s_{21} & s_{22} & s_{31} & s_{32} \end{matrix} \\ \begin{matrix} s_{11} \\ s_{12} \\ s_{21} \\ s_{22} \\ s_{31} \\ s_{32} \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

2. Le graphe n'est pas complet car deux espions d'un même pays ne sont pas reliés.
3. $\forall v \in S, \deg(v) = 4$

   Il y a $\frac{4*6}{2} = 12$ arêtes.

3.3. Exercice 2.2.4

1.



2. Il n'est pas complet
3. Il n'est pas connexe
4. Il serait connexe

3.4. Preuve 2.2.11

- Vrai pour $n = 1$ car il y a $0 \leq 1 - 1 = 0$ arête.

Supposons que $\forall n \geq 1$, un graphe sans cycle contient au plus $n - 1$ arêtes. Soit G un graphe sans cycle à $n + 1$ sommets. Soit $v \in S$

$G\{v\}$ est un graphe sans cycle à n sommets, donc il y a au plus $n - 1$ arêtes (noté $|A|$).

On ajoute v et ça ne crée pas de cycle. Forcément, $\deg(v) = 1$, donc il y a $|A| + 1 \leq (n - 1) + 1$

Propriété vraie pour $n + 1$