

# Cours - Prog Déclarative

Louis Thevenet

## Table des matières

1. Résolution .....	2
1.1. Exercice .....	2
1.2. Exercice Skolem .....	2
2. CTD SAT .....	2
2.1. Exercice 2-coloration .....	2
2.2. Exercice Sudoku .....	2

# 1. Résolution

## 1.1. Exercice

On définit:

$B$  bus

$T$  tram

$C$  voiture

$L$  en retard

$M$  raté le meeting

$$\begin{aligned}\varphi &\equiv ((B \vee T) \wedge (B \vee C \rightarrow L \wedge M) \wedge \neg L) \rightarrow T \\ &\equiv \neg((B \vee T) \wedge (\neg(B \vee C) \vee (L \wedge M) \wedge \neg L) \vee T) \\ &\stackrel{\neg(A \wedge B) \equiv \neg A \vee \neg B}{\equiv} (\neg(B \vee T) \vee \neg(\neg(\neg(B \vee C) \vee L \wedge M) \vee \neg \neg L) \vee T) \\ &\equiv (\neg B \wedge \neg T) \vee ((B \vee C) \wedge \neg(L \wedge M)) \vee L \vee T \\ &\equiv ((\neg B \wedge \neg T) \vee ((B \vee C) \wedge (\neg L \vee \neg M))) \vee L \vee T \\ &\equiv \dots\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{CNF}(\varphi) &\equiv T \\ &\wedge (\neg M \vee L \vee T) \\ &\wedge (\neg B \vee C \vee T) \\ &\wedge (\neg B \vee C \vee \neg M \vee T) \\ &\wedge (B) \\ &\wedge (B \vee \neg M \vee L) \\ &\wedge C \\ &\wedge (C \vee \neg M \vee L)\end{aligned}$$

$$\text{CLC}(\varphi) \equiv \{T, (\neg M \vee L \vee T), (\neg B \vee C \vee T), (\neg B \vee C \vee \neg M \vee T), (B), (B \vee \neg M \vee L), C, (C \vee \neg M \vee L)\}$$

$$\Phi \equiv \Sigma \rightarrow G$$

$$\Sigma \equiv (B \vee T) \wedge (B \vee C \rightarrow L \wedge M) \wedge \neg L$$

$$\text{Phi} \equiv T$$

$$\text{CNF}(\neg \varphi) \equiv \neg T$$

$$\text{CL}(\Sigma \cup \{\neg \varphi\}) \vdash_{\mathbb{R}} \square$$

$$\frac{\frac{B \vee T, \neg B \vee L}{T \vee L, \neg T}}{\frac{L, \neg L}{\square}}$$

## 1.2. Exercice Skolem

$$\begin{aligned}&\forall x(H(x) \rightarrow ((\exists y F(x, y)) \wedge (\exists z M(x, z)))) \\ &\equiv \forall x(\neg H(x) \vee ((\exists y F(x, y)) \wedge (\exists z M(x, z)))) \\ &\equiv \forall x(\neg H(x) \vee (\exists y \exists z F(x, y) \wedge M(x, z))) \\ &\equiv \forall x \exists y \exists z (\neg H(x) \vee F(x, y) \wedge M(x, e)) \\ &\equiv \forall x(\neg H(x) \vee F(x, f_y(x)) \wedge (\neg H(x) \vee M(x, f_z(x, f_y(x)))))\end{aligned}$$

# 2. CTD SAT

## 2.1. Exercice 2-coloration

Variables de décision  $x_i = \begin{cases} \text{vrai si on colore en bleu} \\ \text{faux sinon} \end{cases}$

Pour chaque arête entre  $a$  et  $b$ , on ajoute la contrainte  $(a \wedge \neg b) \vee (\neg a \wedge b)$

## 2.2. Exercice Sudoku

Variables de décision  $x_{i,j,k} = \begin{cases} \text{vrai si on met } k \text{ dans la case } (i,j) \\ \text{faux sinon} \end{cases}$

Contraintes:

- existence

$$\forall l \in [1, n^2], \forall c \in [1, n^2] x_{l,c} \bigvee_{j \in [1, n^2]} x_{l,c,j}$$

- unicité

$$\forall l \in [1, n^2], \forall c \in [1, n^2], (\forall v \in [1, n^2]) x_{l,c,v} \rightarrow \neg \bigvee_{v' \in [1, n^2] \setminus \{v\}} x_{l,c,v'}$$

- unicité par ligne

$$\forall l \in [1, n^2], \forall c \in [1, n^2], \forall v \in [1, n^2] x_{l,c,v} \rightarrow \neg \bigvee_{c' \in [1, n^2] \setminus \{c\}} x_{l,c',v}$$

- unicité par colonne

$$\forall l \in [1, n^2], \forall c \in [1, n^2], \forall v \in [1, n^2] x_{l,c,v} \rightarrow \neg \bigvee_{l' \in [1, n^2] \setminus \{l\}} x_{l',c,v}$$

- unicité par sous-grille

$$\forall l \in [1, n], \forall c \in [1, n], \bigwedge_{i \in [n * l, (n+1) * l - 1]} \dots, \bigwedge_{j \in [n * l, (n+1) * l - 1]} \dots$$