Notes - TP

November 14, 2023

THEVENET Louis

Table des matières

1. TP1

Définition 1.1: Rappels

- Moyenne

$$\hat{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i$$

- Variance en x

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \hat{x}_i)^2$$

- Ecart-type

$$\sigma = \sqrt{\sigma_x^2}$$

- Covariance

$$\sigma_{x,y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \hat{x}_i)\left(y_i - \hat{y}_i\right)$$

- Matrice de covariance

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{x,y} \\ \sigma_{x,y} & \sigma_y^2 \end{pmatrix}$$

Sur **Matlab**, pas de boucle `for`, le produit matriciel fait la somme :

$$(AB)_{i,j} = \sum_{k=1}^{n} \left(a_{i,k} b_{k,j}\right)$$

Définition 1.2: `mean(A)`

`mean` fait par défaut la moyenne sur les colonnes

Exemple : Si $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$

`mean`(A) renvoie $\begin{pmatrix} 1.5 \\ 3.5 \\ 5.5 \end{pmatrix}$

`mean(A, 2)` fait la moyenne sur les lignes.

Exemple : TP1

$\Sigma = \frac{1}{n} X_c^T \times X_c = \frac{1}{n}\left(X - \widehat{X}\right)^T \times \left(X - \widehat{X}\right)$

2. TP2

Définition 2.1: Courbes de Béziers

On a p points de contrôles.
Les courbes de Béziers passent par **deux points de contrôles** (ceux aux extrémités), les autres points agissent comme des **attracteurs**

Proposition 2.1: truc random du prof

$AX = B \rightarrow$ solution au MC : $A^* = \left(A^T A\right)^{-1} A^T B$ où $\left(A^T A\right)^{-1} A^T = A^+$ En Matlab : $S_{\mathrm{sol}} = A$
B

2.1. Exercice 1

Taille de A et B : $(p \times d)(d \times 1) = (p \times 1) \Leftrightarrow A \times \beta = B$

Inconnues du bord inf : $\beta_1, ..., \beta_d$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{A}^j_{\mathrm{inf}}\left[\beta^j_1, ..., \beta^j_d\right]^T = \boldsymbol{B}^j_{\mathrm{inf}} &\Leftrightarrow \forall i \in \{1, ..., p\} : y^j_i = \beta_0 B^d_0(x_i) + \sum_{k=1}^d \beta^j_k B^j_k(x_i) \\ &\Leftrightarrow \forall i \in (1, ..., p) : \sum_{k=1}^d \beta^j_k B^j_k(x_i) = y^j_i - \beta^k_0(x_i) B^d_0(x_i) \end{aligned}$$

2.2. Exercice 2

Les inconnues sont $X = \left[\beta^j_1, ..., \beta^j_{d-1}, \gamma^j_1, ..., \gamma^j_{d-1}, \varepsilon^j\right]^T$

$$AX = B \Leftrightarrow [2p \times (2d-1)] \times [2p \times 1] = 2p \times 1$$

$$\boldsymbol{A}^j \left[\beta_1^j, ..., \beta_{d-1}^j, \gamma_1^j, ..., \gamma_{d-1}^j, \varepsilon^j\right]^T = \boldsymbol{B}^j \Leftrightarrow \begin{cases} \forall i \in \{1, ..., d-1\} : \sum_{k=1}^{d-1} \beta_k^j B_k^j(x_i) = (y_i)_{\text{sup}}^j - \beta_0^k(x_i) B_0^d(x_i) \\ \forall i \in \{1, ..., d-1\} : \sum_{k=1}^{d-1} \gamma_k^j B_k^j(x_i) = (y_i)_{\text{inf}}^j - \gamma_0^k(x_i) B_0^d(x_i) \\ \varepsilon^j B_d^j(x_i) = y_d^j - \varepsilon^j B_0^d(x_i) \end{cases}$$