Rapport projet PIM : PageRank

Décembre 2023 - Janvier 2024
Groupe EF03

THEVENET Louis **MORISSEAU Albin**

Table des matières

1. Résumé du rapport

Ce rapport contient les éléments essentiels de la conception d'un programme défensif ayant pour but de mesurer la popularité des pages Internet. On envisage deux principales implantations de l'algorithme, par des matrices pleines puis avec des matrices creuses en exploitant le fait que la matrice d'adjacence elle même est très creuse.

Le choix des matrices creuses est beaucoup plus efficace en termes de complexité et devra être privilégié (valeur par défaut) d'autant plus si le graphe d'entrée possède de nombreux sommets.

Ce rapport contient, une introduction au principe de l'algorithme Pagerank, l'architecture complète de l'application et des différents modules utilisés ainsi qu'un comparatif des performances des deux implantations.

2. Introduction

Chaque jour, plus de 7 milliards de recherches sont effectuées via des moteurs de recherche soit presque 81000 par seconde. Chaque recherche peut renvoyer des millions de résultats. Ainsi, il est essentiel pour faciliter la vie des utilisateurs et minimiser les coûts, de trier ces différents résultats de la manière la plus pertinente et efficace possible.

Ce projet consiste à implanter l'algorithme PageRank qui mesure la popularité de pages Internet en utilisant les référencements qui mènent d'une page à une autre. La formule suivante traduit le mecanisme récursif du calcul du poids (en terme de référencement) de chaque page:

$$r_{k+1}(P_i) = \sum_{P_j \in P_i^{\text{IN}}} \frac{r_k(P_j)}{|P_j|}$$

Avec :

- P_i : une page internet repr ésent ée par un sommet du graphe
- $r_{k(P_j)}$: le poids de la page j à l'itération k
- $|P_j|$: le nombre d'hyperliens de la page P_j
- P_i^{IN} : l'ensemble des pages qui référencent P_i
- $r_{k+1}(P_i)$: le poids de la page P_i à l'itération $k+1$

Le calcul est initialisé avec pour chaque sommet $r_0(P_i) = \frac{1}{N}$ où N est le nombre de pages web à classer. On arrête le calcul lorsque les valeurs successives de deux poids est suffisamment proche, i.e $r_{k+1}(P_i) - r_{k(P_i)} < \varepsilon$, avec $\varepsilon > 0$. On aura alors convergé vers la valeur $r(P_i)$ du poids de la page. En la pratique, le calcul de tous les poids des pages webs au rang k + 1 est effectu é par une multiplication matricielle :

$$\pi_{k+1}^T = \pi_k^T \times G$$

$$\pi_0^T = \left(\frac{1}{N}, \frac{1}{N}, ..., \frac{1}{N}\right) \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$$

Avec :

- $\pi_k^T = \left(r(P_0)_k, ..., r(P_i)_k, ...{}_{r(P_{N-1})_k}^{,}\right)$: est un vecteur ligne dont la composante i est le poids de la page Pi au rang k.
- G : est la matrice de Google, définie comme suit:

$$G = \alpha \cdot S + \frac{1-\alpha}{N} * e \times e^T$$

où $e \cdot e^T$ est une matrice carreé de taille N remplie de un et la matrice S est une matrice d'adjacence pondérée qui comporte sur chaque ligne i la valeur $1/|P_i|$, s'il existe au moins un lien sortant de la page P_i vers la page P_j , ou 1/N sur toute la ligne si le sommet P_i n'a aucun lien sortant.

On pourra choisir les différents paramètres de l'algorithme ainsi que l'implantation choisie lors de la saisie de la commande d'appel.

2.1. Paramètres de la ligne de commande

-A Le *Dumping Factor* (α), est un paramètre de pondération, plus sa valeur approche 1, plus la convergence est lente

-K Le nombre d'itération (k) de l'algorithme à réaliser

-E La précision (ε) permet d'intérompre l'algorithme lorsque la variation du vecteur poids d'une itération à l'autre lui est inférieure

-R Le préfixe utilisé pour les fichiers de sortie (`<prefixe>.pr` et `<prefixe>.prw`)

-C Permet de choisir la version matrices creuses

-P Permet de choisir la version matrices pleines

2.2. Valeurs par défaut des paramètres

Les paramètres du programme lorsque non spécifiés ont pour valeurs :

$$\alpha := 0.85$$
$$k := 150$$
$$\varepsilon := 0.0$$

2.3. Spécification des paramètres

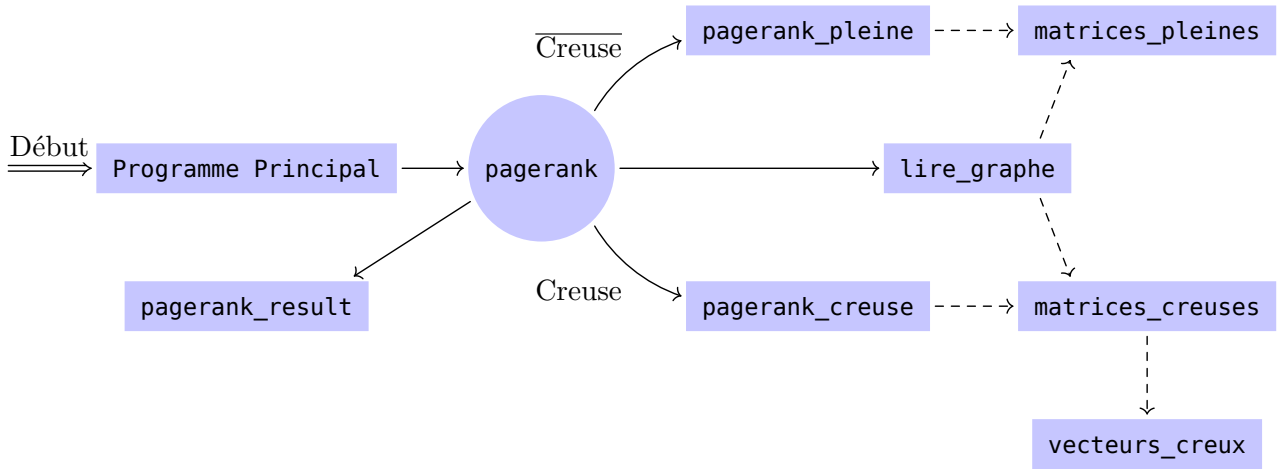
Les paramètres doivent respecter certaines conditions pour que le programme execute l'algorithme :

$$\alpha \in [0, 1] \varepsilon \geq 0$$

Un seul algorithme choisi (Creuse ou Pleine)

Préfixe non vide

3. Architecture de l'application



Légende :
⇒ point d'entrée
→ *appelle*
⇢ *utilise*

4. Choix techniques / Structure de données

4.1. Cas Matrices Pleines

```
type T_Matrice_Pleine is array(1..N, 1..P) of Long_Float;

type T_Matrice is record
    Mat : T_Matrice_Pleine;
    Lignes : Integer;
    Colonnes : Integer;
end record;
```

4.2. Cas Matrices Creuses

```
-- matrices_creuses.adb
type T_Matrice is array(1..Taille) of T_Vecteur_Creux;
type T_Facteurs is array(1..Taille) of Long_Float;

-- vecteurs_creux.adb
type T_Cellule;
type T_Vecteur_Creux is access T_Cellule;

type T_Cellule is
  record
    Indice : Integer;
    Valeur : Long_Float;
    Suivant : T_Vecteur_Creux;
  end record;
```

4.3. Paramètre de généricité

4.3.1. Pour Matrice pleine

```
-- matrices_pleines.ads
generic
    N : Integer; -- Nombre de lignes
    P : Integer; --  Nombre de Colonnes
```

4.3.2. Pour Matrice creuse

```
-- matrices_creuses.ads
generic
    Taille: Integer; -- Nombre de colonnes ( vecteurs creux)
```

4.4. Choix du tri

Nous avons choisi de trier notre vecteur résultat avec un tri par insertion. Ce n'est certes pas le plus efficace en terme de complexité mais cela était plus simple à coder. Cela fera partie des micro optimisation à réaliser plus tard.

5. Performances des implantations

Fichier graphe Test	Implant. Pleine (s)	Implant. Creuse (s)
`sujet.net`	0.0006219	0.0006138
`worms.net`	0.0308927	0.0020846
`brainlinks.net`	109.855867000	5.2631
`linux26.net`	Stack overflow	54.170379000

On observe que l'implantation en matrice creuse est plus efficcace en terme de complexité de calcul que celle en matrice pleine et ce d'autant plus si le graphe possède de nombreux sommets comme cela est le cas en conditions réelles. En effet, en prenant en compte l'aspect creuse de la matrice, on se dédouane de calculs inutiles.

6. Difficultés rencontrées et solutions apportées

6.1. Représentation par matrices creuses

Nous avons initialement choisi de réaliser un vecteurs creux de vecteurs creux mais les performances n'étaient pas très bonnes alors que l'implémentation était compliquée.

Nous avons ensuite choisi d'utiliser un tableau de vecteurs creux afin que l'opération d'accès aux têtes de colonnes se fasse en temps constant (les vecteurs représentent les colonnes).

7. Répartition des tâches

Modules	Spécifier	Programmer	Tester	Relire
`programme_principal`	A	A	A	L
`lire_graphe`	A	A	A	L
`pagerank`	A	A	A	L
`pagerank_creuse`	L	L	L	A
`pagerank_pleine`	L	L	L	A
`matrices_creuses`	L	L	L	A
`matrices_pleines`	L	L	L	A
`vecteurs_creux`	A	A	A	L
`pagerank_result`	A	A	A	L

8. Conclusion et avancement

Nous avons réussi à implanter de manière robuste les deux versions de l'algorithme.

Nous avons pour perspective d'améliorer la précision de nos calculs de poids en introduisant un paramètre générique de précision dans nos différents programmes.

Nous aurions également voulu tester une autre idée si le temps nous l'avait permis. Dans la version matrices creuses, avec l'utilisation du vecteur `Facteurs`, nous avons remarqué qu'il devenait inutile de stocker des valeurs dans la matrice : il suffit de *marquer* les cases. Ainsi, il serait possible d'utiliser une matrice de booléens. On stockerait alors seulement 8 bits (taille d'un entier) au lieu de 64 bits pour des `Long_Float`. Cela permettrait de réduire la taille de la

matrice de 8 fois. On pourrait également utiliser des vecteurs de bits et diviser la taille utilisée en mémoire vive par 64

8.1. Mise à jour le mercredi 17 Janvier

Nous avons finalement implémenté notre idée.

Nous avons ainsi défini $\widetilde{H} \in \mathcal{M}_n(\{0,1\})$ et $F \in \mathbb{R}^n$ tels que

$$\forall (i,j) \in [\![1,n]\!]^2, \widetilde{H}_{i,j} \in \{0,1\}$$

$$\forall i \in [\![1,n]\!], F_i = \max\left(\sum_{k=1}^{n} \mathbb{1}_{\widetilde{H}_{i,k}=1}, \frac{1}{n}\right)$$

Lors des itérations, il suffira de vérifier que le maillon $\widetilde{H}_{i,j}$ existe (valeur $\neq 0$) pour savoir que la valeur à utiliser est $\frac{1}{F(i)}$.

9. Annexes :

Raffinages complets, Grilles d'auto évaluation : Raffinages projet Pagerank groupe EF03

9.1. Apport personnel du projet

Albin Morisseau

Ce projet, m'a permis de mieux appréhender la mise en place d'un projet plus conséquent, notamment l'importance de l'architecture des différents modules lors de sa conception. J'ai aussi appris à travailler en groupe et à coopérer malgré les méthodes et outils de travail différents. Ce projet a été enrichisant car j'ai beaucoup appris en travaillant avec Louis.

Louis Thevenet

Dans ce projet, j'ai pu m'améliorer sur la gestion de différents modules et leurs liens. Il m'a aussi permis de travailler en équipe et de mieux comprendre les enjeux de la communication et de la répartition des tâches.