





LICENCE SCIENCES DE LA MATIÈRE École Normale Supérieure de Lyon Université Claude Bernard Lyon I Stage 2022–2023 Matthieu GAYOUS L3 Physique

Caractérisation des ondes de gravité contribuant aux vents zonaux stratosphériques

Résumé: L'étude des phénomènes atmosphériques est importante pour comprendre la dynamique du climat. L'oscillation quasi-biennale (QBO) est l'un de ces phénomènes, consistant en une inversion des vents équatoriaux stratosphériques sur un cycle d'environ 28 mois. Bien que ce phénomène soit plutôt régulier, des anomalies ont été observées ces dernières années. Était-ce un événement aléatoire ou bien est-il possible de prédire ces anomalies?

Les sources de la QBO sont diverses. Dans ce stage, nous nous concentrons uniquement sur les ondes de gravité générant les vents zonaux. À travers l'analyse de données issues d'expériences de laboratoire, de mesures directes et de simulations, nous cherchons à caractériser de manière spectrale et statistique ces ondes afin de pouvoir construire des modèles capables de les générer de manière synthétique. Ces modèles permettent de paramétriser les mécanismes de génération d'ondes internes et pourront donc être par la suite intégrés à des modèles de circulation générale de l'atmosphère.

Mots clefs : Onde interne de gravité, oscillation quasi-biennale

Stage encadré par :

Louis-Alexandre COUSTON et Jason RENEUVE louis.couston@ens-lyon.fr / tél. (+33) 4 72 72 84 38 jason.reneuve@ens-lyon.fr / tél. (+33) 4 72 72 81 12 Laboratoire de Physique, UMR 5672, ENS de Lyon 46 allée d'Italie 69007 LYON FRANCE

https://www.ens-lyon.fr/PHYSIQUE



Remerciements

Je tiens à remercier l'entièreté de l'équipe du Laboratoire de Physique de l'ENS de Lyon pour leur accueil chaleureux et la très instructive présentation de leurs travaux. Je tiens également à remercier Gabriel Meletti de Oliveira pour m'avoir fourni ses données expérimentales et l'équipe de recherche de Sun et al. pour m'avoir transmis leurs données de simulation, dont l'analyse a représenté une partie importante de mon stage. Enfin, je remercie particulièrement mes encadrants de stage Louis-Alexandre Couston et Jason Reneuve pour leur disponibilité, leurs conseils et leur pédagogie dans l'explication des procédures d'étude et des phénomènes abordés.

Table des matières

Introduction			1
1	Aspects théoriques de l'oscillation quasi-biennale (QBO)		3
	1.1	Modélisation de la stratosphère	3
	1.2	Décomposition onde-écoulement moyen	3
	1.3	Équation de l'écoulement moyen	3
	1.4	Propriétés des ondes	3
2	Analyse de signaux expérimentaux		4
	2.1	Expérience de Gabriel Meletti	4
	2.2	Données de simulation	7
	2.3	Comparaison aux spectres de la littérature	9
3	Génération d'ondes aléatoires		9
	3.1	Principe de la génération d'ondes aléatoires	9
	3.2	Modèle et comparaison aux résultats des simulations	11
Conclusion		14	
Références		15	
Annexe		16	

Introduction

Ce rapport vise à synthétiser les travaux effectués lors de mon stage qui s'est déroulé du 29 mai au 21 juillet 2023 sous la supervision de Louis-Alexandre Couston et Jason Reneuve au sein du Laboratoire de Physique de l'École Normale Supérieure de Lyon.

Le sujet de ce stage se concentre sur les ondes atmosphériques de gravité à l'origine de l'oscillation quasi-biennale (QBO). Ce phénomène consiste en une inversion des vents zonaux dans la stratosphère équatoriale sur un cycle d'environ 28 mois, soit un peu plus de deux ans. Ces vents furent observés en 1883 lorsque les cendres issues de l'éruption du volcan indonésien le Krakatau ont fait le tour de la Terre en suivant l'équateur d'est en ouest en deux semaines, et aussi en 1908 lorsque le météorologue allemand Arthur Berson lanca des ballons de l'Afrique tropicale et observa qu'une fois dans la stratosphère, ils étaient transportés dans le sens contraire, d'est en ouest [1]. Comme ce phénomène a une période proche d'un multiple d'une année, il est possible de considérer l'existence d'une influence des saisons. Cependant l'origine de ce phénomène n'a été expliqué qu'à partir des années 60 avec Lindzen et Holton (1968) [2], par l'absorption d'ondes internes de gravité issues des perturbations (tempêtes tropicales, convection...) dans la troposphère et se propageant dans la stratosphère (voir FIGURE 1b). En effet, cette couche atmosphérique (voir FIGURE 1a) comprise entre 15 et 50 km d'altitude a un profil de température qui augmente avec l'altitude dû aux processus radiatifs de l'ozone. Les gaz chauds moins denses étant au-dessus des gaz froids, on a une stratification stable. Ainsi, une particule de fluide avec une certaine température et densité, déplacée dans une couche de fluide de densité différente aura tendance à revenir à sa position d'équilibre sous l'effet de la force d'Archimède et de son propre poids. Ces conditions permettent la propagation d'ondes internes de gravité.

La dynamique de la QBO est essentielle pour l'ensemble du climat et est généralement bien régulée. Cependant, en 2016 et 2020 elle a présenté des anomalies (voir Figure 2) qui peuvent avoir des conséquences sur le climat global et qu'il faut donc pouvoir prédire, au moins d'un point de vue statistique. Ces anomalies peuvent être causées par la dynamique chaotique complète de l'atmosphère terrestre (forçage externe) ou par la variabilité interne du mécanisme de génération de la QBO, impliquant les ondes de gravité (on notera ici qu'on laisse de côté les ondes de Kelvin et Rossby, aussi impliquées dans la création de la QBO [3]).

L'objectif du stage est d'analyser des données d'ondes internes susceptibles de générer un écoulement moyen similaire à la QBO et ensuite de créer un modèle aléatoire de ces ondes permettant de paramétriser les perturbations dans une simulation de la stratosphère.

Dans la section 1 nous commencerons par présenter les équations mettant en évidence le forçage de l'écoulement de la QBO par les ondes. Ensuite, dans la section 2 nous nous intéresserons à l'étude des données d'ondes internes issues d'expériences, de mesures de terrain et de simulations. Enfin, la section 3 présentera la procédure de génération d'ondes aléatoires et une comparaison du modèle aux données étudiées précédemment.

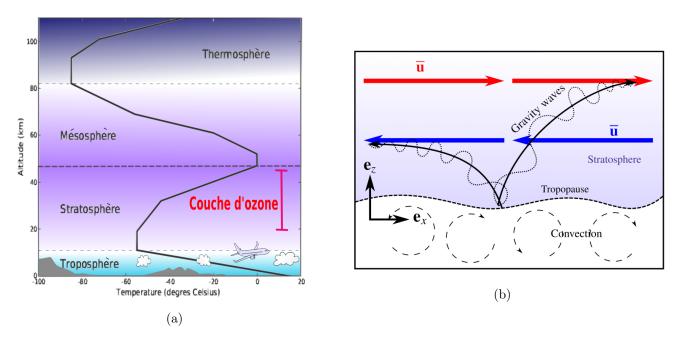


FIGURE 1 – (a) Schéma de la stratosphère avec profil de la température en fonction de l'altitude. https://fr.wikipedia.org/wiki/Couche_d'ozone. (b) Schéma des ondes générées par convection dans la troposphère et se propageant dans la stratosphère et étant à l'origine de la QBO. TP Atmosphère M2 Sciences de la matière, Xavier Chartrand et Jason Reneuve

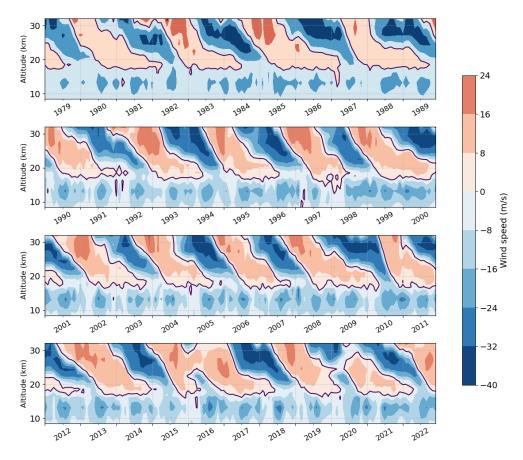


FIGURE 2 – Mesures par radiosondage de la vitesse des vents stratosphériques équatoriaux réalisés par la NASA au-dessus de Singapour depuis 1979. Données moyennées sur une fenêtre glissante d'un mois, disponible à l'adresse suivante :

https://acd-ext.gsfc.nasa.gov/Data_services/met/qbo/QBO_Singapore_Uvals_GSFC.txt

1 Aspects théoriques de l'oscillation quasi-biennale (QBO)

Cette section vise à présenter la phénoménologie et les équations mettant en évidence le mécanisme par lequel les ondes forces l'écoulement de QBO.

Modélisation de la stratosphère 1.1

On considère une section équatoriale (dans la direction zonale) à deux dimensions (x,z), de longueur L et de hauteur H. Pour étudier théoriquement la QBO, il est possible de se placer dans le cadre de l'approximation de Boussinesq [4], qui consiste à supposer les variations de densité suffisamment faibles pour pouvoir considérer l'écoulement incompressible. Les équations de Navier-Stokes dans le cadre de cette approximation s'écrivent alors :

$$(\nabla \cdot u = 0)$$
 (1a)

$$\begin{cases} \nabla \cdot u = 0 & \text{(1a)} \\ \partial_t u + (u \cdot \nabla)u = -\nabla(\Phi) + f e_z + \nu \nabla^2 u & \text{(1b)} \\ \partial_t f + u \cdot \nabla f + N^2 w = -\gamma f & \text{(1c)} \end{cases}$$

$$\partial_t f + u \cdot \nabla f + N^2 w = -\gamma f \tag{1c}$$

où, $u = ue_x + we_z$ est le champ de vitesse dans le plan (x,z), Φ le potentiel de pression, ν la viscosité dynamique du fluide, N la fréquence de Brunt-Väisälä, γ la fréquence de refroidissement radiatif de l'air et $f = -q\alpha\delta T$ la flottabilité (avec q le champ de pesanteur, α le coefficient de dilatation thermique et δT la variation de température).

Les équations (1a),(1b) et (1c) correspondent respectivement à l'équation de continuité, de quantité de mouvement et de conservation de l'énergie.

1.2Décomposition onde-écoulement moyen

Afin d'étudier l'influence des ondes sur la dynamique de l'écoulement, on peut séparer le champ de vitesse en une moyenne zonale \overline{u} et des fluctuations u' autour de cette moyenne. On a :

$$u = \overline{u} + u' \tag{2}$$

1.3 Équation de l'écoulement moyen

En injectant la décomposition onde-écoulement moyen dans l'équation de quantité de mouvement (1b) et en faisant la moyenne horizontale, on obtient l'équation de l'écoulement moyen:

$$\partial_t \overline{u} - \mu \partial_z^2 \overline{u} = -\partial_z \overline{u'w'} \tag{3}$$

où $\overline{u'w'}$ caractérise le transport vertical de la quantité de mouvement horizontale.

Cette équation met en évidence le terme $\overline{u'w'}$ par lequel les ondes internes influencent les vents movens.

Propriétés des ondes

En considérant qu'il n'y a pas d'écoulement moyen, ni de phénomènes dissipatifs et en se plaçant dans la limite linéaire, le système d'équations décrivant la dynamique des fluctuations permet d'obtenir la relation de dispersion suivante :

$$\omega = N \cos(\theta) \tag{4}$$

où θ est l'angle formé entre la verticale et le vecteur d'onde (voir schéma FIGURE 3) et N est la fréquence de Brunt-Väisälä.

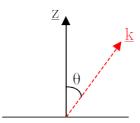


FIGURE 3 – Schéma représentant l'angle θ entre la verticale \underline{z} et le vecteur d'onde \underline{k} .

En présence d'un écoulement moyen non-nul, la dynamique des ondes est couplée avec la dynamique du vent zonal. Ce dernier va agir sur les ondes par effet Doppler en fonction du sens de l'écoulement. Étant donné que la dynamique des ondes n'est pas solvable analytiquement, il est nécessaire de procéder à des approximations afin d'obtenir des solutions des équations des ondes. Dans la limite linéaire, si la différence d'échelle temporelle et verticale entre les ondes, qui se propagent sur un temps de l'ordre des minutes, et l'écoulement moyen dont la dynamique se déroule sur plusieurs mois, est suffisament grande, alors on peut faire une approximation dite de WKB (Wentzel-Kramers-Brillouin), permettant d'obtenir une expression approchée du champ d'ondes.

2 Analyse de signaux expérimentaux

Dans cette section nous allons étudier des données réelles de systèmes dans lesquels un écoulement semblable à celui de la QBO est observé, afin de pouvoir en extraire les ondes internes de gravité et les caractériser. Tout d'abord nous nous sommes intéressés aux données d'une expérience réalisée par Gabriel Meletti au sein du Laboratoire de Physique de l'ENS. Ensuite, nous avons analysé des mesures faites par des ballons dans la stratosphère. Ces dernières réalisées dans le cadre du Loon Project (https://redivis.com/datasets/29np-38fph3d3z) ne nous ont cependant pas permis de déduire les propriétés des champs de vitesse ou de température à cause du mouvement important des ballons durant leur vol. C'est pourquoi ces dernières ne seront pas présentées ici. Enfin, en dernier lieu nous avons étudié des données issues de simulations résolvant de manière explicite les perturbations au sein de la troposphère (e.g. convection) et les ondes de gravité en émanant et se propageant dans la stratosphère [5]. Ces dernières seront utilisées pour la dernière section du rapport.

2.1 Expérience de Gabriel Meletti

Le phénomène de QBO ayant déjà été observé dans des systèmes hydrodynamiques [6], nous allons étudier dans un premier temps les données de l'expérience de Gabriel Meletti. Cette dernière consiste à mettre de l'eau stratifiée en température de manière stable dans une cuve, c'est-à-dire que l'eau est de plus en plus froide lorsqu'on va en profondeur. Les sondes de températures sont disposées à intervalles réguliers le long d'une des parois de la boite. Lorsque la cuve est remplie, on génère une convection dans le fond de la cuve en refroidissant à l'aide d'une plaque mise à 0°C (voir montage FIGURE 4). En effet, comme l'illustre le graphique (voir FIGURE 5) le maximum de densité de l'eau est atteint autour de 4°C, ce qui signifie que l'eau refroidie au fond de la cuve en-dessous de cette température sera plus légère que celle se trouvant au-dessus. Il y a donc un phénomène de convection qui se met en place entre les températures comprise entre 0°C et environ 8°C [7]. Ces perturbations vont générer des ondes dans la partie stratifiée du fluide (partie supérieure). Le but est d'extraire les ondes internes de gravité des données de températures.

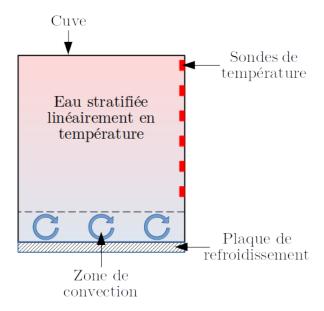


FIGURE 4 – Schéma du montage de l'expérience réalisée par Gabriel Meletti.

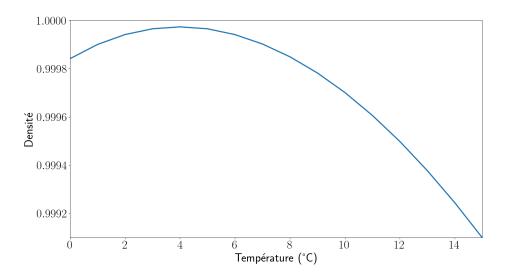


FIGURE 5 – Densité de l'eau en fonction de la température. Tracé réalisé à partir des données issues du site d'ATOMER : http://www.atomer.fr/1/1-densite-eau.html

Les données récoltées ont été prises sur une durée d'environ 24 heures incluant notamment le remplissage de la cuve. La FIGURE 6 présente les données brutes pour une sonde sur lesquelles on peut voir la phase de remplissage de la cuve au début avec l'augmentation importante de la température. On remarque une dérive de la température au cours du temps due à la convection. En effet, sachant que l'on refroidit la plaque, la zone convective va alors diffuser un flux froid dans les couches supérieures. La courbe de température présente la même allure pour chaque sonde avec cependant des températures différentes en raison de la stratification.

Afin d'être certain d'être dans la partie stratifiée du fluide sur toute la durée de l'acquisition (la baisse générale de température entraînant l'élargissement de la zone de convection au cours du temps), nous avons choisis d'étudier des sondes où la température ne passe pas en-dessous de 15°C. Comme nous nous intéressons aux fluctuations aux petites échelles dans lesquelles se trouvent les ondes internes de gravité, nous avons retiré la dérive de température à l'aide d'une moyenne glissante sur l'ensemble du signal, ce qui aura pour conséquence d'enlever des composantes aux basses fréquences sur nos spectres.

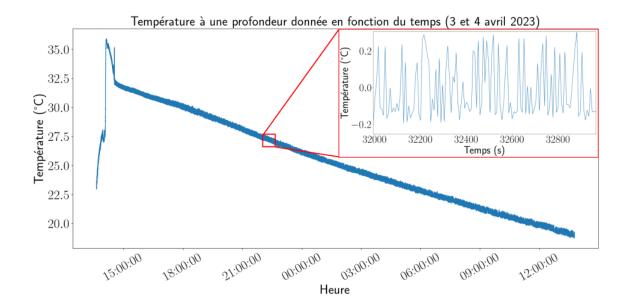


FIGURE 6 – Évolution de la température sur toute la durée de l'acquisition pour une profondeur (sonde) donnée. Le temps est donné en heure locale au moment où les mesures ont été réalisé.

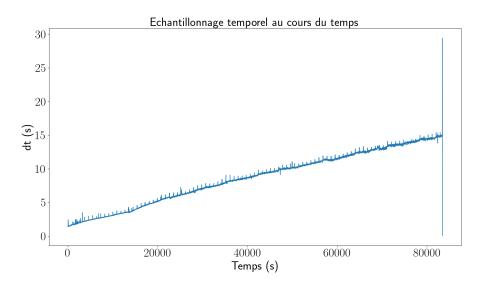


FIGURE 7 – Évolution du pas de temps sur toute la durée de l'acquisition pour une profondeur (sonde) donnée.

Le constructeur des sondes indique que ces dernières ont une incertitudes de l'ordre de 0.2 °C, mais nous avons remarqué qu'un grand nombre de points de mesure étaient inférieurs à cette valeur. Ceci implique que nous ne pouvons pas savoir si les mesures récoltées montrent l'activité des ondes internes ou simplement du bruit blanc. Par ailleurs, l'échantillonnage temporel n'est pas constant au cours de l'acquisition (voir FIGURE 7), ce qui pose problème pour réaliser des transformées de Fourier sur le signal. Pour palier à ce problème, nous avons procédé à un rééchantillonnage en faisant une interpolation en prenant le pas de temps minimum de l'acquisition. De là, nous avons obtenu le spectre FIGURE 8. Cependant, les fréquences des ondes internes de gravité sont forcément en-dessous de la valeur de la fréquence de Brunt-Väisälä, que nous avons évaluée à environ 0.1 Hz dans le cas de notre expérience.

En effet,

$$N = \sqrt{-\frac{g}{\rho} \frac{d\rho}{dz}} \tag{5}$$

Avec $\rho = 1000~kg/m^3$ la masse volumique, $g = 9,81~m/s^2$ l'accélération du champ de pesanteur. Le rapport $\frac{d\rho}{dz}$ est estimé en faisant le rapport entre deux valeurs de densité de l'eau à 8°C et 20°C. On a $\frac{d\rho}{dz} \approx 0.99$.

Cela implique que toutes les fréquences au-dessus de cette valeur ne correspondent pas aux ondes attendues mais plutôt aux fréquences ajoutées artificiellement par le sur-échantillonnage. Le creux observé au début du spectre correspond à la suppression de la dérive de température. Enfin, le plateau observé est quant à lui caractéristique d'un bruit blanc. Cela vient confirmer que les sondes de températures ne résolvent pas les ondes internes de gravité et mesurent du bruit.

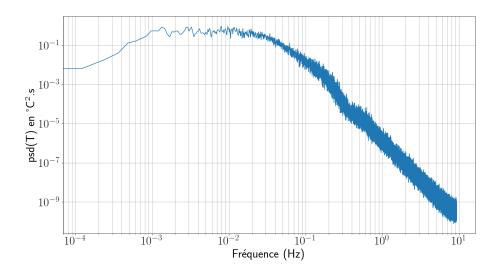


FIGURE 8 – Densité spectrale de puissance de la température.

2.2 Données de simulation

Nous allons maintenant étudier les données issues de simulations de modèles régionaux de dimensions $3600 \times 3600 \times 80 \ km$ réalisées par l'équipe Sun et al. [5]. Ces simulations résolvent les perturbations générées par la troposphère et les mesures sont réalisées par 100 sondes réparties aléatoirement à une pression de 100 hPa qui correspond à une altitude d'environ 15 km. L'acquisition se fait sur 10 jours avec une mesure toutes les 15 minutes. Les données obtenues sont les vitesses horizontales u et v, la vitesse verticale w et la température T. La FIGURE 9 présente un exemple de données temporelles pour chacune des observables.

Nous avons ensuite tracé les densités spectrales de puissance (PSD) moyennes de l'ensemble des données ainsi que l'écart-type autour de celle-ci (voir FIGURE 10). Sachant que la moyenne des fréquences de Brunt-Väisälä sur l'ensemble des sondes et sur toute la durée de l'acquisition est $\overline{N}=1.1\times 10^{-2}~s^{-1}$, on remarque que les spectres ne s'étendent pas jusqu'à cette valeur. On observe des spectres "large bande" présentant des lois de puissance. Ce type de spectre est observé par exemple dans les systèmes présentant des ondes en interaction non linéaire (turbulence d'onde). On remarque que les exposants des lois de puissance (pentes) sont différents entre u, v, T d'une part et w de l'autre. Cela peut être lié aux pics importants dans les signaux de w, dont l'origine n'est peut-être pas uniquement des ondes mais par exemple des événements turbulents intenses dans la haute troposphère qui dépassent dans la stratosphère.

Données temporelles pour une sonde à 100 hPa

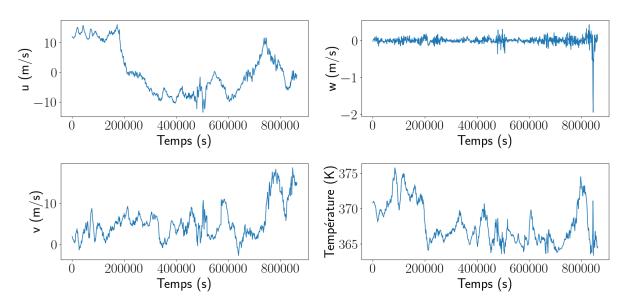


FIGURE 9 – Données temporelles des vitesses u, v, w et T.

Densité spectrale de puissance pour 100 hPa

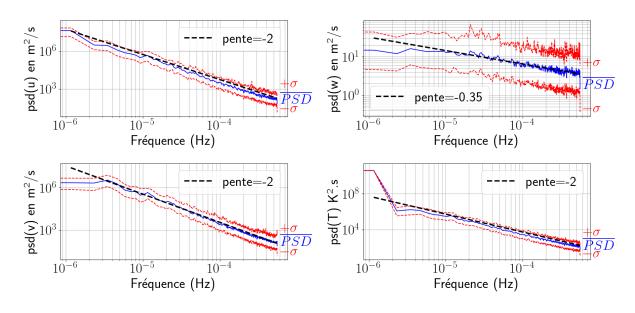


FIGURE 10 – Densités spectrales de puissance moyennes et leur écart-type pour u, v, w et T. En pointillé, la pente de la PSD. La fréquence de Brunt-Väisälä est $N = 1.1 \times 10^{-2} \ s^{-1}$ et n'est donc pas atteinte par les spectres.

Enfin, pour avoir des informations sur la statistique de ces données (moyenne, écart-type...) nous avons tracé leur fonction densité de probabilité (PDF) en semilog suivant les ordonnées (voir FIGURE 11). En utilisant les valeurs de la moyenne et de l'écart-type des données, nous avons ensuite tracé les gaussiennes correspondantes (paraboles en semilog suivant y). Nous avons choisi de faire une comparaison avec le modèle Gaussien car c'est un modèle dont on connaît bien les propriétés statistiques et qui est le plus simple pour décrire des phénomènes aléatoires naturels. On remarque cependant que u, v et T sont plutôt gaussiens mais pas w, probablement en raison de la présence de pics dans la série temporelle de ce dernier et qui correspondent à des événements rares mais intenses

qui ont tendance à modifier la PDF. Par ailleurs, étant donné que dans la section 3 nous chercherons à modéliser les ondes internes de gravité par un modèle aléatoire simple (gaussien), cela permet de savoir si le modèle est une bonne approximation de la réalité. Ainsi, l'approximation par une gaussienne est adaptée dans le cas de u, v, et T mais pas pour w.

10^{0} 10^{-2} 10^{-3} 10^{-2} 10^{-4} -20-10Ó 10 20 0.0 30 1.0 u (m/s)w (m/s)10 10^{-2} 10^{-2} 10^{-} 10^{-3} -1010 20 360 370 380 -20v (m/s)Température (K)

Fonction densité de probabilité pour 100 hPa

FIGURE 11 – Fonctions densité de probabilité de u, v, w et T. En rouge : Les fits gaussiens

2.3 Comparaison aux spectres de la littérature

Afin de valider les résultats de l'analyse spectrale effectuée précédemment sur les données de simulation, nous pouvons les comparer aux résultats obtenus ces dernières années dans la communauté scientifique dans des systèmes similaires. En effet, l'équipe de Dewan et al. a montré que le modèle de Garrett-Munk pour les ondes internes océaniques s'applique aux ondes internes de gravité se propageant verticalement dans la stratosphère [8]. L'équipe propose également des spectres de loi de puissance proche de -2. De plus, en 2020 Lindgren et al. [9] montre qu'on a bien des spectres en loi de puissance de -2 attendus pour la PSD de u et v et de quasiment +0 pour w, en raison des relations de polarisation des ondes [10].

3 Génération d'ondes aléatoires

Les échelles de la QBO étant très grandes devant celles des ondes, celles-ci présentent une dynamique chaotique comparée à la dynamique à grande échelle. Dans le cas où l'on cherche à simuler la dynamique de la QBO et donc uniquement la stratosphère, il est nécessaire d'ajouter un paramètre de forçage dû aux ondes issues de la troposphère. Ces dernières peuvent être décrites avec un modèle déterministe ou un modèle aléatoire. L'objectif de cette partie est de décrire ce qu'est un spectre déterministe puis de présenter une méthode de génération de champs d'ondes aléatoires (supposée plus réaliste qu'un champ déterministe) [11] que l'on pourrait utiliser pour paramétriser les ondes dans une simulation modélisant le phénomène de QBO.

3.1 Principe de la génération d'ondes aléatoires

Nous allons ici décrire la méthode pour générer des ondes aléatoires en présentant les étapes du point de vue de l'espace réel et de l'espace de Fourier. Le principe consiste à effectuer une opération de filtrage linéaire par une fonction modèle sur un bruit blanc.

Dans l'espace réel

Dans l'espace réel, l'opération de filtrage correspond à une convolution de la fonction modèle Φ (FIGURE 12a) par le bruit blanc W(t) (FIGURE 12b).

$$u(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(t - \tau) W(d\tau)$$
 (6)

Cela nous donne alors un signal stochastique u(t) mais qui présente un temps de corrélation (temps sur lequel le signal reste cohérent) égal à la largeur L de la fenêtre de la fonction modèle (FIGURE 12c).

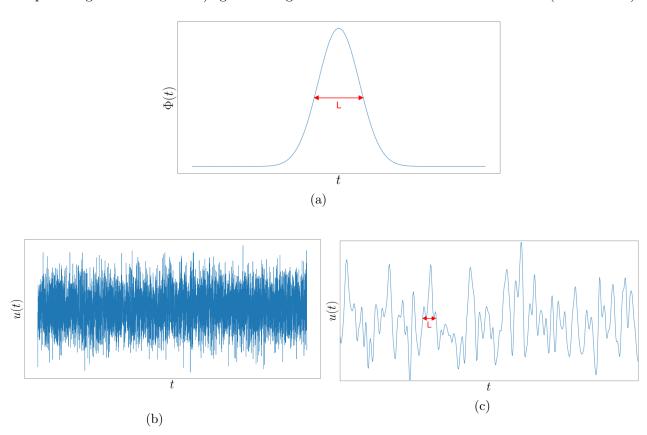


FIGURE 12 – (a) Fenêtre de convolution de largeur L (fonction modèle Φ). (b) Bruit blanc que l'on souhaite filtrer. (c) Résultat du filtrage. La taille L de la fenêtre donne le temps de corrélation.

Dans l'espace de Fourier

Dans l'espace fréquentiel, l'opération de convolution devient une multiplication entre la transformée de Fourier du modèle noté $\hat{\Phi}$ et celle du bruit blanc, \hat{W} .

$$< |\hat{W}|^2 > \times |\hat{\Phi}|^2 \tag{7}$$

Cela revient à "tailler" dans le spectre du bruit blanc avec le modèle, donnant au final, l'aire colorée (FIGURE 13).

Cette approche dans l'espace fréquentiel est celle que l'on a utilisée pour générer les champs car la méthode est plus simple à mettre en place numériquement (voir code en Annexe page 16).

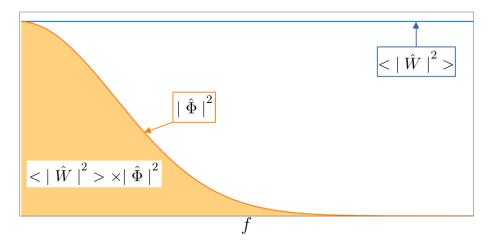


FIGURE 13 – Tracé bleu : le spectre du bruit blanc. Tracé orange : le spectre du modèle. Aire orange : le résultat du produit des deux spectres.

3.2 Modèle et comparaison aux résultats des simulations

Le modèle choisi (eq. (8)) présente une loi de puissance (pente) pour la densité spectrale de puissance (voir Figure 14), que l'on a observée dans les spectres expérimentaux. Comme l'énergie relative aux ondes internes de gravité est comprise entre une fréquence minimale due au forçage turbulent et la fréquence de Brunt-Väisälä (N), nous avons effectué une coupure aux basses fréquences et une deuxième, $f_c = 1.1 \times 10^{-2} \ s^{-1}$ égale à la fréquence de Brunt-Väisälä déterminée dans le cadre des simulations de la section 2.2.

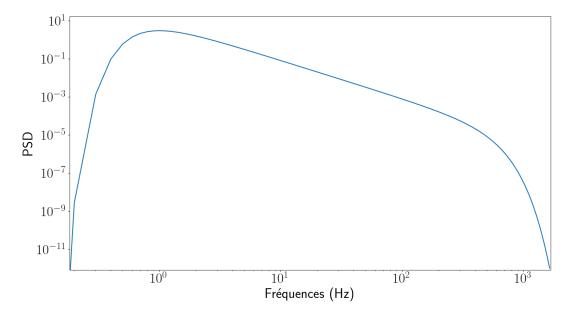


FIGURE 14 – Densité spectrale de puissance du modèle.

Pour réaliser la cascade d'énergie dans notre modèle au-delà de f_c , nous avons multiplié le modèle par une exponentielle décroissante $\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{f}{f_c}\right)^2\right]$.

$$S(f) = E_0 \left(\frac{f}{f_0}\right)^{-\beta} \exp\left[\frac{\beta}{2} \left(1 - \left(\frac{f_0}{f}\right)^2\right)\right]$$
 (8)

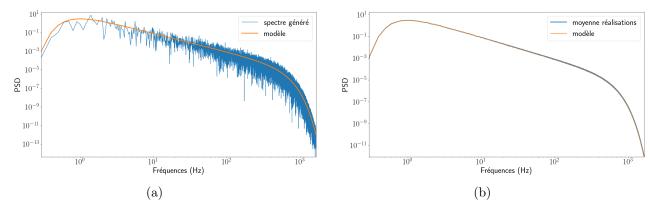


FIGURE 15 – Tracé orange : densité spectrale de puissance du modèle. (a) Tracé bleu : PSD d'une seule réalisation de génération de champs aléatoires. (b) Tracé bleu : moyenne sur 1000 réalisations.

On peut vérifier en traçant le signal et sa fonction densité de probabilité que celui-ci correspond bien à un bruit blanc dont les statistiques convergent vers une gaussienne (voir Figure 15).

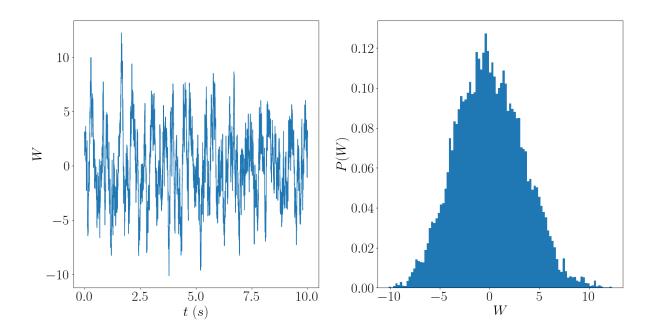


FIGURE 16 – À gauche : signal temporel du bruit blanc. À droite : fonction densité de probabilité du bruit blanc.

Enfin, nous avons vérifié que le modèle converge bien vers les spectres des simulations obtenus en Figure 10 en traçant la moyenne des réalisations avec les PSD réelles (voir Figure 16). Comme on modélise les ondes internes de gravité avec une fréquence minimale dû au forçage turbulent, il n'y a pas d'énergie aux basses fréquences dans le modèle, contrairement aux PSD expérimentales qui présentent un plateau suggérant la présence de dynamiques très lentes de type écoulements moyens. Par ailleurs, on remarque que la fréquence de Brunt-Väisälä n'est pas atteinte par les PSD des simulations.

Densité spectrale de puissance pour 100 hPa

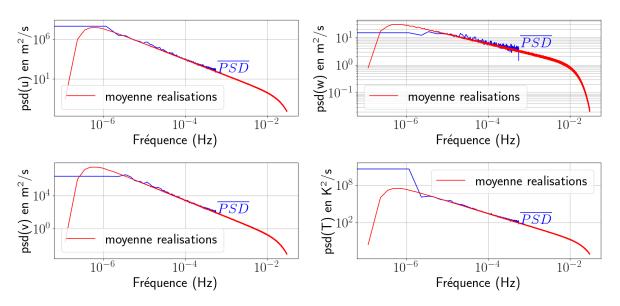


FIGURE 17 – Densité spectrale de puissance moyenne de $u,\,v,\,w$ et T à 100 hPa. En rouge : moyenne des réalisations du modèle de champs aléatoires.

Conclusion

Pour conclure, l'analyse des trois jeux de données nous a montré, tout d'abord, la nécessité d'une meilleure résolution en température des capteurs utilisés dans l'expérience de Gabriel Meletti, afin de pouvoir mesurer les ondes internes de gravité. Ensuite, que les données ballons du Loon Project étant lagrangiennes, elles nécessitent une analyse de la correspondance entre lagrangien et eulérien (formalisme choisi) dépassant le cadre du stage (voir [9]). De plus, nous avons vu que bien que les données de simulation ne résolvent pas les fréquences jusqu'à la fréquence de Brunt-Väisälä, elles donnent des pentes en accord avec la littérature [8,9]. Par ailleurs, nous avons démontré que la méthode de génération de champ aléatoire décrite dans la thèse de Jason Reneuve [11], peut être utilisée pour générer des champs d'ondes aléatoires dont le spectre moyen correspond au spectre issu des données de simulation. Ces ondes générées peuvent ensuite être utilisées pour paramétriser les conditions aux limites dans des simulations moins résolues de type Boussinesq à deux dimensions (voir modèle en section 1 page 3) de la stratosphère, qui ne simulent pas les perturbations de la troposphère et sur lesquelles travaille Jason Reneuve. Cette génération s'est limitée au cas simple d'ondes 2D et avec un nombre d'onde unique. Il faudra dans le futur étudier les spectres spatiaux des ondes internes et envisager une génération spatio-temporelle aléatoire de ces ondes afin de les paramétriser le plus justement possible dans les modèles climatiques de faible résolution.

Références

- [1] Louis-Alexandre Couston, Benjamin Favier, and Michael Le Bars. Le cycle surprenant des vents équatoriaux. *Pour la Science*, n°497 :2–9, Mars 2019.
- [2] Richard S Lindzen and James R Holton. A theory of the quasi-biennial oscillation. *Journal of Atmospheric Sciences*, 25(6):1095–1107, 1968.
- [3] M. P. Baldwin, L. J. Gray, T. J. Dunkerton, K. Hamilton, P. H. Haynes, W. J. Randel, J. R. Holton, M. J. Alexander, I. Hirota, T. Horinouchi, D. B. A. Jones, J. S. Kinnersley, C. Marquardt, K. Sato, and M. Takahashi. The quasi-biennial oscillation. *Reviews of Geophysics*, 39(2):179–229, 2001.
- [4] Antoine Renaud and Antoine Venaille. On the holton–lindzen–plumb model for mean flow reversals in stratified fluids. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 146(732):2981–2997, 2020.
- [5] Y. Qiang Sun, Pedram Hassanzadeh, M. Joan Alexander, and Christopher G. Kruse. Quantifying 3d gravity wave drag in a library of tropical convection-permitting simulations for data-driven parameterizations. *Journal of Advances in Modeling Earth Systems*, 15(5):e2022MS003585, 2023. e2022MS003585 2022MS003585.
- [6] B Semin, N Garroum, F Pétrélis, and S Fauve. Nonlinear saturation of the large scale flow in a laboratory model of the quasibiennial oscillation. *Physical review letters*, 121(13):134502, 2018.
- [7] Michael Le Bars, Daniel Lecoanet, Stéphane Perrard, Adolfo Ribeiro, Laetitia Rodet, Jonathan M Aurnou, and Patrice Le Gal. Experimental study of internal wave generation by convection in water. *Fluid Dynamics Research*, 47(4):045502, 2015.
- [8] E. M. Dewan, N. Grossbard, A. F. Quesada, and R. E. Good. Spectral analysis of 10m resolution scalar velocity profiles in the stratosphere. *Geophysical Research Letters*, 11(1):80–83, 1984.
- [9] Erik A Lindgren, Aditi Sheshadri, Aurélien Podglajen, and Robert W Carver. Seasonal and latitudinal variability of the gravity wave spectrum in the lower stratosphere. *Journal of Geophysical Research:* Atmospheres, 125(18):e2020JD032850, 2020.
- [10] Louis-Alexandre Couston, Daniel Lecoanet, Benjamin Favier, and Michael Le Bars. Order out of chaos: slowly reversing mean flows emerge from turbulently generated internal waves. *Physical review letters*, 120(24):244505, 2018.
- [11] Jason Reneuve. Modélisation de la structure fine de la turbulence quantique et classique. PhD thesis, Université de Lyon, 2019.

Annexe

```
"""Importation des librairies """
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import scipy
import scipy.optimize as SO
"""Definition des fonctions"""
def modele (f, f0, fmax, E0, Beta):
    power = E0*(f/f0)**(-Beta)*np.exp(Beta*(1-(f0/f)**2)/2)
    np.nan to num(power, copy=False) # force le zero pour f=0 (nan to zero)
    cascade = np.exp(-0.5*(f/fmax)**2) \# exponentielle decroissante
    mod = power*cascade # modele complet
    return mod
"""Programme principal"""
nt = 2**15 \# nombre de points
tf = 10 \# duree du signal
\# Reel
dt = tf/nt \# pas de temps
t = dt*np.arange(nt) # construction du tableau des temps
# Fourier
df = 1 / tf \# pas de frequence
f = np.fft.fftfreq(nt, 1/nt) * df # tableau des frequences
\# Spectre modele
f0 = f[10]
E0 = 3
Beta = 2
fmax = 300
psd = modele(f, f0, fmax, E0, Beta)
\# Signal aleatoire
dW = np.random.random(nt) * np.sqrt(dt) # creation du bruit blanc
# Filtrage lineaire
dW_{fft} = np. fft. fft (dW) \# TF du bruit blanc
phi_fft = np.sqrt(psd) # Fonction modele
w fft = phi fft * dW fft # Produit des fft (filtrage dans l'espace de
Fourier)
w = np.real(np.fft.ifft(w fft)) / dt # TF inverse (normalisation par dt
pour obtenir une psd)
```