

# Étude comparative de deux modèles de décrochage dynamique : modèle de Gormont et modèle de L'ONERA

présenté le 10 avril 2014

par

**Lamjed LOUNISSI**

*Encadré par :* Ion Paraschivoiu   Professeur École Polytechnique de Montréal

Norbert V. Dy   Auxiliaire École Polytechnique de Montréal

---

Mis en page avec la classe thloria.

# Table des matières

<b>Introduction</b>	
<b>Chapitre 1</b>	
<b>Phénomène de décrochage</b>	<b>5</b>
1.1 Décrochage statique . . . . .	6
1.2 Décrochage Dynamique . . . . .	8
1.2.1 Régimes de décrochage . . . . .	9
1.2.2 Effets des différents paramètres . . . . .	12
<b>Chapitre 2</b>	
<b>Modèle de Gormont</b>	
2.1 Modèle de Gormont . . . . .	22
2.2 Adaptation de Strikland et Al. . . . .	25
2.3 Adaptation de Parashivoiu et Al. . . . .	26
2.4 Modification de Berg . . . . .	28
<b>Chapitre 3</b>	
<b>Modèle de l'ONERA</b>	<b>29</b>
3.1 Modèle de l'ONERA . . . . .	30
3.1.1 Calcul pour des faibles amplitudes . . . . .	33
3.1.2 Calcul pour des grandes amplitudes . . . . .	35
<b>Chapitre 4</b>	
<b>Résultats et discussion</b>	<b>39</b>
4.0.3 Le modèle de Gormont . . . . .	40

*Table des matières*

---

4.0.4	Le modèle de l'ONERA . . . . .	46
4.0.5	Conclusion . . . . .	54
<b>Bibliographie</b>		<b>57</b>

# Introduction

Le décrochage dynamique est un phénomène instationnaire complexe qui se passe lorsque l'angle d'attaque du profil dépasse l'angle statique.

Le but principale de cette étude est la comparaison entre deux modèles semi-empirique de décrochage dynamique, celui de Gormont et celui de l'ONERA.

Cette étude va décrire ces deux modèles d'un point de vue mathématique et d'ingénieur, va montrer le procédé pour l'obtention de paramètres empiriques différents, et va comparer les coefficients aérodynamiques obtenus par les deux modèles ainsi qu'une comparaison des résultats expérimentaux obtenus.

# Chapitre 1

## Phénomène de décrochage

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Décrochage statique . . . . .</b>	<b>6</b>
<b>1.2</b>	<b>Décrochage Dynamique . . . . .</b>	<b>8</b>
1.2.1	Régimes de décrochage . . . . .	9
1.2.2	Effets des différents paramètres . . . . .	12

---

## 1.1 Décrochage statique

Au cours du décrochage statique et pour un profil d'aile dans un écoulement, on voit apparaître le phénomène suivant : La portance croît avec l'incidence, mais passe par un maximum, suivi d'une forte décroissance accompagnée d'une forte augmentation de la traînée. Le phénomène de décrochage statique dépend de différents paramètres : La forme du profil (rayon du bord d'attaque), l'épaisseur, le nombre de Reynold, la position de l'épaisseur maximale, et le nombre de Mach. Le décrochage statique s'observe en régime permanent ou quasi- permanent. On voit que le décollement de la couche limite s'amorce et une zone de circulation apparaît en aval du point de décollement causant une chute de portance. Dans la figure 1.1 représente l'influence de l'angle d'attaque sur l'apparition du décollement de la couche limite puis du décrochage.

On distingue trois types de décrochage :

- Le décrochage du bord d'attaque : est caractérisé par une perte graduelle de la portance pour des coefficients de portance élevé, à mesure que la séparation de la couche limite progresse graduellement à partir du bord d'attaque vers le bord de fuite.
- Le décrochage du bord de fuite : est caractérisé par une perte abrupte de la portance lorsque l'angle d'attaque donnant la portance maximale est excédé. Les décollements naissent et se propagent du bord de fuite vers le bord d'attaque.
- Le décrochage des profils minces : dans ce type, même à faible coefficient de portance il y a une perte graduelle de la portance ; il se développe lorsque la séparation d'une bulle prend naissance près du bord d'attaque et se rallonge progressivement à mesure que l'angle d'attaque croît.

La figure 1.2 représente le comportement du coefficient de portance dans chacun des types de décrochage statique.



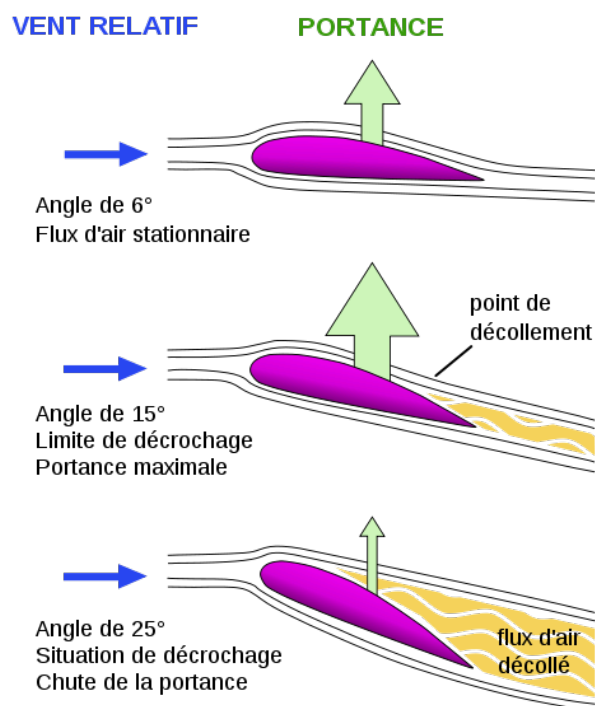


FIGURE 1.1 – Influence de l'angle d'attaque sur l'apparition du décollement de la couche limite puis du décrochage.

Source : ©Ref. [1]

## 1.2 Décrochage Dynamique

Le décrochage dynamique est un terme souvent utilisé pour décrire la série de phénomènes qui engendre une séparation de la couche limite, sur des profils ou des ailes qui ont un mouvement instationnaire, à des angles nettement supérieurs à l'angle de décrochage statique. Le décrochage dynamique est en général suivi par des variations importantes de la portance, de la traînée et du moment de tangage, a préoccupé les aérodynamiciens depuis de nombreuses années. Le mécanisme de décrochage dynamique a été identifié tout

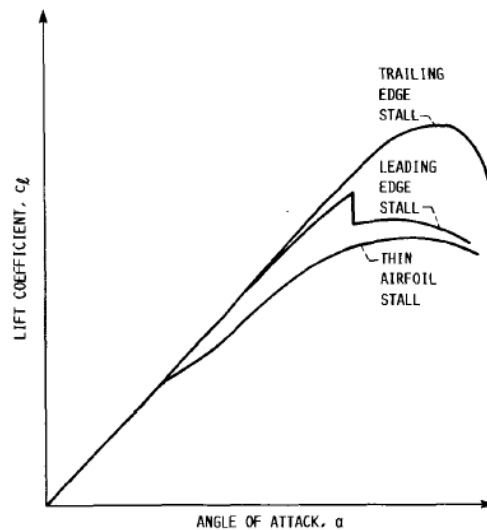


FIGURE 1.2 – Différents types de décrochage statique.

Source : ©Ref. [6]

d'abord sur les hélicoptères. L'importance de l'aérodynamique instationnaire a été mise en évidence par Harris et Pruyn, alors que les ingénieurs de design d'hélicoptères avaient des difficultés à prédire les performances des hélicoptères en utilisant l'aérodynamique conventionnelle.

Le phénomène de décrochage dynamique a été étudié par McCroskey et Fisher sur une maquette du rotor d'hélicoptère, et ils ont vérifié que les effets dynamiques étaient réellement le résultat d'un champ d'écoulement tourbillonnaire caractéristique qui apparaissait lors du mouvement du profil, dans un environnement de pression dynamique, dans les troisième et quatrième quadrants du rotor de l'hélicoptère. Donc à partir de ce test sur

la maquette et d'autres tests sur des profils en soufflerie, donneront plus d'informations quantitatives sur le décrochage dynamique. Des expériences effectuées par Martin et al. (Réf. 7) utilisant des techniques de visualisation d'écoulement ont montré la présence de tourbillons. On y voit un intérêt dans la maniabilité des avions militaires, ce qui a étendu le domaine d'application du décrochage dynamique. La stratégie de l'aviation militaire moderne nécessitera un changement radical de la dynamique du vol. La nécessité d'agilité toujours plus grande aura pour conséquence un changement significatif des performances exigées (Réfs. 8 et 9). L'effet du mouvement instationnaire sur les caractéristiques de décrochage dynamique a été étudiée par Harper et Flanigan (Réf. 10) qui ont montré que la portance d'un avion peut être augmentée de manière significative lorsque l'avion a un mouvement de tangage à un taux de vitesse élevée.

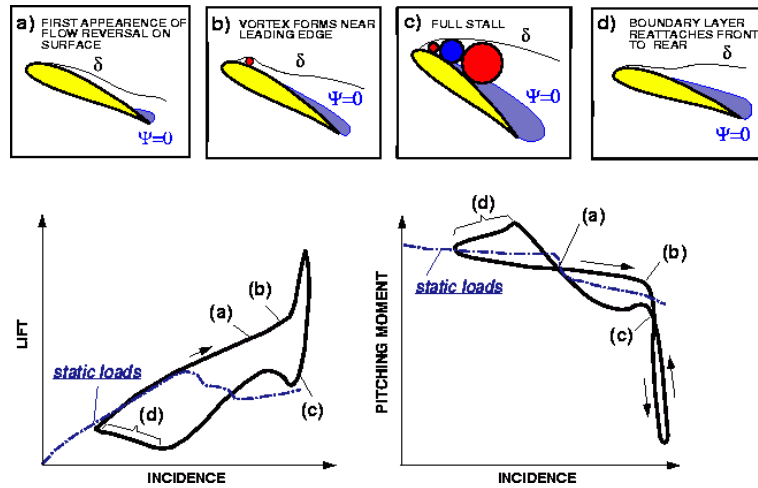


FIGURE 1.3 – Coefficient de portance et coefficient de moment dans le cas du décrochage dynamique.

Source : ©Ref. [2]

### 1.2.1 Régimes de décrochage

Pour un profil aérodynamique donnée, le premier paramètre qui détermine le degré de séparation de la couche limite est **l'angle d'attaque maximal**. Sur la figure ci-dessous, quatre régimes de décrochage dynamique peuvent être identifiés.

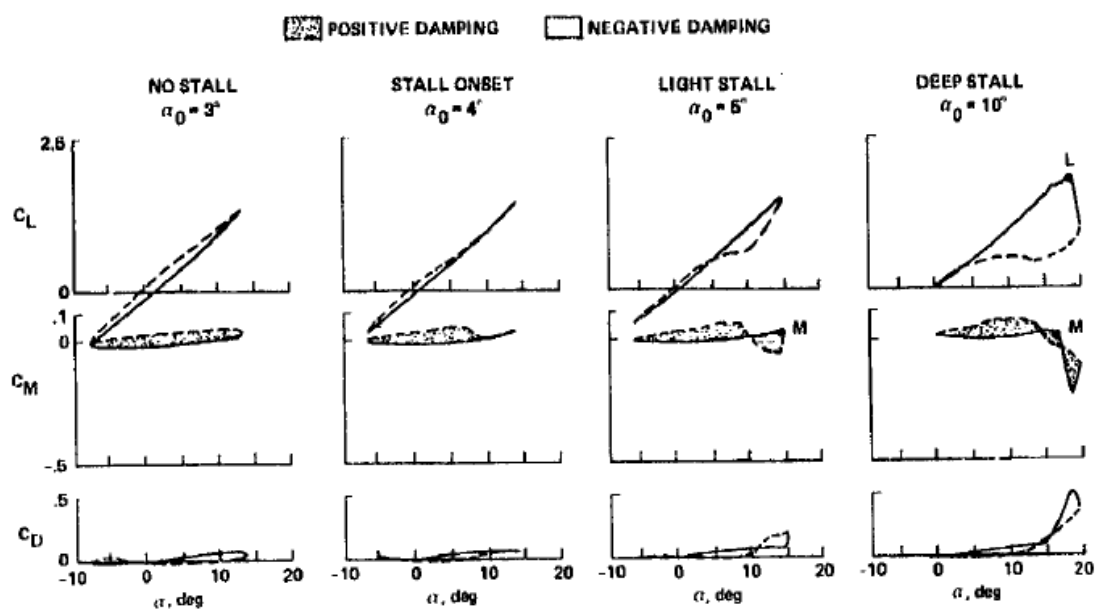


FIGURE 1.4 – Les quatre régimes de décrochage dynamique.

Source : ©Ref. [6]

## 1 Décrochage faible

Cette catégorie de décrochage dynamique a quelques caractéristique du décrochage statique comme :

- Perte de portance
- Augmentation de la trainée et du moment de tangage
- Déphasages larges et courbes d'hystérésis dans la séparation et le rattachement de l'écoulement visqueux
- L'échelle d'interaction
- L'étendue verticale de la zone visqueuse (de l'ordre de l'épaisseur du profil)

Le comportement quantitatif du décrochage faible est sensible à :

- La géométrie du profil.
- La fréquence réduite.
- L'incidence maximale.
- Le nombre de Mach.

## 2 Décrochage profond

Le décrochage dynamique profond est observé (Figure 1.5 ) est observé quand l'angle d'attaque maximum atteint par le profil est largement supérieur à l'angle maximum du décrochage statique. Les coefficient aérodynamique atteignent des valeurs nettement plus grandes que les valeurs statiques. Les courbes des coefficients aérodynamiques en fonctions de l'angle d'attaque présentent de grands hystérésis et des variations brusques. Ref. [4].

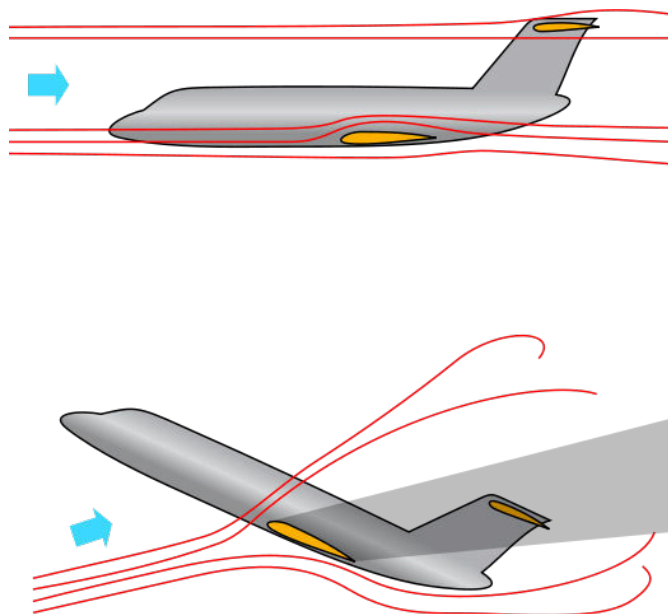


FIGURE 1.5 – Décrochage dynamique profond.  
Source : ©Ref. [1]

### 1.2.2 Effets des différents paramètres

L'une des raisons qui font du décrochage dynamique un phénomène difficile à analyser est qu'il est influencé par plusieurs paramètres Fig 1.6 :

Paramètre	Effet
Géométrie du profil	Important dans certain cas comme le décrochage faible
Nombre de Mach	Important pour $M > 0.2$ Peu important pour $M < 0.2$
Nombre de Reynold	Peu important pour des faibles M Inconnu pour M élevé
Fréquence réduite	Important
Amplitude et angle moyen	important
Type de mouvement	Inconnu
Effet 3-D	inconnu



FIGURE 1.6 – Paramètres du décrochage dynamique

### 1 Effet de la géométrie

La géométrie du bord d'attaque est le facteur déterminant les caractéristiques de séparation de la couche limite. Lorsque le bord d'attaque est réduit ça entraîne un décrochage de bord d'attaque. Et lorsque le profil est à extension cambrée ça entraîne un décrochage de bord de fuite.

La géométrie des profils étudiés est la suivante. Fig 1.7

Les résultats qui montre l'effet de la géométrie du profil sur le décrochage dynamique sont dans la Fig.1.8

### 2 Effet de la fréquence réduite :

Un paramètre important affectant le décrochage dynamique est la fréquence réduite  $k$ . voir Fig.1.9

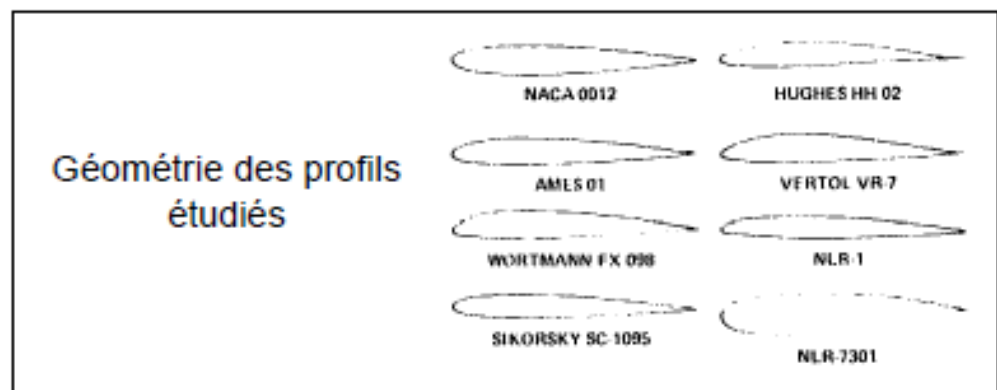
### 3 Effet de l'amplitude et l'angle moyen

Pour des mouvements périodique,  $\alpha_0$  et  $\alpha_1$  ne peuvent pas être complètement séparés car  $\alpha_{max}$  est très important dans la détermination du degré de séparation. voir Fig.1.10

### 4 Effet du nombre de Mach

Il y a un problème de compressibilité lorsque  $M$  est élevé.

La portance maximale diminue avec  $M$ . voir Fig.1.11



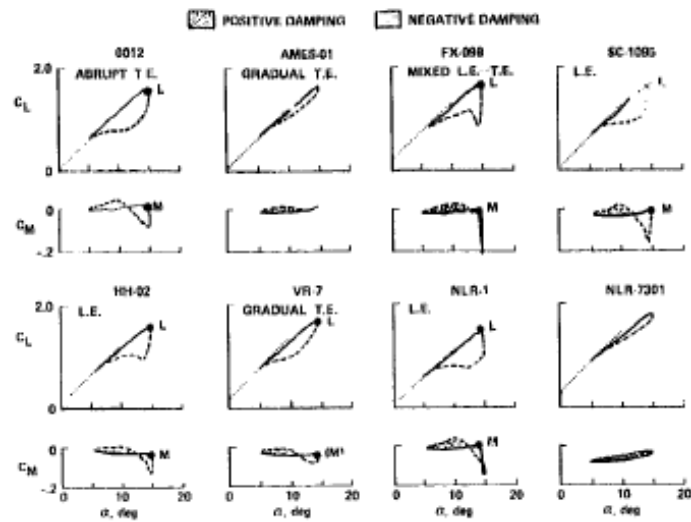
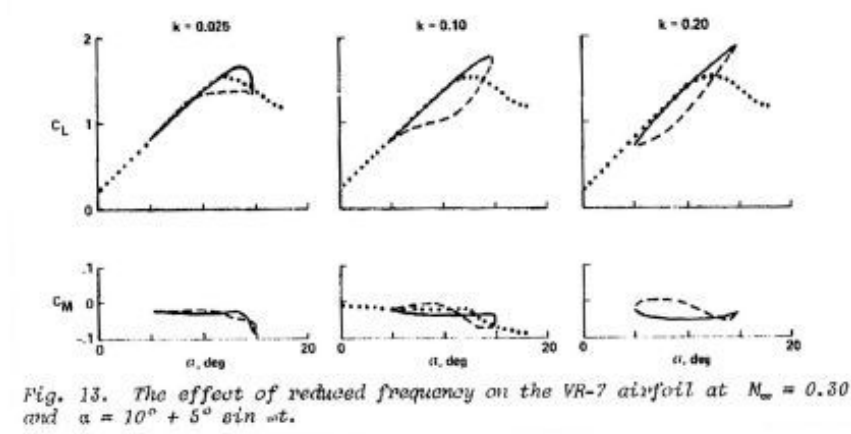


Fig. 11. Light-stall airloads at  $M_\infty = 0.30$ ,  $\alpha = 10^\circ + 5^\circ \sin \omega t$ , and  $k = 0.10$ . Solid lines denote increasing  $\alpha$ , dashed lines decreasing  $\alpha$ , dotted lines static data.



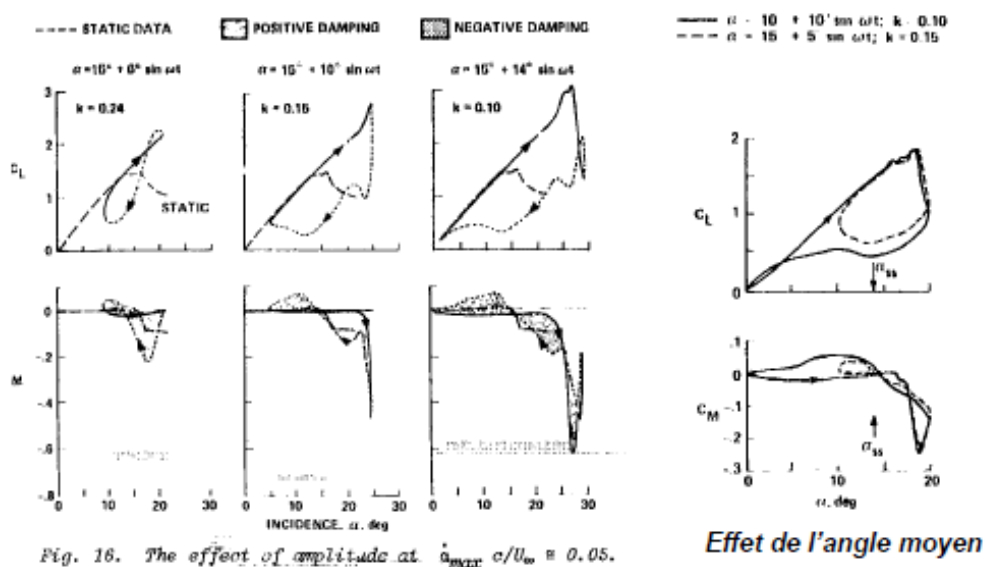
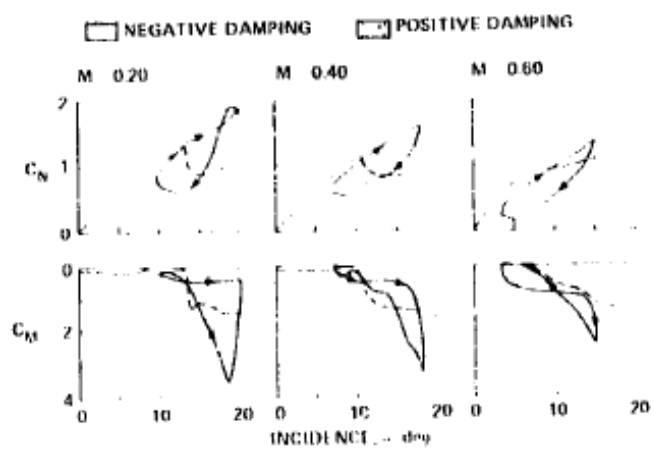


FIGURE 1.10 – Effet de l'amplitude et l'angle moyen.

Source : ©Ref. [3]



# Chapitre 2

## Modèle de Gormont

### Sommaire

---

2.1	Modèle de Gormont . . . . .	22
2.2	Adaptation de Strikland et Al. . . . .	25
2.3	Adaptation de Parashivoiu et Al. . . . .	26
2.4	Modification de Berg . . . . .	28

---

Le modèle de Gormont modifie l'angle d'attaque  $\alpha$  en un angle de référence  $\alpha_{ref}$  qui dépend du nombre de Mach  $M$  et de la géométrie du profil (épaisseur relative du profil  $\frac{t}{c}$ ) et qui a été déterminé à la fois pour le retard du décrochage en portance  $\gamma_L$  et pour le retard du décrochage en moment  $\gamma_M$ . Ce modèle ne nécessite que les données statiques du profil pour le calcul de  $C_L$ ,  $C_D$  et  $C_M$  (Réf. [3]).

Dans cette section on va décrire le modèle originale de Gormont pour le décrochage dynamique avec les différentes adaptations pour VAWTs (Vertical axis wind turbine) (Réf. [5]) .

## 2.1 Modèle de Gormont

Pour approximer les courbes d'hystéresis observées, Gross et Harris ont développé une méthode en utilisant les données statiques obtenues en soufflerie pour un écoulement en deux dimensions et en utilisant une représentation empirique du retard au décrochage. Cette représentation a été utilisée par Harris et al. et par Gormont, pour obtenir des prédictions améliorées des performances du rotor d'hélicoptère.

Dans ce modèle, l'angle d'attaque géométrique,  $\alpha$ , est corrigé pour obtenir un angle d'attaque de référence  $\alpha_{ref}$ . Les coefficients aérodynamiques  $C_L$ ,  $C_D$  et  $C_M$  sont ensuite obtenus à l'aide des données statiques du profil. La correction de l'angle d'attaque est du taux d'angle d'attaque  $\dot{\alpha}$  est basée sur les données d'un profil en tangage. La relation entre l'angle d'attaque géométrique et l'angle d'attaque de référence de décrochage dynamique est donnée par l'expression suivante :

$$\alpha_{ref} = \alpha - K_1 \Delta \alpha \quad (2.1)$$

où

$$K_1 = \begin{cases} 1, & si \quad \dot{\alpha} \geq 0 \\ -0.5, & si \quad \dot{\alpha} < 0 \end{cases} \quad (2.2)$$



$$\Delta\alpha = \begin{cases} \gamma_1, & \text{si } S \leq S_c \\ \gamma_1 S_c + \gamma_2(S - S_c), & \text{si } S > S_c \end{cases} \quad (2.3)$$

$$S = \sqrt{\left| \frac{c\dot{\alpha}}{2W} \right|}, \quad S_c = 0.06 + 1.5(0.06 - \frac{t}{c})$$

$$\gamma_1 = \begin{cases} \frac{\gamma_2}{2} & \text{pour la portance} \\ 0 & \text{pour la trainee} \end{cases} \quad (2.4)$$

$$\gamma_2 = \gamma_{max} \max\{0, \min\left[1, \frac{M - M_2}{M_1 - M_2}\right]\} \quad (2.5)$$

- $M$  est le nombre de Mach.
- $\dot{\alpha}$  est la dérivée par rapport au temps de  $\alpha$ .
- $\frac{t}{c}$  est l'épaisseur relative du profil.
- $K_1$  est un facteur empirique qui a été introduit pour ajuster la sensibilité lorsque  $\dot{\alpha} < 0$ .

Les expressions de  $M_1$ ,  $M_2$  et  $\gamma_{max}$  sont données ci-dessous :

**Décrochage en portance :**

$$M_1 = 0.4 + 5.0(0.06 - \frac{t}{c})$$

$$M_2 = 0.9 + 0.5(0.06 - \frac{t}{c})$$

$$\gamma_{max} = 1.4 + 6.0(0.06 - \frac{t}{c})$$

**Décrochage en moment :**

$$M_1 = 0.2$$

$$M_2 = 0.7 + 2.5(0.06 - \frac{t}{c})$$

$$\gamma_{max} = 1.0 + 205(0.06 - \frac{t}{c})$$

Finalement, les coefficients de portance, de trainée et de moment sont données par :

$$C_L^{dyn} = C_L(\alpha_0) + m(\alpha - \alpha_0) \quad (2.6)$$

$$C_D^{dyn} = C_D(\alpha_{ref}) \quad (2.7)$$

$$C_L^{dyn} = C_L(\alpha_{ref}) \quad (2.8)$$

où

$\alpha_0$  est n'importe quel angle pratique d'attaque (généralement c'est l'angle d'attaque de portance nulle).

$\alpha_{ss}$  c'est l'angle d'attaque de décrochage statique.

et

$$m = \min \left[ \frac{C_L(\alpha_{ref}) - C_L(\alpha_0)}{\alpha_{ref} - \alpha_0}, \frac{C_L(\alpha_{ss}) - C_L(\alpha_0)}{\alpha_{ss} - \alpha_0} \right]$$

## 2.2 Adaptation de Strikland et Al.

Dans cette approche la correction de l'angle d'attaque est effectué en introduisant un angle d'attaque modifié analogue à l'angle de référence initialement introduit dans le modèle de Gormont originale. Pour définir ce modèle Strickland et Al. ont supposé que :

- L'écoulement est incompressible.
- L'épaisseur relative des profils généralement utilisées est supérieur à 12%.
- $S_c$  a été fixé à zéro.
- L'expression des coefficients dynamiques ont été spécialisé pour des profils symétriques.
- La pente de la courbe de portance et l'angle zéro de portance restent inchangées.
- Les effets dynamiques ne modifient que l'angle d'attaque au décrochage qui se produit.
- L'angle d'attaque modifié est utilisé pour saisir les données de coefficient de force  $2 - D$ .
- L'angle d'attaque modifié  $\alpha_M$  est une fonction de  $\frac{c\dot{\alpha}_B}{2W}$  et d'autres paramètres ( $\alpha_B$ ,  $\gamma$  et  $K_1$ ) et donné par la relation suivante :

$$\alpha_M = \alpha_B - \gamma K_1 \left( \left| \frac{c\dot{\alpha}_B}{2W} \right| \right)^{\frac{1}{2}} S_{\dot{\alpha}_B} \quad (2.9)$$

où

- $W$  est la vitesse d'entrée relative.
- $\alpha_B$  est l'angle d'attaque effectif de l'aile.
- $\gamma$  et  $K_1$  sont des constantes empiriques.
- $\dot{\alpha}_B$  est le taux de variation instantané de  $\alpha_B$ .
- $S_{\dot{\alpha}_B}$  a le même signe que  $\dot{\alpha}_B$ .

Les coefficients instantanées de portances, de moments et de trainées sont données respectivement par :

$$C_L = \left( \frac{\alpha_B}{\alpha_M - \alpha_{B0}} \right) C_L(\alpha_M) \quad (2.10)$$

$$C_m = c_m(\alpha_M) \quad (2.11)$$

$$C_D = c_D(\alpha_M) \quad (2.12)$$

où

$\alpha_{B0}$  est l'angle d'attaque effective du pale pour la portance zéro.

Les valeurs de  $\gamma$  sont en fonctions des épaisseurs relatif du pale  $\frac{t}{c}$  et du nombre de Mach de pale locale. Pour  $\frac{t}{c} > 0.10$  et un faible nombre de Mach, les valeurs de  $\gamma_L$  pour un décrochage de portance,  $\gamma_M$  pour un décrochage de moment et  $\gamma_D$  pour un décrochage de trainée sont données par :

$$\gamma_L = 1.4 - 6.0(0.06 - \frac{t}{c}) \quad (2.13)$$

$$\gamma_M = 1.0 - 2.5(0.06 - \frac{t}{c}) \quad (2.14)$$

$$\gamma_D = \gamma_M \quad (2.15)$$

Les valeurs de  $K_1$  changent avec le signe de l'angle d'attaque effective et sont calculés par :

$$K_1 = 0.75 + 0.25S_{\dot{\alpha}} \quad (2.16)$$

## 2.3 Adaptation de Parashivoiu et Al.

Comme il a été prouvé expérimentalement que les fortes turbulences retarde le début du décrochage dynamique, l'approche de Strikland et Al. pour le modèle de Gormont est appliqué seulement pour des régions de basse turbulence. Ces régions de basse turbulence

ont été localisées en conformité avec des visualisations au tunnel d'eau effectués à l'Institut Mécanique et Statique de la Turbulence (IMST) à Marseille, France.

L'angle d'attaque est calculé par le modèle DMS (Double-Multiple Streamtube) ne prend pas en compte la turbulence de l'écoulement. Toutefois, les observations du tunnel d'eau à l'IMST montrent plusieurs niveaux de turbulence dans chaque quadrant, ainsi que l'asymétrie entre les côtés gauche et droit du rotor par rapport à l'écoulement non perturbé.

La turbulence à grande échelle stabilise la couche limite, donc le décrochage statique et dynamique peut se produire à un angle d'attaque supérieur sans turbulence.

La turbulence retarde le décrochage dynamique, il est préférable donc de ne pas prendre en compte ce phénomène dans les zones fortement perturbés.

Le modèle DMS utilise l'angle de décrochage statique pour estimer l'angle de décrochage dynamique qui varie avec le niveau de turbulence.

Le modèle de décrochage dynamique est utilisé pour la zone à faible turbulence seulement.

En dehors de cette région, les effets dynamiques de décrochage sont négligés.

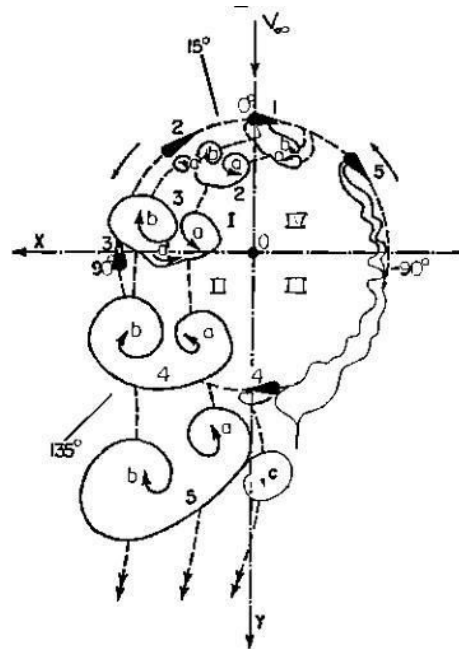


FIGURE 2.1 – Zone de forte turbulence

## 2.4 Modification de Berg

- Le modèle Gormont a été développé pour les pales d'hélicoptère.
- Dans de telles applications, l'angle d'attaque maximum qui est atteint est beaucoup plus faible que dans le cas de lames VAWT.
- Cela a conduit à la spéculation que le modèle de Gormont surestime les effets de la décrochage dynamique sur les performances VAWT.
- Les coefficients dynamiques modifiés sont calculés sur la base d'une interpolation linéaire entre le coefficient dynamique prédite par le modèle de la Gormont et du

coefficient statique.

$$C_L^{mod} = \begin{cases} C_L + \left[ \frac{A_M \alpha_{ss} - \alpha}{A_M \alpha_{ss} - \alpha_{ss}} \right] (C_L^{mod} - C_L), & \text{quand } \alpha \leq A_M \alpha_{ss} \\ C_L, & \text{quand } \alpha > A_M \alpha_{ss} \end{cases} \quad (2.17)$$

$$C_D^{mod} = \begin{cases} C_D + \left[ \frac{A_M \alpha_{ss} - \alpha}{A_M \alpha_{ss} - \alpha_{ss}} \right] (C_D^{mod} - C_D), & \text{quand } \alpha \leq A_M \alpha_{ss} \\ C_D, & \text{quand } \alpha > A_M \alpha_{ss} \end{cases} \quad (2.18)$$





# Chapitre 3

## Modèle de l'ONERA

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Modèle de l'ONERA . . . . .</b>	<b>30</b>
3.1.1	Calcul pour des faibles amplitudes . . . . .	33
3.1.2	Calcul pour des grandes amplitudes . . . . .	35

---

### 3.1 Modèle de l'ONERA

Le modèle ONERA (Réf. [3] ) est le seul modèle, parmi les méthodes qui essayent de reproduire les effets de décrochage dynamique, qui utilise un système d'équations différentielles ordinaires paramétrisées par différents coefficients  $\lambda$ ,  $s$ ,  $\sigma$ ,  $a$ ,  $r$  et  $e$ , qui dépendent de l'angle d'attaque  $\alpha$  et de  $\Delta C_L$  (qui représente la différence entre les pentes de  $C_L$  linéaires et statiques); on peut résoudre donc ce système par une méthode d'intégration numérique de type Runge-Kutta pour avoir la solution. On peut ainsi calculer  $C_L$  et  $C_M$ . Cette méthode utilise également les données statiques du profil.

On remarque que le facteur important qui contribue au succès de la méthode réside dans l'introduction particulière de paramètres dynamiques.

La précision de cette méthode dépend de la pertinence des trois expressions semi-empiriques suivantes :

1. L'incidence du profil lorsque le décrochage en moment se produit,
2. Le temps adimensionnel lorsque le tourbillon de décrochage atteint le bord de fuite.
3. L'incidence lorsque l'écoulement se réattache à la surface du profil.

On voit aussi que l'avantage premier du modèle ONERA est que le système d'équations peut être facilement linéarisé, le rendant de ce fait plus approprié à l'analyse de la stabilité du rotor.

Pour bien définir le modèle de l'ONERA on introduit les hypothèses suivantes :

- Les charges aérodynamiques peuvent être déterminées par l'introduction de fonctions de transfert non-linéaires contenant des variables d'entrées qui décrivent le mouvement du profil.
- On suppose de plus que toutes les variables d'entrée et de sortie sont de petites quantités du premier ordre et que le couplage peut être négligé entre la force de la corde et la force normale ou le moment de tangage.
- On suppose aussi que les forces et moments instantanées ne dépassent pas beaucoup leurs valeurs statiques. Cette condition est nécessaire parce que les coefficients apparaissant dans les équations se réduisent à des fonctions de la vitesse et de l'angle d'attaque pour un profil. donné.

- La réduction de l'ordre des équations et l'élimination de certains coefficients de couplage. Pour que le modèle peut être utilisé pour évaluer n'importe quelle force, indépendamment des autres. Évaluer le modèle à différentes amplitudes et différents fréquences, fournit une voie nécessaire pour atteindre la forme finale des équations.

Donc chaque force a été divisée en deux composantes, une équation de premier ordre et l'autre de deuxième ordre.

Soit la fonction  $F$  représentant la force aérodynamique totale  $C_L$  ou  $C_M$ , les équations fondamentales deviennent alors

$$F = F_1 + F_2 \quad (3.1)$$

$$\dot{F}_1 + \lambda F_1 = \lambda F_L + (\lambda s + \sigma)\dot{\alpha} + s\dot{\dot{\alpha}} \quad (3.2)$$

$$\dot{F}_2 + a\dot{F}_2 + rF_2 = -(r\Delta C_L + e\Delta C_L) \quad (3.3)$$

où

$\alpha$  angle d'attaque instantané.

$\lambda$  coefficient dans la théorie de Théodorsen.

$\Delta C_L$  différence entre les pentes linéaires et statiques de la portance  $C_L - C_s$ .

et les coefficients  $\lambda$ ,  $s$ ,  $\sigma$ ,  $a$ ,  $r$  et  $e$  sont de coefficients déterminé empiriquement et vont être traité comme des fonctions de  $\alpha$  seulement. Ces coefficients vont dépendre de la forme du profil ainsi que la vitesse à l'infini ou du nombre de Mach.

A noter que l'écoulement dans cette approche est incompressible, donc  $\alpha$  est le seul paramètre.

Les variables  $F_L$  et  $\Delta$ , sont en fonction de  $\alpha$  et sont déterminés par le comportement statique du profil.

où  $F_L$  est l'extrapolation linéaire de la courbe de données statiques et  $\Delta$  est la différence entre cette extrapolation et la courbe statique réelle.

En utilisant une réponse hypothétique de la portance comme exemple, la relation entre des paramètres divers est illustrée dans la Fig. 3.1.

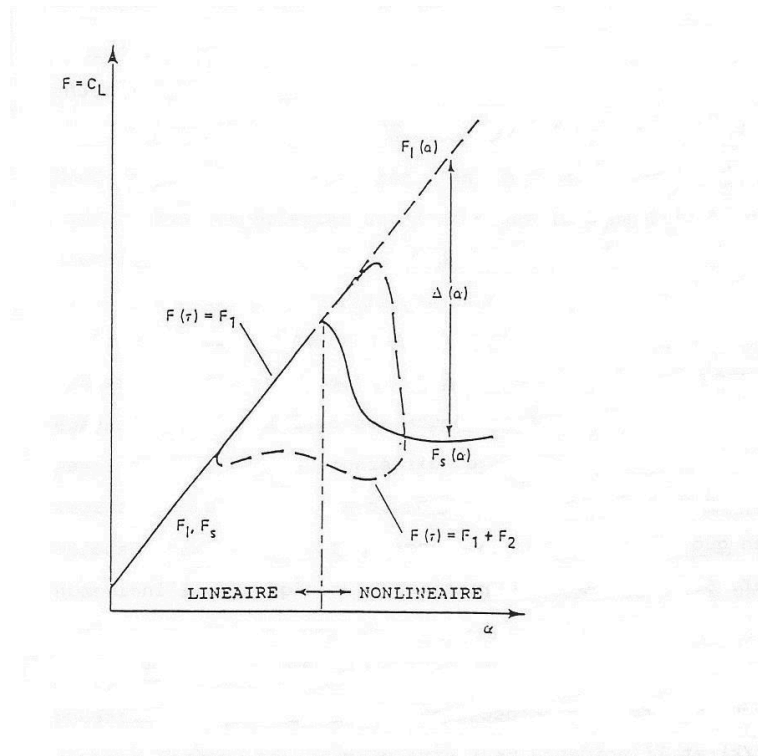


FIGURE 3.1 – Relation entre les variables utilisées dans le modèle mathématique.

Source : ©Ref. [3]

La fréquence d'oscillation du profil diminue progressivement, donc toutes les dérivées par rapport au temps vont disparaître et les équations (1) à (3) se réduisent à

$$\lim F = F_L - \Delta = F_s$$

où  $F_s$  est la réponse de la courbe statique.

On remarque que  $\Delta$  est nulle dans le cas où le mouvement du profil est instationnaire mais reste entièrement dans le domaine linéaire. Et par la suite la force est complètement déterminée par la solution de l'équation (2) pour  $F_1$ .

On considère deux cas d'équations par rapport à l'amplitude :

- Des équations pour de faibles amplitudes.
- Des équations pour de grandes amplitudes.

### 3.1.1 Calcul pour des faibles amplitudes

Après avoir effectuer une expérience au cours de laquelle le profil exécute des oscillations de tangage à différentes angles moyennes et à différentes fréquences, et pour des valeurs en dessus et en dessous du décrochage, on peut alors déterminer la relation entre les coefficients  $\lambda$ ,  $s$ ,  $\sigma$ ,  $a$ ,  $r$  et  $e$  et  $\alpha$ .

Seules des variations harmoniques de l'incidence seront considérées.

En posant  $\alpha_0$  l'angle moyen

- $\alpha_0$  l'angle moyen.
- $\alpha_1$  l'amplitude.
- $k$  la fréquence réduite d'oscillation.
- $\tau$  le temps réduit ( $\tau = \frac{\omega}{\Delta} tk$ )

L'incidence peut être exprimé en général, dans le cas de mouvement de faible amplitude ou de grande amplitude, par l'expression suivante :

$$\alpha = \alpha_0 + Re(\alpha_1 e^{ikr}) \quad (3.4)$$

Si l'amplitude de l'oscillation est petite c'est à dire  $\alpha_1 < 1^\circ$  alors la force correspondante peut être approximée par

$$F = \bar{F} + Re(\tilde{F} e^{ikr}) \quad (3.5)$$

où  $\bar{F}$  est la valeur moyenne de la force et  $\tilde{F}$  est une fonction complexe qui représente le module de la première harmonique de la force.

Pour des oscillations de faibles amplitudes une entrée de premier ordre en  $\alpha$  entraîne une force de sortie  $F$  de premier ordre ; les équations (1) ? (3) peuvent être simplifiées à un système avec des coefficients locaux constants et des fonctions de force qui sont des harmoniques de premier ordre par rapport  $\alpha$ .

On peut écrire une variation linéaire en  $\alpha$  lorsque on restreint les oscillations aux petites amplitudes. Dans ce cas, la fonction  $\Delta$  peut être écrit comme :

$$\Delta|_{\alpha} = \Delta|_{\alpha_0} + (\alpha - \alpha_0) d\Delta/d\alpha|_{\alpha_0} \quad (3.6)$$

et de la même manière pour  $F$ , on a la variation de  $F_L$  par rapport à  $\alpha$  est une droite qui s'exprime comme suit

$$F|_{\alpha} = F|_{\alpha 0} + (\alpha - \alpha_0) dF/d\alpha|_{\alpha 0} \quad (3.7)$$

et après avoir remplacer les parties imaginaires de  $\alpha$  et de  $F$  dans les équations (3.4) et (3.5) on obtient

$$\alpha = \alpha_0 + \alpha_1 e^{ikr} \quad (3.8)$$

$$F_1 = \bar{F}_1 + \tilde{F}_1 e^{ikr} \quad (3.9)$$

$$F_2 = \bar{F}_2 + \tilde{F}_2 e^{ikr} \quad (3.10)$$

En remplaçant les termes des équations (3.1) à (3.3) par leurs valeurs dans les équations de (3.6) jusqu'à (3.10) on obtient les équations suivantes :

$$F = \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + (\tilde{F}_1 + \tilde{F}_2) e^{ikr} \quad (3.11)$$

$$\lambda \bar{F}_1 + (\lambda + ik) \tilde{F}_1 e^{ikr} = \lambda F_L|_{\alpha} + (\lambda dF/d\alpha|_{\alpha 0} + ik(\lambda s + \sigma) - sk^2) \alpha_1 e^{ikr} \quad (3.12)$$

$$r \bar{F}_2 + (r + iak - k^2) \tilde{F}_2 e^{ikr} = -r \Delta|_{\alpha} - (r + iek) \alpha_1 e^{ikr} d\Delta/d\alpha|_{\alpha} \quad (3.13)$$

Il y a des termes stationnaires dans une égalité et d'autres termes sont instationnaires, ceux identifiés par leur produit avec le terme potentiel complexe. Les égalités composées par les termes stationnaires sont  $\bar{F}_1 = F_L|_{\alpha}$  et  $\bar{F}_2 = -\Delta|_{\alpha}$ .

on obtient alors la valeur moyenne de la force on trouve

$$\bar{F} = F_L|_{\alpha} - \Delta|_{\alpha} = F_s \quad (3.14)$$

La charge moyenne sera la même que sa valeur statique si amplitude d'oscillation et petite . La valeur moyenne dépassera un peu sa valeur statique lorsque l'on augmente la fréquence d'oscillation. En suivant des étapes similaires pour la partie instationnaire du chargement on obtient :

$$\frac{\tilde{F}}{\alpha_1} \frac{\tilde{F} \left[ \lambda \frac{dF_L}{d\alpha}|_{\alpha 0} + ik(\lambda s + \sigma) - sk^2 \right]}{(\lambda + ik)} - \frac{(r + iek) \frac{d\Delta}{d\alpha}|_{\alpha 0}}{r + iak - k^2} \quad (3.15)$$

Cette expression représente la fonction de transfert pour la partie oscillante de la force  $\tilde{F}$  par rapport à l'entrée  $\alpha_1$ . En séparant les composantes réelles et imaginaires dans l'équation (3.15) on obtient

$$Re \left[ \frac{\tilde{F}}{\alpha_1} \right] = \frac{dF_L}{d\alpha} |_{\alpha 0} + \frac{k^2}{\lambda^2 + k^2} \left[ \sigma - \frac{dF_L}{d\alpha} |_{\alpha 0} \right] + \frac{k^2(r - ae) - r^2}{(k^2 - r)^2 + (ak)^2} \frac{d\Delta}{d\alpha} |_{\alpha 0} \quad (3.16)$$

$$Im \left[ \frac{\tilde{F}}{\alpha_1} \right] = ks + \frac{k\lambda}{\lambda^2 + k^2} \left[ \sigma - \frac{dF_L}{d\alpha} |_{\alpha 0} \right] + \frac{ek(k^2 - r) + akr}{(k^2 - r)^2 + (ak)^2} \frac{d\Delta}{d\alpha} |_{\alpha 0} \quad (3.17)$$

Après avoir résolu ces équations de petites amplitudes on peut donc évaluer les six coefficients. Après avoir obtenu les coefficients, et en connaissant le comportement statique du profil, on peut résoudre les équations (3.1) à (3.3) afin d'obtenir la force.

### 3.1.2 Calcul pour des grandes amplitudes

Après avoir calculé les six coefficients  $\lambda$ ,  $s$ ,  $\sigma$ ,  $a$ ,  $r$  et  $e$ , on peut identifier les six paramètres de portance et les cinq paramètres de moment dans les équations différentielles en fonction de l'angle d'attaque, par l'identification de paramètres des données tests. Ces tests sont conduits pour chaque angle moyen à différentes fréquences réduites à de faibles amplitudes ( $\approx 1^\circ$ ). On voit une bonne corrélation jusqu'à des angles d'attaque de  $23^\circ$ . Les effets du nombre de Reynolds et du nombre de Mach sont inclus implicitement dans une base de données statiques du profil.

#### 1 Calcul des coefficients de portance

Pour calculer les coefficients de portance on obtient le système d'équations suivant :

$$C_{L1}^* + \lambda C_{L1} = \lambda C_{Ll} + (\lambda s + \sigma) \alpha^* + s \alpha$$

$$C_{L2}^* = C_{L3}$$

$$C_{L3}^* = -a C_{L3} - r C_{L2} - (r \Delta C_L + e \Delta C_L^*)$$

$$C_L = C_{L1} + C_{L2}$$

où

- $C_{L1}$ , et  $C_{L2}$  : sont les coefficients de portance dans les régions linéaires et non linéaires de l'angle d'attaque (respectivement au-dessous et au-dessus du décrochage statique), , . . . De façon similaire, le coefficient de moment peut être exprimé à l'aide d'une équation différentielle de premier ordre pour des angles inférieurs à l'angle de décrochage statique et à l'aide d'une équation différentielle de deuxième ordre pour des angles plus élevés que l'angle de décrochage statique.
- $\alpha$  est l'angle d'attaque total du profil.
- $C_{Ll}$  est le coefficient de portance statique dans le domaine linéaire de l'angle d'attaque.
- $\Delta C_L$  représente la différence entre la pente de portance linéaire prolongée et la pente statique de portance réelle.
- $C_l$  est le coefficient de portance totale.

## 2 Calcul des coefficients de moment

De la même manière qu'avec les coefficients de portance, les coefficients de moment vont être exprimés à l'aide d'une équation différentielle de premier ordre pour des angles inférieurs à l'angle de décrochage statique et à l'aide d'une équation différentielle de deuxième ordre pour des angles plus élevés que l'angle de décrochage statique.

Les équations pour le coefficient de moment sont :

$$C_{M1} = C_{Ml} + s\alpha^* + \sigma\alpha^* + \lambda\alpha^*$$

$$C_{M2}^* = C_{M3}$$

$$C_{M3}^* = -aC_{M3} - rC_{M2} - (r\Delta C_M + e\Delta C_M^*)$$

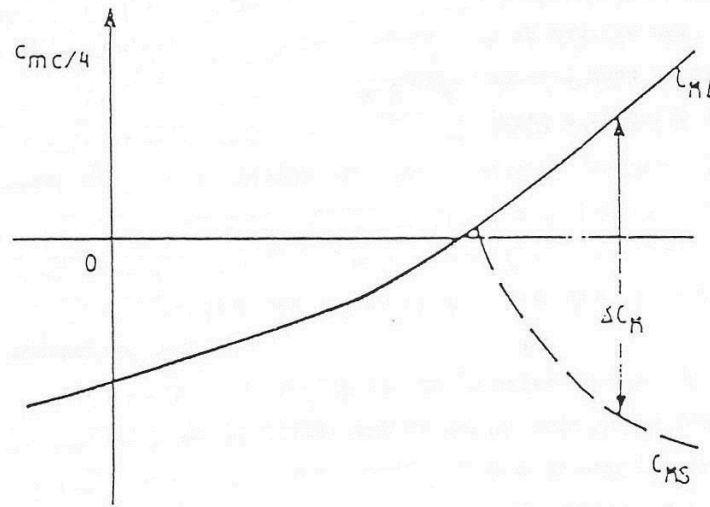
$$C_{Mc/4} = C_{M1} + C_{M2}$$

où

- $C_{M1}$  et  $C_{M2}$  sont les coefficients de moment dans les domaines linéaires et non linéaires de l'angle.
- $C_{Ml}$  est le coefficient de moment statique dans le domaine linéaire.



- $\Delta C_M$  est la différence entre la pente statique réelle et la pente linéaire prolongée comme le montre la Fig.
- $C_{Mc/4}$  est le coefficient de moment total résultant.
- Les (\*) et (\*\*) dans les équations de calcul de portance et de moment représentent les dérivées par rapport au temps adimensionnel,  $\tau = \frac{2Vt}{c}$ .
- $\lambda$  paramètre de retard du décrochage associé à la fonction de déficit de portance.
- $s$  est le terme de masse apparente.
- $a$  est le paramètre d'amortissement.
- $r$  est la fréquence de la réponse au décrochage.
- $e$  est un paramètre de phase associé a la réponse au décrochage.


FIGURE 3.2 – Représentation de  $C_{ML}$ ,  $C_{Ms}$  et  $\Delta C_m$ .

Source : ©Ref. [3]



# Chapitre 4

## Résultats et discussion

### Sommaire

---

4.0.3	Le modèle de Gormont . . . . .	40
4.0.4	Le modèle de l'ONERA . . . . .	46
4.0.5	Conclusion . . . . .	54

---

Deux programme en Langage C ont été développés pour modéliser les deux modèles de décrochage dynamique, Gormont et ONERA le but premier de l'étape de numérisation des deux modèles est de prendre connaissance de la complexité de chacun des deux modèles et de se confronter d'une manière directe avec les différentes étapes théorique de chacune des deux approches.

A défaut de données expérimentales suffisante et pertinente, les deux programmes ne pressentaient pas les résultats souhaités par conséquent on se réfère aux résultats et graphiques déjà disponibles sur certains ouvrages.

Ceci dit de l'intérêt de développer les deux programmes même partiellement fonctionnels est claire puisque l'interprétation de l'efficacité de chaque approche n'est que plus réelle.

Les résultats numériques et expérimentaux sont issus du référence [3].

### 4.0.3 Le modèle de Gormont

#### 1 Implémentation numérique

On constate que le programme modélisant l'approche de Gormont est particulièrement courte (environs 200 lignes) et nécessite un nombre de variables relativement restreints. voir Fig. 4

Cet aspect est particulièrement intéressant pour évaluer la rapidité d'exécution du programme et le volume de mémoire nécessaire. Pour les paramètres d'entrées, le programme du modèle de Gormont requiert uniquement les données statiques  $C_L, C_D$  et  $C_M$  pour différents nombre de Reynolds et d'angle statique.

Les données d'entrées (valeurs expérimentales) qu'on vient de citer sont largement disponibles dans les ouvrages et publications et pour une large gamme de profil d'aile ce qui rend la méthode de Gormont assez facile d'accès.

Par ailleurs, on a constaté par les tests effectués sur Matlab que plus le nombre d'angle de Reynolds expérimentales sont importants plus les résultats sont précis et fluides (continuité entre les résultats) comme le montre les deux figures suivants : Fig.4.1 et Fig.4.2

La même constatation est valable pour un nombre de Reynolds restreint. Les résultats qu'on va présenter sont développés dans les conditions suivantes :

- Profil NACA 0012
- $M = 0.3$
- Reynolds = 3800000

---

## 2 Résultats et discussion pour $C_L$

Il s'agit de comparer les résultats de Gormont par rapport aux résultats expérimentaux pour 4 différents cas (des cas qui ont fait l'objet d'expérimentation) .

- Cas 1 :  $\alpha t = 10^0 + 10^0 \sin(w, t)$ ,  $k = 0.048$  Fig. 4.3 et Fig. 4. (réalisée par Matlab)
- Cas 2 :  $\alpha t = 12^0 + 10^0 \sin(w, t)$ ,  $k = 0.09756$  Fig. 4.4
- Cas 3 :  $\alpha t = 12^0 + 8^0 \sin(w, t)$ ,  $k = 0.12528$  Fig. 4.5
- Cas 4 :  $\alpha t = 15^0 + 5^0 \sin(w, t)$ ,  $k = 0.15106$  Fig. 4.6

Les 5 figures suivantes représentent les résultats pour les 4 cas cités précédemment.

La première constatation qui est valable pour les 2 premier cas est que pour des angles supérieurs à l'angle de décrochage statique et pour un angle croissant et décroissant  $\frac{d\alpha}{dt} > 0$  et  $\frac{d\alpha}{dt} < 0$ , le  $C_L$  est surestimé par rapport à ceux qui prédit par les données expérimentales.

En revanche pour un  $k$  plus élevé 0.12528 et 0.15106 respectif aux deux derniers cas, on commence à constater que  $C_L$  devient sous-estimé lorsque  $\frac{d\alpha}{dt} < 0$  et  $\alpha < \alpha_{statique}$ .

Par ailleurs, le modèle de Gormont et le modèle expérimentale coïncident aux environs de  $\alpha/20^0$  pour les 4 cas.

## 3 Résultats et discussion pour $C_M$

Deux cas sont illustrés pour la comparaison au niveau de  $C_M$  :

- Cas 1 :  $\alpha t = 15^0 + 5^0 \sin(w, t)$ ,  $k = 0.15106$  Fig. 4.7
- Cas 2 :  $\alpha t = 12^0 + 10^0 \sin(w, t)$ ,  $k = 0.09633$  Fig. 4.8

Comme le montre les deux figures, l'évolution de  $C_M$  (l'allure de la courbe) est bien prédite, en revanche, les valeurs générée par GORMONT sont particulièrement loin des valeurs expérimentales et l'écart est d'autant plus important au niveau de  $C_M$  max .

La seule plage de  $\alpha$  où une corrélation est réalisée entre les deux modèles est pour  $12^0 < \alpha < 15^0$ , en dehors de cette plage, Gormont a du mal à prédire les chiffres expérimentales avec une erreur relative raisonnable.

#### 4.0.4 Le modèle de l'ONERA

Le modèle de l'ONERA est plus complexe à mettre en application, et requiert certainement un volume plus important au niveau mémoire vu qu'un nombre important de variable local et global sont nécessaire pour l'exécution de ce modèle.

Par ailleurs, le modèle d'ONERA a présenté une grande difficulté qu'on a expérimenté lors du développement de notre propre programme sur Matlab et qui s'agit de la nécessité de la présence de variables d'entrées peu communes et rarement proposés par les ouvrages et les sources de documentations, notamment :

- $\lambda$  : le paramètre de retard de décrochage.
- $a$  : le paramètre d'amortissement.
- $r$  : la fréquence de la réponse au décrochage
- $e$  : le paramètre de phase associé à la réponse au décrochage
- $\sigma$
- $s$  : terme de masse apparent

Ces paramètre sont cruciales pour l'étape de calcule pour les grandes amplitudes particulièrement pour le  $C_L$  qui exige la définition de ces six paramètres.

Les paramètres mentionnés ci-dessus sont des paramètres donnés par des tests en tunnel et qui varient avec l'angle d'attaque. Ces dernières sont peu communes et cela rend le modèle d'ONERA particulièrement difficile à mettre en place dans un cadre académique.

Pour palier a ce problème, il est suggéré d'approximer ces paramètre par les expression suivantes à  $M = 0.3$  et NACA0012 :

- $\lambda = 0.09$  .
- $a = 0.25 + 0.1\Delta C_L^2$
- $r = 0.2 + 0.1\Delta C_L^2$
- $e = 0.07 + 0.1\Delta C_L^2$
- $\sigma = 0.08 + 0.13\Delta C_L$

La difficulté qu'on a expérimentée pour générer des résultats corrects sur notre propre programme souligne l'importance de ces paramètres et la nécessité de disposer de valeurs d'entrées correctes et précises. Ce qui rend à ce niveau le modèle de Gormont bien plus pratique à mettre en oeuvre.

---

## 1 Comparaison au niveau $C_L$ de entre le modèle d'ONERA et le modèle de GORMONT :

A ce niveau de l'étude, On procède à une comparaison directe entre les deux modèles sujet Les même 4 cas sont présentés :

- Cas 1 :  $\alpha t = 10^0 + 10^0 \sin(w, t)$ ,  $k = 0.04$
- Cas 2 :  $\alpha t = 12^0 + 10^0 \sin(w, t)$ ,  $k = 0.09756$
- Cas 3 :  $\alpha t = 12^0 + 8^0 \sin(w, t)$ ,  $k = 0.12528$
- Cas 4 :  $\alpha t = 15^0 + 5^0 \sin(w, t)$ ,  $k = 0.15106$

**Pour le cas 1** Les deux modèles diffèrent beaucoup au niveau des angles inférer à l'angle de décrochage statique  $\alpha < \alpha_{statique}$ . En effet, Gormont reproduit correctement le comportement statique du profil avant le décrochage statique, en revanche, ONERA a ce niveau est loin des résultats expérimentales d'environ 10 %.

Pour  $\alpha > \alpha_{statique}$  et  $\frac{d\alpha}{\gamma} > 0$  le modèle d'ONERA, a l'inverse du modèle de Gormont, sous-estime le  $C_L$  mais les deux modèles préserve une même proportion d'erreur (sauf que l'erreur pour l'une est positive et l'autre négative) . Aussi Les deux modèles présentent les meilleurs corrélations avec l'expérimentale vers  $\alpha = 20^0$ . On peut estimer que Pour un  $\alpha > \alpha_{statique}$  le modèle d'ONERA est bien plus proche de l'expérimentale que le modèle de Gormont. Fig. 4.4 et Fig. 4.10

**Pour le cas 2** Les deux figures sont particulièrement claire, le modèle d'ONERA présent les résultats les plus fidèles valables pour les deux portions :  $\alpha > \alpha_{statique}$  et  $\alpha < \alpha_{statique}$  Par ailleurs, ONERA offre un résultat très précis pour l'angle maximale  $\alpha = 22^0$ . Fig. 4.5 et Fig. 4.11

**Pour le cas 3 et le cas 4** A partir des 4 graphes, on est en mesure d'estimer que le modèle d'ONERA est largement plus efficace a  $k$  élevé et dans des situation de décrochage profond.

Le modèle de Gormont ne réussite pas de prédire des résultats aussi pertinents pour des  $\alpha < 14^0$  . voir Fig. 4.6 et Fig. 4.12 et voir Fig. 4.7 et Fig. 4.13

#### **4.0.5 Conclusion**

On a vu que le modèle de Gormont est plus facile à mettre en ?uvre et requiert des ressources informatiques plus raisonnables que le modèle d'ONERA, par ailleurs, les paramètres décentrées sont largement proposées par les sources et documentations spécifiques. Onera est plus complexe à implémenter et nécessite des données expérimentales peu communes, ce qui fait de cette méthode comme inaccessible (comme dans notre cas) mais cette approche présente des résultats bien plus pertinentes que le modèle de l'ONERA est essentiellement pour des angles supérieurs à l'angle de décrochage statique.



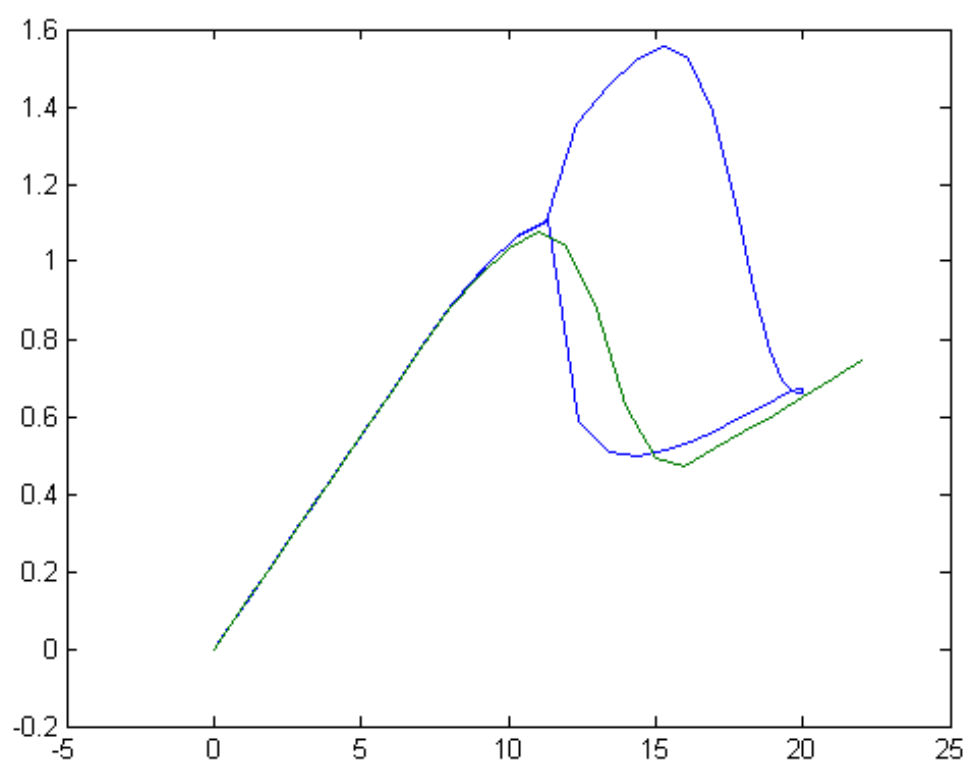
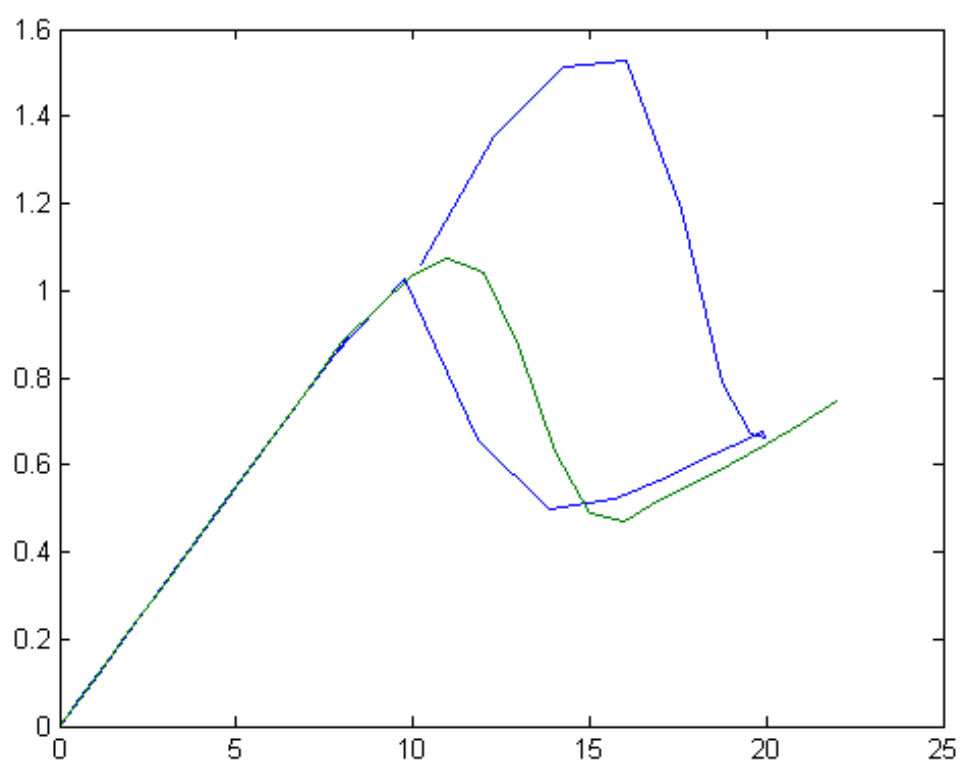


FIGURE 4.1 – Plage d'angle entre 0 et  $30^0$  .



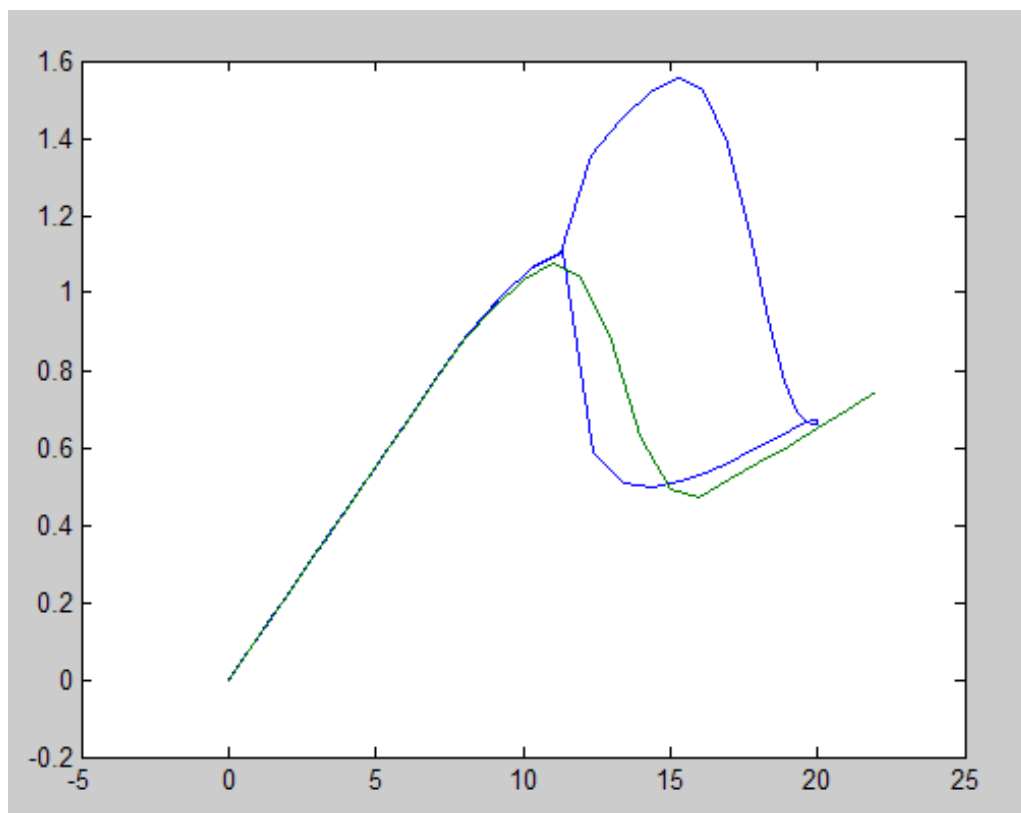
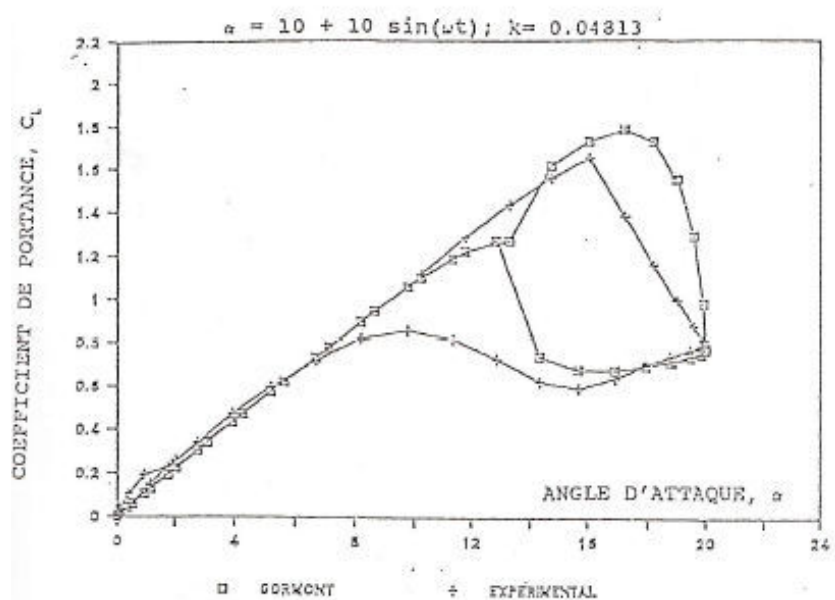


FIGURE 4.3 – Cas n 1 verte : statique, bleu : dynamique



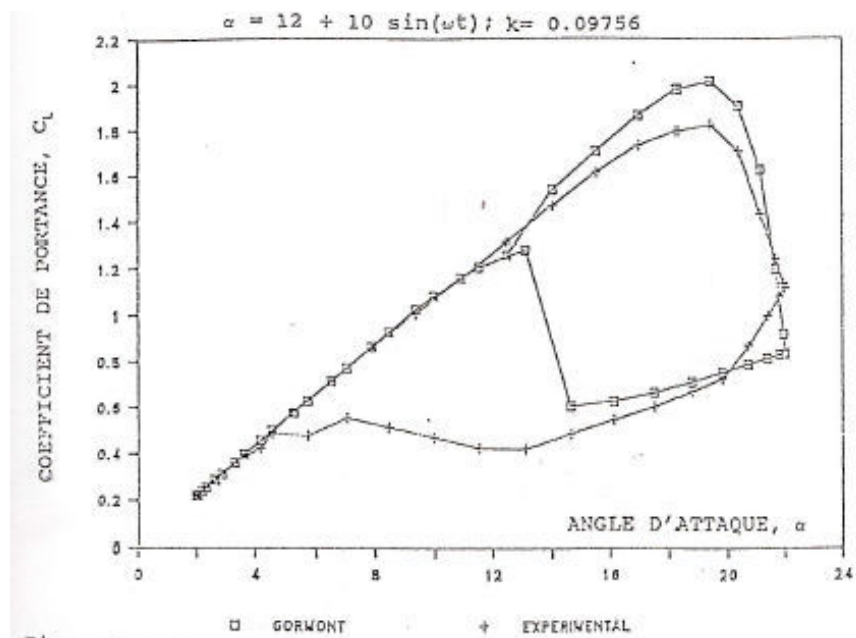
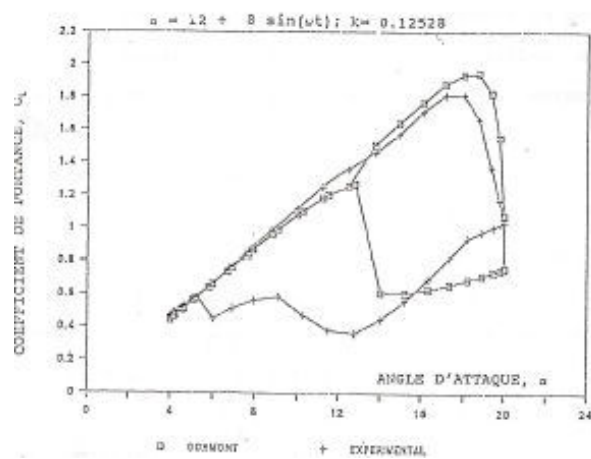


FIGURE 4.5 – Coefficient de portance vs. angle d'attaque pour le modèle de Gormont. 51  
Source : ©Ref. [3]



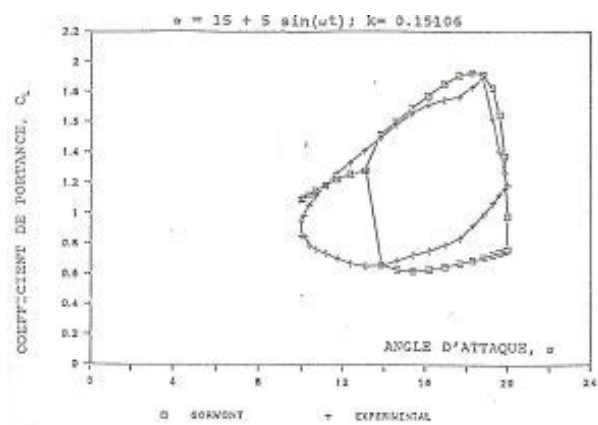
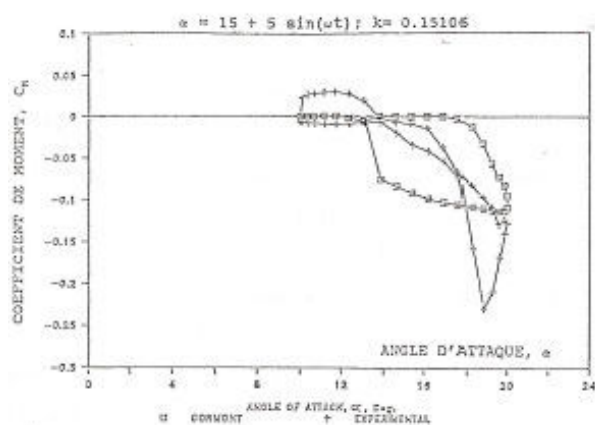


FIGURE 4.7 – Coefficient de portance vs. angle d'attaque pour le modèle de Gormont. 53  
Source : ©Ref. [3]





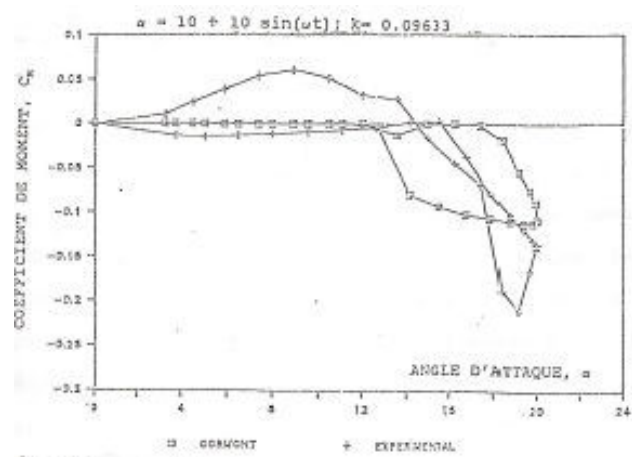
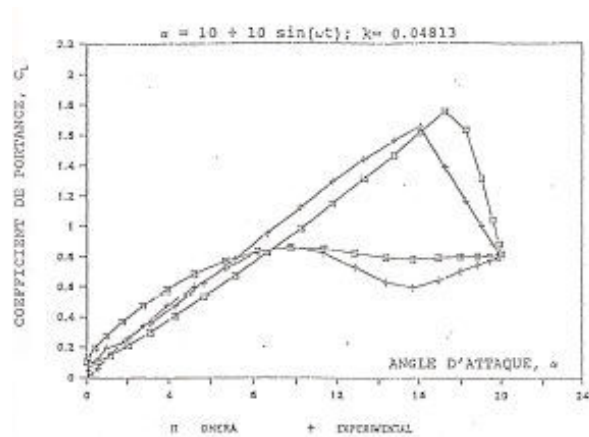


FIGURE 4.9 – Coefficient de moment vs. angle d'attaque pour le modèle de Gormont.  
Source : ©Ref. [3]



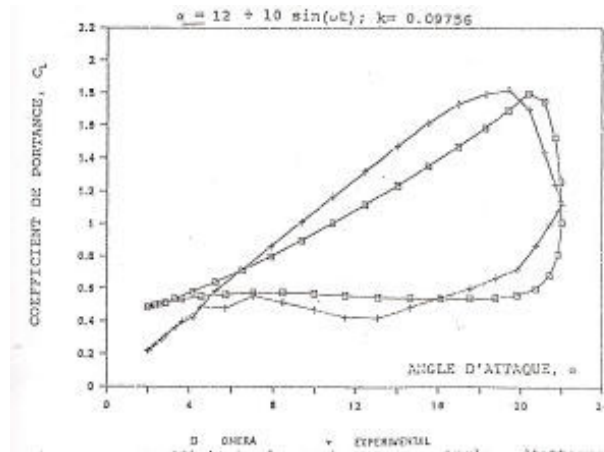
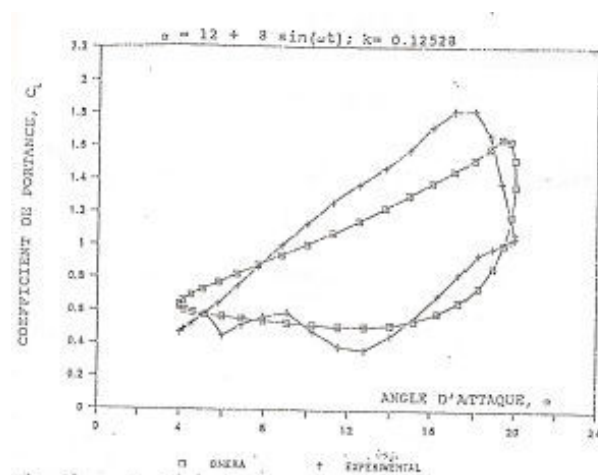


FIGURE 4.11 – Coefficient de portance vs. angle d'attaque pour le modèle de l'ONERA.  
Source : ©Ref. [3]



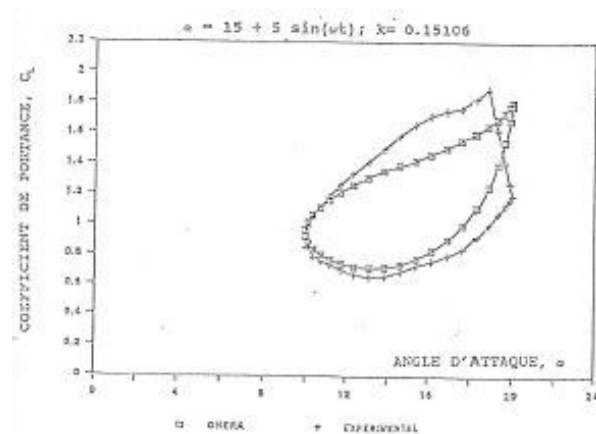


FIGURE 4.13 – Coefficient de portance vs. angle d'attaque pour le modèle de l'ONERA.  
Source : ©Ref. [3]



# Bibliographie

- [1] . <http://fr.wikipedia.org/>.
- [2] . <http://www.cfd.tu-berlin.de>.
- [3] Ruxandra Botez. Étude comparative des modèles semi-empiriques de décrochage dynamique. *École Polytechnique de Montréal, Département de génie mécanique*, 1989.
- [4] Stéphane Hallé. *Simulation numérique du décrochage dynamique d'un profil en mouvement de rotation Darrieus en régime turbulent*. École Polytechnique de Montréal. Canada, 2014.
- [5] Ion Parashivoiu. *Wind Turbine Design With Emphasis on Darrieus Concept*. Polytechnic International Press. Canada, 2002.
- [6] Ion Parashivoiu. *Note de cours Aérodynamique instationnaire et décrochage*. École Polytechnique de Montréal. Canada, 2014.