Lista de Exercícios 02 - Parte 1

Sistema de Comunicações Digitais

Q-01 Um sistema de comunicação digital emprega a seguinte sinalização para a transmitir a informação:

proakis 4.4

$$s_0(t) = 0, \quad 0 \leq t \leq T$$

$$s_1(t) = A, \quad 0 \leq t \leq T.$$

Esta sinalização é chamada de sinalização *on/off*. No receptor, o demodulador correlaciona o sinal recebido $r(t)$ com $s(t)$ e amostra a saída do correlator em $t+T$. Determine a probabilidade de erro em função da SNR. Compare a sinalização *on/off* com a sinalização antipodal.

Q-02 Um sistema de comunicação transmite uma das três mensagens m_1, m_2 e m_3 usando os sinais $s_1(t)$, $s_2(t)$, $s_3(t)$. O sinal $s_3(t) = 0$, e os sinais $s_1(t)$ e $s_2(t)$ são descritos como

proakis 4.5

$$s_1(t) = \begin{cases} A, & 0 \leq t \leq T/3 \\ -A, & T/3 < t \leq T \end{cases}$$

$$s_2(t) = \begin{cases} 2A, & 0 \leq t \leq T/3 \\ -2A, & T/3 < t \leq T \end{cases}$$

O canal de comunicação é um canal AWGN com densidade espectral de potência $N_0/2$.

(a) Considerado que as três mensagens são equiprováveis, quais são as regras de decisão ótimas para este sistema? Mostre as regiões de decisão na constelação do sinal.

(b) Se os sinais são equiprováveis, expresse a probabilidade de erro para o receptor ótimo em termos da SNR por bit.

Q-03 Suponha um símbolo binário $A \in \{0,1\}$, com probabilidades *a priori* $p_A(0) = q$ e $p_A(1) = 1 - q$ seja transmitido em um canal simétrico binário (BSC). O sinal observado $Y \in \{0,1\}$ também é binário e igual a A com probabilidade $1 - p$.

digi communication 2ed
9-1

(a) Encontre as regras de decisão para o detector ML. Assuma que $p < 1/2$.

(b) Assuma que $p = 0.2$ e $q = 0.9$. Determine o detector MAP e sua probabilidade de erro.

(c) Determine o detector MAP para as probabilidades p e q.

Q-04 Considere a variável aleatória $X \in \{+3, +1, -1, -3\}$ com as respectivas probabilidades *a priori* $p_X(\pm 3) = 0.1$ e $p_X(\pm 1) = 0.4$. Dada a observação y da variável aleatória $Y = X + N$, onde N é um ruído AWGN com variância σ^2, independente de X. Encontre as regiões de decisão para o detector MAP. Agora suponha $\sigma^2 = 0.25$ e o valor observado $y = 2.1$, qual o valor de x será decidido pelo detector MAP?

digi comm 2ed
9-3

Q-05 Considere a variável aleatória $X \in \{x_1, x_2\}$ com as probabilidades *a priori* $p_X(x_1) \neq p_X(x_2)$. Dada a observação y da variável aleatória $Y = X + N$, onde N é um ruído AWGN com variância σ^2, independente de X. Determine o limite de decisão do detector MAP para os valores entre x_1 e x_2.

digi comm 2ed
9-4

Q-06 A modulação ortogonal é um caso especial da modulação M-aria (M-QAM, M-PAM, etc) em que os símbolos transmitidos são ortogonais entre si e possuem a mesma energia:

$$\int_{-\infty}^{\infty} g_i(t) g_j^*(t) dt = \mathcal{E}_g \delta_{i-j}$$

Logo, no caso sem interferência inter-simbólica (ISI), temos a mesma relação para os pulsos recebidos

$$\int_{-\infty}^{\infty} h_i(t) h_j^*(t) dt = \mathcal{E} \delta_{i-j}$$

(a) Considere $M = 4$ e que $\boldsymbol{g}(t) = \{g_0(t), g_1(t), g_2(t), g_3(t)\}$ seja o vetor com os possíveis pulsos na transmissão. Supondo que $g_2(t)$ tenha sido o pulso transmitido, determine o vetor de pulsos na recepção $\boldsymbol{h}(t)$.

(b) Determine uma expressão aproximada para a probabilidade de erro no caso de uma modulação ortogonal de ordem M.

(c) Compare o resultado do item anterior com a probabilidade de erro de uma modulação M-QAM. Em qual das duas a probibalidade de erro aumenta mais depressa conforme M aumenta?

Q-07 Foi visto em sala de aula que para evitar interferência inter-simbólica (ISI), devemos satisfazer o critério de Nyquist, ou seja, o pulso equivalente (convolução entre pulso de transmissão, canal e filtro de recepção) amostrado $p(kT) = \delta_k$. De outra forma, a transformada de Fourier do pulso equivalente amostrado é dada por

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} P(f - m/T) = T.$$

Porém, no caso de uma modulação ortogonal, temos um vetor de pulsos $\boldsymbol{h}(t) = [h_0(t), \ldots, h_m(t), \ldots, h_M(t)]$. Supondo que não há ISI, as componentes deste vetor de pulsos deverão ser ortogonais entre si, levando ao critério de Nyquist generalizado.

(a) Comente sobre o critério de Nyquist generalizado e sua expressão para que não haja ISI neste caso.

(b) Qual é a largura de banda necessária para satisfazer o critério de Nyquist? Explique seu resultado.

(c) Qual relação de custo-benefício poderíamos concluir entre a modulção ortogonal e a M-ária? Responda este item com base nas respostas obtidas no item anterior e também nas respostas da Questão 6.