

CURSO – CAP-340 (Problemas Inversos)

Identificação de condição inicial: algoritmo genético (AG)

O problema é identificar a condição inicial do problema de condução de calor numa barra:

$$\frac{\partial T(x, t)}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial x^2}, \quad t > 0 \text{ e } x \in (0, L_x)$$

Aqui T é a temperatura e $\alpha = 0,01$ é a difusividade térmica. O comprimento da barra é $L_x = 1$ m e as extremidades da barra estão isoladas – não há troca de calor entre a barra e o ambiente. Deste modo, as condições de contorno são dadas por:

$$\left. \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} \right|_{x=L_x} = 0.$$

A condição inicial é desconhecida:

$$T(x, t)|_{t=0} = f(x) = ???$$

Este é um problema inverso de determinação de condição inicial. O problema inverso é formulado como um problema de otimização, onde a função objetivo a ser minimizada é definida por:

$$\min J(f) = \sum_{j=1}^{N_j} [T_j^{\text{Obs}} - T_j^{\text{Mod}}(f)]^2 + \beta \sum_{j=1}^{N_j} f^2(x_j)$$

onde T_j^{Obs} são as temperaturas medidas nas posições x_j num tempo $t = \tau$, sendo T^{Mod} a temperatura calculada pelo modelo direto – solução da equação diferencial parcial, β é o parâmetro de regularização associado a regularização de Tikhonov de ordem zero (último termo da equação acima).

Os sensores de temperatura estão localizados nas posições: $x_j = x_0 + j \times \Delta x$, com $\Delta x = 0,1$. As medidas são tomadas no instante $\tau = 10^{-2}$ segundos. Para o experimento numérico, serão usadas *observações sintéticas* dadas por:

$$T^{\text{Obs}} = T^{\text{Mod}}(1 + \sigma\mu)$$

onde $\sigma = 0,05$ é o nível de ruído (desvio padrão) e μ uma variável aleatória de distribuição uniforme ($\mu \in [-1, 1]$).

O problema de otimização deve ser resolvido aplicando o *algoritmo genético* (AG), com o seguinte procedimento:

1. Ter uma solução para o problema direto.
2. Construir um conjunto de soluções candidatas (200).
3. Uma estratégia *elitista* para o AG é, por exemplo, separar 30% dos indivíduos (soluções candidatas) da população (o conjunto das soluções candidatas) para gerar a nova geração (novo conjunto de soluções candidatas).
4. Do sub-conjunto de 30% com menores valores da função objetivo, aplicam-se as operações do AG: seleção de 2 indivíduos para gerar um novo indivíduo da próxima geração (iteração) pelas operações de cruzamento e mutação – quem quiser, pode aplicar a estratégia da *epidemia*.