Aluna: Rousane de Avelar Rodrigues _ 12111BSI272

Exercícios Linguagem da Lógica Proposicional

1. Considere as concatenações de símbolos do alfabeto da Lógica Proposicional dadas a seguir. Identifique aquelas que são fórmulas da Lógica Proposicional. Considere a forma simplificada de representação de fórmulas, em que os símbolos de pontuação podem ser omitidos.

   (a) $(P\ Q \lor P10.000)$
   (b) $(P \land Q) \rightarrow ((Q \leftrightarrow P) \lor \neg\neg R)$
   (c) $\neg\neg P$ (d) $\lor Q$ (e) $(P \land Q) \rightarrow ((Q \leftrightarrow \neg R))$

2. Responda as questões a seguir, justificando suas respostas.
   (a) Existe fórmula sem símbolo de pontuação?
   (b) Quantos tipos de símbolos possui o alfabeto da Lógica Proposicional? Quais são esses símbolos?
   (c) Existe fórmula da Lógica Proposicional com algum conectivo, mas sem símbolo de pontuação?

3. Determine o comprimento e as subfórmulas das fórmulas a seguir.

   (a) $((\neg\neg P \lor Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q)) \land P10.000$
   (b) $P \rightarrow ((Q \rightarrow R) \rightarrow ((P \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R)))$
   (c) $((P \rightarrow \neg P) \leftrightarrow \neg P) \lor Q$ (d) $\neg(P \rightarrow \neg P)$

4. Elimine o maior número possível de símbolos de pontuação das fórmulas a seguir, mantendo a representação da fórmula original.

   (a) $((\neg(\neg P)) \leftrightarrow ((\neg((\neg(\neg(P \lor Q))) \rightarrow R)) \land P))$
   (b) $(\neg P \rightarrow (Q \lor R)) \leftrightarrow ((P \land Q) \leftrightarrow (\neg\neg R \lor \neg P))$
   (c) $((P \lor Q) \rightarrow (P \rightarrow (\neg Q)))$

5. Considere as concatenações de símbolos a seguir. A partir da introdução de símbolos de pontuação, identifique quais fórmulas da Lógica Proposicional é possível obter.

   (a) $P \lor \neg Q \rightarrow R \leftrightarrow \neg R$
   (b) $Q \rightarrow \neg P \land Q$
   (c) $\neg P \lor Q \leftrightarrow Q$ (d) $\neg\neg P \rightarrow Q \leftrightarrow P \land P\neg\neg R$

6.
   (a) Escreva as fórmulas dos Exercícios 3 e 4 utilizando a notação polonesa.
   (b) Determine quais sequências de símbolos, indicadas a seguir, são fórmulas da Lógica Proposicional que utilizam a notação polonesa. No

caso em que a sequência de símbolos é uma fórmula, reescreva-a utilizando a notação convencional.

$\lor \rightarrow$ P Q $\leftrightarrow$ R $\rightarrow$ $\lor$P Q$\neg$S

$\rightarrow\leftrightarrow$ P Q$\lor$ $\rightarrow$ P Q $\rightarrow$ $\neg$RR

$\rightarrow$ $\neg$P$\neg$QR $\lor$ $\lor$P Q $\lor$ $\neg$R$\neg$P

$\leftrightarrow\rightarrow$ $\neg$P $\lor$ QR $\leftrightarrow$ $\land$P Q $\lor$ $\neg\neg$R$\neg$P

7. Responda, justificando sua resposta.

(a) É possível encontrar uma fórmula H, da Lógica Proposicional, escrita na notação convencional e que corresponda a duas fórmulas diferentes escritas na notação polonesa?

(b) É possível encontrar uma fórmula H escrita na notação polonesa, que corresponda a duas fórmulas diferentes da Lógica Proposicional escritas na notação convencional?

8. Faça os Exercícios 5 e 6 considerando a notação pós-xa, indicada pelas correspondências.

($\neg$P) corresponde a P$\neg$

(P $\land$ Q) corresponde a P Q$\land$

(P $\lor$ Q) corresponde a P Q$\lor$

(P $\rightarrow$ Q) corresponde a P Q $\rightarrow$

(P $\leftrightarrow$ Q) corresponde a P Q $\leftrightarrow$

9. Qual a paridade do número de símbolos de pontuação de uma fórmula da Lógica Proposicional?

10. Seja H uma fórmula que não contém o conectivo $\neg$.

(a) Qual a paridade de comp[H]?

(b) Qual a relação entre comp[H] e o número de conectivos de H?

1.

(a) $(PQ \vee P_{10.000})$ = não é formula

(b) $(P \wedge Q) \rightarrow ((Q \leftrightarrow P) \vee \neg\neg R)$ = é formula

(c) $\neg\neg P$ = é formula

(d) $\vee Q$ = não é formula

(e) $(P \wedge Q) \rightarrow ((Q \leftrightarrow \neg R))$ é formula

2.

(a) Sim. As formula mais simples podem possuir apenas o valor verdade, ou símbolo proposicional.

(b) 4 tipos. Símbolo de Pontuação, Símbolo Proposicionais, Símbolo de Verdade e conectivos Proposicionais

(c) Não. Toda formula com conectivo possui símbolo de pontuação

3.

(a) $((\neg\neg P \vee Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q)) \wedge P_{10.000}$

$comp[H] = comp[((\neg\neg P \vee Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q)) \wedge P_{10.000}]$

$= comp[(\neg\neg P \vee Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q)] + comp[P_{10.000}] + 1$

$= comp[(\neg\neg P \vee Q)] + comp[(P \rightarrow Q)] + 1 + 1 + 1$

$= comp[\neg\neg P] + comp[Q] + 1 + comp[P] + comp[Q] + 1 + 3$

$= comp[\neg P] + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 4$

$= comp[P] + 1 + 9$

$= 1 + 10 = \boxed{11}$

Subfórmulas: $\{((\neg\neg P \vee Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q)) \wedge P_{10\,000}, (\neg\neg P \vee Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q), P_{10.000}, (\neg\neg P \vee Q), (P \rightarrow Q), \neg\neg P, Q, P, \neg P\}$

(b) $P \to ((Q \to R) \to ((P \to R) \to (P \to R)))$

$$\begin{aligned}
\text{Comp}[H] &= \text{comp}[P \to ((Q \to R) \to ((P \to R) \to (P \to R)))] \\
&= \text{comp}[P] + \text{comp}[((Q \to R) \to ((P \to R) \to (P \to R)))] + 1 \\
&= 1 + \text{Comp}[(Q \to R)] + \text{comp}[((P \to R) \to (P \to R))] + 1 + 1 \\
&= 1 + \text{comp}[Q] + \text{comp}[R] + 1 + \text{comp}[(P \to R)] + \text{comp}[(P \to R)] + 1 + 2 \\
&= 1 + 1 + 1 + 1 + \text{comp}[P] + \text{comp}[R] + 1 + \text{comp}[P] + \text{comp}[R] + 1 + 3 \\
&= 4 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 3 = \boxed{13}
\end{aligned}$$

Subformulas: $\{P \to ((Q \to R) \to ((P \to R) \to (P \to R))), P, ((Q \to R) \to ((P \to R) \to (P \to R))),$
$(Q \to R), ((P \to R) \to (P \to R)), Q, R, (P \to R)\}$

(c) $((P \to \neg P) \leftrightarrow \neg P) \vee Q$

$$\begin{aligned}
\text{comp}[H] &= \text{comp}[((P \to \neg P) \leftrightarrow \neg P) \vee Q] \\
&= \text{comp}[((P \to \neg P) \leftrightarrow \neg P)] + \text{comp}[Q] + 1 \\
&= \text{comp}[(P \to \neg P)] + \text{Comp}[\neg P] + 1 + 1 + 1 \\
&= \text{comp}[P] + \text{comp}[\neg P] + 1 + \text{comp}[P] + 1 + 3 \\
&= 1 + \text{comp}[P] + 1 + 1 + 1 + 4 \\
&= 1 + 1 + 7 = \boxed{9}
\end{aligned}$$

Subformulas: $\{((P \to \neg P) \leftrightarrow \neg P) \vee Q, ((P \to \neg P) \leftrightarrow \neg P), Q, (P \to \neg P), \neg P, P\}$

(d) $\neg(P \to \neg P)$

$$\begin{aligned}
\text{comp}[H] &= \text{comp}[\neg(P \to \neg P)] \\
&= \text{comp}[(P \to \neg P)] + 1 \\
&= \text{comp}[P] + \text{comp}[\neg P] + 1 + 1 \\
&= 1 + \text{comp}[P] + 1 + 2 \\
&= 1 + 1 + 3 = \boxed{5}
\end{aligned}$$

Subformulas: $\{\neg(P \to \neg P), (P \to \neg P), P, \neg P\}$

4.

(a) $((\neg(\neg P)) \leftrightarrow ((\neg((\neg(\neg(P \vee Q))) \rightarrow R)) \wedge P))$

$((\neg\neg P) \leftrightarrow ((\neg(\neg\neg(P \vee Q) \rightarrow R)) \wedge P))$

$(\neg\neg P \leftrightarrow (\neg(\neg\neg(P \vee Q) \rightarrow R) \wedge P))$

$\neg\neg P \leftrightarrow (\neg(\neg\neg(P \vee Q) \rightarrow R) \wedge P)$

(b) $(\neg P \rightarrow (Q \vee R)) \leftrightarrow ((P \wedge Q) \leftrightarrow (\neg\neg R \vee \neg P))$

Não tem como tirar nada.

(c) $((P \vee Q) \rightarrow (P \rightarrow (\neg Q)))$

$(P \vee Q) \rightarrow (P \rightarrow \neg Q)$

5.

(a) $P \vee \neg Q \rightarrow R \leftrightarrow \neg R$

* $(P \vee \neg Q) \rightarrow (R \leftrightarrow \neg R)$
* $(P \vee (\neg Q \rightarrow R)) \leftrightarrow \neg R$
* $P \vee \neg(Q \rightarrow (R \leftrightarrow \neg R))$
* $P \vee \neg(Q \rightarrow R \leftrightarrow \neg R)$
* $(P \vee \neg Q) \rightarrow R \leftrightarrow \neg R$

(b) $Q \rightarrow \neg P \wedge Q$

$Q \rightarrow (\neg P \wedge Q)$

$(Q \rightarrow \neg P) \wedge Q$

$Q \rightarrow \neg(P \wedge Q)$

(c) $\neg P \vee Q \leftrightarrow Q$

$(\neg P \vee Q) \leftrightarrow Q$

$\neg(P \vee Q) \leftrightarrow Q$

$\neg(P \vee Q \leftrightarrow Q)$

(d) $\neg\neg P \rightarrow Q \leftrightarrow P \wedge P \neg\neg R$

$(\neg\neg P \rightarrow Q) \leftrightarrow (P \wedge P) \neg\neg R$

$\neg\neg P \rightarrow Q \leftrightarrow P \wedge P \neg\neg R$

$\neg\neg P \rightarrow Q \leftrightarrow P \wedge P \neg\neg R$

$\neg\neg P \rightarrow Q \leftrightarrow P \wedge P \neg\neg R$

$\neg\neg P \rightarrow Q \leftrightarrow P \wedge P \neg\neg R$

$\neg\neg P \rightarrow Q \leftrightarrow P \wedge P \neg\neg R$

6. (a)

(3.a) $((\overset{1}{\neg}\overset{2}{\neg}P \overset{3}{\vee} Q) \overset{4}{\leftrightarrow} (P \overset{5}{\rightarrow} Q)) \overset{6}{\wedge} P_{10.000}$

$((\overset{1}{\neg\neg P} \overset{3}{\vee} Q) \overset{4}{\leftrightarrow} \rightarrow PQ) \overset{6}{\wedge} P_{10.000}$

$((\neg\neg P \overset{3}{\vee} Q) \overset{4}{\leftrightarrow} \rightarrow PQ) \overset{6}{\wedge} P_{10.000}$

$(\vee \neg\neg PQ \overset{4}{\leftrightarrow} \rightarrow PQ) \overset{6}{\wedge} P_{10.000}$

$\leftrightarrow \vee \neg\neg PQ \rightarrow PQ \overset{6}{\wedge} P_{10.000}$

$\wedge \leftrightarrow \vee \neg\neg PQ \rightarrow PQ \, P_{10.000}$

(3.c) $((P \overset{1}{\rightarrow} \overset{2}{\neg}P) \overset{3}{\leftrightarrow} \overset{4}{\neg}P) \overset{5}{\vee} Q$

$((P \overset{1}{\rightarrow} \neg P) \overset{3}{\leftrightarrow} \neg P) \overset{5}{\vee} Q$

$(\rightarrow P \neg P \overset{3}{\leftrightarrow} \neg P) \overset{5}{\vee} Q$

$\leftrightarrow \rightarrow P \neg P \neg P \overset{5}{\vee} Q$

$\vee \leftrightarrow \rightarrow P \neg P \neg P Q$

(3.b) $P \overset{1}{\rightarrow} ((Q \overset{2}{\rightarrow} R) \overset{3}{\rightarrow} ((P \overset{4}{\rightarrow} R) \overset{5}{\rightarrow} (P \overset{6}{\rightarrow} R)))$

$P \overset{1}{\rightarrow} (\rightarrow QR \overset{3}{\rightarrow} (\rightarrow PR \overset{5}{\rightarrow} \rightarrow PR))$

$P \overset{1}{\rightarrow} (\rightarrow QR \overset{3}{\rightarrow} \rightarrow \rightarrow PR \rightarrow PR)$

$P \overset{1}{\rightarrow} \rightarrow \rightarrow QR \rightarrow \rightarrow PR \rightarrow PR$

$\rightarrow P \rightarrow \rightarrow QR \rightarrow \rightarrow PR \rightarrow PR$

(3.d) $\overset{1}{\neg}(P \overset{2}{\rightarrow} \overset{3}{\neg}P)$

$\overset{1}{\neg}(P \overset{2}{\rightarrow} \neg P)$

$\overset{1}{\neg} \rightarrow P \neg P$

$\neg \rightarrow P \neg P$

(4.a) $((\neg(\neg P)) \leftrightarrow ((\neg((\neg(\neg(P \vee Q))) \rightarrow R)) \wedge P))$

$((\neg\neg P) \leftrightarrow ((\neg((\neg(\neg \vee PQ)) \rightarrow R)) \wedge P))$

$(\neg\neg P \leftrightarrow ((\neg((\neg\neg \vee PQ) \rightarrow R)) \wedge P))$

$(\neg\neg P \leftrightarrow ((\neg(\neg\neg \vee PQ \rightarrow R)) \wedge P))$

$(\neg\neg P \leftrightarrow ((\neg \rightarrow \neg\neg \vee PQR) \wedge P))$

$(\neg\neg P \leftrightarrow (\neg \rightarrow \neg\neg \vee PQR \wedge P))$

$(\neg\neg P \leftrightarrow \wedge \neg \rightarrow \neg\neg \vee PQRP)$

$\leftrightarrow \neg\neg P \wedge \neg \rightarrow \neg\neg \vee PQRP$

(4.b) $(\neg P \rightarrow (Q \vee R)) \leftrightarrow ((P \wedge Q) \leftrightarrow (\neg\neg R \vee \neg P))$

$(\neg P \rightarrow \vee QR) \leftrightarrow (\wedge PQ \leftrightarrow (\neg\neg R \vee \neg P))$

$\rightarrow \neg P \vee QR \leftrightarrow (\wedge PQ \leftrightarrow (\neg\neg R \vee \neg P))$

$\rightarrow \neg P \vee QR \leftrightarrow (\wedge PQ \leftrightarrow \vee \neg\neg R \neg P)$

$\rightarrow \neg P \vee QR \leftrightarrow \leftrightarrow \wedge PQ \vee \neg\neg R \neg P$

$\leftrightarrow \rightarrow \neg P \vee QR \leftrightarrow \wedge PQ \vee \neg\neg R \neg P$

(4.c) $((P \vee Q) \rightarrow (P \rightarrow (\neg Q)))$

$(\vee PQ \rightarrow (P \rightarrow \neg Q))$

$(\vee PQ \rightarrow \rightarrow P \neg Q)$

$\rightarrow \vee PQ \rightarrow P \neg Q$

7.

(a) Sim. Na notação pré fixa, onde os conectivos vão para frente e na pós fixa, onde os conectivos vão para trás.

(b) Não!

8.

(3.a) $((\neg\neg P \vee Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q)) \wedge P_{10.000}$

$((\neg P \neg \vee Q) \leftrightarrow PQ\rightarrow) \wedge P_{10.000}$

$((P\neg\neg \vee Q) \leftrightarrow PQ\rightarrow) \wedge P_{10.000}$

$(P\neg\neg Q \vee \leftrightarrow PQ\rightarrow) \wedge P_{10.000}$

$P\neg\neg Q \vee PQ \rightarrow \leftrightarrow \wedge P_{10.000}$

$P\neg\neg Q \vee PQ \rightarrow \leftrightarrow P_{10.000} \wedge$

(3.b) $P \rightarrow ((Q \rightarrow R) \rightarrow ((P \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R)))$

$P \rightarrow (QR\rightarrow \rightarrow (PR\rightarrow \rightarrow PR\rightarrow))$

$P \rightarrow (QR\rightarrow \rightarrow PR\rightarrow PR\rightarrow\rightarrow)$

$P \rightarrow QR\rightarrow PR\rightarrow PR\rightarrow\rightarrow\rightarrow$

$PQR\rightarrow PR\rightarrow PR\rightarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow$

(3.c) $((P \rightarrow \neg P) \leftrightarrow \neg P) \vee Q$

$((P \rightarrow P\neg) \leftrightarrow P\neg) \vee Q$

$(PP\neg\rightarrow \rightarrow P\neg) \vee Q$

$PP\neg\rightarrow P\neg\rightarrow \vee Q$

$PP\neg\rightarrow P\neg\rightarrow Q \vee$

(3.d) $\neg(P \rightarrow \neg P)$

$\neg(P \rightarrow P\neg)$

$\neg(PP\neg\rightarrow)$

$PP\neg\rightarrow\neg$

(4.a) $((\neg(\neg P)) \leftrightarrow ((\neg((\neg(\neg(P \vee Q))) \to R)) \wedge P))$

$((\neg P \neg) \leftrightarrow ((\neg((\neg(\neg PQ\vee)) \to R)) \wedge P))$

$(P\neg\neg \leftrightarrow ((\neg((\neg PQ\vee\neg) \to R)) \wedge P))$

$(P\neg\neg \leftrightarrow ((\neg(PQ\vee\neg\neg \to R)) \wedge P))$

$(P\neg\neg \leftrightarrow ((\neg PQ\vee\neg\neg R \to) \wedge P))$

$(P\neg\neg \leftrightarrow (PQ\vee\neg\neg R \to \neg \wedge P))$

$(P\neg\neg \leftrightarrow PQ\vee\neg\neg R \to \neg P \wedge)$

$P\neg\neg PQ\vee\neg\neg R \to \neg P \wedge \leftrightarrow$

(4.c) $((P \vee Q) \to (P \to (\neg Q)))$

$(PQ\vee \to (P \to Q\neg))$

$(PQ\vee \to PQ\neg\to)$

$PQ\vee PQ\neg\to\to$

(4.b) $(\neg P \to (Q \vee R)) \leftrightarrow ((P \wedge Q) \leftrightarrow (\neg\neg R \vee \neg P))$

$(P\neg \to QR\vee) \leftrightarrow (PQ\wedge \leftrightarrow (\neg R\neg \vee P\neg))$

$P\neg QR\vee\to \leftrightarrow (PQ\wedge \leftrightarrow (R\neg\neg \vee P\neg))$

$P\neg QR\vee\to \leftrightarrow (PQ\wedge \leftrightarrow R\neg\neg P\neg\vee)$

$P\neg QR\vee\to \leftrightarrow PQ\wedge R\neg\neg P\neg\vee\leftrightarrow$

$P\neg QR\vee\to PQ\wedge R\neg\neg P\neg\vee\leftrightarrow\leftrightarrow$

10.

(a) comp[H] é um número ímpar

(b) comp[H] é o dobro do número de conectivos de H, mais um.

Exercícios A Semântica da Lógica Proposicional

1. No contexto deste livro, qual a diferença entre os símbolos?

(a) true e T
(b) f alse e F
(c) $\rightarrow$ e $\Rightarrow$
(d) $\leftrightarrow$ e $\Leftrightarrow$
Os símbolos $\Rightarrow$ e $\Leftrightarrow$ são aqueles utilizados frequentemente em demonstrações na Matemática.

2. Comente, do ponto de vista lógico, a diferença entre sintaxe e semântica.

3. A interpretação do conectivo $\vee$, na Lógica Proposicional, corresponde ao exato signicado da palavra ou? Justique sua resposta. Nessa análise, considere, por exemplo, o signicado da sentença: Vou ao teatro OU ao cinema como sendo verdadeiro. Desse fato, é possível concluir que irei ao teatro e ao cinema ao mesmo tempo? Faça uma análise análoga para os outros conectivos.

4. Sejam I uma interpretação e a fórmula $H = (P \rightarrow Q)$.

(a) Se $I[H] = T$, o que se pode concluir a respeito de $I[P]$ e $I[Q]$?
(b) Se $I[H] = T$ e $I[P] = T$, o que se pode concluir a respeito de $I[Q]$?
(c) Se $I[Q] = T$, o que se pode concluir a respeito de $I[H]$?
(d) Se $I[H] = T$ e $I[P] = F$, o que se pode concluir a respeito de $I[Q]$?
(e) Se $I[Q] = F$ e $I[P] = T$, o que se pode concluir a respeito de $I[H]$?

5. Considere as fórmulas a seguir:

(a) $(\neg P \vee Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q)$
(b) $P \rightarrow ((Q \rightarrow R) \rightarrow ((P \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R)))$
(c) $(P \rightarrow \neg Q) \leftrightarrow \neg P$
(d) $(Q \rightarrow \neg P)$
(e) $(P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \leftrightarrow ((P \wedge Q) \rightarrow R)$
(f) $(R \wedge \neg P) \leftrightarrow (P \wedge R)$
(g) $(P \rightarrow Q) \rightarrow (((P \wedge Q) \leftrightarrow P) \wedge ((P \vee Q) \leftrightarrow Q))$
(h) $(f\,alse \rightarrow Q) \leftrightarrow R$
(i) $true \rightarrow Q$
(j) $(P \rightarrow f\,alse) \leftrightarrow R$
(k) $P \rightarrow true$

- **Determine a tabela-verdade associada a cada fórmula.**

- **Seja I uma interpretação tal que I[P] = T, I[Q] = F e I[R] = F, o que podemos concluir a respeito do valor de verdade de cada fórmula?**
- **Seja J uma interpretação que interpreta todas as fórmulas anteriores como sendo verdadeiras. Além disso, J[P] = T. O que podemos concluir a respeito de J[Q] e J[R], em cada um dos casos?**

6. Seja I uma interpretação tal que: I[P → Q] = T. O que se pode deduzir a respeito dos resultados das interpretações a seguir?

(a) I[(P ∨ R) → (Q ∨ R)]
(b) I[(P ∧ R) → (Q ∧ R)]
(c) I[(¬P ∨ Q) → (P ∨ Q)]

Repita este exercício supondo I[P → Q] = F.

7. Seja I uma interpretação tal que: I[P ↔ Q] = T. O que podemos deduzir a respeito dos resultados das interpretações a seguir?

(a) I[¬P ∧ Q]
(b) I[P ∨ ¬Q]
(c) I[Q → P]
(d) I[(P ∧ R) ↔ (Q ∧ R)]
(e) I[(P ∨ R) ↔ (Q ∨ R)]

Repita este exercício supondo I[P ↔ Q] = F.

8. Seja H a fórmula a seguir e I uma interpretação.

H = ((P → Q) → (((P ∧ Q) ↔ P) ∧ ((P ∨ Q) ↔ Q))) → P

(a) Se I[P] = F, o que se pode concluir a respeito de I[H]?
(b) Se I[P] = T, o que se pode concluir a respeito de I[H]?

9. Seja H uma fórmula da Lógica Proposicional. Analise a armação a seguir. Cada linha da tabela-verdade associada a H corresponde a innitas interpretações diferentes para H.

10. Escreva as sentenças a seguir utilizando a linguagem da Lógica Proposicional. Utilize símbolos proposicionais para representar proposições.

(a) José virá à festa e Maria não gostará, ou José não virá à festa e Maria gostará da festa.
(b) A novela será exibida, a menos que seja exibido o programa político.

(c) Se chover, irei para casa, caso contrário, ficarei no escritório.
(d) Se Maria é bonita, inteligente e sensível e se Rodrigo ama Maria, então ele é feliz.
(e) Se sr. Oscar é feliz, sra. Oscar é infeliz, e se sra. Oscar é feliz, sr. Oscar é infeliz.
(f) Maurício virá à festa e Kátia não virá ou Maurício não virá à festa e Kátia cará infeliz.

11. Formule cinco argumentos sobre temas de seu interesse. Em seguida, melhore cada um dos seus argumentos.

12. A sentença "Todo homem é mortal" pode ser representada na Lógica Proposicional, simplesmente fazendo: P = "Todo homem é mortal". Assim, nesse caso, a sentença é representada pelo símbolo P. Entretanto, podemos dizer que essa não é uma representação que considera os detalhes da sentença, pois ela representa a sentença como um todo. Represente as sentenças a seguir utilizando a linguagem da Lógica Proposicional. Em cada caso, a sua representação considera elementos internos da sentença? Nos casos em que não for, justifique.

(a) Possivelmente, irei ao cinema.
(b) Fui gordo, hoje sou magro.
(c) Existe no curso de Ciência da Computação um aluno admirado por todos.
(d) Existe um aluno em minha sala que não gosta de nenhum colega.
(e) Existe aluno de Ciência da Computação que é detestado por seus colegas.
(f) Necessariamente algum político é desonesto.
(g) Amanhã irei ao cinema e depois irei ao teatro.
(h) Quase todo político é desonesto.
(i) Adalton sempre foi amigo de João Augusto.
(j) Toda regra tem exceção.
(k) Quase todo funcionário da Sigma é um talento.
(l) Poucos funcionários da Sigma não são empreendedores.
(m) O presidente da Sigma é admirado por seus colaboradores.

1.

(a) True é um símbolo síntatico e T é um símbolo semântico

(b) False é um símbolo síntatico e F é um símbolo semântico

(c) $\rightarrow$ é um símbolo síntatico e $\Rightarrow$ é um símbolo semântico

(d) $\leftrightarrow$ é um símbolo síntatico e $\Leftrightarrow$ é um símbolo semântico

2.

Síntaxe: é uma unificação da linguagem, diz respeito aos símbolos.

Semântica: é o significado ou intrerpretação dos objetos sintáticos.

3.

Não. Na lógica, para que uma disjunção seja verdadeira, não é necessário nenhuma relação entre suas alternativas.

4.

(a) Não existe a possibilidade $I[P]=T$ e $I[Q]=F$

(b) $I[Q]=T$

(c) $I[H]=T$

(d) Não se pode concluir sobre $I[Q]$, pois pode ser tanto F como T

(e) $I[H]=F$

P	Q	$P \rightarrow Q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

5.

(a) $(\neg P \vee Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q)$ $2^2 = 4$ números de linhas

P	Q	$\neg P$	$\neg P \vee Q$	$P \rightarrow Q$	$(\neg P \vee Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q)$
T	T	F	T	T	T
T	F	F	F	F	T
F	T	T	T	T	T
F	F	T	T	T	T

(b) $P \to ((Q \to R) \to ((P \to R) \to (P \to R)))$ $2^3 = 8$ números de linhas

P	Q	R	$Q \to R$	$P \to R$	$(P \to R) \to (P \to R)$	$(Q \to R) \to ((P \to R) \to (P \to R))$	$P \to ((Q \to R) \to ((P \to R) \to (P \to R))$
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	F	F	T	T	T
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	F	F	T	T	T
F	F	T	T	T	T	T	T
F	F	F	T	T	T	T	T
F	F	T	T	T	T	T	T
F	F	F	T	T	T	T	T

(c) $(P \to \neg Q) \leftrightarrow \neg P$ $2^2 = 4$ números de linhas

P	Q	$\neg P$	$\neg Q$	$P \to \neg Q$	$(P \to \neg Q) \leftrightarrow \neg P$
T	T	F	F	F	T
T	F	F	T	T	F
F	T	T	F	T	T
F	F	T	T	T	T

(d) $(Q \to \neg P)$ $2^2 = 4$ números de linhas

P	Q	$\neg P$	$Q \to \neg P$
T	T	F	F
T	F	F	T
F	T	T	T
F	F	T	T

(e) $(P \to (Q \to R)) \leftrightarrow ((P \wedge Q) \to R)$ $2^3 = 8$ números de linhas

P	Q	R	$Q \to R$	$P \to (Q \to R)$	$P \wedge Q$	$(P \wedge Q) \to R$	$(P \to (Q \to R)) \leftrightarrow ((P \wedge Q) \to R)$
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	F	F	T	F	T
T	F	T	T	T	F	T	T
T	F	F	T	T	F	T	T
F	T	T	T	T	F	T	T
F	T	F	F	T	F	T	T
F	F	T	T	T	F	T	T
F	F	F	T	T	F	T	T

(f) $(R \wedge \neg P) \leftrightarrow (P \wedge R)$ $2^2 = 4$ números de linhas

P	R	$\neg P$	$R \wedge \neg P$	$P \wedge R$	$(R \wedge \neg P) \leftrightarrow (P \wedge R)$
T	T	F	F	T	F
T	F	F	F	F	T
F	T	T	T	F	F
F	F	T	F	F	T

(g) $(P \to Q) \to (((P \wedge Q) \leftrightarrow P) \wedge ((P \vee Q) \leftrightarrow Q))$ $2^2 = 4$ números de linhas

P	Q	$P \to Q$	$P \wedge Q$	$(P \wedge Q) \leftrightarrow P$	$P \vee Q$	$(P \vee Q) \leftrightarrow Q$	$((P \wedge Q) \leftrightarrow P) \wedge ((P \vee Q) \leftrightarrow Q))$	$(P \to Q) \to ((P \wedge Q) \leftrightarrow P) \wedge ((P \vee Q) \leftrightarrow Q))$
T	T	T	T	T	T	T	T	T
T	F	F	F	F	T	F	F	T
F	T	T	F	T	T	T	T	T
F	F	T	F	T	F	T	T	T

(h) $(\text{false} \to Q) \leftrightarrow R$ $2^2 = 4$ números de linhas

Q	R	false → Q	(false → Q) ↔ R
T	T	T	T
T	F	T	F
F	T	T	T
F	F	T	F

(i) $\text{true} \to Q$ $2^1 = 2$ números de linhas

Q	true → Q
T	T
F	F

(j) $(P \to \text{false}) \leftrightarrow R$ $2^2 = 4$ números de linhas

P	R	P → false	(P → false) ↔ R
T	T	F	F
T	F	F	T
F	T	T	T
F	F	T	F

(k) $P \to \text{true}$ $2^1 = 2$ números de linhas

P	P → true
T	T
F	T

6.

$I[P \to Q] = T$, Isso quer dizer que $I[P] = F$ e/ou $I[Q] = T$

$I[P \to Q] = F$, Isso quer dizer que $I[P] = T$ e $I[Q] = F$

(a) $I[(P \vee R) \to (Q \vee R)]$

1° Caso: $I[P \to Q] = T$:

Se $I[P] = F$ e $I[R] = F \Rightarrow I[P \vee R] = F$,

Se $I[Q] = T$ e/ou $I[R] = T \Rightarrow I[Q \vee R] = T$,

Nesse caso, $I[(P \vee R) \to (Q \vee R)] = T$

2° Caso: $I[P \to Q] = F$:

Se $I[P] = T$ e $I[R] = T \Rightarrow I[P \vee R] = T$,

Se $I[Q] = F$ e $I[R] = F \Rightarrow I[Q \vee R] = F$,

Nesse: $I[(P \vee R) \to (Q \vee R)] = F$

Porém, como o valor verdade de R pode ser tanto "T" como "F", nada podemos supor da $I[(P \vee R) \to (Q \vee R)]$.

(b) $I[(P \wedge R) \to (Q \wedge R)]$

1° Caso: $I[P \to Q] = T$

Se $I[P] = F$ e $I[R] = T \Rightarrow I[P \wedge R] = F$

Se $I[Q] = T$ e $I[R] = T = I[Q \wedge R] = T$,

Nesse caso, $I[(P \vee R) \to (Q \vee R)] = T$

2° Caso: $I[P \to Q] = F$

Se $I[P] = T$ e $I[R] = T \Rightarrow I[P \wedge R] = T$

Se $I[Q] = F$ e $I[R] = T = I[Q \wedge R] = F$,

Nesse caso, $I[(P \vee R) \to (Q \vee R)] = F$

Porém, como o valor verdade de R pode ser tanto "T" como "F", nada podemos supor da $I[(P \vee R) \to (Q \vee R)]$.

(c) $I[(\neg P \vee Q) \to (P \vee Q)]$

1° Caso: $I[P \to Q] = T$

Se $I[P] = T \Rightarrow I[\neg P] = F$ e/ou $I[Q] = T \Rightarrow I[\neg P \vee Q] = T$

Se $I[P] = F$ e/ou $I[Q] = T \Rightarrow I[P \vee Q] = T$

Logo $I[(\neg P \vee Q) \to (P \vee Q)] = T$

2° Caso: $I[(P \to Q)] = F$

Se $I[P] = F \Rightarrow I[\neg P] = T$ e/ou $I[Q] = F \Rightarrow I[(\neg P \lor Q)] = T$

Se $I[P] = T$ e/ou $I[Q] = F \Rightarrow I[(P \lor Q)] = T$

Logo, $I[(\neg P \lor Q) \to (P \lor Q)] = T$, então podemos concluir que as interpretações tem saídas diferentes

7.

$I[P \leftrightarrow Q] = T$, Isso quer dizer que $I[P] == I[Q]$

$I[P \leftrightarrow Q] = F$, Isso quer dizer que $I[P] \neq I[Q]$

a) $I[\neg P \land Q]$

1° Caso: $I[P \leftrightarrow Q] = T$

Se $I[P] = F \Rightarrow I[\neg P] = T$ e $I[Q] = T \Rightarrow I[P \land Q] = T$

Se $I[P] = T \Rightarrow I[\neg P] = F$ e $I[Q] = F \Rightarrow I[P \land Q] = T$

2° Caso: $I[P \leftrightarrow Q] = F$

Se $I[P] = F \Rightarrow I[\neg P] = T$ e $I[Q] = F \Rightarrow I[P \land Q] = F$

Se $I[P] = T \Rightarrow I[\neg P] = F$ e $I[Q] = T \Rightarrow I[P \land Q] = F$

b) $I[P \lor \neg Q]$

1° Caso: $I[P \leftrightarrow Q] = T$

Se $I[P] = T$ e $I[Q] = F \Rightarrow I[\neg Q] T \Rightarrow I[P \lor \neg Q] = T$

Se $I[P] = F$ e $I[Q] = T \Rightarrow I[\neg Q] = F \Rightarrow I[P \lor \neg Q] = F$

2° Caso: $I[P \leftrightarrow Q] = F$

Se $I[P] = F$ e $I[Q] = T \Rightarrow I[\neg Q] = F \Rightarrow I[P \lor \neg Q] = F$

Se $I[P] = T$ e $I[Q] = F \Rightarrow I[\neg Q] = T \Rightarrow I[P \lor \neg Q] = T$

Podemos concluir que em ambos os casos tem saídas diferentes, então $I[P \lor \neg Q] = F$

c) $I[Q \to P]$

1° Caso: $I[P \leftrightarrow Q] = T$

Se $I[Q] = T$ e $I[P] = T \Rightarrow I[Q \to P] = T$

Se $I[Q] = F$ e $I[P] = F \Rightarrow I[Q \to P] = F$

Podemos concluir que tem saídas diferentes, então são "F"

2º Caso:

Se $I[Q]=T$ e $I[P]=F \Rightarrow I[Q \to P]=T$

Se $I[Q]=F$ e $I[P]=T \Rightarrow I[Q \to P]=T$

nada se pode concluir a respeito de $I[Q \to P]$

(d) $I[(P \land R) \leftrightarrow (Q \land R)]$

1º Caso: $I[P \leftrightarrow Q]=T$

8.

(a) $I[P]=F$

$$H=((P \to Q) \to (((P \land Q) \leftrightarrow P) \land ((P \lor Q) \leftrightarrow Q))) \to P$$

$F \to ?$ $\quad F \land ?$ $\quad F$ $\quad F \lor ?$ $\quad ?$ $\quad \to F$

$T \to$ $\quad F \leftrightarrow F$ $\quad T \;\; F \leftrightarrow ?$ $\quad \to F$

$T \to$ $\quad T$ $\quad T$ $\quad \to F$

$T \to$ $\quad T$ $\quad \to F$

T $\quad \to F$

F

Se $I[P]=F$, temos que $I[H]=F$

(b) $I[P]=T$

$$H=((P \to Q) \to (((P \land Q) \leftrightarrow P) \land ((P \lor Q) \leftrightarrow Q))) \to P$$

$T \to ?$ $\quad T \land ?$ $\quad \leftrightarrow T$ $\quad \land$ $\quad T \lor ?$ $\quad T$

$T \;\; F$ $\quad T \;\; F$ $\quad T$ $\quad T$

$T \;\; F$ $\quad \land$ $\quad T$

$T \;\; F$ $\quad \leftrightarrow Q$

$T \;\; F$

$T \;\; F$ $\quad T$

F

10.

(a) P = "José virá à festa"

Q = "Maria gostará da festa"

$(P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q)$

(b) P = "A novela será exibida"

Q = "O programa político será exibido"

$(Q \to \neg P) \wedge (P \to \neg Q)$

(c) P = "Chover"

Q = "Irei para casa"

R = "Ficarei no escritório"

$(P \to Q) \wedge (\neg P \to R)$

(d) P = "Maria é bonita, inteligente e sensível"

Q = "Rodrigo ama Maria"

R = "Rodrigo é feliz"

$(P \wedge Q) \to R$

(e) P = "sr. Oscar é feliz"

Q = "sra. Oscar é infeliz"

$(P \to \neg Q) \wedge (Q \to \neg P)$

(f) P = "Maurício virá à festa"

Q = "Kátia virá à festa"

R = "Kátia ficará infeliz"

$(P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge R)$

11.

"Se o determinismo é verdadeiro, então não existe vontade. Mas o homem possui vontade, então o determinismo é falso."

p: o determinismo é verdadeiro

q: existe vontade

① $p \to \neg q$

② q

③ $\therefore \neg p$

"Ou os animais têm consciência, ou eles não têm direito. Os animais não têm consciência, logo, eles não tem direito."

p: os animais têm consciencia

q: têm direito

① $p \vee \neg q$

② $\neg p$

③ $\therefore \neg q$

"Se o universo teve um começo, ele foi criado, e se o universo foi criado, Deus existe. Portanto, Deus existe, porque o universo teve um começo"

p: o universo teve um começo
q: ele foi criado
r: Deus existe

1. $p \rightarrow q$
2. $q \rightarrow r$
3. p
4. $\therefore r$

"Se o time joga bem, então ganha o campeonato. Se o time não joga bem, o tecnico é culpado. Se o time ganha o campeonato, os torcedores ficam contentes. Os torcedores não estão contentes, Logo, o técnico é culpado."

p: o time joga bem
q: o time ganha o campeonato
r: o técnico é culpado
s: os torcedores ficam contentes

1. $p \rightarrow q$
2. $\neg p \rightarrow r$
3. $q \rightarrow r$
4. $\neg s$
5. $\therefore r$

"Se o Brasil é prospero, então ele possui um Estado. O Brasil possui um Estado, logo, o Brasil é prospero."

p: o Brasil é prospero
q: ele possui um Estado

1. $p \rightarrow q$
2. q
3. $\therefore p$