

Exercício

1º a) Todas as pessoas têm uma mãe
D: {Todas as pessoas}
 $g(x, y)$: x é mãe de y
 $(\forall x)(\exists y) g(y, x)$

b) Todas as pessoas têm um pai e uma mãe
D: {Todas as pessoas}
 $f(x, y)$: x é pai de y
 $g(x, y)$: x é mãe de y
 $(\forall x)(\exists y)(\exists z)(f(y, x) \wedge g(z, x))$
 $(\forall x)((\exists y)f(y, x) \wedge (\exists z)g(z, x))$ ou

c) Todo mundo que tem uma mãe também tem um pai
D: {Todas as pessoas}
 $f(x, y)$: x é pai de y
 $g(x, y)$: x é mãe de y
 $(\forall x)((\exists y)g(y, x) \rightarrow (\exists z)f(z, x))$

d) Ed é avô
D: {Todas as pessoas}
 $f(x, y)$: x é pai de y
 e : Ed
 $(\exists x)(\exists y)(f(e, x) \wedge f(x, y))$

e) Nenhum tio é uma tia
D: { todas as pessoas }

f(x,y): x é pai de y

g(x,y): x é mãe de y

s(x,y): x é irmão de y

b(x,y): x é irmã de y

$$\neg(\exists x)(\exists y)(\exists z)((b(x,y) \wedge (f(y,z) \vee g(y,z))) \wedge (s(x,y) \wedge (f(y,z) \vee g(y,z))))$$

f) Nenhuma avó de alguém é pai de alguém

D: { todas as pessoas }

f(x,y): x é pai de y

g(x,y): x é mãe de y

$$\neg(\exists x)(\exists y)(\exists z)((g(x,y) \wedge (g(y,z) \vee f(y,z))) \wedge f(x,z))$$

g) Ed e Patrícia não casados

D: { todas as pessoas }

h(x,y): x é marido de y

h(e,p)

h) Carlos é o cunhado de Monique

D: { todas as pessoas }

b(x,y): x é irmão de y

h(x,y): x é marido de y

c: Carlos

m: Monique

$$(\exists x)(b(c,x) \wedge h(x,m))$$

2º a) todo brasileiro é técnico da seleção

D: { todo mundo }

p(x): x é brasileiro

q(x): x técnico da seleção

$(\forall x)(p(x) \rightarrow q(x))$

D: { brasileiro }

p(x): x é técnico

$(\forall x) p(x)$

b) Há brasileiros que já viram a neve, mas não há finlandeses que nunca viraram

D: { todo mundo }

p(x): x é brasileiro

q(y): y é finlandeses

r(z): viram a neve

$(\exists x)(p(x) \wedge r(z)) \wedge \neg(\exists y)(q(y) \wedge \neg r(z))$

c) Todo ser humano ou é do hemisfério sul ou do hemisfério norte.

D: { todos ser humano }

p(x): x é ser humano

q(x): x é do hemisfério sul

r(x): x é do hemisfério sul

$(\forall x)(p(x) \rightarrow ((q(x) \vee r(x)) \wedge \neg(q(x) \wedge r(x)))$

d) Existe um ser humano que mora na lua

D: { todo mundo }

p(x): x é ser humano

q(x): x mora na lua

$(\exists x)(p(x) \rightarrow q(x))$

D: { ser humano }

p(x): x mora na lua

$(\exists x) p(x)$

(e) Quem não arrisca não petisce

D: { todo mundo }

$p(x)$: x arrisca

$q(x)$: x petisce

$$\forall x (\neg p(x) \rightarrow \neg q(x))$$

(f) $\circlearrowleft (\forall x) p(x)$

Para todo número natural é par

(g) $(\forall x)(\exists y)(s(x, y))$

Todo número natural tem um sucessor

(h) $(\forall x)(\forall y)(\exists z)(n(x, y, z))$

A soma de dois números naturais quaisquer resulta em outro número natural

(i) $(\forall x)(\forall y)(s(x, y) \rightarrow (p(x) \vee p(y)))$

Tendo um número e o seu sucessor, ambos naturais, esse número é par ou o seu sucessor é par

(j) $(\forall y)(\exists x)(q(x, y))$

Para todo número natural, existe um número que é o dobro dele.

(k) $(\forall x)(\forall y)(q(x, y) \rightarrow p(x))$

O dobro de todo número é par.

(l)

$$\exists x (P(x, z) \wedge (\forall y (\neg Q(y, x) \vee P(y, z))))$$

$P(x, z)$ } predicados com dois argumentos
 $Q(y, x)$

a) variáveis que ocorrem livre: "y" e "z"

variáveis ligadas em A: "x"

b) Não!

5º D: { estudantes de sua escola }

N(x): "x visitou Dakota do Norte"

a) $\exists x N(x)$

Existem estudantes de sua escola que visitaram Dakota do Norte

b) $\forall x N(x)$

Todos os estudantes de sua escola visitaram Dakota do Norte

c) $\neg \exists x N(x)$

É falso que os estudantes de sua escola visitaram Dakota do Norte

d) $\exists x \neg N(x)$

Existem estudantes de sua escola que não visitaram Dakota do Norte

e) $\neg \forall x N(x)$

É falso que todos os estudantes de sua escola visitaram Dakota do Norte

f) $\forall x \neg N(x)$

Todos os estudantes de sua escola não visitaram Dakota do Norte

6º a) $\forall x (C(x) \rightarrow F(x))$

todas as pessoas, se é comediante então é divertido

b) $\forall x (C(x) \wedge F(x))$

todas as pessoas, é comediante e é divertido

c) $\exists x (C(x) \rightarrow F(x))$

Existe pessoas que se é comediante então é divertido

d) $\exists x (C(x) \wedge F(x))$

Existe pessoas que é comediante e é divertido

7º 1: {números inteiros}

$P(x)$: "x = x²"

Quais serão os valores-verdade?

a) $P(0)$ = Verdade!

Substituindo x por 0 na proposição, temos $0 = 0^2$. Isso é verdade, pois qualquer número elevado ao quadrado é igual a si mesmo.

b) $P(1)$ = Verdade!

Substituindo x por 1 na proposição, temos $1 = 1^2$. Isso é verdade, pois 1 elevado ao quadrado é igual a 1.

c) $P(2)$ = Falso!

Substituindo x por 2 na proposição, temos $2 = 2^2$. Isso é falso, pois 2 ao quadrado é igual a 4.

d) $P(-1) = \text{Falso!}$

Substituindo x por -1 na proposição, temos $-1 = -1^2$. Isto é falso, pois o quadrado de -1 é igual a 1 .

e) $\exists x P(x) = \text{Verdade!}$

"Existe pelo menos um número inteiro x tal que $x = x^2$ "
Isto é verdadeiro, pois podemos encontrar o número 0 que satisfaça essa condição.

f) $\forall x P(x) = \text{Falso!}$

"Para todo número inteiro x , $x = x^2$ "

Isto é falso, pois como vimos nos casos anteriores, existem valores inteiros para os quais a igualdade não é verdadeira (como 2 e -1).

8º

$$(\forall x) p(y) \rightarrow (\forall x) p(x)$$