

# Film de savon

**MOBIAN Maïalenn et SCHETTER Lou**

Étudiantes en 3ème année de Double Licence Physique Mathématiques

maialenn.mobian@etu.u-paris.fr

lou.schetter@etu.u-paris.fr

18 décembre 2024

## Abstract

L'étude des films de savon révèle des phénomènes hydrodynamiques complexes. En raison de leur extrême finesse, ces films se comportent comme des fluides bidimensionnels, ce qui simplifie leur analyse. Nous aborderons le drainage des films, c'est-à-dire la recherche d'un équilibre par la variation progressive de leur épaisseur, ainsi que l'insertion d'une bulle de moindre épaisseur. En raison de sa faible densité, cette bulle est soumise à des forces qui, selon les cas, peuvent la faire remonter vers le sommet du film ou la faire chuter avec un mouvement amorti. Par ailleurs, le phénomène d'interférence constitue un outil essentiel pour analyser les mécanismes physiques en jeu.

## 1 Introduction

Les films de savon, des structures minces et élastiques formées par des solutions tensioactives, constituent un modèle simplifié idéal pour l'étude des propriétés physiques des fluides, notamment à travers l'analyse des phénomènes d'interférence. À des échelles de temps courtes, les éléments du film se déplacent simultanément, permettant ainsi de modéliser le film de savon comme un fluide bidimensionnel.

Nos recherches montrent que les films de savon ont fait l'objet de nombreuses études, particulièrement sur leur structure générale, comme le souligne l'article *Films de nanoparticules organisées par des bulles de savon* de Jean-Jacques Benattar [1]. Toutefois, la majorité des travaux que nous avons consultés se concentrent principalement sur les ondes à la surface des films. Seul un article, *On the Hydrodynamics of Soap Films* de Y. Couder, J. M. Chomaz et M. Rabaud, publié en 1989 [2], aborde l'insertion d'une bulle de moindre épaisseur dans un film de savon. Cette observation soulève une question fondamentale : comment un film de savon évolue-t-il au fil du temps en quête de sa position d'équilibre ? De plus, quel est le comportement d'une bulle de moindre épaisseur lorsqu'elle chute sur un film de savon ?

Bien que ce sujet ait été partiellement exploré, il serait pertinent d'exploiter les données expérimentales récentes afin de modéliser ce phénomène de manière plus approfondie. En effet, les photographies présentées dans l'article de 1989 datent d'avant les années 1990, et les progrès technologiques récents en matière de photographie et de traitement d'images ouvrent la voie à des études plus détaillées et précises.

Dans notre étude, nous nous concentrerons sur les propriétés hydrodynamiques des films de savon lorsqu'ils sont inclinés. Cette configuration permet d'observer des phénomènes similaires à la montée des bulles par flottabilité

ou aux ondes de sillage. Plus précisément, un film de savon placé verticalement présente des caractéristiques dynamiques typiques d'un fluide stratifié bidimensionnel.

Notre démarche se déroulera en deux étapes principales : dans un premier temps, nous analyserons le drainage des films de savon en fonction de divers paramètres afin d'évaluer leur stabilité. Dans un second temps, nous réaliserons des expériences d'insertion de bulles de moindres épaisseurs sous des conditions optimales, afin de modéliser de manière précise ce comportement.

## 2 Théorie

### 2.1 Réalisation d'un film de savon

Le savon est un tensioactif c'est-à-dire une substance qui modifie la tension superficielle entre deux milieux. Les tensioactifs sont composés de molécules amphiphiles, possédant deux parties distinctes : une tête polaire hydrophile (qui a une affinité pour l'eau et interagit facilement avec elle) et une queue hydrocarbonée hydrophobe (qui repousse l'eau et ne s'y mélange pas facilement).

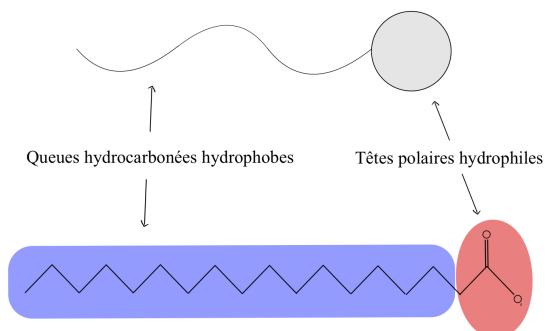


FIGURE 1 – Structure d'une molécule de savon.

Lorsqu'un tensioactif, comme le savon, est mélangé à de l'eau pure, les molécules qui le composent s'organisent à la surface de la bulle : les parties hydrophobes des molécules pointent vers l'extérieur, tandis que les parties hydrophiles sont dirigées vers l'intérieur. Ainsi, lorsqu'on ajoute du savon à un solvant comme l'eau, les molécules de savon se rassemblent d'abord à la surface, la partie hydrophile de chaque molécule étant dans l'eau et la partie hydrophobe en contact avec l'air. Cela forme un film de savon à l'interface entre l'air et l'eau. Ce film est constitué d'une double couche de molécules, ce qui lui confère de la stabilité. Cette structure réduit la tension de surface de l'eau et ralentit l'évaporation, contribuant ainsi à maintenir la bulle plus longtemps.

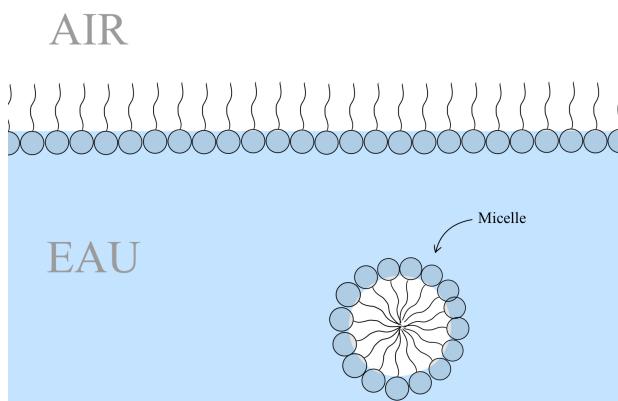


FIGURE 2 – Schéma des molécules de savon dans une solution aqueuse.

En effet, l'eau pure présente une forte tension superficielle (environ  $72 \text{ mN.m}^{-1}$ ), mais lorsqu'elle est mélangée à une quantité significative de tensioactif, cette tension diminue (environ  $27 \text{ mN.m}^{-1}$ ), ce qui permet la formation d'une membrane fine et flexible.

De plus, une fois que l'interface eau-air est saturée en savon, les tensioactifs s'organisent de manière structurée : des agrégats de molécules amphiphiles se forment, appelées micelles. Ces structures, qui peuvent être sphériques ou ellipsoïdales, sont immergées dans le liquide, dont la surface est constituée des têtes hydrophiles des tensioactifs, tandis que leurs queues hydrophobes se regroupent à l'intérieur. La concentration de tensioactifs au-delà de laquelle les micelles commencent à se former est connue sous le nom de concentration micellaire critique (CMC). Cette concentration est déterminée par la valeur au-delà de laquelle la tension superficielle cesse de diminuer. Elle dépend de la surface de l'interface, et donc de la forme du contenant. Grâce à l'ensemble de ces données, nous pouvons conclure qu'un film de savon, à une concentration appropriée, est composé de trois couches : une couche centrale de solvant, généralement de l'eau, entourée de deux couches de molécules de savon situées à l'interface entre l'eau et l'air. Dans ces couches de savon, les parties hydro-

phobes des molécules sont orientées vers l'air, tandis que les parties hydrophiles sont dirigées vers l'eau.

## 2.2 Mesures de l'épaisseur du film avec l'étude du phénomène d'interférences

### Calcul de la différence de marche :

Lorsque la lumière arrive sur la surface d'un film de savon, une partie est partiellement réfléchie par la première interface (air-eau), produisant une première onde lumineuse sans changement de milieu. La lumière restante est transmise par cette interface, avec un déphasage de  $\pi$ , dû au passage d'un milieu d'un indice optique plus faible ( $n_{\text{air}} = 1,00$ ) à un milieu d'indice plus élevé ( $n_{\text{eau}} = 1,33$ ). En rencontrant la deuxième interface (eau-air), une partie de l'onde lumineuse est transmise tandis que l'autre est réfléchie, sans changement de milieu. Ensuite, la partie de l'onde précédemment réfléchie va de nouveau rencontrer la première interface, entraînant la division de l'onde en deux nouvelles parties : nous considérerons la partie transmise.

L'onde lumineuse perçue par l'observateur est la résultante de ces deux ondes lumineuses. Ces ondes ont parcouru des distances différentes. La différence entre ces distances parcourues est appelée différence de marche, et est exprimée par la formule suivante :  $\delta = 2n_{\text{eau}}e \cos(\theta)$  où  $n_{\text{eau}}$  est l'indice optique de l'eau,  $e$  est l'épaisseur du film et  $\theta$  est l'angle entre la normale à l'interface et l'onde incidente.

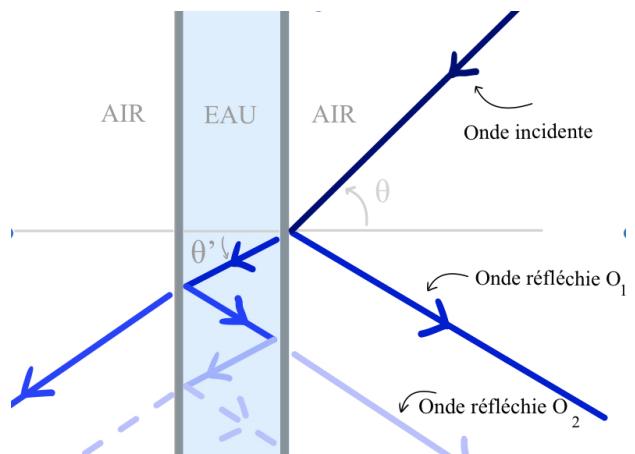


FIGURE 3 – Schéma des interfaces d'un film de savon.

Cette résultante est la somme de deux intensités lumineuses qui peuvent soit se compenser, soit s'additionner.

### Interprétation des couleurs perçues :

Dans le cas d'une lumière monochromatique, lorsque cette résultante atteint l'observateur, des franges de différentes intensités apparaissent :

- Les zones du film où l'intensité lumineuse est maximale correspondent à une différence de marche  $\delta = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda$  avec  $k \in \mathbb{N}$ , où  $\lambda$  correspond à la lon-

gueur d'onde. Ce phénomène est appelé interférence constructive. Les épaisseurs du film correspondant à ces interférences sont données par :

$$e_k = \left( k + \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda}{2n_{\text{eau}} \cos \theta} \quad (1)$$

- Les parties du film où l'intensité lumineuse est nulle correspondent à une différence de marche  $\delta = k\lambda$  avec  $k \in \mathbb{N}$  et où  $\lambda$  correspond à la longueur d'onde.

On appelle cela une interférence destructive.

Dans le cas d'une lumière blanche, qui est une superposition de lumières monochromatiques, l'observateur percevra, en regardant un point donné du film, une superposition de ces lumières monochromatiques avec des intensités différentes, en fonction de l'épaisseur du film. Lorsque l'on observe l'ensemble du film de savon sous éclairage, une succession de maxima correspondant aux différentes composantes monochromatiques devient visible, car l'épaisseur du film varie de manière non uniforme. Le graphe ci-dessous illustre les intensités des lumières rouge, verte et bleue en fonction de l'épaisseur du film de savon.

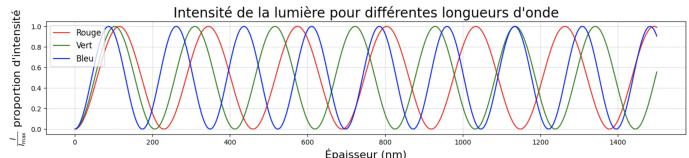


FIGURE 4 – Intensité des lumières monochromatiques en fonction de l'épaisseur du film de savon.

La lumière perçue par l'observateur résulte de la superposition des trois intensités, comme illustré dans l'image ci-dessous.

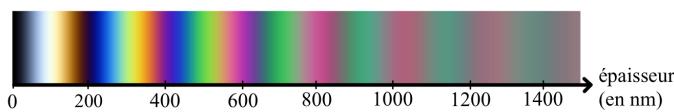


FIGURE 5 – Couleurs perçues par l'observateur en fonction de l'épaisseur du film.

Ainsi, en observant les couleurs, il est possible de déterminer l'épaisseur du film à une hauteur et à un instant précis.

### 2.3 Drainage d'un film de savon

Pour réaliser cette partie, nous nous sommes appuyés sur la thèse *Vibration de films de savon* de Sébastien Kosgodagan [3]. Après avoir plongé le cadre plongé dans la solution savonneuse, un film de savon se forme avec une épaisseur non uniforme de quelques microns. Cette non-uniformité est visible grâce aux phénomènes d'interférence, permettant d'interpréter la couleur des raies observées. Au fil du temps, l'épaisseur du film tend à diminuer.

Ce phénomène est appelé drainage. Il s'agit d'un processus d'écoulement du liquide contenu à l'intérieur du film, ce qui entraîne son amincissement.

D'autres forces, telles que la force de frottement visqueux, la force associée à la tension superficielle de surface (exprimée par  $\vec{F} = \gamma L \vec{u}$ , où  $\gamma$  est la tension superficielle du liquide en  $N.m^{-1}$ ,  $L$  est la longueur du cadre, c'est-à-dire son périmètre en  $m$ , et  $\vec{u}$  est un vecteur unitaire normal à la surface), ainsi que la force capillaire, peuvent également influencer ce phénomène.

Dans l'article *On the Hydrodynamics of Soap Films* de Y. Couder, J. M. Chomaz et M. Rabaud, [2], nous avons trouvé une expression reliant, à l'équilibre, l'épaisseur à la hauteur :

$$e(h) = e_0 \exp \left( \frac{-\rho g e_0 h}{2(\sigma - \sigma_0)} \right) \quad (2)$$

La durée de vie du film est en partie déterminée par le drainage. Dès sa formation, à tout instant, la tenue du film sur le cadre est compromise par les perturbations extérieures et par l'état de drainage du film lui-même. Ce processus, qui entraîne une diminution progressive de l'épaisseur du film, accroît également sa fragilité.

Pour prolonger la durée de vie du film, il est essentiel de ralentir le drainage. Plusieurs facteurs peuvent contribuer à augmenter ce temps, notamment une augmentation de la viscosité de la solution, par exemple grâce à l'ajout de glycérine.

### 2.4 Insertion d'une bulle de moindre épaisseur sur le film de savon

Les phénomènes qui se produisent lors de l'insertion d'une bulle de moindre épaisseur dans un film de savon sont à la fois théoriquement et pratiquement intéressants à observer. L'introduction d'une bulle de savon va venir perturber la structure déjà fragilisée du film, ce qui mène à la création d'interactions complexes.

#### Bilan des forces exercées sur la bulle :

Lors de son insertion, la bulle de moindre épaisseur subira différentes forces qui entraînent son déplacement dans le film. Les trois forces principales impliquées sont les suivantes :

- Le poids :

$$\vec{P} = m \vec{g} = \pi^2 \rho_{\text{fil}} \left( \frac{d_{\text{fil}}}{2} \right)^2 r_{\text{bulle}} \vec{g} \quad (3)$$

où  $m$  représente la masse de la bulle.

- La poussée ou force d'Archimède :

$$\vec{\Pi} = -\rho V_{\text{bulle}} \vec{g} = -\rho \pi r_{\text{bulle}}^2 e(h, t) \vec{g} \quad (4)$$

où  $\rho$  est la masse volumique du fluide déplacé et  $e(h, t)$  est l'épaisseur du film qui dépend de la hauteur (hauteur considérée sur le film)  $h$  et du temps  $t$ .

— La force liée aux frottements de la forme :

$$\vec{F}_R = -\alpha \vec{v} \quad (5)$$

ou bien,

$$\vec{F}_R = -\beta v^2 \vec{u}_v \quad (6)$$

où  $\alpha$  et  $\beta$  sont des coefficients inconnus et  $\vec{u}_v$  un vecteur unitaire dans le sens et la direction de la vitesse.

Ces expressions ne sont, pour l'instant, que des hypothèses. D'après le principe fondamental de la dynamique, l'expression de l'accélération sera donc la suivante :

$$m \vec{a} = \vec{P} + \vec{\Pi} + \vec{F}_R \quad (7)$$

Dans une situation d'équilibre, c'est-à-dire lorsque  $\vec{a} = \vec{0}$ , on obtient :

$$\vec{F}_R = \rho \pi r_{\text{bulle}}^2 e(h, t) \vec{g} - \pi^2 \rho_{\text{fil}} \left( \frac{d_{\text{fil}}}{2} \right)^2 r_{\text{bulle}} \vec{g} \quad (8)$$

Les expressions de la vitesse et de la position ne peuvent pas être explicitées directement, car l'expression de l'épaisseur  $e(h, t)$  ainsi que celle de la force liée aux frottements visqueux  $\vec{F}_R$  ne sont pas connues.

En effet, la force dépend de la valeur du nombre de Reynolds  $Re$ . Selon cette valeur, la force peut être proportionnelle soit à la vitesse, soit à une puissance de la vitesse.

### Modèle à 3 dimensions :

En se basant sur le modèle en trois dimensions, le nombre de Reynolds est défini par la relation suivante :

$$Re = \frac{\rho v L}{\mu} \quad (9)$$

où  $\rho$  représente la masse volumique du fluide,  $v$  la vitesse caractéristique du fluide,  $L$  une dimension caractéristique, et  $\mu$  la viscosité dynamique du fluide.

Dans le cas d'un fluide bidimensionnel, le même nombre de Reynolds est utilisé, mais la viscosité  $\mu$  est donnée par :  $\mu = \mu_{\text{liquide}} + \frac{2\mu_{\text{surface}}}{e(h, t)}$  avec  $\mu_{\text{liquide}}$  de l'ordre de  $10^{-3}$  Pa.s et  $\mu_{\text{surface}}$  de l'ordre de  $10^{-8}$  Pa.s.m.

— si  $Re \ll 1$ , cela correspond au régime laminaire.

Dans ce cas l'expression de la force de frottement est donnée par :

$$\vec{F}_R = -C_d \rho r_{\text{bulle}} v^2 \vec{u}_v$$

avec  $C_d$  le coefficient de trainée proche de 1 (entre 0,1 et 10),  $\rho$  la masse volumique du fluide,  $r_{\text{bulle}}$  le rayon de la bulle,  $v$  la vitesse du fluide et  $\vec{u}_v$  un vecteur unitaire dans la direction de la vitesse.

— si  $Re > 1000$ , cela correspond au régime turbulent. Dans ce cas l'expression de la force de frottement sera :

$$\vec{F}_R = -C_l \mu r_{\text{bulle}} \vec{v}$$

avec  $C_l$  un coefficient dépendant de la géométrie de l'objet et pour une sphère dans un liquide à trois dimensions  $C_l = 6\pi$ .

## 3 Matériel et Méthodes

### 3.1 Composition de la solution savonneuse

Pour réaliser notre film de savon, nous avons utilisé une solution composée de 5 % de glycérol ( $C_3H_8O_3$ ), de 5 % de liquide vaisselle "Fairy®" et de 90 % d'eau du robinet. Le choix de ce liquide vaisselle s'explique par sa concentration suffisante en tensioactifs, permettant d'obtenir un film sans formation excessive de mousse.

L'ajout de glycérine (ou de glycérol) à une solution classique eau-savon présente plusieurs avantages pour notre film : il améliore la stabilité, renforce son élasticité et augmente ainsi sa résistance.

Concernant le savon, il est primordial de ne pas atteindre la concentration micellaire critique. Cela garantit que notre film de savon soit constitué uniquement de trois couches : deux interfaces air-eau composées exclusivement de savon, avec entre elles une couche d'eau (et de glycérine) sans micelles de savon. Il est également crucial d'utiliser une quantité suffisante pour assurer une forte densité en tensioactifs aux interfaces.

### 3.2 Montage du dispositif

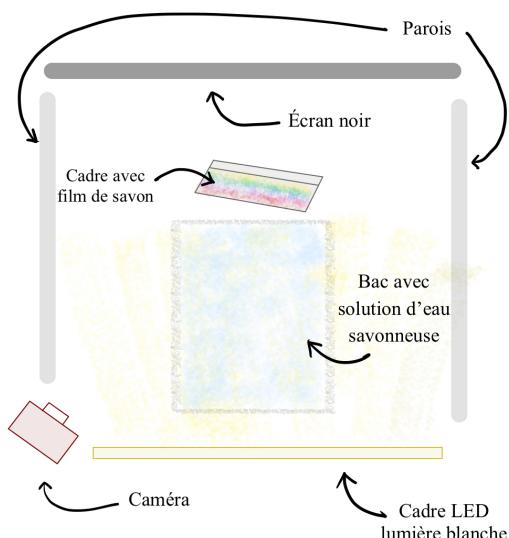


FIGURE 6 – Schéma du montage expérimental.

Nous avons utilisé un cadre métallique en tiges filetées d'un diamètre de  $(3,825 \pm 0,043)$  mm pour réaliser nos expériences. Les dimensions de ce cadre sont de  $(28,65 \pm 0,26)$  cm de longueur sur  $(19,25 \pm 0,26)$  cm de largeur et son inclinaison est de  $(6,88 \pm 0,43)^\circ$  par rapport à l'axe vertical soit  $(0,1200 \pm 0,0075)$  rad. Ces dimensions n'ont pas été choisies, par nos soins, le cadre nous ayant été fourni. En raison des contraintes de conception et de

disponibilité du matériel, il ne nous a pas été possible de fabriquer un cadre alternatif. Cependant, l'utilisation d'un cadre plus long aurait été préférable, car elle aurait permis d'allonger la chute des bulles et, par conséquent, d'améliorer la précision de nos mesures. De plus, la faible inclinaison du cadre semble avoir contribué à accélérer le drainage du film.

Les tiges filetées, une fois le film créé, permettent les échanges de solution : en effet, ces tiges peuvent se comporter comme des petites réserves de savon sur les bords, ce qui améliore la stabilité du film. Néanmoins elles ne présentent pas que des avantages car elles engendrent d'une part des perturbations qui nuisent à la visibilité des franges d'interférence, même si elles facilitent les échanges vers l'intérieur du système, elles peuvent aussi induire des échanges vers l'extérieur.

Afin de limiter ces perturbations, nous avons utilisé des parois sur les côtés de notre cadre. La solution d'eau savonneuse a été placée dans un bac devant le cadre afin de faciliter son immersion entre chaque mesure. Nous avons utilisé un écran noir placé derrière le cadre pour améliorer la visibilité des franges d'interférence. De plus, le film a été éclairé à l'aide d'une lumière à LED blanche polychromatique, et les observations ont été réalisées à l'aide d'une caméra de smartphone, qui servira à conserver les données afin de les analyser.

### 3.3 Analyse des données

Les vidéos prises d'un smartphone ont été converties à l'aide du module FFMPEG sur le terminal afin de pouvoir être traitées avec le logiciel Fiji/ImageJ. Nous avons opté pour un smartphone plutôt qu'une des caméras mises à notre disposition pour sa praticité et de la facilité qu'il offre pour la prise d'images. De plus, la qualité des couleurs visibles sur nos vidéos traitées facilite le traitement des images.

A partir de la formule de l'accélération obtenue dans la partie 2.4 et en utilisant la méthode d'Euler, il est possible de déterminer la vitesse théorique et la position théorique au point  $i$  à partir des données au point  $(i - 1)$ . Si l'on considère un intervalle de temps  $dt$  et l'accélération au point  $i$ , notée  $a_i$ , la vitesse associée au point  $i$  est donnée par  $v_i = v_{i-1} + a_i \times dt$ . De même, la position au point  $i$  est  $x_i = x_{i-1} + v_i \times dt$ .

### 3.4 Description des expériences réalisées

Le but de nos expériences est de placer un film en position oblique et d'observer certains phénomènes.

Afin de réaliser nos premières expériences sur le drainage du film de savon, nous avons filmé le phénomène afin de tracer le profil d'épaisseur du film, c'est-à-dire l'épaisseur en fonction de la hauteur. Ces expériences ont été répétées plusieurs fois afin d'obtenir un ensemble de données suffisamment conséquent pour le traitement d'images.

Les mesures de positions des différentes raies colorées ont été prises à l'aide du logiciel Fiji, ce qui nous a permis de mieux comprendre ce phénomène et, éventuellement, d'en déduire des relations mathématiques. Notre objectif était de déterminer une expression mathématique de l'épaisseur du film de savon en fonction du temps et de la hauteur considérée.

Concernant l'insertion d'une bulle de faible épaisseur, nous avons utilisé du fil de nylon. Pour créer cette bulle de moindre épaisseur, nous nous sommes inspirés des expériences décrites dans l'article *On the hydrodynamics of soap films* de Y. Couder, J. M. Chomaz et M. Rabaud [2].

Dans un premier temps, nous avons tenté d'insérer une aiguille préalablement plongée dans le liquide "Fairy®". Cependant, cette méthode s'est révélée peu concluante, car elle n'a permis de générer que de petites bulles, semblables aux perturbations provoquées par les bords du cadre. Bien que cette approche ait pu nous offrir de belles images, la technique utilisée n'était probablement pas la plus appropriée.

Par la suite, toujours en nous inspirant de cet article, nous avons utilisé un cheveu noué pour former une boucle et finalement, pour maîtriser davantage les paramètres, nous avons opté pour l'utilisation de fil de nylon (de 0,18 mm puis de 0,10 mm). Ce choix s'explique par la masse volumique bien définie de ce matériau, le diamètre constant des bulles formées, et surtout par le fait que son diamètre est comparable à celui d'un cheveu (de l'ordre de  $100\mu\text{m}$ ).

Les paramètres que nous avons fait varier sont : le diamètre du fil de nylon, le diamètre de la bulle ainsi de profil d'épaisseur du film de savon, c'est-à-dire l'instant précis où la bulle est lâchée sur le film.

Comme pour le drainage, des mesures de position ont été prises à l'aide du logiciel Fiji afin de déterminer la vitesse de chute ou, dans certains cas, la vitesse d'ascension de la bulle.

L'objectif de ces expériences est de trouver une expression de la force liée aux frottements.

## 4 Résultats

### 4.1 Drainage d'un film de savon

Tous les kymographes obtenus à partir de nos vidéos de drainage présentent la même forme.

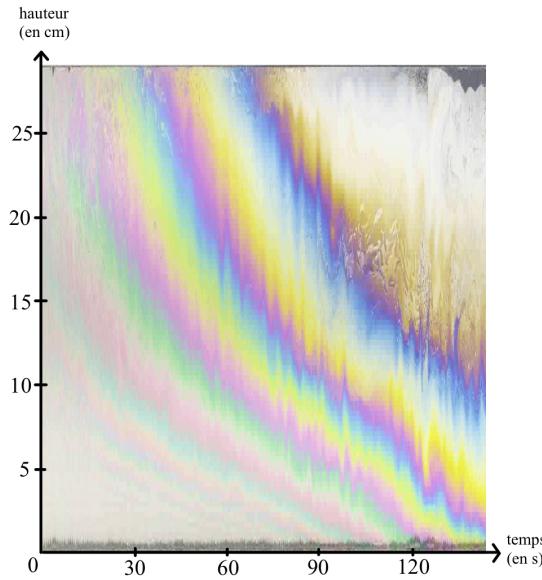


FIGURE 7 – Kymographie pour un drainage.

Au cours de nos expériences, nous avons remarqué que le film de savon n'atteint jamais un état d'équilibre. En effet, au fil du temps, le film se draine sous l'effet de l'inclinaison du cadre et des forces mentionnées ci-dessus, jusqu'à son éclatement.

De plus, notre kymographie montre qu'il y a des pertes de solution eau, glycérine, savon. En effet, si aucune perte de solution n'avait eu lieu, l'épaisseur du film n'aurait cessé d'augmenter, ce qui n'est pas le cas.

Ce phénomène peut s'expliquer par la structure même du cadre réalisé avec des tiges filetées. Ces tiges agissent comme de petites réserves de savon, fournissant progressivement de petites quantités de solution au film, en particulier sur le haut et les côtés du cadre. Cependant, elles peuvent également entraîner un écoulement de solution vers le bas du cadre, à l'extérieur de celui-ci.

#### Profil d'épaisseur :

Avec l'ensemble de ces informations, étant donné que l'expression 2 ne s'applique qu'à l'équilibre, on sait qu'elle ne peut donc pas être vérifiée. Cependant, cette expression nous a permis de comprendre que l'épaisseur est liée à la hauteur par une fonction exponentielle décroissante. L'épaisseur adoptera donc la forme suivante :

$$e(h, t) = e_0(t) \exp\left(-\frac{h}{h_c(t)}\right) \quad (10)$$

avec  $e_0(t)$  représentant l'épaisseur en  $h = 0$  c'est-à-dire au bas du cadre et  $h_c(t)$  désignant la hauteur à partir de laquelle l'épaisseur varie très peu.

Effectivement, à un temps donné, l'épaisseur peut être représentée en fonction de la hauteur. Une fois, la courbe obtenue ajustée, son expression aura la même forme que celle de l'expression 10.

Afin de rendre cette courbe plus intuitive, nous avons

représenté l'épaisseur en fonction de la hauteur et de plus nous avons fait un ajustement avec l'expression 10.

#### Épaisseur du film en fonction de la hauteur à un temps donné

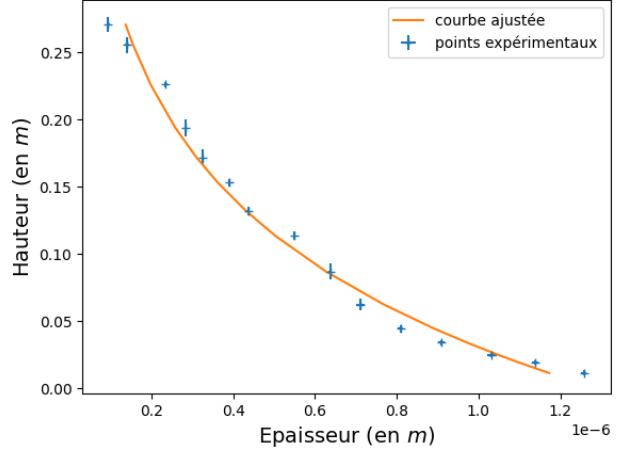


FIGURE 8 – Épaisseur du film en fonction de la hauteur à un temps donné.

La courbe obtenue précédemment peut être ajustée par une fonction exponentielle décroissante.

Nous nous sommes intéressés à l'évolution de l'épaisseur du film au cours du temps. Pour cela, nous avons tracé l'épaisseur en fonction de la hauteur à différents instants. Nous nous attendons à ce que l'épaisseur diminue au cours du temps et puisse être représentée par une fonction de forme exponentielle décroissante.

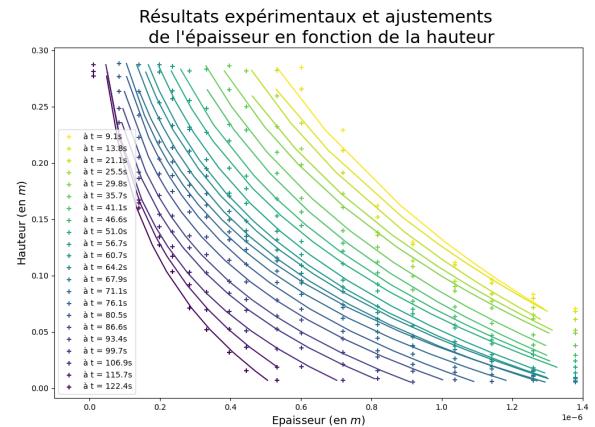


FIGURE 9 – Épaisseur du film en fonction de la hauteur.

Le résultat obtenu précédemment est cohérent avec les attentes initiales.

#### Évolution des 2 quantités $e_0(t)$ et $h_c(t)$ :

Grâce à ces ajustements non linéaires, il est possible, dans un premier temps, de déterminer facilement l'évolution des deux quantités  $e_0(t)$  et  $h_c(t)$  au cours du temps.

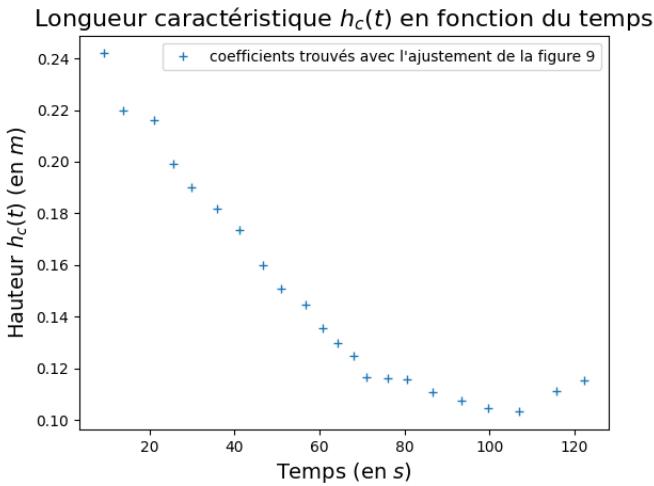


FIGURE 10 – Hauteur caractéristique  $h_c(t)$  au delà de laquelle l'épaisseur varie très peu.

La hauteur caractéristique diminue au cours du temps ce qui est plutôt intuitif.

Afin de vérifier les valeurs de l'épaisseur en bas du film trouvées par l'ajustement, nous avons évaluer directement sur notre kymographe, l'épaisseur en bas du cadre. Nous n'avons pas pu évaluer l'épaisseur au début du drainage car les couleurs n'étaient pas nettes sur le kymographe.

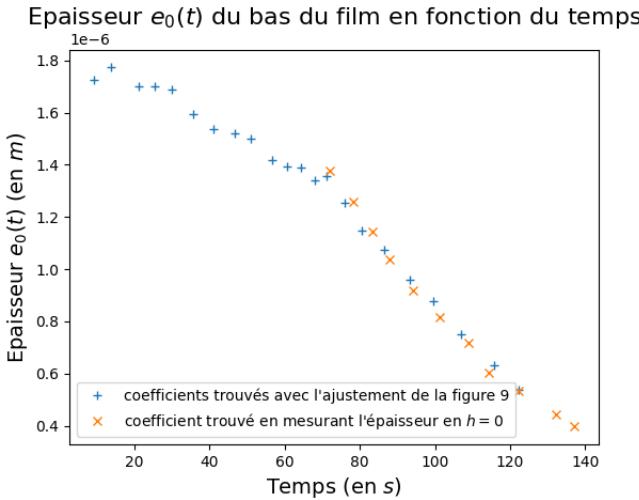


FIGURE 11 – Épaisseur  $e_0(t)$  du bas du film, en  $h = 0$ .

Les valeurs trouvées par l'ajustement sont cohérentes avec les valeurs mesurées. Cela nous confirme que le modèle prédit par l'épaisseur en fonction de la hauteur de l'équation 10 est correct.

#### Quantité de solution sur le cadre :

Grâce à l'ajustement non linéaire réalisé ci-dessus, il est possible, à partir des quantités  $e_0(t)$  et  $h_c(t)$  obtenues, de déterminer la quantité de solution à l'instant  $t$ , notée

$Q(t)$  et dont l'expression est donnée par :

$$Q(t) = \ell_{cad} \int_0^{h_{cad}} e(h, t) dh \quad (11)$$

$$= \ell_{cad} \int_0^{h_{cad}} e_0(t) \exp\left(-\frac{h}{h_c(t)}\right) dh \quad (12)$$

$$= \ell_{cad} e_0(t) h_c(t) \left(1 - \exp\left(-\frac{h_{cad}}{h_c(t)}\right)\right) \quad (13)$$

avec  $\ell_{cad}$  la largeur et  $h_{cad}$  la hauteur du cadre.

#### Quantité d'eau sur le cadre en fonction du temps

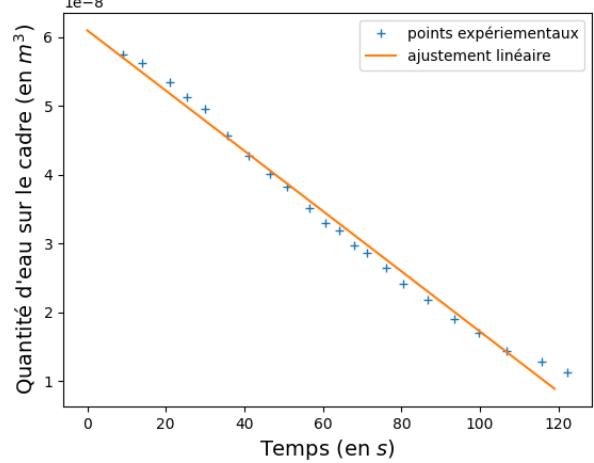


FIGURE 12 – Quantité d'eau à l'intérieur du cadre en fonction du temps.

On en conclut que, pour un cadre de  $(28,65 \pm 0,26)$  cm de hauteur et  $(19,25 \pm 0,26)$  cm de largeur, la quantité d'eau contenue à l'intérieur du cadre décroît plutôt linéairement en fonction du temps. La quantité d'eau moyenne perdue par unité de temps, que l'on appellera le débit d'eau perdue, est de  $(0,440 \pm 0,011) \text{ mm}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}$  soit  $(2,640 \pm 0,066) \cdot 10^{-2} \text{ mL} \cdot \text{min}^{-1}$ .

Par ailleurs, la quantité initiale d'eau dans le cadre est de  $(61,27 \pm 0,68) \text{ mm}^{-3}$  soit  $(0,06127 \pm 0,00068) \text{ mL}$ .

#### 4.2 Insertion d'une bulle de moindre épaisseur

Comme pour le drainage, nous avons réalisé des kymographes afin d'extraire la position de la bulle au cours de sa chute en fonction du temps. Cela nous a également permis de déterminer certaines de ses caractéristiques.

##### Mise en évidence des frottements :

Dans la section 2.4, nous avons obtenu une expression de l'accélération à partir de paramètres connus, à l'exception de la force de frottement visqueux.

Une question légitime se pose alors : cette force peut-elle être négligée ? En effet, lorsqu'un objet est en chute

libre dans l'air, il est parfois possible de négliger les frottements de l'air, notamment lorsque leur influence sur la trajectoire de l'objet est négligeable.

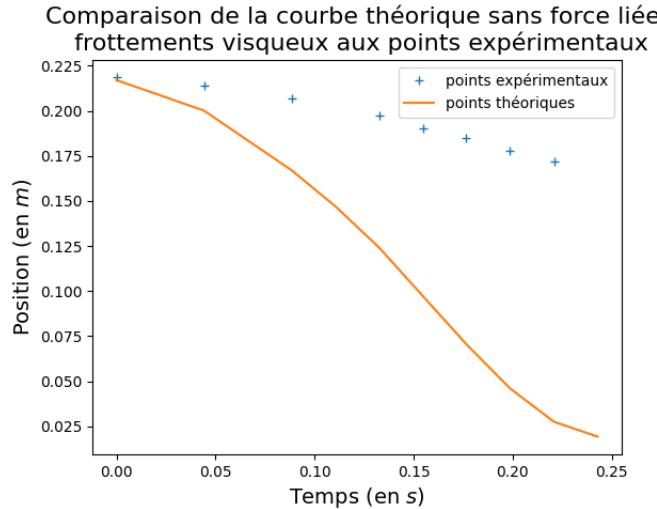


FIGURE 13 – Graphe pour mettre en valeur l'influence des frottements sur la trajectoire de la bulle.

On remarque clairement que, dans ce cas, les frottements visqueux ne peuvent pas être négligés. Il devient donc pertinent de tenter de les estimer.

#### Calcul de la vitesse limite :

En analysant les graphes de la position en fonction du temps, on observe des similitudes et des différences. Certains graphes présentent une courbure au début et à la fin, tandis que d'autres non. Cependant, tous présentent un point commun : entre ces deux phases, la position décroît linéairement avec le temps.

Cette période correspond à un état de pseudo-équilibre atteint par la bulle sur le film, caractérisé par une vitesse constante que nous avons désigné comme la vitesse limite  $v_{\text{lim}}$ . En effet, pendant ce laps de temps le poids est exactement compensé par la force liée aux frottements et la force d'Archimède.

Par ailleurs, nous notons que, pour un diamètre de fil donné et un diamètre de bulle donné, la vitesse limite reste relativement constante, voire ne varie que très peu.

Afin de trouver une expression du nombre de Reynolds, nous avons utilisé la théorie à trois dimensions qui devrait aussi être applicable à sur notre film de savon. Compte tenu des résultats obtenus, nous avons constaté que le nombre de Reynolds  $Re = \frac{2\rho vr_{\text{bulle}}}{\mu_{\text{liquide}} + \frac{2\mu_{\text{surface}}}{e(h,t)}}$  était entre 200 et 1500. Cela correspond à un régime intermédiaire entre un régime laminaire et un régime turbulent.

Par la suite, nous allons tenter de déterminer avec les valeurs de vitesse limite obtenues, à quelle expression correspondent ces frottements.

#### Première hypothèse : force de frottement de la forme de force de Stokes :

Compte tenu des résultats connus pour les frottements dans les fluides à trois dimensions, on suppose que si la force liée aux frottements est proportionnelle à  $\vec{v}$ , elle dépendrait du rayon de la bulle comme dans l'expression 10 à l'équilibre, on aurait :

$$\vec{F}_R = -\alpha r_{\text{bulle}} \vec{v} \quad (14)$$

$$\Rightarrow v = \frac{\rho_{\text{sol}}\pi e(h,t)g}{\alpha} r_{\text{bulle}} - \frac{\pi^2 d_{\text{fil}}^2 \rho_{\text{fil}} g}{2\alpha} \quad (15)$$

On pose  $a = \frac{\pi e(h,t)\rho_{\text{sol}}g}{\alpha_1}$  et  $b = -\frac{\pi^2 d_{\text{fil}}^2 \rho_{\text{fil}}g}{2\alpha_2}$ . Nous chercherons à déterminer si les valeurs de  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  sont compatibles. Si elles ne le sont pas, nous pourrons directement éliminer cette hypothèse.

En conséquence, nous avons décidé de représenter cette vitesse limite en fonction du rayon, moyenné sur toutes nos mesures. Les graphes obtenus sont présentés ci-dessous.

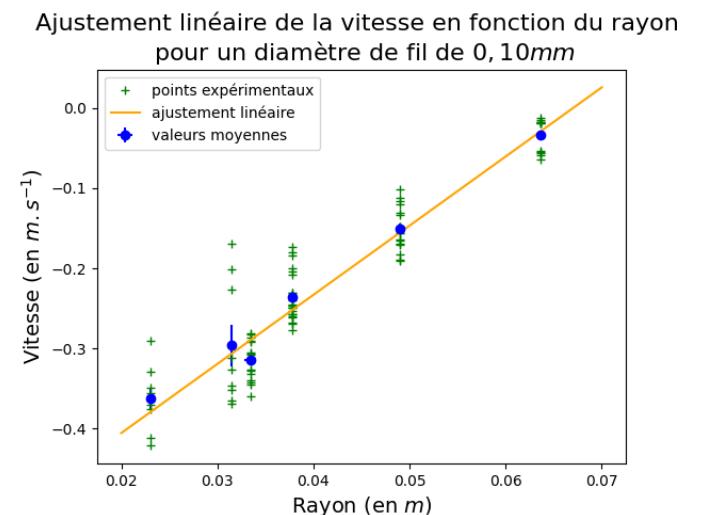


FIGURE 14 – Vitesse de chute d'une bulle en fonction de son rayon, pour un fil d'un diamètre de 0,10 mm.

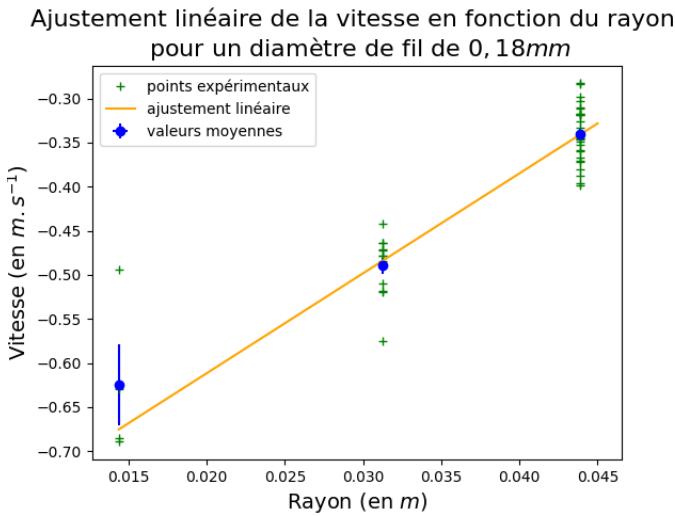


FIGURE 15 – Vitesse de chute d'une bulle en fonction de son rayon, pour un fil d'un diamètre de 0,18 mm.

La vitesse limite semble proportionnelle au rayon de la bulle considérée.

Par ailleurs, nous avons calculé  $\alpha$  à partir du coefficient directeur de notre ajustement linéaire et de l'ordonnée à l'origine. Ces calculs nous ont donné les résultats suivants :

- pour un diamètre de fil de 0,18mm on trouve :  $\alpha_1 = (0,0027 \pm 0,0011) \text{ kg.m}^{-1}.\text{s}^{-2}$  et  $\alpha_2 = (0,002114 \pm 0,000078) \text{ kg.m}^{-1}.\text{s}^{-2}$ .
- pour un diamètre de fil de 0,10mm on trouve :  $\alpha_1 = (0,0036 \pm 0,0015) \text{ kg.m}^{-1}.\text{s}^{-2}$  et  $\alpha_2 = (0,000947 \pm 0,000045) \text{ kg.m}^{-1}.\text{s}^{-2}$ .

En comparant les valeurs à l'aide de test en Z, nous pouvons dire que ces valeurs sont compatibles entre elles au risque de 5%.

Afin de trouver un coefficient avec un réel sens physique, nous allons trouver à partir de  $\alpha$  une valeur de  $C_l$  tel que  $C_l = \frac{\alpha}{\mu}$  avec  $\mu$  la viscosité.

Nous avons avec ces valeurs trouvé que ce coefficient serait de 0,12 et 0,11. Ces valeurs sont suprenantes car qu'on aurait pu penser qu'elles se rapprocheraient de  $6\pi$ .

#### Seconde hypothèse : force de frottement de la forme de force de traînée :

Compte tenu des perturbations présentes sur le film lors de la chute de cette bulle, il est légitime de se demander si la relation de proportionnalité ne concernerait pas plutôt le carré de la vitesse et le rayon de la bulle.

On suppose donc maintenant que cette force liée aux frottements est de la forme :

$$\vec{F}_R = -\beta r_{\text{bulle}} v^2 \vec{u}_v \quad (16)$$

avec  $\vec{u}_v$  un vecteur unitaire dans le sens de la vitesse.

$$\Rightarrow v^2 = \frac{\pi^2 \rho_{\text{fil}} d_{\text{fil}}^2 g}{2\beta} - \frac{g\pi\rho_{\text{sole}}(h,t)}{r_{\text{bulle}}} \quad (17)$$

On pose  $a' = -\frac{g\pi\rho_{\text{sole}}(h,t)}{\beta'_1}$  et  $b' = \frac{\pi^2 \rho_{\text{fil}} d_{\text{fil}}^2 g}{2\beta'_2}$ . Nous allons comme dans la partie précédente de déterminer le coefficient  $\beta$  de deux manières.

Les graphes de la vitesse au carré en fonction du rayon de la bulle sont représentés ci-dessous.

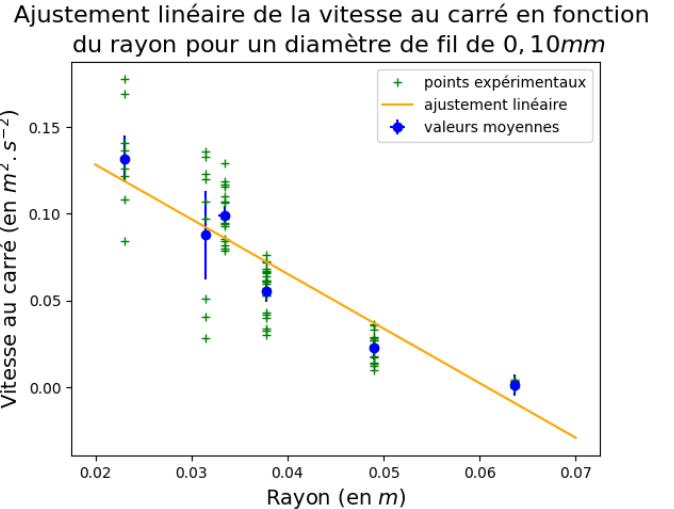


FIGURE 16 – Vitesse de chute au carré d'une bulle en fonction de son rayon, pour un fil d'un diamètre de 0,10 mm.

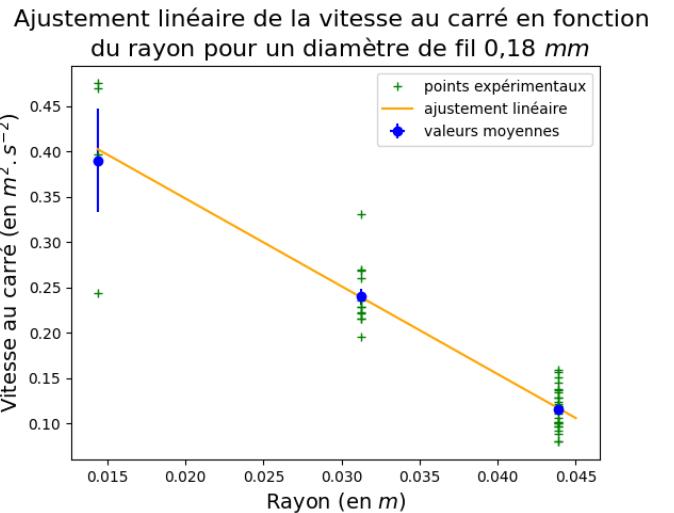


FIGURE 17 – Vitesse de chute au carré d'une bulle en fonction de son rayon, pour un fil d'un diamètre de 0,18 mm.

A l'aide de nos ajustements, nous obtenons que :

- pour un diamètre de fil de 0,18mm les coefficients sont  $\beta_1 = (3,27 \pm 0,18) \text{ g.m}^{-2}$  et  $\beta_2 = (3,6 \pm 1,5) \text{ g.m}^{-2}$ .
- pour un diamètre de fil de 0,10mm les coefficients sont  $\beta_1 = (9,26 \pm 0,51) \text{ g.m}^{-2}$  et  $\beta_2 = (11,0 \pm 4,5) \text{ g.m}^{-2}$ .

A l'aide d'un second test en Z, nous avons trouvé que ces valeurs sont compatibles entre elles au risque de 5 %.

Afin de savoir si ce modèle correspond davantage au précédent, nous avons calculé le coefficient de traînée

$$C_d = \frac{\beta}{2\rho e(h, t)}.$$

Les valeur trouvées sont donc : 1,7 et 5,0 qui correspondent davantage car elles sont entre 0,1 et 10.

Nous avons donc bien conclu que le modèle qui correspond davantage est celui dont la force liée aux frottements visqueux est proportionnelle au carré de la vitesse.

## 5 Conclusion

Pour conclure ce rapport, ce travail a permis d'explorer les films de savon, un modèle simplifié pour analyser la mécanique des fluides bidimensionnels, en mettant en évidence les dynamiques de drainage et d'interaction avec les bulles de moindre épaisseur. Grâce aux phénomènes d'interférence, nous avons pu suivre l'évolution de l'épaisseur du film au cours du temps.

Cette étude nous a permis de mieux comprendre le mécanisme de drainage du film ainsi que les raisons pour lesquelles il n'atteint jamais un état d'équilibre.

Par ailleurs, elle a été essentielle pour observer les perturbations du film de savon causées par la chute d'une bulle de moindre épaisseur. L'étude de la chute d'une bulle de moindre épaisseur nous a permis à conclure que, dans ce cas, la force de frottement visqueux est proportionnelle au carré de la vitesse.

## 6 Discussions

Pour favoriser une situation d'équilibre, nous aurions également pu essayer de limiter les pertes de solution afin d'étudier la chute d'une bulle de moindre épaisseur dans un film plus épais. De même, nous aurions pu reproduire le travail effectué, mais en étudiant cette fois l'ascension d'une bulle.

De plus, avec davantage de temps, il aurait été intéressant de faire varier la composition de la solution en modifiant les proportions de savon et de glycérine dans l'eau pour observer l'influence de ces paramètres sur les dynamiques du film.

Un point très intéressant, mais non traité dans ce projet, est l'étude du mouvement du film de savon lors de la chute ou de l'ascension d'une bulle de moindre épaisseur. Nous avons remarqué que ces manipulations mettaient en mouvement le film, créant des perturbations caractéristiques des régimes turbulents.

Enfin, selon nous, l'approche la plus pertinente aurait été de faire varier de nouveau le diamètre du fil. En obtenant davantage de courbes représentant le carré de la vitesse en fonction du rayon de la bulle pour un diamètre de fil donné, nous aurions pu en déduire une expression plus précise du coefficient de frottement visqueux. Ce coefficient, pour le moment, n'a pas pu être déterminé, probablement car il n'a jamais été étudié dans ce contexte.

## Références

- [1] J. J. Benattar. Films de nanoparticules organisés par des bulles de savon. *Physique Chimie*, 2015.
- [2] Yves Couder, Jean-Marc Chomaz, and M. Rabaud. On the hydrodynamics of soap films. *Physica D : Nonlinear Phenomena*, 37 :384–405, 1989.
- [3] Sébastien Kosgodagan Acharige. *Vibration de films de savon*. Theses, Université Denis Diderot - Paris 7, November 2014.