第一章——1.5、极限运算法则

- 定理一——两个无穷小的和是无穷小
- 定理二——有界函数与无穷小的乘积是无穷小

> 推论*1* ——常数与无穷小的乘积是无穷小

> 推论*2*——有限个无穷小的乘积是无穷小

- 定理三——如果$limf(x) = A, limg(x) = B$,那么

  a. $lim[f(x) \pm g(x)] = limf(x)$；
  b. $lim[f(x) \bullet g(x)] = limf(x) \bullet limg(x) = A \bullet B$
  c. 若又有B=0；则$lim\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{A}{B}$;

> 推论*1*——如果$lim(f(x))$存在，而c为常数，那么
> $lim[cf(x)] = climf(x).$

> 推论*2*——如果$limf(x)$存在，而n为正整数，那么
> $lim[f(x)]^n = [limf(x)^n].$

- 定理4——设有数列$\{x_n\}$和$\{y_n\}$,如果$limx_n = A,$
  $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = A, \lim\limits_{n\to\infty} y_n = B.$那么

  a. $\lim\limits_{n\to\infty}(x_{n\pm y_n}) = A \pm B;$
  b. $\lim(x_n \bullet y_n = A \bullet B);$
  c. 当
  $y_n \neq 0(n = 1, 2, 3, \cdots) = A \bullet B$，$B \neq 0$时，$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{x_n}{y_n}$
  .

- 定理5——如果$\varphi(x) \geq \psi(x)$,而$lim\varphi(x) = A, lim\psi(x) = B$,那么$A \geq B.$
- 定理6——（复合函数的极限运算法则）设函数$y = f(g(x))$是由函数$u = g(x)$与函数$y = f(u)$复合而成，$f[g(x)]$在点x_0的某去向领域内有定义，若$\lim\limits_{x\to x_0} g(x) = u_0, \lim\limits_{u\to u_0} f(u) = A$,且存在$\delta_{(0)} > 0$,当$x \in \overset{0}{U}(x_0, \delta_0)$时，有$g(x) \neq u_0$，则$\lim\limits_{x\to x_0} f[g(x)] = \lim\limits_{u\to u_0} f(u) = A.$