

# BÀI TẬP TOÁN CAO CẤP 1

## Chương 1

Câu 1. Tính giới hạn  $L = \lim \frac{-2n^2 + 3n - 4}{4n^2 + 5n + 6}$ .

- A.  $L = -\frac{1}{2}$ .      B.  $L = -\frac{2}{3}$ .      C.  $L = \frac{1}{2}$ .      D.  $L = \frac{2}{3}$ .

Câu 2. Giới hạn  $L = \lim(\sqrt{n^2 + 5n + 10} - n)$  bằng bao nhiêu?

- A.  $L = \frac{5}{2}$ .      B.  $L = \frac{7}{2}$ .      C.  $L = \frac{1}{2}$ .      D.  $L = \frac{3}{2}$ .

Câu 3. Tính giới hạn  $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3x^2 + 1} - 1}{x^2}$ .

- A.  $L = \frac{3}{2}$ .      B.  $L = \frac{2}{3}$ .      C.  $L = \frac{3}{4}$ .      D.  $L = \frac{4}{3}$ .

Câu 4. Giới hạn  $L = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2}$  bằng bao nhiêu?

- A.  $L = 1$ .      B.  $L = +\infty$ .      C.  $L = 3$ .      D.  $L = 2$ .

Câu 5. Giới hạn  $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x}$  bằng bao nhiêu?

- A.  $L = 2$ .      B.  $L = 0$ .      C.  $L = 1$ .      D.  $L = -\infty$ .

Câu 6. Tính giới hạn  $L = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - \sqrt{2x + 8}}{x^2 - 16}$ .

- A.  $L = \frac{3}{32}$ .      B.  $L = \frac{1}{8}$ .      C.  $L = \frac{3}{16}$ .      D.  $L = \frac{3}{40}$ .

Câu 7. Tính giới hạn  $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^5 \sqrt{x} + 3x^2 + 2x + 1}{6x^6 + 4x^3 + x^2 + 5}$ .

- A.  $L = 0$ .      B.  $L = -\infty$ .      C.  $L = 1$ .      D.  $L = +\infty$ .

Câu 8. Tìm  $m$  để hàm số sau liên tục tại  $x = 0$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos 2x}{x^2} & \text{nếu } x \neq 0, \\ m & \text{nếu } x = 0. \end{cases}$$

- A.  $m = 2$ .      B.  $m = 1$ .      C.  $m = 3$ .      D.  $m = 4$ .

Câu 9. Tìm  $m$  để hàm số sau liên tục tại  $x = 0$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 \sin^2 x}{\ln(1 + x^4)} & \text{nếu } x \neq 0, \\ 2m - 5 & \text{nếu } x = 0. \end{cases}$$

- A.  $m = 3$ .      B.  $m = 2$ .      C.  $m = 1$ .      D.  $m = 4$ .

Câu 10. Tìm  $m$  để hàm số sau liên tục tại  $x = 0$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{x^2} - \cos 2x}{x^2} & \text{nếu } x \neq 0, \\ 2m + 1 & \text{nếu } x = 0. \end{cases}$$

- A.  $m = 1$ .      B.  $m = 2$ .      C.  $m = 3$ .      D.  $m = 4$ .

**Câu 11.** Tính giới hạn  $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 6x}{(x+2)\sin x}$ .

- A.  $L = 3$ .      B.  $L = 4$ .      C.  $L = 1$ .      D.  $L = 2$ .

**Câu 12.** Tính giới hạn  $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+1}{n}\right)^{4n+5}$ .

- A.  $L = e^4$ .      B.  $L = e^{-4}$ .      C.  $L = e^5$ .      D.  $L = e^{-5}$ .

**Câu 13.** Tính giới hạn  $L = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{7x-4}{7x^2-8x-5}\right)^{2x-3}$ .

- A.  $L = e^2$ .      B.  $L = e$ .      C.  $L = e^3$ .      D.  $L = e^4$ .

**Câu 14.** Tìm  $a$  để hàm số sau liên tục tại  $x = 0$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos x \cos 3x}{x^2} & \text{nếu } x \neq 0, \\ 2a & \text{nếu } x = 0. \end{cases}$$

- A.  $a = \frac{5}{2}$ .      B.  $a = \frac{3}{2}$ .      C.  $a = \frac{7}{2}$ .      D.  $a = \frac{1}{2}$ .

**Câu 15.** Tìm  $m$  để hàm số sau liên tục tại  $x = 2$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(2-x)}{x^2-4} & \text{nếu } x < 2, \\ \frac{x^2+4x+m}{x^2+2} & \text{nếu } x \geq 2. \end{cases}$$

- A.  $m = -\frac{27}{2}$ .      B.  $m = -\frac{25}{2}$ .      C.  $m = -\frac{23}{2}$ .      D.  $m = -\frac{29}{2}$ .

**Câu 16.** Tính giới hạn  $L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{2x-1} - \sqrt[3]{x}}{x-1}$ .

- A.  $L = \frac{1}{3}$ .      B.  $L = \frac{1}{2}$ .      C.  $L = \frac{1}{4}$ .      D.  $L = \frac{3}{4}$ .

**Câu 17.** Tính giới hạn  $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n \sin^2 3n}{n^4 + 5}$ .

- A.  $L = 0$ .      B.  $L = +\infty$ .      C.  $L = -\infty$ .      D.  $L = 1$ .

**Câu 18.** Cho  $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + \sin 2x + 4}{4x^2 + \cos 2x + 6}$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $L = \frac{3}{4}$ .      B.  $L = \frac{2}{3}$ .      C.  $L = +\infty$ .      D.  $L = 0$ .

**Câu 19.** Tính giới hạn  $L = \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{x^3 + 2x^2 + 3x - 4} - \sqrt[3]{x^3 - 2x^2 + 2x - 1})$ .

- A.  $L = \frac{4}{3}$ .      B.  $L = 2$ .      C.  $L = 4$ .      D.  $L = 1$ .

**Câu 20.** Tính giới hạn  $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \arcsin^3 x - 3 \arcsin^2 x - 4 \arcsin x}{5x^3 - 6x^2 + 3x}$ .

- A.  $L = -\frac{4}{3}$ .      B.  $L = \frac{3}{5}$ .      C.  $L = -\frac{4}{5}$ .      D.  $L = \frac{1}{2}$ .

## Chương 2

**Câu 21.** Cho hàm số  $f(x) = x^3 + 3^x$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $f'(x) = 3x^2 + 3^x \ln 3$ .      B.  $f'(x) = 3x^2 + 3^x$ .  
C.  $f'(x) = 3x^2 + \frac{3^x}{\ln 3}$ .      D.  $f'(x) = \frac{x^4}{4} + x3^{x-1}$ .

**Câu 22.** Cho hàm số  $f(x) = \sin 4x$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $f'(x) = 4 \cos 4x$ .      B.  $f'(x) = \cos 4x$ .      C.  $f'(x) = -\frac{1}{4} \cos 4x$ .      D.  $f'(x) = -\cos 4x$ .

**Câu 23.** Cho hàm số  $f(x) = e^{2x}$ . Tính  $f'(0)$ .

- A.  $f'(0) = 2$ .      B.  $f'(0) = 2e$ .      C.  $f'(0) = -2e$ .      D.  $f'(0) = 1$ .

**Câu 24.** Cho hàm số  $f(x) = x^4 - x^2$ . Tìm  $df(1)$ .

- A.  $df(1) = 2dx$ .      B.  $df(1) = 3dx$ .      C.  $df(1) = 4dx$ .      D.  $df(1) = 5dx$ .

**Câu 25.** Cho hàm số  $f(x) = (x^2 + 2x + 3)^2$ . Tính  $f'(1)$ .

- A.  $f'(1) = 48$ .      B.  $f'(1) = 47$ .      C.  $f'(1) = 46$ .      D.  $f'(1) = 45$ .

**Câu 26.** Cho hàm số  $f(x) = e^{-x^2+x+1}$ . Tính  $f'(1)$ .

- A.  $f'(1) = -e$ .      B.  $f'(1) = e$ .      C.  $f'(1) = -\frac{1}{e}$ .      D.  $f'(1) = \frac{1}{e}$ .

**Câu 27.** Cho hàm số  $y = \arctan(x^4 + 1)$ . Tính  $y'$ .

- A.  $y' = \frac{4x^3}{1 + (x^4 + 1)^2}$ .      B.  $y' = \frac{1}{1 + (x^4 + 1)^2}$ .      C.  $y' = \frac{4x^3}{(x^4 + 1)^2}$ .      D.  $y' = \frac{4x^3}{x^4 + 2}$ .

**Câu 28.** Tìm vi phân cấp một của hàm số  $f(x) = x \sin x + \cos x$  tại  $x = \frac{\pi}{3}$ .

- A.  $df\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\pi}{6}dx$ .      B.  $df\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\pi}{3}dx$ .      C.  $df\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\pi}{12}dx$ .      D.  $df\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\pi}{9}dx$ .

**Câu 29.** Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x^2}{x} & \text{nếu } x \neq 0 \\ 0 & \text{nếu } x = 0 \end{cases}$$

Tính  $f'(0)$ .

- A.  $f'(0) = 1$ .      B.  $f'(0) = 0$ .      C.  $f'(0) = 2$ .      D.  $f'(0) = 3$ .

**Câu 30.** Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos 2x}{x} & \text{nếu } x \neq 0, \\ 0 & \text{nếu } x = 0. \end{cases}$$

Tính  $f'(0)$ .

- A.  $f'(0) = 2$ .      B.  $f'(0) = 1$ .      C.  $f'(0) = 0$ .      D.  $f'(0) = 3$ .

**Câu 31.** Tìm vi phân cấp hai của hàm số  $f(x) = e^{x^2}$  tại  $x = 1$ .

- A.  $d^2f(1) = 6edx^2$ .      B.  $d^2f(1) = 4edx^2$ .      C.  $d^2f(1) = 5edx^2$ .      D.  $d^2f(1) = 3edx^2$ .

**Câu 32.** Tính đạo hàm cấp hai của hàm số  $f(x) = e^{x^2} + 3x$ .

- A.  $f''(x) = 2e^{x^2}(1 + 2x^2)$ .      B.  $f''(x) = 2e^{x^2}(1 + 3x^2)$ .  
C.  $f''(x) = 2e^{x^2}(1 + x^2)$ .      D.  $f''(x) = 2e^{x^2}(1 + 4x^2)$ .

**Câu 33.** Tìm vi phân cấp một của hàm số  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ .

- A.  $df(x) = \frac{1 - x^2}{(x^2 + 1)^2}dx$ .      B.  $df(x) = \frac{1 - 2x^2}{(x^2 + 1)^2}dx$ .  
C.  $df(x) = \frac{1 + x^2}{(x^2 + 1)^2}dx$ .      D.  $df(x) = \frac{1 + 2x^2}{(x^2 + 1)^2}dx$ .

**Câu 34.** Cho hàm số  $f(x) = |x^2 - 3x|$ . Tính đạo hàm phải  $f'_+(0)$ .

- A.  $f'_+(0) = 3$ .      B.  $f'_+(0) = 2$ .      C.  $f'_+(0) = -2$ .      D.  $f'_+(0) = -3$ .

Câu 35. Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+6x^2)}{x} & \text{nếu } x \neq 0, \\ 0 & \text{nếu } x = 0. \end{cases}$$

Tính  $f'(0)$ .

- A.  $f'(0) = 6.$       B.  $f'(0) = 7.$       C.  $f'(0) = 8.$       D.  $f'(0) = 9.$

Câu 36. Cho hàm số  $f(x) = x^{\cos 4x}$ . Tính  $f'(\frac{\pi}{4})$ .

- A.  $f'(\frac{\pi}{4}) = -\frac{16}{\pi^2}.$       B.  $f'(\frac{\pi}{4}) = \frac{16}{\pi^2}.$       C.  $f'(\frac{\pi}{4}) = \frac{12}{\pi^2}.$       D.  $f'(\frac{\pi}{4}) = -\frac{12}{\pi^2}.$

Câu 37. Cho hàm số  $f(x) = (x+1)^2 \cos 2x$ . Tìm  $d^{50}f(0)$ .

- A.  $d^{50}f(0) = 1223 \cdot 2^{49}dx^{50}.$       B.  $d^{50}f(0) = 1223 \cdot 2^{50}dx^{50}.$   
 C.  $d^{50}f(0) = 1221 \cdot 2^{49}dx^{50}.$       D.  $d^{50}f(0) = 1221 \cdot 2^{50}dx^{50}.$

Câu 38. Cho số nguyên dương  $n \geq 3$ , tính đạo hàm cấp  $n$  của hàm số  $f(x) = x^2 e^{2x}$ .

- A.  $f^{(n)}(x) = 2^{n-2}e^{2x}(4x^2 + 4nx + n^2 - n).$       B.  $f^{(n)}(x) = 2^{n-2}e^{2x}(4x^2 + 4nx + n^2 + n).$   
 C.  $f^{(n)}(x) = 2^{n-2}e^{2x}(4x^2 + 2nx + n^2 - n).$       D.  $f^{(n)}(x) = 2^{n-2}e^{2x}(4x^2 + 2nx + n^2 + n).$

Câu 39. Tính đạo hàm cấp 40 của hàm số  $f(x) = x \sin 2x$ .

- A.  $f^{(40)}(x) = 2^{40}(x \sin 2x - 20 \cos 2x).$       B.  $f^{(40)}(x) = 2^{40}(x \sin 2x - 20 \sin 2x).$   
 C.  $f^{(40)}(x) = 2^{40}(x \sin 2x - 30 \cos 2x).$       D.  $f^{(40)}(x) = 2^{40}(x \sin 2x - 30 \sin 2x).$

Câu 40. Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} 1 - \cos 2x & \text{nếu } x \leq 0, \\ \frac{e^{2x^2} - 1}{x} & \text{nếu } x > 0. \end{cases}$$

Tính đạo hàm phải  $f'_+(0)$  của hàm số  $f$  tại 0.

- A.  $f'_+(0) = 2.$       B.  $f'_+(0) = -1.$       C.  $f'_+(0) = 1.$       D.  $f'_+(0) = 0.$

## Chương 3

Câu 41. Tính tích phân  $I = \int 3e^{3x}dx$ .

- A.  $I = e^{3x} + C.$       B.  $I = 3e^{3x} + C.$       C.  $I = 9e^{3x} + C.$       D.  $I = \frac{1}{3}e^{3x} + C.$

Câu 42. Tính tích phân  $I = \int_0^1 4^x dx$ .

- A.  $I = \frac{3}{2 \ln 2}.$       B.  $I = \frac{3}{\ln 2}.$       C.  $I = \frac{1}{2 \ln 2}.$       D.  $I = \frac{3}{4 \ln 2}.$

Câu 43. Tính tích phân  $I = \int_0^1 x^2 dx$ .

- A.  $I = \frac{1}{3}.$       B.  $I = \frac{1}{2}.$       C.  $I = \frac{1}{4}.$       D.  $I = \frac{3}{4}.$

Câu 44. Nếu  $\int_{-4}^3 f(x)dx = 4$  và  $\int_3^5 f(x)dx = -1$  thì  $\int_{-4}^5 f(x)dx$  bằng

- A. 3.      B. 5.      C. -5.      D. -4.

**Câu 45.** Tính tích phân  $I = \int \cos^2 2x dx$ .

- A.  $I = \frac{x}{2} + \frac{1}{8} \sin 4x + C$ .  
 C.  $I = \frac{x}{2} + \frac{1}{4} \sin 4x + C$ .

- B.  $I = \frac{x}{2} + \frac{1}{8} \sin 2x + C$ .  
 D.  $I = \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \sin 4x + C$ .

**Câu 46.** Tính tích phân  $I = \int \sin^6 x \cos x dx$ .

- A.  $I = \frac{1}{7} \sin^7 x + C$ .  
 C.  $I = \frac{1}{5} \sin^5 x \cos x + C$ .

- B.  $I = 5 \sin^5 x + C$ .  
 D.  $I = 7 \sin^7 x + C$ .

**Câu 47.** Tính tích phân  $I = \int (3^x + 1) dx$ .

- A.  $I = \frac{3^x}{\ln 3} + x + C$ .  
 C.  $I = \frac{3^x}{\ln 3} + C$ .

- B.  $I = 3^x \ln x + x + C$ .  
 D.  $I = 3^x + x + C$ .

**Câu 48.** Tính tích phân  $I = \int \frac{2x}{x^2 + 1} dx$ .

- A.  $I = \ln(1 + x^2) + C$ .  
 C.  $I = 3 \ln(1 + x^2) + C$ .

- B.  $I = 4 \ln(1 + x^2) + C$ .  
 D.  $I = 2 \ln(1 + x^2) + C$ .

**Câu 49.** Cho hàm số  $f(x) = \sin 3x \sin 2x$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \sin x - \frac{1}{10} \sin 5x + C$ .  
 C.  $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \sin x - \frac{1}{10} \sin 5x + C$ .

- B.  $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \sin x + \frac{1}{10} \sin 5x + C$ .  
 D.  $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \sin x + \frac{1}{10} \sin 5x + C$ .

**Câu 50.** Cho hàm số  $f(x) = \cos 5x \cos x$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $\int f(x) dx = \frac{1}{12} \sin 6x + \frac{1}{8} \sin 4x + C$ .  
 C.  $\int f(x) dx = \frac{1}{12} \sin 6x - \frac{1}{8} \sin 4x + C$ .

- B.  $\int f(x) dx = -\frac{1}{12} \sin 6x - \frac{1}{8} \sin 4x + C$ .  
 D.  $\int f(x) dx = -\frac{1}{12} \sin 6x + \frac{1}{8} \sin 4x + C$ .

**Câu 51.** Cho hàm số  $f(x) = \cos 3x + 5x^3$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $\int f(x) dx = \frac{1}{3} \sin 3x + \frac{5x^4}{4} + C$ .  
 C.  $\int f(x) dx = \frac{1}{3} \sin 3x + 15x^2 + C$ .

- B.  $\int f(x) dx = -\sin 3x + \frac{5x^4}{4} + C$ .  
 D.  $\int f(x) dx = \sin 3x + \frac{5x^4}{4} + C$ .

**Câu 52.** Cho hàm số  $f(x) = \sin 2x - 6x^6$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \cos 2x - \frac{6x^7}{7} + C$ .  
 C.  $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \cos 2x - \frac{6x^7}{7} + C$ .

- B.  $\int f(x) dx = \cos 2x - \frac{6x^7}{7} + C$ .  
 D.  $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \cos 2x - 6x^7 + C$ .

**Câu 53.** Tính tích phân  $I = \int xe^x dx$ .

- A.  $I = (x - 1)e^x + C$ .  
 C.  $I = (x + 1)e^x + C$ .

- B.  $I = x^2 + \frac{e^{x+1}}{x+1} + C$ .  
 D.  $I = x^2 e^x + C$ .

**Câu 54.** Tính tích phân suy rộng  $I = \int_0^{+\infty} \frac{1}{x^2 + 3x + 2} dx$ .

- A.  $I = \ln 2$ .      B.  $I = \ln 3$ .      C.  $I = 2 \ln 2$ .      D.  $I = 2 \ln 3$ .

- Câu 55.** Tính tích phân suy rộng  $I = \int_2^6 \frac{1}{\sqrt{x-2}} dx$ .
- A.  $I = 4$ .      B.  $I = 3$ .      C.  $I = 2$ .      D.  $I = 5$ .
- Câu 56.** Tích phân suy rộng  $\int_1^{+\infty} \frac{x}{(x^2 + 3)^3} dx$  bằng
- A.  $\frac{1}{64}$ .      B.  $\frac{1}{32}$ .      C.  $\frac{1}{16}$ .      D.  $\frac{1}{128}$ .
- Câu 57.** Tính tích phân  $I = \int_0^1 x^3 \arctan x dx$ .
- A.  $I = \frac{1}{6}$ .      B.  $I = \frac{1}{4}$ .      C.  $I = \frac{1}{3}$ .      D.  $I = \frac{1}{2}$ .
- Câu 58.** Tính tích phân  $I = \int_0^1 \frac{x}{(x^2 + 1)\sqrt{2x^2 + 1}} dx$ .
- A.  $I = \frac{\pi}{12}$ .      B.  $I = \frac{\pi}{4}$ .      C.  $I = \frac{\pi}{8}$ .      D.  $I = \frac{\pi}{15}$ .
- Câu 59.** Tính tích phân suy rộng  $I = \int_3^6 \frac{1}{\sqrt{6x - x^2}} dx$ .
- A.  $I = \frac{\pi}{2}$ .      B.  $I = \frac{\pi}{3}$ .      C.  $I = \frac{\pi}{4}$ .      D.  $I = \frac{\pi}{5}$ .
- Câu 60.** Tích phân suy rộng  $\int_1^{+\infty} \frac{x}{(x^4 + 2x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1}} dx$  bằng
- A.  $\frac{1}{6\sqrt{2}}$ .      B.  $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ .      C.  $\frac{1}{4\sqrt{2}}$ .      D.  $\frac{1}{8\sqrt{2}}$ .

## Chương 4

- Câu 61.** Cho hàm số  $f(x, y) = x^4y - xy^2$ . Tính  $f'_x(1; 2)$ .
- A.  $f'_x(1; 2) = 4$ .      B.  $f'_x(1; 2) = 6$ .      C.  $f'_x(1; 2) = 5$ .      D.  $f'_x(1; 2) = 3$ .
- Câu 62.** Cho hàm số  $f(x, y, z) = xyz^2 - x^2y^3z$ . Tính  $f'_z(1; 1; 3)$ .
- A.  $f'_z(1; 1; 3) = 5$ .      B.  $f'_z(1; 1; 3) = 6$ .      C.  $f'_z(1; 1; 3) = 7$ .      D.  $f'_z(1; 1; 3) = 8$ .
- Câu 63.** Cho hàm số  $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^4 + 1}$ . Tính  $f'_y(1; -1)$ .
- A.  $f'_y(1; -1) = -\frac{2}{\sqrt{3}}$ .      B.  $f'_y(1; -1) = \frac{2}{\sqrt{3}}$ .      C.  $f'_y(1; -1) = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ .      D.  $f'_y(1; -1) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ .
- Câu 64.** Tìm vi phân cấp một của hàm số  $z = 3x^2 + 2y$ .
- A.  $dz = 6xdx + 2dy$ .      B.  $dz = 3x^2dx + 2ydy$ .  
 C.  $dz = x^3dx + y^2dy$ .      D.  $dz = 3x^2dx - 2ydy$ .
- Câu 65.** Cho hàm số  $f(x, y) = x^4y + xy^2$ . Tính  $f''_{y^2}(3; 2)$ .
- A.  $f''_{y^2}(3; 2) = 6$ .      B.  $f''_{y^2}(3; 2) = 4$ .      C.  $f''_{y^2}(3; 2) = 5$ .      D.  $f''_{y^2}(3; 2) = 7$ .
- Câu 66.** Cho hàm số  $f(x, y) = 7xy^4 - 8x^6y$ . Tính  $f''_{xy}(-1; -2)$ .
- A.  $f''_{xy}(-1; -2) = -176$ .      B.  $f''_{xy}(-1; -2) = -177$ .  
 C.  $f''_{xy}(-1; -2) = -178$ .      D.  $f''_{xy}(-1; -2) = -179$ .

**Câu 67.** Cho hàm số  $f(x, y) = x^2y + xy^3$ . Tìm  $d^2f(1; 2)$ .

- |   |   |
|---|---|
| A. $d^2f(1; 2) = 4dx^2 + 28dxdy + 12dy^2$ . | B. $d^2f(1; 2) = 4dx^2 + 14dxdy + 12dy^2$ . |
| C. $d^2f(1; 2) = 8dx^2 + 28dxdy + 12dy^2$ . | D. $d^2f(1; 2) = 4dx^2 + 14dxdy + 6dy^2$ .  |

**Câu 68.** Cho hàm số  $f(x, y) = x\sqrt{x^2 + y^2 + 1}$ . Tìm  $df(1; 2)$ .

- |  |  |
|--|--|
| A. $df(1; 2) = \frac{7}{\sqrt{6}}dx + \frac{2}{\sqrt{6}}dy$ .  | B. $df(1; 2) = \frac{7}{\sqrt{6}}dx - \frac{2}{\sqrt{6}}dy$ .  |
| C. $df(1; 2) = -\frac{7}{\sqrt{6}}dx + \frac{2}{\sqrt{6}}dy$ . | D. $df(1; 2) = -\frac{7}{\sqrt{6}}dx - \frac{2}{\sqrt{6}}dy$ . |

**Câu 69.** Cho  $f(x, y) = x \sin y$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- |   |   |
|---|---|
| A. $df(x, y) = \sin y dx + x \cos y dy$ . | B. $df(x, y) = \cos y dx + x \cos y dy$ . |
| C. $df(x, y) = \cos y dx - x \cos y dy$ . | D. $df(x, y) = dx + \cos y dy$ .          |

**Câu 70.** Cho hàm số  $f(x, y) = x\sqrt{y^2 + 7}$ . Tìm  $df(2; 3)$ .

- |                                       |                                       |
|---------------------------------------|---------------------------------------|
| A. $df(2; 3) = 4dx + \frac{3}{2}dy$ . | B. $df(2; 3) = 4dx - \frac{3}{2}dy$ . |
| C. $df(2; 3) = \frac{3}{2}dx + 4dy$ . | D. $df(2; 3) = 4dx + \frac{1}{4}dy$ . |

**Câu 71.** Cho hàm số  $f(x) = (x - 1)(x - 2)$ . Tìm  $df(4)$ .

- |                    |                    |                    |                    |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| A. $df(4) = 5dx$ . | B. $df(4) = 6dx$ . | C. $df(4) = 4dx$ . | D. $df(4) = 7dx$ . |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|

**Câu 72.** Cho hàm số  $z = x \sin y + y \cos x + xy + 2$ . Tính  $z_{xyx^2}^{(4)}$ .

- |                                 |                                  |                                 |                                  |
|---------------------------------|----------------------------------|---------------------------------|----------------------------------|
| A. $z_{xyx^2}^{(4)} = \sin x$ . | B. $z_{xyx^2}^{(4)} = -\sin x$ . | C. $z_{xyx^2}^{(4)} = \cos x$ . | D. $z_{xyx^2}^{(4)} = -\cos x$ . |
|---------------------------------|----------------------------------|---------------------------------|----------------------------------|

**Câu 73.** Cho hàm số  $z = \sin(2x + 3y)$ . Tính  $z_{x^3y^2}^{(5)}$

- |  |  |
|--|--|
| A. $z_{x^3y^2}^{(5)} = 72 \cos(2x + 3y)$ . | B. $z_{x^3y^2}^{(5)} = 36 \cos(2x + 3y)$ . |
| C. $z_{x^3y^2}^{(5)} = 72 \sin(2x + 3y)$ . | D. $z_{x^3y^2}^{(5)} = 36 \sin(2x + 3y)$ . |

**Câu 74.** Cho  $z = 2x + 3y^2$ ,  $x = 4u + 2v - w$ ,  $y = -3u + 3v - 4w$ . Tính  $z'_u(1; 1; -1)$ .

- |                             |                            |                             |                             |
|-----------------------------|----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| A. $z'_u(1; 1; -1) = -64$ . | B. $z'_u(1; 1; -1) = 64$ . | C. $z'_u(1; 1; -1) = -32$ . | D. $z'_u(1; 1; -1) = -32$ . |
|-----------------------------|----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|

**Câu 75.** Cho  $y = y(x)$  là hàm số ẩn xác định từ hệ thức  $x + 3y + \arctan y = 0$ . Tính  $y'$ .

- |                                       |                                       |                                      |                                      |
|---------------------------------------|---------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| A. $y' = \frac{-y^2 - 1}{3y^2 + 4}$ . | B. $y' = \frac{-y^2 - 2}{3y^2 + 4}$ . | C. $y' = \frac{y^2 + 2}{3y^2 + 4}$ . | D. $y' = \frac{y^2 + 1}{3y^2 + 4}$ . |
|---------------------------------------|---------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|

**Câu 76.** Cho  $y = y(x, z)$  là hàm số ẩn xác định từ hệ thức  $e^{xz} - z^3y = 0$ . Tính  $y'_x(0; 1)$ .

- |                       |                        |                       |                        |
|-----------------------|------------------------|-----------------------|------------------------|
| A. $y'_x(0; 1) = 1$ . | B. $y'_x(0; 1) = -1$ . | C. $y'_x(0; 1) = 2$ . | D. $y'_x(0; 1) = -2$ . |
|-----------------------|------------------------|-----------------------|------------------------|

**Câu 77.** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x, y) = 2x^2 - xy$  trên đoạn  $AB$  với  $A(2; 0)$ ,  $B(0; 2)$ .

- |   |   |
|---|---|
| A. $f$ đạt giá trị nhỏ nhất là $-\frac{1}{3}$ . | B. $f$ đạt giá trị nhỏ nhất là $-\frac{2}{3}$ . |
| C. $f$ đạt giá trị nhỏ nhất là $\frac{2}{3}$ .  | D. $f$ đạt giá trị nhỏ nhất là $-\frac{4}{3}$ . |

**Câu 78.** Cho  $z = z(x, y)$  là hàm số ẩn xác định từ hệ thức  $xyz = x + y + z$ . Tính  $z'_x(2; 1)$ .

- |                        |                        |                        |                        |
|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| A. $z'_x(2; 1) = -2$ . | B. $z'_x(2; 1) = -3$ . | C. $z'_x(2; 1) = -1$ . | D. $z'_x(2; 1) = -4$ . |
|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|

**Câu 79.** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số  $f(x, y) = x^3y + xy - x + 1$  trên miền  $D$  xác định bởi  $0 \leq x \leq 1$ ,  $0 \leq y \leq 2$ .

- |                                   |                                   |
|-----------------------------------|-----------------------------------|
| A. $f$ đạt giá trị lớn nhất là 4. | B. $f$ đạt giá trị lớn nhất là 3. |
| C. $f$ đạt giá trị lớn nhất là 5. | D. $f$ đạt giá trị lớn nhất là 6. |

**Câu 80.** Cho  $z = z(x, y)$  là hàm số ẩn xác định từ hệ thức  $\cos \frac{x}{z} + \frac{y}{z} = 2$ . Tìm  $dz(0; 1)$ .

- |                      |                       |                      |                       |
|----------------------|-----------------------|----------------------|-----------------------|
| A. $dz(0; 1) = dy$ . | B. $dz(0; 1) = -dy$ . | C. $dz(0; 1) = dx$ . | D. $dz(0; 1) = -dx$ . |
|----------------------|-----------------------|----------------------|-----------------------|

## Chương 5

Câu 81. Nghiệm tổng quát của phương trình vi phân  $y' - \cos x - 1 = 0$  là

- A.  $y = \sin x + x + C$  với  $C$  là hằng số tùy ý.      B.  $y = -\sin x - x + C$  với  $C$  là hằng số tùy ý.  
C.  $y = \cos x + x + C$  với  $C$  là hằng số tùy ý.      D.  $y = -\cos x + x + C$  với  $C$  là hằng số tùy ý.

Câu 82. Nghiệm tổng quát của phương trình vi phân  $y' - \sin x = 0$  là

- A.  $y = -\cos x + C$  với  $C$  là hằng số tùy ý.      B.  $y = \sin x + C$  với  $C$  là hằng số tùy ý.  
C.  $y = -\sin x + C$  với  $C$  là hằng số tùy ý.      D.  $y = \cos x + C$  với  $C$  là hằng số tùy ý.

Câu 83. Nghiệm tổng quát của phương trình vi phân  $y' + 3x^2 - 1 = 0$  là

- A.  $y = -x^3 + x + C$  với  $C$  là hằng số tùy ý.      B.  $y = x^3 - x + C$  với  $C$  là hằng số tùy ý.  
C.  $y = 6x + C$  với  $C$  là hằng số tùy ý.      D.  $y = -x^3 + C$  với  $C$  là hằng số tùy ý.

Câu 84. Nghiệm tổng quát của phương trình vi phân  $y'' = 6$  là

- A.  $y = 3x^2 + C_1x + C_2$  với  $C_1, C_2$  là các hằng số tùy ý.  
B.  $y = C_1x^2 + C_2$  với  $C_1, C_2$  là các hằng số tùy ý.  
C.  $y = C_1x + C_2$  với  $C_1, C_2$  là các hằng số tùy ý.  
D.  $y = -3x^2 + C_1x + C_2$  với  $C_1, C_2$  là các hằng số tùy ý.

Câu 85. Tích phân tổng quát của phương trình vi phân  $x^3dx - y^2dy = 0$  là

- A.  $\frac{x^4}{4} - \frac{y^3}{3} = C$  với  $C$  là hằng số tùy ý.      B.  $\frac{x^4}{4} + \frac{y^3}{3} = C$  với  $C$  là hằng số tùy ý.  
C.  $x^3 - y^2 = C$  với  $C$  là hằng số tùy ý.      D.  $3x^2 - 2y = C$  với  $C$  là hằng số tùy ý.

Câu 86. Tích phân tổng quát của phương trình vi phân  $x^2dx + y^3dy = 0$  là

- A.  $\frac{x^3}{3} + \frac{y^4}{4} = C$  với  $C$  là hằng số tùy ý.      B.  $\frac{x^3}{3} - \frac{y^4}{4} = C$  với  $C$  là hằng số tùy ý.  
C.  $x^2 + y^3 = C$  với  $C$  là hằng số tùy ý.      D.  $2x + 3y^2 = C$  với  $C$  là hằng số tùy ý.

Câu 87. Nghiệm tổng quát của phương trình vi phân  $y'' + 4y = 0$  là

- A.  $y = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x$  với  $C_1, C_2$  là các hằng số tùy ý.  
B.  $y = (C_1 + C_2x)e^{4x}$  với  $C_1, C_2$  là các hằng số tùy ý.  
C.  $y = (C_1 + C_2x)e^{2x}$  với  $C_1, C_2$  là các hằng số tùy ý.  
D.  $y = C_1e^{2x} + C_2e^{-2x}$  với  $C_1, C_2$  là các hằng số tùy ý.

Câu 88. Nghiệm tổng quát của phương trình vi phân  $y'' - 4y' + 4y = 0$  là

- A.  $y = (C_1 + C_2x)e^{2x}$  với  $C_1, C_2$  là các hằng số tùy ý.  
B.  $y = C_1e^{2x} + C_2e^{-2x}$  với  $C_1, C_2$  là các hằng số tùy ý.  
C.  $y = (C_1 + C_2x)e^{-2x}$  với  $C_1, C_2$  là các hằng số tùy ý.  
D.  $y = (C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)e^{2x}$  với  $C_1, C_2$  là các hằng số tùy ý.

Câu 89. Nghiệm tổng quát của phương trình vi phân  $y'' + 3y' + 2y = 0$  là

- A.  $y = C_1e^{-x} + C_2e^{-2x}$  với  $C_1, C_2$  là các hằng số tùy ý.  
B.  $y = C_1e^{-x} + C_2e^{2x}$  với  $C_1, C_2$  là các hằng số tùy ý.  
C.  $y = C_1e^x + C_2e^{-2x}$  với  $C_1, C_2$  là các hằng số tùy ý.  
D.  $y = C_1e^x + C_2e^{2x}$  với  $C_1, C_2$  là các hằng số tùy ý.

Câu 90. Nghiệm tổng quát của phương trình vi phân  $y'' - 4y' + 3y = 0$  là

- A.  $y = C_1e^x + C_2e^{3x}$  với  $C_1, C_2$  là các hằng số tùy ý.  
B.  $y = C_1e^{-x} + C_2e^{-3x}$  với  $C_1, C_2$  là các hằng số tùy ý.

C.  $y = C_1e^{-x} + C_2e^{3x}$  với  $C_1, C_2$  là các hằng số tùy ý.

D.  $y = C_1e^x + C_2e^{-3x}$  với  $C_1, C_2$  là các hằng số tùy ý.

**Câu 91.** Nghiệm tổng quát của phương trình vi phân  $y'' + y' - 6y = 6x + 35$  là

A.  $y = C_1e^{-3x} + C_2e^{2x} - x - 6$  với  $C_1, C_2$  là các hằng số tùy ý.

B.  $y = C_1e^{-3x} + C_2e^{2x} + x - 6$  với  $C_1, C_2$  là các hằng số tùy ý.

C.  $y = C_1e^{3x} + C_2e^{-2x} + x - 6$  với  $C_1, C_2$  là các hằng số tùy ý.

D.  $y = C_1e^{3x} + C_2e^{-2x} - x - 6$  với  $C_1, C_2$  là các hằng số tùy ý.

**Câu 92.** Nghiệm tổng quát của phương trình vi phân  $y'' - y' - 6y = -30$  là

A.  $y = C_1e^{-2x} + C_2e^{3x} + 5$  với  $C_1, C_2$  là các hằng số tùy ý.

B.  $y = C_1e^{-2x} + C_2e^{3x} + 10$  với  $C_1, C_2$  là các hằng số tùy ý.

C.  $y = C_1e^{2x} + C_2e^{-3x} + 5$  với  $C_1, C_2$  là các hằng số tùy ý.

D.  $y = C_1e^{2x} + C_2e^{-3x} - 10$  với  $C_1, C_2$  là các hằng số tùy ý.

**Câu 93.** Nghiệm tổng quát của phương trình vi phân  $y'' + 5y' + 4y = 176e^{7x}$  là

A.  $y = C_1e^{-x} + C_2e^{-4x} + 2e^{7x}$  với  $C_1, C_2$  là các hằng số tùy ý.

B.  $y = C_1e^{-x} + C_2e^{-4x} + 4e^{7x}$  với  $C_1, C_2$  là các hằng số tùy ý.

C.  $y = C_1e^{-x} + C_2e^{-4x} - 2e^{7x}$  với  $C_1, C_2$  là các hằng số tùy ý.

D.  $y = C_1e^x + C_2e^{4x} + 2e^{7x}$  với  $C_1, C_2$  là các hằng số tùy ý.

**Câu 94.** Nghiệm tổng quát của phương trình vi phân  $y'' - 9y + 18 = 0$  là

A.  $y = C_1e^{-3x} + C_2e^{3x} + 2$  với  $C_1, C_2$  là các hằng số tùy ý.

B.  $y = C_1e^{3x} + C_2e^{-3x} - 2$  với  $C_1, C_2$  là các hằng số tùy ý.

C.  $y = C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x + 2$  với  $C_1, C_2$  là các hằng số tùy ý.

D.  $y = C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x - 2$  với  $C_1, C_2$  là các hằng số tùy ý.

**Câu 95.** Nghiệm tổng quát của phương trình vi phân  $(9x^8 + 5y + 3)dx + (4e^y + 5x)dy = 0$  là

A.  $x^9 + 5xy + 3x + 4e^y = C$  với  $C$  là hằng số tùy ý.

B.  $x^9 - 5xy + 3x + 4e^y = C$  với  $C$  là hằng số tùy ý.

C.  $x^9 - 5xy + 3x - 4e^y = C$  với  $C$  là hằng số tùy ý.

D.  $x^9 + 5xy + 3x - 4e^y = C$  với  $C$  là hằng số tùy ý.

**Câu 96.** Nghiệm tổng quát của phương trình vi phân  $(4e^{8x} + 3y - 7)dx + 3xdy = 0$  là

A.  $\frac{e^{8x}}{2} + 3xy - 7x = C$  với  $C$  là hằng số tùy ý.    B.  $\frac{e^{8x}}{2} - 3xy - 7x = C$  với  $C$  là hằng số tùy ý.

C.  $4e^{8x} - 3xy - 7x = C$  với  $C$  là hằng số tùy ý.    D.  $4e^{8x} + 3xy - 7x = C$  với  $C$  là hằng số tùy ý.

**Câu 97.** Nghiệm tổng quát của phương trình vi phân  $\frac{1}{x^2 + 1}dx + \frac{y}{y^2 + 1}dy = 0$  là

A.  $\arctan x + \frac{1}{2} \ln(y^2 + 1) = C$  với  $C$  là hằng số tùy ý.

B.  $\arctan x - \frac{1}{2} \ln(y^2 + 1) = C$  với  $C$  là hằng số tùy ý.

C.  $\arctan x + \ln(y^2 + 1) = C$  với  $C$  là hằng số tùy ý.

D.  $\ln(x^2 + 1) + \frac{1}{2} \ln(y^2 + 1) = C$  với  $C$  là hằng số tùy ý.

**Câu 98.** Nghiệm tổng quát của phương trình vi phân  $y' + 3y = -e^x$  là

A.  $y = Ce^{-3x} - \frac{e^x}{4}$  với  $C$  là hằng số tùy ý.

B.  $y = Ce^{-3x} + \frac{e^x}{4}$  với  $C$  là hằng số tùy ý.

C.  $y = Ce^{3x} - \frac{e^x}{4}$  với  $C$  là hằng số tùy ý.

D.  $y = Ce^{3x} + \frac{e^x}{4}$  với  $C$  là hằng số tùy ý.

**Câu 99.** Tìm các số thực  $a, b$  để  $y^* = (ax^3 + bx^2)e^x$  là nghiệm riêng của phương trình vi phân  $y'' - 2y' + y = (12x - 6)e^x$ .

- A.  $a = 2$  và  $b = -3$ .      B.  $a = 3$  và  $b = -2$ .      C.  $a = -3$  và  $b = 2$ .      D.  $a = 2$  và  $b = 3$ .

**Câu 100.** Tìm các số thực  $a, b$  để phương trình vi phân  $y'' + y = 6 \cos x - 4 \sin x$  có nghiệm riêng  $y^* = x(a \cos x + b \sin x)$ .

- A.  $a = 2$  và  $b = 3$ .      B.  $a = 1$  và  $b = 3$ .      C.  $a = 2$  và  $b = 1$ .      D.  $a = 1$  và  $b = 2$ .