CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ÔN TẬP MÔN ĐẠI SỐ

CHƯƠNG 1: SƠ LƯỢC VỀ LOGIC MỆNH ĐỀ, TẬP HỢP, ÁNH XẠ VÀ ĐẠI SỐ BOOLE

1.

Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. "Số π không phải là một số hữu tỉ" là một mệnh đề lôgich toán học.

B. "Hãy vẽ một đường tròn có bán kính bằng 1 cm" là một mệnh đề lôgich toán học.

C. "Mọi số tự nhiên đều là số thực có phải không?" là một mệnh đề lôgich toán học.

D. Với mọi mệnh đề p thì $p \vee \overline{p}$ luôn sai.

2.

Cho tập A, phần tử x thuộc A và $\mathscr{P}(A)$ là tập các tập con của A. Khẳng định nào dưới đây **không đúng?**

A. $x \subset A$.

B. $\varnothing \in A$.

C. $\{x\} \subset A$.

D. $\{x\} \in \mathscr{P}(A)$.

3.

Trong tập $X = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$ xét hai hàm mệnh đề $P(x)$:"x chia hết cho 5" và $Q(x)$: "x lẻ". Đặt $A = \{x \in X \mid P(x)\}$, $B = \{x \in X \mid Q(x)\}$. Khẳng định nào dưới đây **không đúng?**

A. $A \setminus B = \{5\}$.

B. $B = \{1,3,5,7,9,11\}$.

C. $A = \{5,10\}$.

D. $A \cap B = \{5\}$.

4.

Ánh xạ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ nào dưới đây là **đơn ánh**?

A. $f(x) = x - 1$.

B. $f(x) = x^3 + 2x^2$.

C. $f(x) = -|x| + 3$.

D. $f(x) = x^2 + 3x + 2$.

5.

Cho ánh xạ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x^3 + 3$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. f là song ánh.

B. f là toàn ánh nhưng không là đơn ánh.

C. f là đơn ánh nhưng không là toàn ánh.

D. f không là đơn ánh cũng không là toàn ánh.

6.

Đối ngẫu của công thức Boole $(x \vee y) \vee (x \wedge 0) \vee (x' \wedge 1)$ là

A. $(x \wedge y) \wedge (x \vee 1) \wedge (x' \vee 0)$ **.**

B. $(x \wedge y') \vee (x \wedge 1) \vee (x' \wedge 0)$ **.**

C. $(x' \wedge y) \vee (x' \wedge 0) \vee (x \wedge 1)$**.**

D. $(x \vee z') \wedge (x \vee 0) \wedge (x' \vee 1)$**.**

7.

Trong các ánh xạ dưới đây, ánh xạ nào **không** là đơn ánh?

A. $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2x - c;\ c \in \mathbb{R}$.

B. $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 3$.

C. $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = e^x$.

D. $f: \mathbb{R}^* \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{1}{x}$.

8.

Công thức nào dưới đây là rút gọn của công thức $(x \vee y) \wedge (y \vee z)$.

A. $y \vee (x \wedge z)$.

B. $(x \wedge y) \vee z$.

C. $(x \wedge z) \vee y$.

D. $(y \wedge z) \vee x$.

9.

Giả sử X, Y, S, T là các tập con của tập E. Khẳng định nào dưới đây **không đúng?**

A. Nếu $X \cup S \subset Y \cup T$, $X \cap S \subset Y \cap T$ thì $X \subset Y, S \subset T$.

B. Nếu $X \subset Y, S \subset T$ thì $X \cup S \subset Y \cup Y$, $X \cap S \subset Y \cap T$.

C. $X \setminus Y = \varnothing$ khi và chỉ khi $X \subset Y$.

D. $X \subset (X \cup Y); Y \subset (X \cup Y)$.

10.

Cho A, B là hai tập con của tập E. Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. $A \setminus (A \cap B) = A \setminus B$.

B. $(A \cup B) \subset (A \setminus B)$.

C. $(A \setminus B) \subset (A \cap B)$.

D. $A \cup (A \cap B) = A \setminus B$.

11.

Cho X, Y là hai tập con của tập E. Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. $X \cup Y = (X \cap Y) \cup (X \setminus Y) \cup (Y \setminus X)$.

B. $X \cup (X \setminus Y) = X \cup Y$.

C. $X \cap (X \setminus Y) = X \cap Y$.

D. $X \cup (X \setminus Y) = X \setminus Y$.

12.

Cho A, B là hai tập con của tập E. Khẳng định nào dưới đây **không đúng?**

A. $(A \cup B = E) \Rightarrow (B = \overline{A})$.

B. $A \subset B \Leftrightarrow A \cap B = A$.

C. $A \subset B \Leftrightarrow \overline{B} \subset \overline{A}$.

D. $(A \setminus B) \cap B = \varnothing$.

13.

Giả sử A, B, C, D là các tập con của tập E. Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. $A \cap B \neq \varnothing \Leftrightarrow (A \times B) \cap (B \times A) \neq \varnothing$.

B. $(A \times C) \cup (B \times D) = (A \cup B) \times (C \cup D)$.

C. $(A \cup B) \subset (A \setminus B)$.

D. $A \cup (A \cap B) = A \setminus B$.

14.

Công thức nào dưới đây là rút gọn của công thức Boole sau:

$$\left[x \vee (y \wedge x')\right] \wedge \left[y \vee (z \wedge y')\right] \wedge z.$$

A. $(x \vee y) \wedge z$.

B. $(x \wedge y') \vee z$.

C. $(x \wedge z') \vee y$.

D. $(x \wedge z) \vee (x' \wedge y)$.

15.

Cho ánh xạ $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ g(x) = \dfrac{x}{x^2 + x + 1}$. Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. Ánh xạ g không là đơn ánh, cũng không là toàn ánh.

B. Ánh xạ g là toàn ánh.

C. Ánh xạ g là đơn ánh.

D. Ánh xạ g là song ánh.

16.

Cho các ánh xạ $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$. Ánh xạ nào dưới đây là toàn ánh?

A. $f(x)=2x^3-3x+1.$

B. $f(x)=5^x.$

C. $f(x)=2x^2+5.$

D. $f(x)=\log_3(3x^2+1).$

17.

Ánh xạ nào dưới đây **không** là song ánh?

A. $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-2x.$

B. $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\log_3 x.$

C. $f:[0,\pi]\to[-1,1]$, $f(x)=\cos x.$

D. $f:[1;3]\to[1;9], f(x)=x^2.$

18.

Công thức nào sau đây là rút gọn của công thức $(a\wedge b)\vee[a\wedge(a\wedge b)']\vee(b\wedge c)$.

A. $a\vee(b\wedge c)$.

B. $(a\wedge b')\vee c$.

C. $(a\wedge c')\vee b$.

D. $(a\wedge c)\vee(a'\wedge b)$.

19.

Cho ánh xạ $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ có công thức xác định ảnh $f(x)=3|x|x$. Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. f có ánh xạ ngược $f^{-1}(x)=\begin{cases}\sqrt{\dfrac{x}{3}} & \text{khi } x\geq 0\\ \sqrt{\dfrac{-x}{3}} & \text{khi } x<0\end{cases}$.

B. f là toàn ánh nhưng không là đơn ánh.

C. f là đơn ánh nhưng không là toàn ánh.

D. f có ánh xạ ngược $f^{-1}(x)=\dfrac{1}{3}|x|$.

20.

Mệnh đề nào dưới đây **không đúng?**

A. $\big(p\vee(p\Rightarrow q)\big)\equiv(p\vee q)$.

B. $\big(p\wedge(p\Rightarrow q)\big)\equiv(p\wedge q)$.

C. $(q\vee p)\equiv(p\vee q)$.

D. $\left(p \wedge (q \wedge r)\right) \equiv \left((p \wedge q) \wedge r\right)$.

21.

Hai tập hợp X và Y nào dưới đây **không bằng nhau?**

A. $X = \left\{x \in \mathbb{R} \middle| x^2 + 2x > 0\right\}$, $Y = \left\{x \in \mathbb{R} \middle| x > 0\right\}$.

B. $X = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 0\}$; $Y = \{x \in \mathbb{R} : x \geq |x|\}$.

C. X là tập các số lẻ nhỏ hơn 10 ; $Y = \{1,3,5,7,9\}$.

D. $X = \left\{x \in \mathbb{R} \middle| x^2 - 9 \leq 0\right\}$, $Y = [-3,3]$.

22.

Tìm hàm Boole $F(a,b,c)$ trong B_2 nhận giá trị 1 khi và chỉ khi $a = 1, c = 0, b$ tùy ý hoặc $a = c = 0, b = 1$.

A. $F(a,b,c) = (a \vee b) \wedge c'$.

B. $F(a,b,c) = (a \wedge b \wedge c') \vee (a' \wedge b \wedge c')$.

C. $F(a,b,c) = (a \wedge b) \vee c'$.

D. $F(a,b,c) = (a \wedge b' \wedge c') \vee (a' \wedge b \wedge c')$.

CHƯƠNG 2: KHÔNG GIAN VÉC TƠ

23.

Tập hợp các véc tơ có dạng nào dưới đây **không** là không gian véc tơ con của $\mathbb{R}^3$?

A. Các véc tơ có dạng $(x,3,z); x,z \in \mathbb{R}$.

B. Các véc tơ $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$ thoả mãn $x - 2y + 3z = 0$.

C. Các véc tơ có dạng $(x,y,0); x,y \in \mathbb{R}$.

D. Các véc tơ $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$ thoả mãn $2x = 3(y+z)$.

24.

Tập hợp các véc tơ có dạng nào dưới đây là không gian véc tơ con của $\mathbb{R}^3$?

A. Các véc tơ $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$ thoả mãn $x + 2y - 3z = 0$.

B. Các véc tơ $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$ thoả mãn $xyz = 0$.

C. Các véc tơ $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$ thoả mãn $x > y > z$.

D. Các véc tơ $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$ thoả mãn $x = z^2$.

25.

Khẳng định nào dưới đây **không đúng?**

A. Hệ véc tơ chứa hệ con độc lập tuyến tính là hệ độc lập tuyến tính.

B. Hệ chứa véc tơ 0 là hệ phụ thuộc tuyến tính.
C. Hệ 2 véc tơ là phụ thuộc tuyến tính khi và chỉ khi 2 véc tơ này tỉ lệ.
D. Mọi hệ vec tơ con của một hệ vec tơ độc lập tuyến tính đều độc lập tuyến tính.

26.
Khẳng định nào dưới đây **không đúng?**

A. Hệ vec tơ phụ thuộc tuyến tính không tồn tại hệ con độc lập tuyến tính tối đại.
B. Hệ vec tơ độc lập tuyến tính có duy nhất một hệ con độc lập tuyến tính tối đại.
C. Số vec tơ của một hệ vec tơ con độc lập tuyến tính tối đại của hệ hữu hạn các vec tơ S nhỏ hơn hạng của hệ vec tơ S.
D. Hạng của một hệ hữu hạn các vec tơ S bằng với số chiều của không gian vec tơ sinh bởi hệ S.
27.
Hệ véc tơ nào dưới đây là một **cơ sở** của không gian véc tơ $\mathbb{R}^3$?
A. $u=(1,1,1)$, $v=(1,1,0)$, $w=(1,0,0)$.
B. $u=(1,-3,3)$, $v=(2,0,2)$, $w=(3,-1,8)$, $x=(3,-1,7)$.
C. $u=(2,-1,1)$, $v=(2,1,-1)$.
D. $u=(1,1,2)$, $v=(1,2,5)$, $w=(2,2,4)$.
28.
Giả sử hệ véc tơ $\{e_1,...,e_n\}$ là một cơ sở của không gian vec tơ V. Khẳng định nào dưới đây **không đúng?**
A. $\{e_1,...,e_n\}$ là một hệ sinh nhưng không phải là hệ độc lập tuyến tính.
B. $\{e_1,...,e_n\}$ là hệ độc lập tuyến tính tối đại của V.
C. $\dim V = r\{e_1,...,e_n\}$.
D. $\{e_1,...,e_n\}$ là một hệ độc lập tuyến tính của V.
29.
Gọi A là ma trận của hệ véc tơ sau trong cơ sở chính tắc của $\mathbb{R}^3$.
$v_1=(1,0,-1), v_2=(3,-4,0)$, $v_3=(2,3,5)$, $v_4=(4,4,-2)$.
Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. $A=\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 4 \\ 0 & -4 & 3 & 4 \\ -1 & 0 & 5 & -2 \end{bmatrix}$.

B. $A=\begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 0 & -1 & 4 \\ -5 & 0 & 7 \\ -1 & 31 & 11 \end{bmatrix}$.

C. $A=\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & -4 & 0 \\ 2 & 3 & 5 \\ 4 & 4 & -2 \end{bmatrix}$.

D. $A=\begin{bmatrix} -5 & 0 & 5 & 11 \\ 2 & -4 & 3 & 3 \\ -1 & 3 & -7 & -12 \end{bmatrix}$.

30.

Giả sử $T=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & -3 & 6 \\ 1 & 5 & 1 \end{bmatrix}$ là ma trận chuyển từ cơ sở chính tắc $\mathscr{B}$ sang $\mathscr{B}'$ của không gian véc tơ $\mathbb{R}^3$. Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. $\mathscr{B}'=\{\,(1,0,1),(2,-3,5),(4,6,1)\,\}$.

B. $\mathscr{B}'=\{\,(0,0,0),(0,-11,0),(0,0,1)\,\}$.

C. $\mathscr{B}'=\{\,(2,-3,5),(6,-1,6),(1,0,1)\,\}$.

D. $\mathscr{B}'=\{\,(1,1,1),(1,1,0),(1,0,0)\,\}$.

31.

Khẳng định nào dưới đây **không đúng**?

A. Mọi hệ vec tơ độc lập tuyến tính của $\mathbb{R}^3$ đều là cơ sở của $\mathbb{R}^3$.

B. Mọi hệ sinh độc lập tuyến tính của $\mathbb{R}^3$ đều là cơ sở của $\mathbb{R}^3$.

C. $\dim \mathbb{R}^3 = 3$.

D. Mọi cơ sở của $\mathbb{R}^3$ đều gồm 3 véc tơ.

32.

Cho các tập con của $\mathbb{R}^4$

$A=\{(x,y,z,t)\mid x+y+z-2t=0\}$;

$B=\{(x,y,z,t)\mid x>0, y+2z+t=0\}$;

$C=\{(x,y,z,t)\mid x+2z=0\}$.

Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. Cả A và C đều là không gian véc tơ con của $\mathbb{R}^4$.

B. Cả B và C đều là không gian véc tơ con của $\mathbb{R}^4$.

C. Cả A và B đều là không gian véc tơ con của $\mathbb{R}^4$.

D. Chỉ có C là không gian véc tơ con của $\mathbb{R}^4$.

33.

Tìm tất cả các giá trị của m để các véc tơ $v_1 = (1,-3,3)$, $v_2 = (3,2,5)$, $v_3 = \left(5,6,\frac{m}{11}\right)$ độc lập tuyến tính. Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. $m \neq 81$.

B. $m \neq 2$.

C. $m \neq 11$.

D. $m = 81$.

34.

Hệ véc tơ nào dưới đây là cơ sở của không gian $\mathbb{R}^3$?

A. $\{u_1 = (2,3,-4); u_2 = (1,4,-3); u_3 = (2,3,-1)\}$.

B. $\{v_1 = (1,4,-3), v_2 = (1,3,-4), v_3 = (2,3,-11)\}$.

C. $\{s_1 = (-1,0,-7)\}$.

D. $\{v_1 = (-1,3,-2); v_2 = (2,-4,6); v_3 = (0,-3,5); v_4 = (-1,0,0)\}$.

35.

Với giá trị nào của m thì hệ vec tơ $\{(0,1,-1),(2,-1,3),(2,-3,m)\}$ là hệ độc lập tuyến tính?

A. $m \neq 5$.

B. $m = 1$.

C. $m \neq 11$.

D. $m = 4$.

36.

Hệ véc tơ nào dưới đây là **hệ sinh** của $\mathbb{R}^3$?

A. $\{u_1 = (3,2,-5), u_2 = (2,1,-3), u_3 = (1,-1,1)\}$.

B. $\{u_1 = (2,-1,3), u_2 = (4,1,2)\}$.

C. $\{u_1 = (23,0,13)\}$.

D. $u_1 = (3,1,4)$, $u_2 = (2,-3,5)$, $u_3 = (5,-2,9)$.

37.

Hệ véc tơ nào dưới đây của $\mathbb{R}^3$ là **độc lập tuyến tính**?

A. $v_1 = (1,-3,2)$, $v_2 = (2,-1,5)$.

B. $v_1 = (2,-3,7)$, $v_2 = (2,10,8)$, $v_3 = (10,-1,8)$, $v_4 = (3,-9,7)$.

C. $v_1 = (1,-2,1)$, $v_2 = (2,0,-6)$, $v_3 = (-4,0,12)$.

D. $v_1 = (4,-5,3)$, $v_2 = (5,-2,-9)$, $v_3 = (8,-1,13)$, $v_4 = (2,-3,5)$.

38.

Hãy xác định m sao cho $v = (7,-2,m)$ biểu diễn được thành tổ hợp tuyến tính của $u_1 = (2,3,5)$, $u_2 = (3,7,8)$, $u_3 = (1,-6,1)$. Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. $m = 15$.

B. $m = 14$.

C. $m = 13$.

D. $m = 16$.

39.

Biểu diễn ma trận $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ thành tổ hợp tuyến tính của 3 ma trận

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. $x = 3,\ y = -2,\ z = -1$.

B. $x = 4,\ y = -5,\ z = 2$.

C. $x = -4,\ y = 5,\ z = -1$.

D. $x = -2,\ y = 4,\ z = -3$.

40.

Ký hiệu $(v)_{\mathscr{B}}$ là tọa độ của véc tơ $p = 4 - 3t + 2t^2$ viết trong cơ sở $\mathscr{B} = \left\{1 + t + t^2, 1 + t, 1\right\}$.

Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. $(p)_{\mathscr{B}} = (2,-5,7)$.

B. $(p)_{\mathscr{B}} = (2,-3,-8)$.

C. $(p)_{\mathscr{B}} = (-2,3,-7)$.

D. $(p)_{\mathscr{B}} = (-2,-3,8)$.

41.

Xét các kết luận sau:

a) Tập các véc tơ có dạng $(x, y, 0) \in \mathbb{R}^3$ có chiều bằng 2.

b) Tập các véc tơ có dạng $(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$ với $x - 2y + 3z - t = 0$ có chiều bằng 2.

Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. a) đúng, **b)** sai.

B. a) sai, **b)** đúng.
C. a) đúng, **b)** đúng.
D. a) sai, **b)** sai.

42.

Xét các kết luận sau:

a) Tập các véc tơ có dạng $(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$ với $x - y = 0, z - t = 0$ có chiều bằng 3.

b) Tập các véc tơ có dạng $(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$ với $4x - 2y + z + 3t = 0$ có chiều bằng 3.

Khẳng định nào dưới đây **đúng?**
A. a) sai, **b)** đúng.
B. a) đúng, **b)** sai.
C. a) đúng, **b)** đúng.
D. a) sai, **b)** sai.

43.

Cho hệ $\mathscr{S}$ gồm các véc tơ: $u_1 = (1,1,0); u_2 = (1,0,1); u_3 = (0,1,1)$ của $\mathbb{R}^3$. Khẳng định nào dưới đây về định thức của $\mathscr{S}$ là **đúng?**
A. $\det(\mathscr{S}) = -2$.
B. $\det(\mathscr{S}) = -3$.
C. $\det(\mathscr{S}) = 0$.
D. $\det(\mathscr{S}) = 5$.

44.

Cho hệ $\mathscr{S}$ gồm các véc tơ: $u_1 = (1,-1,2); u_2 = (1,3,-2); u_3 = (-2,2,-4)$ của $\mathbb{R}^3$. Tính định thức D và tìm hạng r của hệ $\mathscr{S}$. Khẳng định nào dưới đây **đúng?**
A. $D = 0, r = 2$.
B. $D = 5, r = 3$.
C. $D = 0, r = 3$.
D. $D = 0, r = 1$.

45.

Giả sử W_1, W_2 là hai không gian con của không gian véc tơ V. Khẳng định nào dưới đây **không đúng?**
A. $\dim(W_1 + W_2) = \dim(W_1) + \dim(W_2)$.
B. Tổng $W_1 + W_2$ là tổng trực tiếp $W_1 \oplus W_2$ khi và chỉ khi $W_1 \cap W_2 = \{\mathbf{0}\}$.
C. W_1, W_2 là hai không gian con của $W_1 + W_2$.
D. $W_1 \cap W_2$ là không gian con của $W_1 + W_2$.

46.

Giả sử V_1, V_2 là hai không gian con của không gian véc tơ $\mathbb{R}^3$. Khẳng định nào dưới đây **không đúng?**

A. Nếu $\dim V_1 = \dim V_2$ thì tổng $V_1 + V_2$ là tổng trực tiếp.

B. Nếu $\dim V_1 = 1, \dim V_2 = 2$ và $V_1 \cap V_2 = \{\mathbf{0}\}$ thì $\mathbb{R}^3 = V_1 \oplus V_2$.

C. $\dim V_1 = \dim V_2 = 2 \Rightarrow V_1 \cap V_2 \neq \{\mathbf{0}\}$.

D. $V_1 + V_2$ là tổng trực tiếp khi và chỉ khi $\dim(V_1 \cap V_2) = \mathbf{0}$.

47.

Cho 3 véc tơ v_1, v_2, v_3 của không gian véc tơ V. Khẳng định nào sau đây **đúng?**

A. Nếu $\{v_1, v_2, v_3\}$ độc lập thì $\{v_1 + v_2, 2v_2 + v_3, v_1 + v_3\}$ cũng độc lập.

B. Nếu $\{v_1, v_2\}$ độc lập thì $\{v_1 + v_2, v_1 + 2v_2\}$ không độc lập.

C. Nếu $\{v_1, v_2\}$ độc lập thì $\{v_1 + v_2, v_1 - v_2\}$ không độc lập.

D. Nếu $\{v_1, v_2, v_3\}$ độc lập thì $\{v_1 + 3v_2, v_1 + 2v_2 - v_3, v_1 + v_3\}$ không độc lập.

48.

Xét $W_1 = \{(x, 0, z) \mid x, z \in \mathbb{R}\}, W_2 = \text{span}\{(1,2,3);(2,1,4)\}$. Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. $\dim W_1 = 2$.

B. $\dim W_2 = 1$.

C. $(3,-1,5) \in W_2$.

D. $W_1 \cap W_2 = \{(0,0,0)\}$.

49.

Xét $W = \text{span}\{(1,3,-4);(5,2,-1)\}$ và $v = (2,0,1)$. Khẳng định nào dưới đây **không đúng?**

A. $(0,-4,5) \in W$.

B. $(3,0,k) = \dfrac{3}{2}v \Leftrightarrow k = \dfrac{3}{2}$.

C. $(6,5,-5) \in W$.

D. $\dim W = 2$.

50.

Trong không gian $\mathbb{R}^3$ xét $u = (a,b,c)$ và hệ vec tơ cơ sở

$$\mathscr{B} = \{v_1 = (1,0,1); v_2 = (0,1,-1); v_3 = (-1,1,0)\}.$$

Ký hiệu $(u)_{\mathscr{B}}$ là tọa độ của u trong cơ sở $\mathscr{B}$. Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. $(u)_{\mathscr{B}} = \left(\dfrac{a+b+c}{2}, \dfrac{a+b-c}{2}, \dfrac{-a+b+c}{2}\right)$.

B. $\mathscr{B}$ có hạng là 2.
C. $\mathscr{B}$ là hệ phụ thuộc tuyến tính.
D. $(u)_{\mathscr{B}} = (b, c, a)$.

51.

Cho hai không gian con $V_1 = \{(x, y, z, x) | x, y, z \in \mathbb{R}\}, V_2 = \{(x, x, z, 2z - x) | x, z \in \mathbb{R}\}$.

Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. $\dim V_2 = 2$.

B. $\dim V_1 = 1$.

C. $\mathbb{R}^4 = V_1 \oplus V_2$.

D. $\dim V_2 = 3$.

52.

Trong không gian $\mathbb{R}^3$ xét các không gian véctơ con:

$U = \{(x, y, z) | x + 2y - z = 0\}, V = \{(x, y, z) | 3x + y + z = 0\}, W = \left\{(x, y, z) \middle| \begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x + 3y - z = 0 \end{cases}\right\}$.

Khẳng định nào sau đây **đúng?**

A. $\mathbb{R}^3 = U \oplus W$.

B. $\dim V = 1$.

C. $\mathbb{R}^3 = U \oplus V$.

D. $\dim U = 3$.

CHƯƠNG 3: MA TRẬN VÀ ĐỊNH THỨC

53.

Phép toán nào dưới đây **không thực hiện được?**

A. $\begin{bmatrix} 1 & -2 & -5 \\ -3 & 5 & 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 & 13 \\ 32 & 19 \end{bmatrix}$.

B. $\begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 1 & 9 & 0 \end{bmatrix}; x, y \in \mathbb{R}$.

C. $\begin{bmatrix} 11 & 42 & -3 & 6 \\ 5 & 50 & 7 & 9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -5 & 61 & -83 & 0 \\ -2 & 18 & -74 & 2 \end{bmatrix}$.

D. $\dfrac{\sqrt{5}}{3} \begin{bmatrix} 34 & -15 & -3 & 6 \\ -5 & 11 & -7 & 29 \end{bmatrix}$.

54.

Cho $A=\begin{bmatrix} 2 & -5 & 1 \\ 3 & 0 & -4 \end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 0 & -1 & 5 \end{bmatrix}$ và $D=3A+tB;t\in\mathbb{R}$. Kết quả nào dưới đây **đúng?**

A. $D=\begin{bmatrix} 6+t & -15-2t & 3-3t \\ 9 & -t & -12+5t \end{bmatrix}$.

B. $D=\begin{bmatrix} 1+t & -1-2t & 3t \\ 3 & -t & 5t \end{bmatrix}$.

C. $D=\begin{bmatrix} -2+t & 2t & 4-3t \\ 3 & -t & 5t \end{bmatrix}$.

D. $D=\begin{bmatrix} 6+t & 5-22t & 3-3t \\ 3 & -t & 5t \end{bmatrix}$.

55.

Cho A,B,C là 3 ma trận vuông cấp *n*. Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. $A(BC)=(AB)C$.

B. $A(B+C)=AB+C$.

C. $AB=BA$.

D. $(kA)B=k^2(AB)$.

56.

Cho ma trận $A=\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \\ -4 & 0 \end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & -5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$. Với mọi $x,y\in\mathbb{R}$ đặt $C=xA+yB$. Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. $C=\begin{bmatrix} x-2y & 2x+y \\ 2x & -x-5y \\ -4x+y & 3y \end{bmatrix}$.

B. $C=\begin{bmatrix} x-2y & 2x+y \\ 2x & -x-5y \\ -4x+y & -x+3y \end{bmatrix}$.

C. $C=\begin{bmatrix} x-2y & 2x+y \\ 2x+y & -x-5y \\ 4x-y & 3y \end{bmatrix}$.

D. $C=\begin{bmatrix} x-2y & 2x+y \\ 2x & -x+5y \\ -4x+y & 3y \end{bmatrix}$.

57.

Cho $A=\begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$. Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. $A^t A=\begin{bmatrix} 5 & -2 & 4 \\ -2 & 1 & -3 \\ 4 & -3 & 13 \end{bmatrix}$.

B. $A^t + A=\begin{bmatrix} 1 & -8 & -1 \\ 1 & 2 & -5 \\ -9 & -2 & -5 \end{bmatrix}$.

C. $A^t - A=\begin{bmatrix} -1 & -8 & -10 \\ 1 & -2 & -5 \\ 9 & 22 & 15 \end{bmatrix}$.

D. $A^t - AA^t=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -5 \\ 0 & 0 & 15 \end{bmatrix}$.

58.

Hãy tính AB với $A=\begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & -1 & 4 \end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix} 1 & t \\ -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, t\in\mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. $\begin{bmatrix} -5 & t-8 \\ 12 & 2t+10 \\ 14 & t+14 \end{bmatrix}$.

B. $\begin{bmatrix} -2 & 3t-5 \\ 1 & t+4 \\ 5 & 3t+9 \end{bmatrix}$.

C. $\begin{bmatrix} 4 & t+4 \\ -1 & t+5 \\ -7 & t+9 \end{bmatrix}$.

D. $\begin{bmatrix} -5 & t-8 \\ -12 & 2t+10 \\ 14 & -t+14 \end{bmatrix}$.

59.

Cho x, y thỏa mãn $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = 6\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$.Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. $x = 3, y = 5$.

B. $x = 6, y = -10$.

C. Không tồn tại x, y thỏa mãn đẳng thức.

D. $x = -12, y = 20$.

60.

Ma trận B nào dưới đây là ma trận phụ hợp của ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$.

A. $B = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$.

B. $B = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$.

C. $B = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$.

D. $B = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$.

61.

Cho A, B là hai ma trận vuông cấp $n \geq 2$. Khẳng định nào dưới đây **không đúng?**

A. $\det(kA) = k\det(A)$.

B. $\det(A^2) = (\det(A))^2$.

C. $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

D. $\det(-A) = (-1)^n \det(A)$.

62.

Các giá trị nào dưới đây của t thỏa mãn $\begin{vmatrix} t & 2t \\ 4 & -t \end{vmatrix} = 0$.

A. $t = 0, t = -8$.

B. $t = 2, t = 8$.

C. $t = 0, t = 2$.

D. $t = 0, t = 4$.

63.

Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. Định thức của ma trận vuông có một hàng là các số 0 thì bằng không.

B. Định thức của ma trận vuông có các hàng đều không tỉ lệ với nhau thì bằng không.

C. Định thức của ma trận vuông có một hàng tỉ lệ với một cột thì bằng không.

D. Nếu thay đổi vị trí hai hàng của định thức thì định thức vẫn bằng định thức ban đầu.

64.

Cho $D = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 2 & 3 & -4 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$. Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. $D = 11$.

B. $D = -11$.

C. $D = 12$.

D. $D = -12$.

65.

Ma trận B nào dưới đây là ma trận phụ hợp của ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

A. $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

B. $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$.

C. $B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

D. $B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$.

66.

Cho A và B là các ma trận vuông cấp $n, (n \geq 2)$, k là một số thực tùy ý. Xét các đẳng thức dưới đây:

1) $\det(A) = -\det A$.
2) $\det(kA) = k\det A$

Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. 1) sai, 2) sai.

B. 1) đúng, 2) đúng.

C. 1) đúng, 2) sai.

D. 1) sai, 2) đúng.

67.

Định thức của ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & m \end{bmatrix}$ là

A. $\det A = -3(m-9)$.

B. $\det A = -m-10$.

C. $\det A = -3m-9$.

D. $\det A = 2(-m-10)$.

68.

Cho $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$. Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. $AB = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$.

B. $xA + yB = \begin{bmatrix} 2x-5y & 0 \\ 0 & 3x-y \end{bmatrix}; x, y \in \mathbb{R}$.

C. $AB \neq BA$.

D. $AB^2 = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 9 \end{bmatrix}$.

69.

Cho ma trận $A = \left[a_{ij}\right]$ vuông cấp n. Ta gọi và ký hiệu $\mathrm{Tr}A = a_{11} + a_{22} + ... + a_{nn}$ (tổng các phần tử trên đường chéo chính) là vết của A. Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. $\mathrm{Tr}(A+B) = \mathrm{Tr}A + \mathrm{Tr}B$.

B. $\mathrm{Tr}AB = \mathrm{Tr}B^2A$.

C. $\mathrm{Tr}(-A) = (-1)^n \mathrm{Tr}A; \forall n$.

D. $\mathrm{Tr}(2A) = 2^n \mathrm{Tr}A$.

70.

Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 2 & 3 & -4 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Khẳng định nào dưới đây về hạng $r(A)$ và vết $\mathrm{Tr}A$ của A là **đúng?**

A. $r(A) = 4, \mathrm{Tr}A = 4$.

B. $r(A) = 1, \mathrm{Tr}A = 6$.

C. $r(A) = 3, \mathrm{Tr}A = 4$.

D. $r(A) = 2, \mathrm{Tr}A = 6$.

71.

Cho $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & k \end{bmatrix}$ và đa thức $f(x) = x^2 + 6x - 5$. Khẳng định nào dưới đây **không đúng?**

A. $f(A) = \begin{bmatrix} 14 & 8+k \\ 24+3k & 5+k^2 \end{bmatrix}$.

B. $A - 5I = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 3 & k-5 \end{bmatrix}$.

C. $A^2 = \begin{bmatrix} 7 & 2+k \\ 6+3k & 3+k^2 \end{bmatrix}$.

D. $\det(A) = 2k - 3$.

72.

Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ và đa thức $f(x) = x^2 + x - 1$. Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. $A^2 = 2\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$.

B. $2A = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$.

C. $\det f(A) = 1$.

D. $f(A) = 3A$.

73.

Tìm các giá trị t thỏa mãn $\begin{vmatrix} t+12 & t-6 & 2 \\ 8 & t-5 & 1 \\ t+16 & t-11 & t+3 \end{vmatrix} = 0$.

A. $t = -2, t = 4$.

B. $t = -2, t = 1, t = 4$.

C. $t = -1,\ t = 2, t = 3$.

D. $t = -4,\ t = 2$.

74.

Với các giá trị λ nào sau đây thì hệ véc tơ sau độc lập tuyến tính?

$u = (\lambda, 1, 1)$, $v = (1, \lambda, 1)$, $w = (1, 1, \lambda)$.

A. $\lambda \neq -2, \lambda \neq 1$.

B. $\lambda = -3, \lambda = 1,\ \lambda = 4$.

C. $\lambda \neq -1,\ \lambda \neq 2,\ \lambda \neq 4$.

D. $\lambda = 1,\ \lambda = -2$.

75.

Cho $D(t) = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 9 & 27 \\ 1 & 4 & 16 & 64 \\ 1 & t & t^2 & t^3 \end{vmatrix}$. Khẳng định nào dưới đây **không đúng?**

A. $D(t) = -82(t+1)(t-3)(t-4)$.

B. $D(3) = 0$.

C. $D(t) = 20(t+1)(t-3)(t-4)$.

D. $D(4) = 0$.

76.

Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -m+1 \\ m+2 & 4 & m+1 \\ 5 & m+1 & 4 \end{bmatrix}$; $m \in \mathbb{R}$. Với giá trị nào của m thì tồn tại ma trận nghịch đảo A^{-1}.

A. $m \neq -6,\ m \neq 0,\ m \neq 3$.

B. $m \neq -6,\ m \neq 0,\ m \neq 5$.

C. $m \neq -5, m \neq -2, m \neq 4$.

D. $m \neq -6, m \neq 1, m \neq 3$.

77.

Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} m+2 & -m-2 & 0 \\ -3 & m+5 & -3 \\ -6 & 6 & m-4 \end{bmatrix}; m \in \mathbb{R}$. Với giá trị nào của m thì tồn tại ma trận nghịch đảo A^{-1}.

A. $m \neq -2, m \neq 4$.

B. $m \neq 2, m \neq 5$.

C. $m \neq 1, m \neq 2$.

D. $m \neq -4, m \neq 1, m \neq 3$.

78.

Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 \\ -3 & 5 & -3 \\ -1 & 0 & 4 \end{bmatrix}$. Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. $A^{-1} = \frac{1}{10}\begin{bmatrix} 20 & 8 & 6 \\ 15 & 8 & 6 \\ 5 & 2 & 4 \end{bmatrix}$.

B. $A^{-1} = \frac{1}{10}\begin{bmatrix} 20 & 8 & 6 \\ 5 & 8 & -6 \\ 9 & 2 & 4 \end{bmatrix}$.

C. $A^{-1} = \frac{1}{10}\begin{bmatrix} 20 & -8 & -6 \\ -15 & 8 & -6 \\ 5 & 2 & 4 \end{bmatrix}$.

D. $A^{-1} = \frac{1}{10}\begin{bmatrix} 20 & 8 & 6 \\ 5 & 8 & -6 \\ -5 & -2 & 4 \end{bmatrix}$.

79.

Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$. Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. $A^{-1} = \frac{1}{-2}\begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$.

B. $A^{-1} = \frac{1}{-2}\begin{bmatrix} 7 & -5 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$.

C. $A^{-1} = \frac{1}{-2}\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ -7 & 4 \end{bmatrix}$.

D. $A^{-1} = \frac{1}{-2}\begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$.

80.

Tìm tất cả các giá trị của x thỏa mãn phương trình: $\begin{vmatrix} x+2 & -x-2 & 0 \\ -3 & x+5 & -3 \\ -6 & 6 & x-4 \end{vmatrix} = 0$. Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. $x = -2,\ x = 4$.

B. $x = -2,\ x = 1$.

C. $x = -1,\ x = 4$.

D. $x = 1,\ x = -2,\ x = 4$.

81.

Tìm ma trận X thỏa mãn $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

A. $X = \begin{bmatrix} -\frac{1}{4} & 0 \\ \frac{5}{8} & 1 \end{bmatrix}$.

B. $X = \begin{bmatrix} -\frac{1}{4} & 1 \\ \frac{5}{8} & 0 \end{bmatrix}$.

C. $X = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & 0 \\ \frac{5}{8} & 1 \end{bmatrix}$.

D. $X = \begin{bmatrix} -\frac{1}{4} & 0 \\ -\frac{5}{8} & 1 \end{bmatrix}$.

82.

Cho $A=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{bmatrix}$ và $n\in\mathbb{N}^*$. Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. $A^n=\begin{bmatrix}1 & n\\ 0 & 1\end{bmatrix}$.

B. $A^n=\begin{bmatrix}1 & 2^n\\ 0 & 1\end{bmatrix}$.

C. $A^n=\begin{bmatrix}1 & 0\\ n & 1\end{bmatrix}$.

D. $A^n=\begin{bmatrix}1 & n+1\\ 0 & 1\end{bmatrix}$.

83.

Cho ma trận $A=\begin{bmatrix}1 & a & a^2\\ 1 & b & b^2\\ 1 & c & c^2\end{bmatrix}$. Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. $\det(A)=-(a-b)(a-c)(b-c)$.

B. $\det(2A)=8(c-a)(c-b)$.

C. $\det(A)=(a-b)(a-c)(b-c)$.

D. $a=b\Rightarrow\det(A)\neq 0$.

84.

Cho $D=\begin{vmatrix}0 & x^2-1 & 0 & 0\\ 1 & 2-x^2 & 2 & 3\\ 0 & 0 & 0 & x^2-4\\ 2 & 3 & 1 & 9-x^2\end{vmatrix}$.

Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. $D=-3(x^2-1)(x^2-4)$.

B. $D=2(x^2-1)(x^2-3)$.

C. $D=(x^2-2)(x^2-9)$.

D. $D=3(x^2-2)(x^2-9)$.

85.

Cho A,B là hai ma trận vuông cùng cấp. Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. Nếu $AB=BA=I$ thì tồn tại $A^{-1}=B$.

B. Nếu $A^2 - 3A + I = 0$ thì tồn tại $A^{-1} = 3A - I$.

C. Nếu $AB = \mathbf{0}$ thì không tồn tại A^{-1}.

D. $\exists A^{-1} \Leftrightarrow \det(A) = 0$.

86.

Ký hiệu $r(A)$ là hạng của ma trận $A = \begin{bmatrix} a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & 1 & a \end{bmatrix}$.

Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. $r(A) = \begin{cases} 1 \text{ khi } a = 1 \\ 3 \text{ khi } a = -3 \\ 4 \text{ khi } a \neq 1, a \neq -3 \end{cases}$.

B. $r(A) = \begin{cases} 2 \text{ khi } a = 1 \\ 3 \text{ khi } a = -3 \\ 4 \text{ khi } a \neq 1, a \neq -3 \end{cases}$.

C. $r(A) = \begin{cases} 1 \text{ khi } a = 1 \\ 2 \text{ khi } a = -3 \\ 4 \text{ khi } a \neq 1, a \neq -3 \end{cases}$.

D. $r(A) = \begin{cases} 1 \text{ khi } a = 1 \\ 3 \text{ khi } a = -3 \\ 2 \text{ khi } a \neq 1, a \neq -3 \end{cases}$.

87.

Tìm tất cả các giá trị của *m* để hệ véc tơ sau phụ thuộc tuyến tính: $S = \{(1,0,1),(m,1,3),(m,m,0)\}$.

Khẳng định nào sau đây **đúng?**

A. $m \in \{0,4\}$

B. $m \notin \{0,4\}$

C. $m \in \{1,-4\}$

D. $m \notin \{1,-4\}$

CHƯƠNG 4: HỆ PHƯƠNG TRÌNH TUYẾN TÍNH

88.

Cho hệ phương trình tuyến tính có ma trận hệ số và ma trận bổ sung

$A=\begin{bmatrix} a_{11} & .... & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & .... & a_{mn} \end{bmatrix}, \tilde{A}=\begin{bmatrix} a_{11} & ... & a_{1n} & b_1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & ... & a_{mn} & b_m \end{bmatrix}$, các véc tơ hệ số tương ứng và véc tơ vế sau

$v_i=(a_{1i},...,a_{mi})\in\mathbb{R}^m, i=1,...,n \;\; b=(b_1,...,b_m)\in\mathbb{R}^m,\, b\neq\mathbf{0}$.

Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. Hệ phương trình có duy nhất nghiệm khi và chỉ khi $n=m, \det A\neq 0$.

B. Hệ phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $r(A)<r(\tilde{A})$.

C. Nếu $r(A)=p$ thì không gian nghiệm là không gian vec tơ con $n-p$ chiều của $\mathbb{R}^m$.

D. Hệ phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $b\notin \operatorname{span}\{v_1,...,v_n\}$.

89.

Xét các phép biến đổi của một hệ phương trình tuyến tính:

1) Đổi vị trí của hai phương trình của hệ.

2) Nhân một số bất kỳ vào cả 2 vế của một phương trình của hệ.

3) Bình phương 2 vế của một phương trình của hệ.

Khẳng định nào sau đây **không đúng?**

A. 1), 2) và 3) là các phép biến đổi tương đương.

B. 1) là phép biến đổi tương đương, **2) và 3)** là phép biến đổi không tương đương.

C. 1) là phép biến đổi tương đương.

D. 2) và **3)** là hai phép biến đổi không tương đương.

90.

Tìm m để hệ phương trình tuyến tính có nghiệm

$$\begin{cases} 2x+3y+z=7 \\ 5x+8y+z=m \\ x+4y-7z=-9 \end{cases}$$

A. $m=15$.

B. $m=13$.

C. $m\neq 15$.

D. Không tồn tại m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

91.

Tìm nghiệm của hệ phương trình tuyến tính: $\begin{cases} x_1+x_2+x_3=1 \\ x_1-2x_2+2x_3=5 \\ 3x_1+x_2+6x_3=7 \end{cases}$.

Khẳng định nào sau đây **đúng?**

A. $x_1 = \frac{11}{7}, x_2 = -\frac{8}{7}, x_3 = \frac{4}{7}$.

B. $x_1 = \frac{11}{7}, x_2 = \frac{8}{7}, x_3 = \frac{4}{7}$.

C. $x_1 = -\frac{6}{7}, x_2 = \frac{1}{7}, x_3 = \frac{15}{7}$.

D. $x_1 = -\frac{8}{7}, x_2 = \frac{11}{7}, x_3 = \frac{4}{7}$.

92.

Cho hệ m phương trình thuần nhất n ẩn với ma trận hệ số có hạng $r(A) = p$. Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. Hệ phương trình thuần nhất luôn tồn tại nghiệm.

B. Tập hợp nghiệm không phải là không gian con của $\mathbb{R}^n$.

C. Khi $p < n$ hệ vô nghiệm.

D. Khi $p = n$ hệ có hai nghiệm.

93.

Tìm các điều kiện của a, b, c để hệ phương trình sau **vô nghiệm**

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = a \\ 2x + 6y - 11z = b \\ x - 2y + 7z = c \end{cases}$$

Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. $5a - 2b - c \neq 0$.

B. $5a - 2b - c = 0$.

C. $2a - 5b + c \neq 0$.

D. $a - 5b + 2c = 0$.

94.

Tìm nghiệm của hệ phương trình tuyến tính $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 4 \\ -2x_1 - 4x_2 - 8x_3 = -8 \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 7 \end{cases}$.

Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. $\begin{cases} x_1 = -6 + 8x_3 \\ x_2 = 5 - 6x_3 \end{cases}$; x_3 tùy ý.

B. $\begin{cases} x_1 = 6 - 8x_3 \\ x_2 = 1 + 4x_3 \end{cases}$; x_3 tùy ý.

C. $\begin{cases} x_1 = 2 - 3x_3 \\ x_2 = 5 - x_3 \end{cases}$; x_3 tùy ý.

D. $\begin{cases} x_1 = 2 - 3x_3 \\ x_2 = 5 + x_3 \end{cases}$; x_3 tùy ý.

95.

Cho hệ phương trình tuyến tính với các ẩn x_1, x_2, x_3 có ma trận bổ sung là $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -6 & 5 \\ 0 & 1 & -2 & -9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$.

Khẳng định nào dưới đây **không đúng?**

A. Hệ phương trình đã cho vô nghiệm.

B. Hệ phương trình đã cho có vô số nghiệm.

C. Hệ phương trình đã cho có nghiệm là $\begin{cases} x_1 = 5 + 6x_3 \\ x_2 = -9 + 2x_3; x_3 \in \mathbb{R} \end{cases}$.

D. Hệ phương trình đã cho có nghiệm là $\begin{cases} x_1 = 5 + 6x_3 \\ x_2 = -9 + 2x_3 \\ x_3 = -1 \end{cases}$.

96.

Tìm tất cả các giá trị của *m* để hệ phương trình dưới đây là hệ Cramer: $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 - x_2 - 5x_3 = 2 \\ x_1 + x_2 + mx_3 = 3 \end{cases}$.

Khẳng định nào sau đây **đúng?**

A. $m \neq 1$

B. $m = 1$

C. $m \neq 3$

D. $m = 3$

97.

Xác định các giá trị của tham số m sao cho hệ phương trình sau có duy nhất nghiệm.

$$\begin{cases} mx + 2y + z = -1 \\ 3x + z = 3 \\ x - my + 2z = 2 \end{cases}.$$

Khẳng định nào sau đây **đúng?**

A. $m \neq -2, m \neq 5$.

B. $m = -2$.

C. $m = 5$.

D. Không tồn tại giá trị nào của m thoả mãn yêu cầu bài toán.

98.

Xác định các giá trị của tham số m sao cho hệ phương trình sau có nghiệm không tầm thường :

$$\begin{cases} 3x & & & + & z & = & 0 \\ mx & + & 2y & + & z & = & 0 \\ x & - & my & + & 2z & = & 0 \end{cases}.$$

Khẳng định nào sau đây **đúng?**

A. $m = 5$ hoặc $m = -2$

B. $m \neq -2$.

C. $m = -1$.

D. Không có giá trị nào của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

99.

Cho hệ phương trình tuyến tính phụ thuộc tham số m:

$$\begin{cases} mx + y + z = 0 \\ x + my + z = 0 \\ x + y + mz = 0 \end{cases}.$$

Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. Nếu $m \neq 1$ và $m \neq -2$ thì hệ có duy nhất nghiệm.

B. Nếu $m = 1$ thì hệ vô nghiệm.

C. Nếu $m = 0$ thì hệ vô nghiệm.

D. Nếu $m = 0$ thì hệ có vô số nghiệm.

100.

Cho hệ phương trình tuyến tính thuần nhất sau

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 0 \\ -2x_1 + 4x_2 - 6x_3 = 0 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 - 9x_4 = 0 \end{cases}$$

Khẳng định nào sau đây **không đúng?**

A. Không gian nghiệm có chiều bằng 4.

B. Hệ phương trình luôn có nghiệm.

C. Tập hợp nghiệm là không gian véc tơ con của $\mathbb{R}^4$.

D. Ma trận hệ số có hạng bằng 3.

CHƯƠNG 5: ÁNH XẠ TUYẾN TÍNH

101.

Ánh xạ $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ nào dưới đây **là** ánh xạ tuyến tính?

A. $f(x,y) = (2x - y, x + y)$.

B. $f(x,y) = (\sqrt[3]{x}, x - y)$.

C. $f(x,y) = (y^2, x)$.

D. $f(x,y) = (x, y + 1)$.

102.

Ánh xạ $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ nào dưới đây **không phải là** ánh xạ tuyến tính?

A. $f(x,y) = (x, -x + 2y, 2x - 3y + 1)$.

B. $f(x,y) = (x - 3y, y, 0)$.

C. $f(x,y) = (x, y, x + y)$.

D. $f(x,y) = (a_1x + b_1y, a_2x + b_2y, a_3x + b_3y); a_1, b_1, a_2, b_2, a_3, b_3 \in \mathbb{R}$.

103.

Ánh xạ $f:\mathbf{P}_2 \to \mathbf{P}_2$ nào dưới đây **không phải là** ánh xạ tuyến tính?

A. $f(a_0 + a_1x + a_2x^2) = a_0 + (a_1 + a_2 - 1)x + (a_0 - 4a_1)x^2$.

B. $f(a_0 + a_1x + a_2x^2) = a_0 + a_1(x + 2) + a_2(x + 2)^2$.

C. $f(a_0 + a_1x + a_2x^2) = a_0 + a_1x + a_2x^2$.

D. $f(a_0 + a_1x + a_2x^2) = a_2 + a_0x$.

104.

Ánh xạ $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ nào dưới đây **không là** một đẳng cấu?

A. $f(x,y) = (x + 2y, -2x - 4y)$.

B. $f(x,y) = (-x + 2y, 4x + y)$.

C. $f(x,y) = (4x - 3y, 8x + 6y)$.

D. $f(x,y) = (2x, -3x + y)$.

105.

Tìm đa thức đặc trưng của ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$. Khẳng định nào sau đây **đúng?**

A. $P(\lambda) = \lambda^2 - 5\lambda - 2$.

B. $P(\lambda) = \lambda^2 + 3\lambda - 2$.

C. $P(\lambda) = \lambda^2 - 5\lambda - 25$.

D. $P(\lambda) = \lambda^2 - 2\lambda - 5$.

106.

Cho ánh xạ tuyến tính $f:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ có ma trận chính tắc $A=\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & -7 & 5 \end{bmatrix}$. Công thức xác định ảnh của f là

A. $f(x,y,z)=(x-z,3x-7y+5z)$.

B. $f(x,y,z)=(x-y,3x-7y+5z)$.

C. $f(x,y,z)=(2x-3z,5x-7y+8z)$.

D. $f(x,y,z)=(3x-7y+5z,x-z)$.

107.

Cho ánh xạ tuyến tính $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ có ma trận chính tắc $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$. Công thức xác định ảnh của $f \circ f$ là

A. $f \circ f(x,y)=(7x+10y,15x+22y)$.

B. $f \circ f(x,y)=(7x+10y,15x-22y)$.

C. $f \circ f(x,y)=3(3x-2y,-10x+7y)$.

D. $f \circ f(x,y)=(7x+3y,2x-7y)$.

108.

Cho ánh xạ tuyến tính $f:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ có ma trận chính tắc $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$. Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. $f(1,1,1)=(2,5)$.

B. $f(1,1,1)=(5,2)$.

C. $f(1,1,1)=(-2,5)$.

D. $f(1,1,1)=(-5,2)$.

109.

Cho ánh xạ tuyến tính $f:V \to W$ là một toàn cấu và không phải là đơn cấu. Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. Ảnh của một hệ sinh của V là một hệ sinh của W.

B. $r(f)<\dim W$.

C. $\operatorname{Ker} f=\{\mathbf{0}\}$.

D. $f(V)\subset W$.

110.

Cho ánh xạ tuyến tính $f: V \to W$ là một đơn cấu và không là toàn cấu. Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. $r(f) = \dim V$.

B. Ảnh của một hệ véc tơ độc lập tuyến tính của V là một hệ véc tơ phụ thuộc tuyến tính trong W.

C. $f(V) = W$.

D. $f(v) = \mathbf{0} \Rightarrow v \neq \mathbf{0}$.

111.

Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$.Các giá trị riêng của ma trận A là:

A. $\lambda = 0, \lambda = 3.$

B. $\lambda = 0, \lambda = 1, \lambda = 3.$

C. $\lambda = 1, \lambda = 3.$

D. $\lambda = 1, \lambda = 2.$

112.

Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ có ma trận chính tắc $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & -5 & 6 \end{bmatrix}$. Véc tơ nào dưới đây thuộc $\mathrm{Ker} f$?

A. $(1,2,1)$.

B. $(1,1,2)$.

C. $(2,1,1)$.

D. $(1,-2,1)$.

113.

Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ có công thức xác định ảnh

$$f(x,y,z) = (x+y, y+z, 2x+y+z)$$

Khẳng định nào dưới đây về hạng $r(f)$ và $\dim \mathrm{Ker} f$ là **đúng?**

A. $r(f) = 2$ và $\dim \mathrm{Ker} f = 1$.

B. $r(f) = 1$ và $\dim \mathrm{Ker} f = 2$.

C. $r(f) = 2$ và $\dim \mathrm{Ker} f = 2$.

D. $r(f) = 3$ và $\dim \mathrm{Ker} f = 0$.

114.

Cho ánh xạ tuyến tính $f:\mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^3$ có $\dim \operatorname{Im} f = 4$. Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. Không gian nghiệm của phương trình $f(v) = \mathbf{0}$ có chiều bằng 1.

B. Với mọi $u \in \mathbb{R}^5$, phương trình $f(v) = u$ luôn có nghiệm.

C. Không gian nghiệm của phương trình $f(v) = \mathbf{0}$ có chiều bằng 3.

D. f đơn cấu.

115.

Cho đẳng cấu $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2; f(x,y) = (x+2y, 3x+4y)$. Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. $f^{-1}(x,y) = \left(-2x+y, \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}y\right)$.

B. $f^{-1}(x,y) = (-x-2y, -3x-4y)$.

C. $f^{-1}(x,y) = \frac{1}{2}(3x-2y, 4x+5y)$.

D. $f^{-1}(x,y) = \frac{1}{2}(3x-4y, 2x+5y)$.

116.

Cho ánh xạ tuyến tính $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ có ma trận chính tắc $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$. Ký hiệu A' là ma trận của f trong cơ sở $\{v_1 = (1,1), v_2 = (1,0)\}$. Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. $A' = \begin{bmatrix} 7 & 3 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}$.

B. $A' = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$.

C. $A' = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$.

D. $A' = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$.

117.

Cho ánh xạ tuyến tính $f:\mathbf{P}_2 \to \mathbf{P}_2$ có ma trận chính tắc là $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & 5 \\ 8 & 4 & 2 \end{bmatrix}$. Viết công thức xác định ảnh $f(p(x)); p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$.

A. $f\left(p(x)\right) = (a_0 + 3a_1 - a_2) + (a_0 + a_1 + 5a_2)x + (8a_0 + 4a_1 + 2a_2)x^2$.

B. $f\left(p(x)\right)=(a_0+3a_1-a_2)+(3a_0+3a_1-a_2)x+(8a_0+4a_1+2a_2)x^2$.

C. $f\left(p(x)\right)=(3a_0+2a_1+8a_2)+(3a_0+a_1+4a_2)x+(-a_0+5a_1+2a_2)x^2$.

D. $f\left(p(x)\right)=(a_0+3a_1-a_2)+(8a_0+4a_1+2a_2)x+(a_0+a_1+5a_2)x^2$.

118.

Đa thức đặc trưng của ma trận $A=\begin{bmatrix}1 & 1 & -3\\ 1 & -3 & 1\\ -3 & 1 & 1\end{bmatrix}$ là

A. $\mathscr{P}_A(\lambda)=(16-\lambda^2)(1+\lambda)$.

B. $\mathscr{P}_A(\lambda)=(16-\lambda)^2(1+\lambda)$.

C. $\mathscr{P}_A(\lambda)=(4-\lambda)(1+\lambda)^2$.

D. $\mathscr{P}_A(\lambda)=(4+\lambda)^2(1-\lambda)$.

119.

Cho ánh xạ tuyến tính $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$ có công thức xác định ảnh

$$f(x,y,z)=(x+y+z,x+y+z,x+y+z).$$

Đa thức đặc trưng của f là

A. $\mathscr{P}(\lambda)=3\lambda^2-\lambda^3$.

B. $\mathscr{P}(\lambda)=3\lambda-\lambda^3$.

C. $\mathscr{P}(\lambda)=3\lambda-\lambda^2$.

D. $\mathscr{P}(\lambda)=-(3-\lambda)\lambda^2$.

120.

Cho ma trận $A=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\end{bmatrix}$. Một cơ sở của không gian riêng ứng với giá trị riêng $\lambda=0$ của A là

A. $\left\{(-1,0,1);(-1,1,0)\right\}$.

B. $\left\{(1,0,1);(-1,2,1)\right\}$.

C. $\left\{(1,0,1)\right\}$.

D. $\left\{(-1,2,1);(1,-1,-2)\right\}$.

121.

Cho ma trận $A=\begin{bmatrix}1&2&1\\2&1&1\\1&1&2\end{bmatrix}$. Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. $\exists P: P^{-1}AP=\begin{bmatrix}4&0&0\\0&-1&0\\0&0&1\end{bmatrix}$.

B. $\exists P: P^{-1}AP=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&4\end{bmatrix}$.

C. $\exists P: P^{-1}AP=\begin{bmatrix}4&0&0\\0&4&0\\0&0&1\end{bmatrix}$.

D. $\exists P: P^{-1}AP=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&2&0\\0&0&2\end{bmatrix}$.

122.

Cho ánh xạ tuyến tính $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$ có công thức xác định ảnh

$$f(x,y)=(x+2y,2x+y).$$

Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. $f^{-1}(x,y)=\frac{1}{3}(-x+2y,2x-y)$.

B. $f^{-1}(x,y)=\frac{1}{3}(3x+2y,-x+2y)$.

C. $f^{-1}(x,y)=\frac{1}{3}(3x-y,2x+2y)$.

D. Không tồn tại f^{-1}.

123.

Cho ma trận $A=\begin{bmatrix}1&2&1\\2&1&1\\1&1&2\end{bmatrix}$. Biết $\lambda=1$ là một giá trị riêng của A, khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. Không gian riêng ứng với giá trị riêng $\lambda=1$ có số chiều là 1.

B. $(1,1,2)$ là một véc tơ riêng ứng với giá trị riêng $\lambda=1$.

C. $(2,0,-2)$ là một véc tơ riêng ứng với giá trị riêng $\lambda=1$.

D. $(1,1,1)$ là một véc tơ riêng ứng với giá trị riêng $\lambda = 1$.

124.

Cho ánh xạ tuyến tính $f:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3,\ f(x,y,z) = (x-y+z,-2x+2y-2z,z).$

Một cơ sở của $\operatorname{Ker} f$ là

A. $\{(1,1,0)\}$.

B. $\{(1,-2,3)\}$.

C. $\{(1,1,-2)\}$.

D. $\{(3,-2,1);(3,1,0)\}$.

125.

Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$. Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. Tồn tại $P = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ sao cho $P^{-1}AP = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$.

B. Tồn tại $P = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ sao cho $P^{-1}AP = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$.

C. Tồn tại $P = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ sao cho $P^{-1}AP = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$.

D. Tồn tại $P = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ sao cho $P^{-1}AP = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$.

126.

Cho ánh xạ tuyến tính $f:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ có công thức xác định ảnh

$$f(x,y,z) = (x+2y+z, 2x+z, y+z).$$

Một cơ sở của không gian riêng ứng với giá trị riêng $\lambda = 3$ là

A. $\{(5,4,2)\}$.

B. $\{(2,-3,4);(0,2,-4)\}$.

C. $\{(1,2,1)\}$.

D. $\{(5,2,1)\}$.

CHƯƠNG 6: DẠNG TOÀN PHƯƠNG VÀ KHÔNG GIAN VÉC TƠ EUCLIDE

127.

Ánh xạ $\eta:\mathbb{R}^2\times\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ nào dưới đây là một dạng song tuyến tính trên không gian véc tơ $\mathbb{R}^2$?

A. $\eta\left((x_1,y_1),(x_2,y_2)\right)=x_1x_2-3x_1y_2+x_2y_1-5y_1y_2$.

B. $\eta\left((x_1,y_1),(x_2,y_2)\right)=x_1x_2+(y_1-y_2)^2$.

C. $\eta\left((x_1,y_1),(x_2,y_2)\right)=x_1-y_1+x_2+y_2$.

D. $\eta\left((x_1,y_1),(x_2,y_2)\right)=2x_1+x_2-3x_1y_2+5y_1y_2$.

128.

Dạng song tuyến tính $\eta:\mathbb{R}^2\times\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ nào dưới đây có tính xác định

($\forall v=(x,y)\in\mathbb{R}^2;\eta(v,v)=0\Rightarrow v=\mathbf{0}$)?

A. $\eta\left((x_1,y_1),(x_2,y_2)\right)=x_1x_2-2x_1y_2+4x_2y_1+6y_1y_2$.

B. $\eta\left((x_1,y_1),(x_2,y_2)\right)=x_1x_2-6x_1y_2+2x_2y_1-4y_1y_2$.

C. $\eta\left((x_1,y_1),(x_2,y_2)\right)=x_1y_2+8x_2y_1+5y_1y_2$.

D. $\eta\left((x_1,y_1),(x_2,y_2)\right)=2x_1x_2+13x_1y_2-5y_1y_2$.

129.

Dạng song tuyến tính $\eta:\mathbb{R}^2\times\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ nào dưới đây có tính đối xứng

($\forall v,u\in\mathbb{R}^2;\eta(v,u)=\eta(u,v)$)?

A. $\eta\left((x_1,y_1),(x_2,y_2)\right)=x_1x_2+2x_1y_2+2x_2y_1-y_1y_2$.

B. $\eta\left((x_1,y_1),(x_2,y_2)\right)=x_1x_2-x_1y_2+2x_2y_1+y_1y_2$.

C. $\eta\left((x_1,y_1),(x_2,y_2)\right)=2x_1x_2+x_1y_2+6y_1y_2$.

D. $\eta\left((x_1,y_1),(x_2,y_2)\right)=x_1x_2-3x_1y_2+3x_2y_1-y_1y_2$.

130.

Cho dạng toàn phương $Q:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}$ xác định bởi

$$Q(x_1,x_2,x_3)=x_1{}^2-3x_2{}^2+2x_3{}^2-2x_1x_2-2x_1x_3+6x_2x_3$$

Ma trận của Q trong cơ sở chính tắc của $\mathbb{R}^3$ là

A. $A=\begin{bmatrix}1&-1&-1\\-1&-3&3\\-1&3&2\end{bmatrix}$.

B. $A=\begin{bmatrix}1&2&-4\\0&-3&2\\0&0&2\end{bmatrix}$.

C. $A=\begin{bmatrix}3 & 1 & -2\\ 1 & 2 & 1\\ -2 & 1 & -1\end{bmatrix}$.

D. $A=\begin{bmatrix}1 & 1 & -1\\ 1 & -3 & 3\\ -1 & 3 & 2\end{bmatrix}$.

131.

Cho dạng toàn phương $Q:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ xác định bởi

$$Q(x_1,x_2,x_3)=x_1^{\ 2}+x_2^{\ 2}+2x_3^{\ 2}-2x_1x_2-x_1x_3+2x_2x_3.$$

Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. $Q(1,1,1)=3$.

B. $Q(1,1,1)=-2$.

C. $Q(1,1,1)=4$.

D. $Q(1,1,1)=-3$.

132.

Giả sử $\langle .,. \rangle$ là một tích vô hướng của không gian véc tơ V. Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. Nếu $\langle u,v\rangle=0$ với mọi $v\in V$ thì $u=\mathbf{0}$.

B. $\forall u,v\in V$, $\forall k\in\mathbb{R}$; $\langle u,kv\rangle=k^2\langle u,v\rangle$.

C. $\langle u+v,u+v\rangle=\langle u,u\rangle+\langle v,v\rangle$.

D. $\langle u,u\rangle>0\Rightarrow u=\mathbf{0}$.

133.

Ký hiệu $\|u\|=\sqrt{\langle u,u\rangle}$ là mô đun của véc tơ u trong không gian véc tơ Euclide V. Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. $\|u\|=0\Leftrightarrow u=\mathbf{0}$.

B. $\|ku\|=k\|u\|,\forall u\in V$.

C. $\|u+v\|=\|u\|+\|v\|,\forall u,v\in V$.

D. $\|u-v\|=\|u\|-\|v\|,\forall u,v\in V$.

134.

Cho ma trận trực giao A. Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. Hệ các véc tơ cột của A là một hệ trực chuẩn.

B. A khả nghịch và A^{-1} không phải là ma trận trực giao.

C. Định thức của A luôn bằng 1.

D. Không tồn tại ma trận nghịch đảo A^{-1}.

135.

Trong không gian véc tơ $\mathbb{R}^3$ xét tích vô hướng thông thường. Véc tơ u nào dưới đây trực giao với véc tơ $v=(1,0,-2)$?

A. $u=(2,-3,1)$.

B. $u=(1,-3,0)$.

C. $u=(1,-1,1)$.

D. $u=(1,1,1)$.

136.

Cho dạng toàn phương $Q:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$; $Q(x,y)=x^2+3y^2-6xy$.

Ma trận của Q trong cơ sở chính tắc của $\mathbb{R}^2$ là

A. $[Q]=\begin{bmatrix}1 & -3\\ -3 & 3\end{bmatrix}$.

B. $[Q]=\begin{bmatrix}2 & -2\\ -2 & 3\end{bmatrix}$.

C. $[Q]=\begin{bmatrix}1 & -2\\ -2 & 2\end{bmatrix}$.

D. $[Q]=\begin{bmatrix}1 & -6\\ 0 & 3\end{bmatrix}$.

137.

Trong không gian véc tơ $\mathbb{R}^3$ xét tích vô hướng thông thường. Điều kiện để véc tơ $u=(x,y,z)$ trực giao với véc tơ $v=(1,-2,3)$ là

A. $x-2y+3z=0$.

B. $x-y+3z=0$.

C. $x+2y+3z=0$.

D. x,y,z tùy ý.

138.

Trong $\mathbb{R}^3$ xét hệ 2 véc tơ độc lập tuyến tính $S=\{u_1,u_2\}$, trong đó $u_1=(1,1,1)$; $u_2=(2,1,0)$.

Trực chuẩn hóa Gram-Schmidt hệ véc tơ S ta được hệ véc tơ nào dưới đây?

A. $\left\{v_1=\frac{1}{\sqrt{3}}(1,1,1); v_2=\frac{1}{\sqrt{2}}(1,0,-1)\right\}$.

B. $\left\{v_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,1,1); v_2 = (1,-2,-1)\right\}$.

C. $\{v_1 = (1,1,1); v_2 = (-1,-1,2)\}$.

D. $\left\{v_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,1,1); v_2 = \frac{1}{\sqrt{6}}(-1,-1,-2)\right\}$.

139.

Trong không gian véc tơ $\mathbb{R}^3$ xét tích vô hướng thông thường. Một cơ sở của không gian véc tơ con trực giao với véc tơ $v = (1,1,1)$ là

A. $\{(1,0,-1);(0,1,-1)\}$.

B. $\{(1,0,1);(0,1,-1)\}$.

C. $\{(1,0,1);(0,1,1)\}$.

D. $\{(3,2,-5);(1,-4,1)\}$.

140.

Cho tích vô hướng của không gian véc tơ $\mathbb{R}^2$ xác định bởi công thức

$$\forall (x_1,y_1),(x_2,y_2) \in \mathbb{R}^2, \eta\big((x_1,y_1),(x_2,y_2)\big) = x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2x_2y_1 + 5y_1y_2.$$

Tìm mô đun $\|v\|$ với $v = (1,-2)$.

A. $\|v\| = \sqrt{29}$.

B. $\|v\| = \sqrt{30}$.

C. $\|v\| = \sqrt{5}$.

D. $\|v\| = 1$.

141.

Cho dạng song tuyến tính đối xứng trên $\mathbb{R}^2$:

$$\forall u = (x_1,y_1); v = (x_2,y_2) \in \mathbb{R}^2,\ \eta(u,v) = x_1x_2 - 2x_1y_2 - 2y_1x_2 + ky_1y_2$$

Tìm các giá trị k để η là một tích vô hướng.

A. $k > 4$.

B. $k = 4$.

C. $k \geq 4$.

D. $k < 4$.

142.

Tìm tất cả các giá trị của k để hai véc tơ $u_1=(k,-3,k,1)$ và $u_2=(2,2,-1,k)$ trực giao với nhau.

A. $k=3$.

B. Không có giá trị nào của *k*.

C. $k>3$.

D. $k=2$.

143.

Tìm tất cả các giá trị của k để hai véc tơ $u_1=(k,-3,k,3)$ và $u_2=(2,2,k,k)$ trực giao với nhau.

A. $k=1$ hoặc $k=-6$.

B. Không có giá trị nào của *k*.

C. $k=1$.

D. $k=-6$.

144.

Cho dạng toàn phương $Q:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ có biểu thức toạ độ như sau:

$$\forall u=(x_1,x_2)\in\mathbb{R}^2, Q(u)=x_1^2-4x_1x_2+3x_2^2.$$

$\forall u=(x_1,x_2);v=(y_1,y_2)\in\mathbb{R}^2$ dạng song tuyến tính $\eta:\mathbb{R}^2\times\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ nào dưới đây là dạng cực của dạng toàn phương Q?

A. $\eta(u,v)=x_1y_1-2x_1y_2-2x_2y_1+3x_2y_2$.

B. $\eta(u,v)=x_1y_1-x_1y_2-3x_2y_1+3x_2y_2$.

C. $\eta(u,v)=x_1y_1+2x_1y_2-6x_2y_1+3x_2y_2$.

D. $\eta(u,v)=x_1y_1-5x_1y_2+x_2y_1+3x_2y_2$.

145.

Trong không gian véc tơ $\mathbb{R}^2$ xét tích vô hướng thông thường. Trực chuẩn hóa Gram-Schmidt hệ véc tơ $\{u_1=(1,1),u_2=(2,1)\}$ ta được hệ véc tơ nào dưới đây?

A. $\left\{v_1=\left(\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}}\right),v_2=\left(\frac{1}{\sqrt{2}},-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right\}$.

B. $\left\{v_1=\left(-\frac{1}{\sqrt{5}},\frac{2}{\sqrt{5}}\right),v_2=\left(\frac{2}{\sqrt{5}},0\right)\right\}$.

C. $\left\{ v_1 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right), v_2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \right\}$.

D. $\left\{ v_1 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right), v_2 = \left(\frac{2}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \right\}$.

146.

Cho dạng toàn phương $Q : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ xác định bởi

$$Q(x, y, z) = x^2 + 2y^2 + 11z^2 - 2xy + 4xz - 10yz .$$

Ký hiệu (p, q) là chỉ số quán tính dương và chỉ số quán tính âm của Q. Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. $p = 2, q = 1$.

B. $p = 1, q = 1$.

C. $p = 2, q = 2$.

D. $p = 1, q = 2$.

147.

Cho dạng toàn phương $Q : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ xác định bởi

$$Q(x, y, z) = 2x^2 + 3y^2 + mz^2 + 2xy + 2xz + 2yz .$$

Tìm các giá trị của m sao cho Q là một dạng toàn phương xác định dương. Khẳng định nào sau đây **đúng?**

A. $m > \frac{3}{5}$.

B. $m = \frac{3}{5}$.

C. $m < \frac{3}{5}$.

D. $m \geq \frac{3}{5}$.

148.

Cho dạng toàn phương $Q:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ xác định bởi

$$Q(x_1,x_2,x_3) = 3{x_1}^2 + 2{x_2}^2 - {x_3}^2 + 2x_1x_2 - 4x_1x_3 + 2x_2x_3$$

Tìm ma trận A của Q trong cơ sở chính tắc. Khẳng định nào sau đây **đúng?**

A. $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$.

B. $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -4 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$.

C. $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -4 \\ 2 & 2 & 2 \\ -4 & 2 & -1 \end{bmatrix}$.

D. $A = \begin{bmatrix} -3 & 2 & -4 \\ 2 & -2 & 2 \\ -4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$.

149.

Khẳng định nào sau đây **đúng?**

A. Ma trận $\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$ là ma trận trực giao.

B. Ma trận $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ là ma trận trực giao.

C. Ma trận $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ là ma trận trực giao.

D. Ma trận $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ là ma trận trực giao.

150.

Cho dạng toàn phương $Q:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}; Q(x,y) = 2x^2 - 6xy + y^2$. Gọi A là ma trận của Q trong cơ sở $\{ v_1 = (1,0), v_2 = (1,1) \}$. Khẳng định nào sau đây **đúng?**

A. $A = \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$.

B. $A = \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ -6 & 1 \end{bmatrix}$.

C. $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$.

D. $A = \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.