

最优化理论与算法 作业 1

要求:

- (1) 在文档中说明解题思路、方法实现、求解结果等，必要时进行分析和讨论。
- (2) 将源代码作为附录粘贴于作业文档末尾，并同时作为提交的附件与作业文档一起放在压缩包内备查。
- (3) 推荐编程语言为 MATLAB，可选用其他熟悉的编程语言。
- (4) 独立完成，严禁抄袭。

内容:

1. 编程实现割线法。

- 1) 编写程序，利用割线法求解方程 $g(x) = 0$ ，迭代的停止规则为 $|x^{(k+1)} - x^{(k)}| < \varepsilon |x^{(k)}|$ ， $\varepsilon > 0$ 为给定常数。
- 2) 令函数 $g(x) = (2x - 1)^3 + 4(4 - 1024x)^3$ ，利用割线法求解方程 $g(x) = 0$ 的根，初始值为 $x^{(-1)} = 0$ ， $x^{(0)} = 1$ ， $\varepsilon = 10^{-5}$ 。并给出在所求出的根下，函数 $g(x)$ 的值。

2. 编写程序，利用割线法实现多维优化问题中的一维搜索算法。该函数的输入参数为关于梯度计算的 .m(MATLAB) 文件名、当前迭代点和当前搜索方向。例如，函数可以命名为 `linesearch_secant`，按照

`alpha = linesearch_secant ('grad', x, d)`

的方式进行调用，其中：

`grad.m`: 能够计算目标函数梯度的 .m 文件；

`x`: 当前迭代点；

`d`: 搜索方向；

`alpha`: 函数的返回值(即迭代的最佳步长)。

停止规则: $|d^T \nabla f(x + \alpha d)| \leq \varepsilon |d^T \nabla f(x)|$ 。 ε 为预设精度， ∇f 表示梯度， x 为当前迭代点， d 为搜索方向。该停止规则的含义为按照比例 ε 来降低目标函数 f 在方向 d 上的方向导数。在编程实现中，令 $\varepsilon = 10^{-4}$ ，一维搜索的两个初始点分别为 0 和 0.001。

3. 编写程序，实现最速下降法，其中一维搜索过程采用割线法。并求解 Rosenbrock 函数的极小点：

$$f(x) = 100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2$$

初始点为 $x^{(0)} = [-2, 2]^T$ ，停止规则为 $\|g^{(k)}\| < \varepsilon$ ，其中 $\varepsilon = 10^{-4}$ 。