**第3讲简单的逻辑联结词、全称量词与存在量词**





1*.*简单的逻辑联结词

命题中的、、叫作逻辑联结词,分别表示为、、*.*

2*.*全称量词与存在量词

(1)短语“对所有的”“对任意一个”在逻辑中通常叫作,用符号“”表示*.*

(2)短语“存在一个”“至少有一个”在逻辑中通常叫作,用符号“”表示*.*

(3)含有一个量词的命题的否定:

全称命题*p*:∀*x*∈*M*,*p*(*x*),它的否定是*.*

特称命题*q*:∃*x*0∈*M*,*q*(*x*0),它的否定是*.*

常用结论

1*.*否命题是把原命题的条件与结论都否定,命题的否定只需否定命题的结论*.*

2*.*记忆口诀:(1)“*p*或*q*”,有真则真;(2)“*p*且*q*”,有假则假;(3)“非*p*”,真假相反*.*

3*.*命题*p*∧*q*的否定是(􀱑*p*)∨(􀱑*q*);命题*p*∨*q*的否定是(􀱑*p*)∧(􀱑*q*)*.*



题组一常识题

1*.***[**教材改编**]** 命题*p*:*x*∈R,*x*2*+*1≥0,命题*q*:函数*y=ax*2*+x*的图像是抛物线,则*p*∨*q*是命题,*p*∧(􀱑*q*)是命题,(􀱑*p*)∨(􀱑*q*)是命题,(􀱑*p*)∧(􀱑*q*)是命题*.*(以上各空填“真”或“假”)

2*.***[**教材改编**]** 命题“∃*x*0∈R,log2*x*0*+*2*<*0”的否定是*.*

3*.***[**教材改编**]** 命题“表面积相等的三棱锥体积也相等”的否定是*.*

4*.***[**教材改编**]** 在一次驾照考试中,甲、乙两名学员各试驾一次*.*设*p*是“甲试驾成功”,*q*是“乙试驾成功”,则“两名学员至少有一人没有试驾成功”可表示为*.*

题组二常错题

◆索引:全称命题或特称命题的否定出错;不会利用真值表判断命题的真假;复合命题的否定中出现逻辑联结词错误;判断命题真假时忽视对参数的讨论*.*

5*.*命题“所有奇数的立方都是奇数”的否定是

*.*

6*.*已知命题*p*:所有有理数都是实数,命题*q*:正数的对数都是负数,则下列命题中为真命题的是*.*(填序号)

*①*(􀱑*p*)∨*q*;*②p*∧*q*;*③*(􀱑*p*)∧(􀱑*q*);*④*(􀱑*p*)∨(􀱑*q*)*.*

7*.*已知命题“若*ab=*0,则*a=*0或*b=*0”,则其否命题为*.*

8*.*已知*p*:∀*x*∈R,*ax*2*+*4*x+*1*>*0,则􀱑*p*:*.*若*p*是假命题,则实数*a*的取值范围是*.*



id:2147497737;FounderCES探究点一含逻辑联结词的命题及其真假

例1 (1)在一次射击训练中,甲、乙两位运动员各射击一次*.*设命题*p*是“甲击中目标”,*q*是“乙击中目标”,则命题“两位运动员都没有击中目标”可表示为 ()

A*.*(􀱑*p*)∨(􀱑*q*) B*.p*∨(􀱑*q*)

C*.p*∨*q* D*.*(􀱑*p*)∧(􀱑*q*)

(2)**[**2018·福建三明5月质检**]** 已知函数*f*(*x*)*=*cos2*x+**.*命题*p*:*f*(*x*)的图像关于点对称,命题*q*:*f*(*x*)在区间上为减函数,则 ()

A*.p*∧*q*为真命题 B*.*(􀱑*p*)∧*q*为假命题

C*.p*∨*q*为真命题 D*.*(􀱑*p*)∨*q*为假命题

[总结反思] 判断含有逻辑联结词的命题真假的一般步骤:

(1)判断复合命题的结构;

(2)判断构成复合命题的每个简单命题的真假;

(3)依据“‘或’:一真即真;‘且’:一假即假;‘非’:真假相反”作出判断即可*.*

变式题 (1)**[**2018·太原三模**]** 设命题*p*:函数*y=*sin 2*x*的最小正周期为π,命题*q*:函数*y=*cos *x*的图像关于直线*x=*对称,则下列结论正确的是 ()

A*.p*为假命题 B*.*􀱑*q*为假命题

C*.p*∨*q*为假命题 D*.p*∧*q*为假命题

(2)已知命题*p*:方程e*x-*1*=*0有实数根,命题*q*:不等式*x*2*-x+*1≤0有解,则*p*∧*q*,*p*∨*q*,(􀱑*p*)∨*q*,*p*∧(􀱑*q*)这四个命题中真命题的个数为 ()

A*.*1 B*.*2 C*.*3 D*.*4

id:2147497751;FounderCES探究点二全称命题与特称命题

例2 (1)命题*p*:对任意*x*∈R,都存在*m>*1,使得*mx>*e*x*成立,则􀱑*p*为 ()

A*.*对任意*x*∈R,都存在*m>*1,使得*mx*≤e*x*成立

B*.*对任意*x*∈R,不存在*m>*1,使得*mx>*e*x*成立

C*.*存在*x*0∈R,对任意*m>*1,都有*mx*0≤成立

D*.*存在*x*0∈R,对任意*m>*1,都有*mx*0*>*成立

(2)**[**2018·大同质检**]** 下列说法正确的是()

A*.*命题“∃*x*0∈R且*x*0≠1,*<*0”的否定是“∀*x*∈R,≥0”

B*.*∀*x>*0,ln(*x+*1)*>*0

C*.*∀*φ*∈R,函数*f*(*x*)*=*sin(2*x+φ*)都不是偶函数

D*.*∀*x*∈R,2*x>x*2

[总结反思] (1)全称命题与特称命题的否定:

*①*改写量词:确定命题所含量词的类型,省去量词的要结合命题的含义加上量词,再对量词进行改写*.*

*②*否定结论:对原命题的结论进行否定*.*

(2)全称命题与特称命题真假的判断方法:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 命题名称 | 真假 | 判断方法一 | 判断方法二 |
| 全称命题 | 真 | 所有对象使命题真 | 否定为假 |
| 假 | 存在一个对象使命题假 | 否定为真 |
| 特称命题 | 真 | 存在一个对象使命题真 | 否定为假 |

变式题 **[**2018·西安质检**]** 已知命题*p*:∃*x*0∈R,log2(*+*1)≤0,则 ()

A*.p*是假命题;􀱑*p*:∀*x*∈R,log2(3*x+*1)≤0

B*.p*是假命题;􀱑*p*:∀*x*∈R,log2(3*x+*1)*>*0

C*.p*是真命题;􀱑*p*:∀*x*∈R,log2(3*x+*1)≤0

D*.p*是真命题;􀱑*p*:∀*x*∈R,log2(3*x+*1)*>*0

id:2147497766;FounderCES探究点三根据命题的真假求参数的取值范围

例3 (1)已知命题*p*:∃*x*0∈[1,e],ln *x*0*-a*≥0,若􀱑*p*是真命题,则实数*a*的取值范围是 ()

A*.*(*-∞*,0) B*.*(0,1)

C*.*(1,e) D*.*(1,*+∞*)

(2)已知命题*p*:∃*x*0∈R,*m+*1≤0,命题*q*:∀*x*∈R,*x*2*+mx+*1*>*0,若*p*∧*q*为真命题,则实数*m*的取值范围是()

A*.*(*-∞*,*-*2) B*.*[*-*2,0)

C*.*(0,2) D*.*(*-*2,0)

[总结反思] 根据命题真假求参数的方法步骤:

(1)根据题目条件,推出每一个命题的真假(有时不一定只有一种情况);

(2)求出每个命题是真命题时参数的取值范围;

(3)根据每个命题的真假情况,求出参数的取值范围*.*

变式题 (1)若命题“∀*x*∈(0,*+∞*),*x+*≥*m*”是假命题,则实数*m*的取值范围是*.*

(2)设*p*:∃*x*0∈,*g*(*x*0)*=*log2(*t+*2*x*0*-*2)有意义,若􀱑*p*为假命题,则*t*的取值范围为*.*

第3讲简单的逻辑联结词、全称量词与存在量词

考试说明 1*.*了解逻辑联结词“或”“且”“非”的含义;

2*.*理解全称量词与存在量词的意义;

3*.*能正确地对含有一个量词的命题进行否定*.*

【课前双基巩固】

知识聚焦

1*.*“且”“或”“非”∧∨􀱑

2*.*(1)全称量词∀(2)存在量词∃(3)∃*x*0∈*M*,􀱑*p*(*x*0)∀*x*∈*M*,􀱑*q*(*x*)

对点演练

1*.*真真真假[解析] 命题*p*是真命题,当*a=*0时,函数图像是直线,所以命题*q*是假命题,所以􀱑*p*是假命题,􀱑*q*是真命题,所以*p*∨*q*是真命题,*p*∧(􀱑*q*)是真命题,(􀱑*p*)∨(􀱑*q*)是真命题,(􀱑*p*)∧(􀱑*q*)是假命题*.*

2*.*∀*x*∈R,log2*x+*2≥0[解析] 这是一个特称命题,特称命题的否定是全称命题,将存在量词改为全称量词,再将结论否定,所以命题的否定是“∀*x*∈R,log2*x+*2≥0”*.*

3*.*有些表面积相等的三棱锥体积不相等[解析] 命题为全称命题,即“所有表面积相等的三棱锥体积相等”,所以其否定是“有些表面积相等的三棱锥体积不相等”*.*

4*.*(􀱑*p*)∨(􀱑*q*)[解析] 􀱑*p*:甲没有试驾成功,􀱑*q*:乙没有试驾成功,所以“两名学员至少有一人没有试驾成功”可表示为(􀱑*p*)∨(􀱑*q*)*.*

5*.*“存在一个奇数,它的立方不是奇数”[解析] 利用全称命题的否定是特称命题即可得出*.*

6*.④*[解析] 显然命题*p*为真命题,命题*q*为假命题,从而只有(􀱑*p*)∨(􀱑*q*)为真命题*.*

7*.*若*ab*≠0,则*a*≠0且*b*≠0

8*.*∃*x*0∈R,*a+*4*x*0*+*1≤0(*-∞*,4][解析] 根据全称命题的否定为特称命题,得􀱑*p*:∃*x*0∈R,*a+*4*x*0*+*1≤0*.*若*p*为假命题,则􀱑*p*是真命题,所以*a*≤0或解得*a*≤0或0*<a*≤4,所以*a*≤4*.*

【课堂考点探究】

例1[思路点拨] (1)两位运动员都没有击中目标,即甲、乙都没有击中目标;(2)由题意首先确定命题*p*和*q*的真假,然后逐一判断所给选项的真假即可求得最终结果*.*

(1)D(2)C[解析] (1)由题意可得,命题􀱑*p*:甲没有击中目标,􀱑*q*:乙没有击中目标,

所以两位运动员都没有击中目标可表示为(􀱑*p*)∧(􀱑*q*)*.*

故选D*.*

(2)结合函数的解析式可得*f=*cos*=*cos≠0,

则*f*(*x*)的图像不关于点对称,命题*p*是假命题,则􀱑*p*是真命题*.*

*x*∈,则2*x+*∈,故函数*f*(*x*)在区间上为减函数,命题*q*是真命题*.*

故*p*∧*q*为假命题,(􀱑*p*)∧*q*为真命题,*p*∨*q*为真命题,(􀱑*p*)∨*q*为真命题,故选C*.*

变式题(1)D(2)B[解析] (1)易知命题*p*是真命题,命题*q*是假命题,所以*p*∧*q*是假命题,故选D*.*

(2)*∵*e0*-*1*=*0,*∴x=*0是方程e*x-*1*=*0的根,故命题*p*为真命题*.∵x*2*-x+*1*=+>*0恒成立,所以命题*q*为假命题*.*根据复合命题真假性的判断可得,*p*∧*q*为假,*p*∨*q*为真,(􀱑*p*)∨*q*为假,*p*∧(􀱑*q*)为真,即真命题的个数为2,故选B*.*

例2[思路点拨] (1)直接利用全称命题的否定是特称命题写出结果即可;(2)逐一判断,如不正确可以举一反例*.*

(1)C(2)B[解析] (1)*∵*全称命题的否定是特称命题,

*∴*命题“对任意*x*∈R,都存在*m>*1,使得*mx>*e*x*成立”的否定是“存在*x*0∈R,对任意*m>*1,都有*mx*0≤成立”*.*

故选C*.*

(2)命题“∃*x*0∈R且*x*0≠1,*<*0”的否定是“∀*x*∈R且*x*≠1,≥0”,所以A错;

当*x>*0时,*x+*1*>*1,所以ln(*x+*1)*>*0,所以B正确;

当*φ=*时,*f*(*x*)*=*cos 2*x*为偶函数,所以C错;

当*x=-*2时,2*x>x*2不成立,所以D错*.*

变式题B[解析] 因为3*x+*1*>*1,所以log2(3*x+*1)*>*0恒成立,所以命题*p*是假命题*.*􀱑*p*:∀*x*∈R,log2(3*x+*1)*>*0,所以选B*.*

例3[思路点拨] (1)若􀱑*p*是真命题,则*p*是假命题,求出*a*的取值范围即可;(2)据*p*∧*q*为真得到*p*,*q*全真,利用不等式的性质及不等式恒成立得到*m*的取值范围*.*

(1)D(2)D[解析] (1)若􀱑*p*是真命题,则*p*是假命题,即ln *x-a<*0在[1,e]上恒成立,即*a>*ln *x*在[1,e]上恒成立,*∴a>*1*.*

(2)*∵p*∧*q*为真命题,*∴p*,*q*全真*.*

若*p*真,则*m<*0;若*q*真,则*m*2*-*4*<*0,解得*-*2*<m<*2*.*

*∴m*的取值范围为(*-*2,0)*.*

变式题(1)(2,*+∞*)(2)*t>-*[解析] (1)由题意得,命题“∃*x*0∈(0,*+∞*),*x*0*+<m*”是真命题*.*

*∵x*∈(0,*+∞*)时,*x+*≥2,

*∴m*∈(2,*+∞*)*.*

(2)若􀱑*p*为假命题,则*p*为真命题*.*因此不等式*tx*2*+*2*x-*2*>*0有属于的解,即*t>-*有属于的解,

又1*<x<*时,*<<*1,所以*-=*2*-*∈*.*故*t>-.*



【备选理由】 例1考查含有逻辑联结词的命题的真假的判断;例2考查对含有量词的命题的否定;例3是根据命题的真假求参数的取值范围问题*.*

例1[配合例1使用] **[**2018·威海二模**]** 已知命题*p*:∀*a>b*,*|a|>|b|*,命题*q*:∃*x*0*<*0,*>*0,则下列为真命题的是 ()

A*.p*∧*q* B*.*(􀱑*p*)∧(􀱑*q*)

C*.p*∨*q* D*.p*∨(􀱑*q*)

[解析] C对于命题*p*,当*a=*0,*b=-*1时,0*>-*1,但是*|a|=*0,*|b|=*1,*|a|<|b|*,所以命题*p*是假命题*.*

对于命题*q*,如*x*0*=-*1,2*-*1*=>*0,所以命题*q*是真命题*.*所以*p*∨*q*为真命题*.*故答案为C*.*

例2[配合例2使用] **[**2018·咸阳一模**]** 已知命题*p*:存在*x*0∈[1,*+∞*),使得(log23*>*1,则下列说法正确的是 ()

A*.*􀱑*p*:对任意*x*∈[1,*+∞*),都有(log23)*x<*1

B*.*􀱑*p*:不存在*x*0∈[1,*+∞*),使得(log23*<*1

C*.*􀱑*p*:对任意*x*∈[1,*+∞*),都有(log23)*x*≤1

D*.*􀱑*p*:对任意*x*∈(*-∞*,1),都有(log23)*x*≤1

[解析] C根据全称命题与特称命题的关系,可得命题􀱑*p*:对任意*x*∈[1,*+∞*),都有(log23)*x*≤1,故选C*.*

例3[配合例3使用] 已知命题*p*:函数*f*(*x*)*=*2*ax*2*-x-*1(*a*≠0)在(0,1)内恰有一个零点,命题*q*:函数*y=x*2*-a*在(0,*+∞*)上是减函数*.*若*p*且􀱑*q*为真命题,则实数*a*的取值范围是*.*

[答案] (1,2]

[解析] 命题*p*:函数*f*(*x*)*=*2*ax*2*-x-*1(*a*≠0)在(0,1)内恰有一个零点,若*p*为真命题,

则*f*(0)*f*(1)*=-*(2*a-*2)*<*0,解得*a>*1*.*

命题*q*:函数*y=x*2*-a*在(0,*+∞*)上是减函数,若*q*为真命题,则2*-a<*0,解得*a>*2*.*

*∵p*且􀱑*q*为真命题,*∴p*与􀱑*q*都为真命题,

*∴∴*1*<a*≤2,

则实数*a*的取值范围是(1,2]*.*