**第6讲函数的奇偶性与周期性**







1*.*函数的奇偶性

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 偶函数 | 奇函数 |
| 定义 | 如果对于函数*f*(*x*)的定义域内任意一个*x* | |
| 都有,那么函数*f*(*x*)是偶函数 | 都有,那么函数*f*(*x*)是奇函数 |
| 图像特征 | 关于对称 | 关于对称 |

2*.*函数的周期性

(1)周期函数

对于函数*y=f*(*x*),如果存在一个非零常数*T*,使得当*x*取定义域内的任何值时,都有,那么就称函数*y=f*(*x*)为周期函数,称*T*为这个函数的周期*.*

(2)最小正周期

如果在周期函数*f*(*x*)的所有周期中存在一个,那么这个就叫作*f*(*x*)的最小正周期*.*

常用结论

1*.*奇(偶)函数定义的等价形式:

(1)*f*(*-x*)*=f*(*x*)⇔*f*(*-x*)*-f*(*x*)*=*0⇔*f*(*x*)为偶函数;

(2)*f*(*-x*)*=-f*(*x*)⇔*f*(*-x*)*+f*(*x*)*=*0⇔*f*(*x*)为奇函数*.*

2*.*设*f*(*x*)的最小正周期为*T*,对*f*(*x*)的定义域内任一自变量的值*x*,

(1)若*f*(*x+a*)*=-f*(*x*),则*T=*2*|a|*;

(2)若*f*(*x+a*)*=*,则*T=*2*|a|*;

(3)若*f*(*x+a*)*=f*(*x+b*),则*T=|a-b|.*

3*.*对称性与周期性之间的常用结论:

(1)若函数*f*(*x*)的图像关于直线*x=a*和*x=b*对称,则函数*f*(*x*)的周期*T=*2*|b-a|*;

(2)若函数*f*(*x*)的图像关于点(*a*,0)和点(*b*,0)对称,则函数*f*(*x*)的周期*T=*2*|b-a|*;

(3)若函数*f*(*x*)的图像关于直线*x=a*和点(*b*,0)对称,则函数*f*(*x*)的周期*T=*4*|b-a|.*

4*.*关于函数图像的对称中心或对称轴的常用结论:

(1)若函数*f*(*x*)满足关系式*f*(*a+x*)*=f*(*a-x*),则函数*f*(*x*)的图像关于直线*x=a*对称;

(2)若函数*f*(*x*)满足关系式*f*(*a+x*)*=f*(*b-x*),则*f*(*x*)的图像关于直线*x=*对称;

(3)若函数*f*(*x*)满足关系式*f*(*a+x*)*=-f*(*b-x*),则*f*(*x*)的图像关于点对称;

(4)若函数*f*(*x*)满足关系式*f*(*a+x*)*+f*(*b-x*)*=c*,则函数*f*(*x*)的图像关于点对称*.*



题组一常识题

1*.***[**教材改编**]** 函数*f*(*x*)*=x*2*-*1,*f*(*x*)*=x*3,*f*(*x*)*=x*2*+*cos *x*,*f*(*x*)*=+|x|*中,偶函数的个数是*.*

2*.***[**教材改编**]** 若奇函数*f*(*x*)在区间[*a*,*b*]上是减函数,则它在[*-b*,*-a*]上是函数;若偶函数*f*(*x*)在区间[*a*,*b*]上是增函数,则它在[*-b*,*-a*]上是函数*.*

3*.***[**教材改编**]** 已知*f*(*x*)为奇函数,当*x>*0时,*f*(*x*)*=-*1,则*f*(*-*2)*=　　　　.*

4*.***[**教材改编**]** 已知函数*f*(*x*)满足*f*(*x+*3)*=f*(*x*),当*x*∈[0,1]时,*f*(*x*)*=*log4(*x*2*+*4),则*f*(2019)*=　　　　.*

题组二常错题

◆索引:判定奇偶性时,不化简解析式导致出错;奇偶性不能有效变化;找不到周期函数的周期从而求不出结果;利用奇偶性求解析式时忽略定义域*.*

5*.*函数*f*(*x*)*=*是函数*.*(填“奇”“偶”“非奇非偶”)

6*.*若函数*y=f*(*x+a*)是偶函数,则函数*y=f*(*x*)的图像关于直线对称;若函数*y=g*(*x+b*)是奇函数,则函数*y=g*(*x*)的图像关于点成中心对称*.*

7*.*已知定义在R上的函数*f*(*x*)满足*f*(*x*)*=-f*,且*f*(2)*=*2,则*f*(2018)*=　　　　.*

8*.*设函数*f*(*x*)是定义在R上的奇函数,且当*x>*0时,*f*(*x*)*=x-*3,则函数*f*(*x*)的解析式为*f*(*x*)*=　　　　　　　　　　　.*



id:2147498043;FounderCES探究点一函数奇偶性及其延伸 id:2147498050;FounderCES

微点1函数奇偶性的判断

例1 (1)**[**2018·杭州模拟**]** 设函数*f*(*x*)*=+b*(*a>*0且*a*≠1),则函数*f*(*x*)的奇偶性 ()

A*.*与*a*无关,且与*b*无关

B*.*与*a*有关,且与*b*有关

C*.*与*a*有关,但与*b*无关

D*.*与*a*无关,但与*b*有关

(2)下列函数中奇函数、偶函数的个数分别是 ()

*①f*(*x*)*=*;*②f*(*x*)*=*log3(*+x*);

*③f*(*x*)*=④f*(*x*)*=x*2*+*cos *x.*

A*.*1,1 B*.*2,2

C*.*3,1 D*.*2,1

[总结反思] 判断函数的奇偶性,其中包括两个必备条件:

(1)定义域关于原点对称,这是函数具有奇偶性的必要不充分条件,所以首先考虑定义域*.*

(2)判断*f*(*x*)与*f*(*-x*)是否具有等量关系,在判断奇偶性的运算中,可以转化为判断奇偶性的等价关系式*f*(*x*)*+f*(*-x*)*=*0(奇函数)或*f*(*x*)*-f*(*-x*)*=*0(偶函数)是否成立*.*

微点2函数奇偶性的应用

例2 (1)**[**2018·北京东城区模拟**]** 若函数*f*(*x*)*=*在区间[*-*3,5]上的最大值、最小值分别为*p*,*q*,则*p+q*的值为 ()

A*.*2 B*.*1

C*.*6 D*.*3

(2)已知*f*(*x*)为定义在R上的奇函数,当*x*≥0时,*f*(*x*)*=*2*x+m*,则*f*(*-*3)*=　　　　.*

[总结反思] 利用函数奇偶性可以解决以下问题:

(1)求函数值:将待求值利用奇偶性转化为已知区间上的函数值求解*.*

(2)求解析式:将待求区间上的自变量转化到已知区间上,再利用奇偶性求出*.*

(3)求解析式中的参数:利用待定系数法求解,根据*f*(*x*)*±f*(*-x*)*=*0得到关于参数的恒等式,由系数的对等性得方程(组),进而得出参数的值*.*

(4)画函数图像:利用奇偶性可画出函数在另一对称区间上的图像*.*

(5)求特殊值:利用奇函数的最大值与最小值的和为零可求一些特殊结构的函数值*.*

微点3奇偶性延伸到其他对称性问题(从平移角度说说其他对称性问题)

例3 (1)**[**2018·广东七校联考**]** 已知定义域为R的函数*f*(*x*)在[2,*+∞*)上为增函数,且函数*y=f*(*x+*2)为偶函数,则下列结论不成立的是 ()

A*.f*(0)*>f*(1) B*.f*(0)*>f*(2)

C*.f*(1)*>f*(2) D*.f*(1)*>f*(3)

(2)设函数*f*(*x*)在[1,*+∞*)上为增函数,*f*(3)*=*0,且*g*(*x*)*=f*(*x+*1)为偶函数,则不等式*g*(2*-*2*x*)*<*0的解集为*.*

[总结反思] 由奇偶性延伸所得对称性问题的常见形式有:

(1)若函数*y=f*(*x*)为奇函数(偶函数),则函数*y=f*(*x+a*)的图像关于点(*-a*,0)对称(关于直线*x=-a*对称);

(2)若函数*y=f*(*x+a*)为奇函数(偶函数),则函数*y=f*(*x*)的图像关于点(*a*,0)对称(关于直线*x=a*对称)*.*

应用演练

1*.*【微点1】下列函数中为偶函数的是 ()

A*.f*(*x*)*=x*2sin *x* B*.f*(*x*)*=*2*-x*

C*.f*(*x*)*=* D*.f*(*x*)*=|*log0*.*5*x|*

2*.*【微点1】已知*a>*0且*a*≠1,对任意的实数*λ*,函数*f*(*x*)*=ax+λa-x*不可能 ()

A*.*是奇函数

B*.*是偶函数

C*.*既是奇函数又是偶函数

D*.*既不是奇函数又不是偶函数

3*.*【微点3】**[**2018·吕梁模拟**]** 函数*f*(*x*)在(0,*+∞*)上单调递增,且*f*(*x+*2)的图像关于直线*x=-*2对称,若*f*(*-*2)*=*1,则满足*f*(*x-*2)≤1的*x*的取值范围是 ()

A*.*[*-*2,2]

B*.*(*-∞*,*-*2]∪[2,*+∞*)

C*.*(*-∞*,0]∪[4,*+∞*)

D*.*[0,4]

4*.*【微点2】已知函数*f*(*x*)是定义在R上的奇函数,当*x<*0时,*f*(*x*)*=x*2*-*6,则当*x>*0时,*f*(*x*)*=　　　　　　.*

5*.*【微点2】若函数*f*(*x*)*=kx+*log3(1*+*9*x*)为偶函数,则*k=　　　　.*

id:2147498057;FounderCES探究点二函数的周期性及其应用

例4 (1)已知函数*f*(*x*)对任意*x*∈R,都有*f*(*x+*2π)*=f*(*x*),当*x*∈(0,π)时,*f*(*x*)*=*2sin,则*f=*()

A*.* B*.*

C*.*1 D*.*

(2)**[**2018·山西45校联考**]** 函数*f*(*x*)的定义域为R,且对任意*x*∈R,都有*f*(*x+*1)*=f*(*x-*1),若在区间[*-*1,1]上*f*(*x*)*=*则*f*(2017)*+f*(2018)*=*()

A*.*0 B*.*1

C*.*2 D*.*2018

[总结反思] (1)注意周期性的常见表达式的应用*.*

(2)根据函数的周期性,可以由函数局部的解析式(或函数值)得到整个定义域内的解析式(或相应的函数值)*.*

(3)在解决具体问题时,要注意结论“若*T*是函数的周期,则*kT*(*k*∈Z且*k*≠0)也是函数的周期”的应用*.*

变式题 **[**2018·淮南二模**]** 已知定义在R上的函数*f*(*x*)满足*f*(*x+*2)*=*,当*x*∈[0,2)时,*f*(*x*)*=x+*e*x*,则*f*(2018)*=　　　　.*

id:2147498064;FounderCES探究点三以函数性质的综合为背景的问题

id:2147498071;FounderCES

微点1奇偶性与单调性的结合

例5 (1)**[**2017·全国卷*Ⅰ***]** 函数*f*(*x*)在(*-∞*,*+∞*)单调递减,且为奇函数*.*若*f*(1)*=-*1,则满足*-*1≤*f*(*x-*2)≤1的*x*的取值范围是 ()

A.[*-*2,2] B.[*-*1,1]

C.[0,4] D.[1,3]

(2)**[**2018·湖北师大附中5月质检**]** 定义在R上的函数*f*(*x*)*=-*1为偶函数,记*a=f*(log0*.*52),*b=f*(log21*.*5),*c=f*(*m*),则 ()

A*.c<a<b* B*.a<c<b*

C*.a<b<c* D*.c<b<a*

[总结反思] (1)函数值的大小比较问题,可以利用奇偶性把不在同一单调区间上的两个或多个自变量的函数值转化到同一单调区间上,再利用其单调性比较大小;(2)对于抽象函数不等式的求解,应变形为*f*(*x*1)*>f*(*x*2)的形式,再结合单调性脱去法则“*f*”变成常规不等式,如*x*1*<x*2(或*x*1*>x*2)求解*.*

微点2奇偶性与周期性的结合

例6 (1)**[**2018·全国卷*Ⅱ***]** 已知*f*(*x*)是定义域为(*-∞*,*+∞*)的奇函数,满足*f*(1*-x*)*=f*(1*+x*)*.*若*f*(1)*=*2,则*f*(1)*+f*(2)*+f*(3)*+*…*+f*(50)*=* ()

A*.-*50 B*.*0

C*.*2 D*.*50

(2)**[**2018·南昌二模**]** 已知定义在R上的函数*f*(*x*)满足对任意实数*x*,都有*f*(*x+*3)*=f*(*x-*3),*f*(*-x*)*=f*(*x*),且*x*∈[*-*3,0]时,*f*(*x*)*=*lo(6*+x*),则*f*(2018)的值为 ()

A*.-*3 B*.-*2

C*.*2 D*.*3

[总结反思] 周期性与奇偶性相结合的问题多考查求值问题,常利用奇偶性及周期性将所求函数值转化为已知函数解析式的区间上的函数值*.*

微点3奇偶性、周期性与单调性的结合

例7 (1)**[**2018·泉州5月质检**]** 已知定义在R上的奇函数*f*(*x*)满足*f*(*x+*4)*=-f*(*x*),且在[0,2]上单调递减,则 ()

A*.f*(8)*<f*(11)*<f*(15)

B*.f*(11)*<f*(8)*<f*(15)

C*.f*(15)*<f*(11)*<f*(8)

D*.f*(15)*<f*(8)*<f*(11)

(2)设函数*f*(*x*)是以2为周期的奇函数,当*x*∈(0,1)时,*f*(*x*)*=*2*x*,则*f*(*x*)在(2017,2018)上是 ()

A*.*增函数,且*f*(*x*)*>*0

B*.*减函数,且*f*(*x*)*<*0

C*.*增函数,且*f*(*x*)*<*0

D*.*减函数,且*f*(*x*)*>*0

[总结反思] 解决周期性、奇偶性与单调性结合的问题,通常先利用周期性转化自变量所在的区间,然后利用奇偶性和单调性求解*.*

应用演练

1*.*【微点1】**[**2018·衡水中学月考**]** 下列函数中,与函数*y=-*3*|x|*的奇偶性相同,且在(*-∞*,0)上的单调性也相同的是 ()

A*.y=*1*-x*2 B*.y=*log2*|x|*

C*.y=-* D*.y=x*3*-*1

2*.*【微点2】已知*f*(*x*)为定义在R上且周期为2的奇函数,当*-*1≤*x<*0时,*f*(*x*)*=x*(*ax+*1),若*f=-*1,则*a=*()

A*.*6 B*.*4

C*.-* D*.-*6

3*.*【微点1】**[**2019·长春实验中学检测**]** 已知定义域为R的偶函数*f*(*x*)在(*-∞*,0]上是减函数,且*f*(1)*=*2,则不等式*f*(log2*x*)*>*2的解集为 ()

A*.*(2,*+∞*) B*.*∪(2,*+∞*)

C*.*∪(,*+∞*) D*.*(,*+∞*)

4*.*【微点3】**[**2018·天津9校联考**]** 已知定义在R上的奇函数*f*(*x*)满足*f*(*x+*2)*=-f*(*x*),当*x*∈[0,2]时,*f*(*x*)*=*2*x-*1*.*设*a=*ln,*b=*,*c=*,则 ()

A*.f*(*a*)*<f*(*b*)*<f*(*c*) B*.f*(*b*)*<f*(*c*)*<f*(*a*)

C*.f*(*b*)*<f*(*a*)*<f*(*c*) D*.f*(*c*)*<f*(*b*)*<f*(*a*)

5*.*【微点2】若*f*(*x*)是周期为2的奇函数,当*x*∈(0,1)时,*f*(*x*)*=x*2*-*8*x+*30,则*f*()*=　　　　.*

第6讲函数的奇偶性与周期性

考试说明 1*.*结合具体函数,了解函数奇偶性的含义*.*

2*.*会运用函数图像理解和研究函数的奇偶性*.*

3*.*了解函数周期性、最小正周期的含义,会判断、应用简单函数的周期性*.*

【课前双基巩固】

知识聚焦

1*.f*(*-x*)*=f*(*x*)*f*(*-x*)*=-f*(*x*)*y*轴原点

2*.f*(*x+T*)*=f*(*x*)最小的正数最小正数

对点演练

1*.*2[解析] *f*(*x*)*=x*2*-*1和*f*(*x*)*=x*2*+*cos *x*为偶函数*.*

2*.*减减[解析] 根据奇偶函数图像的对称性可得*.*

3*.*1*-*[解析] *f*(*-*2)*=-f*(2)*=-*(*-*1)*=*1*-.*

4*.*1[解析] 因为*f*(*x+*3)*=f*(*x*),所以*f*(*x*)是以3为周期的周期函数,所以*f*(2019)*=f*(673*×*3)*=f*(0)*=*log4(02*+*4)*=*1*.*

5*.*奇[解析] 由得*-*1*<x<*1且*x*≠0,*∴*函数*f*(*x*)的定义域为(*-*1,0)∪(0,1),

*∴f*(*x*)*==*,*∴f*(*-x*)*==-f*(*x*),*∴f*(*x*)是奇函数*.*

6*.x=a*(*b*,0)[解析] 因为*y=f*(*x+a*)是偶函数,所以其图像关于*y*轴对称,将*y=f*(*x+a*)的图像向左(*a<*0)或向右(*a>*0)平移*|a|*个单位长度,得到函数*y=f*(*x*)的图像,则*y=f*(*x+a*)图像的对称轴平移至直线*x=a*处,即函数*y=f*(*x*)的图像关于直线*x=a*对称*.*同理,函数*y=g*(*x*)的图像关于点(*b*,0)成中心对称*.*

7*.*2[解析] *∵f*(*x*)*=-f*,*∴f*(*x+*3)*=f=-f=f*(*x*),*∴f*(2018)*=f*(3*×*672*+*2)*=f*(2)*=*2*.*

8*.*[解析] 设*x<*0,则*-x>*0,所以*f*(*x*)*=-f*(*-x*)*=-*[(*-x*)*-*3]*=x+*3(*x<*0)*.*由奇函数的定义可知*f*(0)*=*0,

所以*f*(*x*)*=*

【课堂考点探究】

例1[思路点拨] (1)考虑*f*(*x*)*=f*(*-x*)或*f*(*-x*)*=-f*(*x*)成立时,*a*,*b*的取值情况;(2)根据函数奇偶性的定义进行判断*.*

(1)D(2)D[解析] (1)函数*f*(*x*)的定义域为{*x|x*≠0}*.*由*f*(*x*)*=+b=*,

得*f*(*-x*)*=+b=.*若*f*(*x*)*=f*(*-x*)成立,则*b=b-*2,舍去;若*f*(*-x*)*=-f*(*x*)成立,则*b-*2*=-b*,解得*b=*1,此时函数为奇函数;若*b*≠1,则函数为非奇非偶函数*.*所以函数*f*(*x*)的奇偶性与*b*有关,与*a*无关*.*

(2)对于*①*,定义域为(*-*1,1],所以函数不具有奇偶性;对于*②*,定义域为R,且*f*(*-x*)*=*log3(*-x*)*=*log3*=-*log3(*+x*)*=-f*(*x*),所以函数为奇函数;对于*③*,当*x>*0时,*-x<*0,则*f*(*-x*)*=*(*-x*)2*-*1*=-*(*-x*2*+*1)*=-f*(*x*),同理当*x<*0时,*-x>*0,则*f*(*-x*)*=-x*2*+*1*=-*(*x*2*-*1)*=-f*(*x*),所以函数为奇函数;对于*④*,定义域为R,*f*(*-x*)*=*(*-x*)2*+*cos(*-x*)*=f*(*x*),函数为偶函数*.*所以选D*.*

例2[思路点拨] (1)观察函数结构,可整理成一个奇函数及一个常数的和的形式,根据奇函数的最大值与最小值的和为0求解;(2)奇函数的定义域中若有0,则*f*(0)*=*0,求出*m*,再根据奇函数的定义求值*.*

(1)C(2)*-*7[解析] (1)令*x-*1*=t*,则*f*(*t*)*==*3*-*,*t*∈[*-*4,4],

*∴y=f*(*t*)*-*3是奇函数,

则*f*(*t*)min*-*3*+f*(*t*)max*-*3*=*0,即*f*(*t*)min*+f*(*t*)max*=*6,

*∴*函数*f*(*x*)在区间[*-*3,5]上的最大值、最小值之和为6,

即*p+q=*6,故选C*.*

(2)函数*f*(*x*)为R上的奇函数,则*f*(0)*=*0,即20*+m=*0,所以*m=-*1,当*x*≥0时,*f*(*x*)*=*2*x-*1,

所以*f*(*-*3)*=-f*(3)*=-*(23*-*1)*=-*7*.*

例3[思路点拨] (1)由函数*y=f*(*x+*2)为偶函数可知函数*f*(*x*)的图像关于直线*x=*2对称,再结合单调性比较大小;(2)根据函数图像的平移关系得到函数*g*(*x*)的单调递增区间,根据偶函数的单调性解不等式即可得到结论*.*

(1)D(2)(0,2)[解析] (1)函数*y=f*(*x+*2)为偶函数,将函数*y=f*(*x+*2)的图像向右平移2个单位长度得到函数*y=f*(*x*)的图像,所以*y=f*(*x*)的图像关于直线*x=*2对称,则函数*f*(*x*)在(*-∞*,2)上单调递减,在[2,*+∞*)上单调递增,所以*f*(0)*>f*(1),*f*(0)*>f*(2),*f*(1)*>f*(2)都成立,*f*(1)*>f*(3)不成立*.*故选D*.*

(2)*f*(*x*)在[1,*+∞*)上为增函数,

将*f*(*x*)的图像向左平移1个单位长度得到*f*(*x+*1)的图像,则*f*(*x+*1)在[0,*+∞*)上为增函数,

即*g*(*x*)在[0,*+∞*)上为增函数,

且*g*(2)*=f*(2*+*1)*=f*(3)*=*0*.*

不等式*g*(2*-*2*x*)*<*0等价为*g*(2*-*2*x*)*<g*(2),

*∵g*(*x*)*=f*(*x+*1)为偶函数,

*∴|*2*-*2*x|<*2,得0*<x<*2,

即不等式的解集为(0,2)*.*

应用演练

1*.*C[解析] 对于A,*f*(*-x*)*=*(*-x*)2sin(*-x*)*=-x*2sin *x*,是奇函数;

对于B,是非奇非偶函数;

对于C,*f*(*-x*)*==*,是偶函数;

对于D,是非奇非偶函数*.*故选C*.*

2*.*C[解析] *f*(*x*)*=ax+λa-x*,*f*(*-x*)*=a-x+λax.*

当*λ=*1时,*f*(*x*)*=f*(*-x*),*f*(*x*)为偶函数;

当*λ=-*1时,*f*(*x*)*=-f*(*-x*),*f*(*x*)为奇函数;

当*λ*≠1且*λ*≠*-*1时,*f*(*x*)既不是奇函数又不是偶函数*.*

故选C*.*

3*.*D[解析] 函数*f*(*x+*2)的图像是由*f*(*x*)的图像向左平移2个单位长度后得到的,而*f*(*x+*2)的图像关于直线*x=-*2对称,故*f*(*x*)的图像关于*y*轴对称,即*f*(*x*)为偶函数,所以*f*(*x-*2)≤1即为*f*(*x-*2)≤*f*(*-*2)*=f*(2),又函数*f*(*x*)在(0,*+∞*)上单调递增,所以*|x-*2*|*≤2,得*-*2≤*x-*2≤2,解得0≤*x*≤4*.*

4*.-x*2*+*6[解析] 当*x>*0时,*-x<*0,*∴f*(*-x*)*=*(*-x*)2*-*6,*∵*函数*f*(*x*)是定义在R上的奇函数,*∴-f*(*x*)*=f*(*-x*)*=x*2*-*6,故*f*(*x*)*=-x*2*+*6,*x>*0*.*

5*.-*1[解析] 由偶函数的定义得到*kx+*log3(1*+*9*x*)*=-kx+*log3(1*+*9*-x*),即2*kx=*log3*=-*2*x*,即(2*k+*2)*x=*0恒成立,所以*k=-*1*.*

例4[思路点拨] (1)由题知函数*f*(*x*)的周期为2π,利用周期性将所求函数值转化到已知定义区间求解;(2)由条件可得出函数的周期为2,利用*f*(*-*1)*=f*(1)求出*a*,再求*f*(2017)*+f*(2018)的值*.*

(1)C(2)C[解析] (1)由*f*(*x+*2π)*=f*(*x*)可知函数*f*(*x*)的周期为2π,所以*f=f=f*,又当*x*∈(0,π)时,*f*(*x*)*=*2sin,所以*f=*2sin*=*1,故选C*.*

(2)由*f*(*x+*1)*=f*(*x-*1)可知*f*(*x*)是周期为2的函数,故*f*(*-*1)*=f*(1),代入解析式,得*-a+*2*=*(*a-*2)e,解得*a=*2,从而*f*(*x*)*=*故*f*(2017)*+f*(2018)*=f*(1)*+f*(0)*=*0*+*2*=*2,故选C*.*

变式题1[解析] *∵*定义在R上的函数*f*(*x*)满足*f*(*x+*2)*=*,

*∴f*(*x+*4)*==f*(*x*),*∴*函数*f*(*x*)的周期为4*.*

当*x*∈[0,2)时,*f*(*x*)*=x+*e*x*,

*∴f*(2018)*=f*(504*×*4*+*2)*=f*(2)*===*1*.*

例5[思路点拨] (1)将*-*1≤*f*(*x-*2)≤1转化为*f*(1)≤*f*(*x-*2)≤*f*(*-*1),利用函数单调递减转化为常规不等式求解;(2)根据*f*(*x*)为偶函数可求出*m=*0,从而可知函数*f*(*x*)在[0,*+∞*)上单调递减,然后比较自变量的值,再根据*f*(*x*)的单调性即可比较出*a*,*b*,*c*的大小*.*

(1)D(2)C[解析] (1)因为*f*(*x*)为奇函数,所以*f*(*-*1)*=*1,不等式*-*1≤*f*(*x-*2)≤1,即*f*(1)≤*f*(*x-*2)≤*f*(*-*1),因为*f*(*x*)单调递减,所以*-*1≤*x-*2≤1,解得1≤*x*≤3,故*x*的取值范围为[1,3]*.*

(2)*∵f*(*x*)为偶函数,*∴f*(*-x*)*=f*(*x*),

*∴-*1*=-*1,*∴|-x-m|=|x-m|*,即(*-x-m*)2*=*(*x-m*)2,*∴mx=*0,*∴m=*0,*∴f*(*x*)*=-*1,*∴f*(*x*)在[0,*+∞*)上单调递减*.*又*a=f*(log0*.*52)*=f*(*|*log0*.*52*|*)*=f*(log22)*=f*(1),*b=f*(log21*.*5),*c=f*(0),

且0*<*log21*.*5*<*1,*∴a<b<c*,故选C*.*

例6[思路点拨] (1)先根据奇函数性质以及对称性确定函数周期,再根据周期以及对应函数值求结果;(2)根据题中条件得到函数的周期性和奇偶性,从而得到*f*(2018)*=f*(2),再由*f*(2)*=f*(*-*2)得到结果*.*

(1)C(2)B[解析] (1)因为*f*(*x*)是定义在(*-∞*,*+∞*)上的奇函数,所以*f*(*-x*)*=-f*(*x*)*①*,且*f*(0)*=*0*.*而*f*(1*-x*)*=f*(1*+x*),所以*f*(*-x*)*=f*(2*+x*)*②*,由*①②*可得*f*(*x+*2)*=-f*(*x*),则有*f*(*x+*4)*=f*(*x*),所以函数*f*(*x*)的周期为4*.*由*f*(1)*=*2,得*f*(*-*1)*=-*2,于是有*f*(2)*=f*(0)*=*0,*f*(3)*=f*(*-*1)*=-*2,*f*(4)*=f*(0)*=*0,所以*f*(1)*+f*(2)*+f*(3)*+*…*+f*(50)*=*12*×*[*f*(1)*+f*(2)*+f*(3)*+f*(4)]*+f*(49)*+f*(50)*=*12*×*0*+f*(1)*+f*(2)*=*2*+*0*=*2*.*

(2)对任意实数*x*都有*f*(*x+*3)*=f*(*x-*3),可得到函数的周期是6,又*f*(*-x*)*=f*(*x*),即函数为偶函数,则*f*(2018)*=f*(2)*=f*(*-*2)*=*lo(6*-*2)*=-*2*.*

例7[思路点拨] (1)根据奇偶性与周期性将自变量转化到同一个单调区间上,再借助函数的单调性,由自变量的大小关系得到函数值的大小关系;(2)根据函数奇偶性、单调性和周期性进行转化,即可得到结论*.*

(1)B(2)C[解析] (1)根据题中所给的条件*f*(*x+*4)*=-f*(*x*),可知函数*f*(*x*)是以8为周期的周期函数*.*

因为*f*(*x*)在[0,2]上单调递减,所以奇函数*f*(*x*)在[*-*2,2]上是减函数,

又*f*(15)*=f*(*-*1),*f*(8)*=f*(0),*f*(11)*=f*(3)*=f*(*-*1*+*4)*=-f*(*-*1)*=f*(1),

且满足*-*1*<*0*<*1,所以*f*(*-*1)*>f*(0)*>f*(1),

所以*f*(11)*<f*(8)*<f*(15),故选B*.*

(2)*∵*函数*f*(*x*)的周期是2,

*∴*函数*f*(*x*)在(2017,2018)上的单调性和在(*-*1,0)上的单调性相同*.*

*∵*当*x*∈(0,1)时,*f*(*x*)*=*2*x*为增函数,且函数*f*(*x*)为奇函数,

*∴*当*x*∈(*-*1,0)时,*f*(*x*)为增函数,

又当*x*∈(0,1)时,*f*(*x*)*=*2*x>*0,

*∴*当*x*∈(*-*1,0)时,*f*(*x*)*<*0,

*∴f*(*x*)在(2017,2018)上满足*f*(*x*)*<*0,

故*f*(*x*)在(2017,2018)上是增函数,且*f*(*x*)*<*0,故选C*.*

应用演练

1*.*A[解析] 函数*y=-*3*|x|*为偶函数,且在(*-∞*,0)上为增函数*.*

对于选项A,函数*y=*1*-x*2为偶函数,在(*-∞*,0)上为增函数,符合题意;

对于选项B,函数*y=*log2*|x|*是偶函数,在(*-∞*,0)上为减函数,不符合题意;

对于选项C,函数*y=-*为奇函数,不符合题意;

对于选项D,函数*y=x*3*-*1为非奇非偶函数,不符合题意*.*

故选A*.*

2*.*A[解析] 因为*f*(*x*)是周期为2的奇函数,所以*f=f=-f=-×=-*1,解得*a=*6,故选A*.*

3*.*B[解析] *f*(*x*)是R上的偶函数,且在(*-∞*,0]上是减函数,所以*f*(*x*)在[0,*+∞*)上是增函数,所以*f*(log2*x*)*>*2,即*f*(*|*log2*x|*)*>f*(1),即*|*log2*x|>*1,即log2*x>*1或log2*x<-*1,解得*x>*2或0*<x<.*故选B*.*

4*.*A[解析] 易知当*x*∈(0,2]时*f*(*x*)*=*2*x-*1*>*0,则*f*(*a*)*=f=-f<*0,

*f*(*b*)*=f=f=-f<*0,

*f*(*c*)*=f=f*(30*.*1)*=-f*(30*.*1*-*2)*=f*(2*-*30*.*1)*>*0,

又2*>*ln π*>*ln*=*,且*f*(*x*)*=*2*x-*1在[0,2]上单调递增,

*∴f*(ln π)*>f*,*∴f*(*a*)*<f*(*b*)*.*故选A*.*

5*.-*24[解析] *∵f*(*x*)是周期为2的奇函数,且当*x*∈(0,1)时,*f*(*x*)*=x*2*-*8*x+*30,

*∴f*()*=f*(*-*4)*=-f*(4*-*)*=-*24*.*



【备选理由】 例1考查函数奇偶性的判断;例2主要考查函数值比较大小,结合条件判断函数的单调性和奇偶性是解决本题的关键;例3考查函数周期性的不同形式,有利于对常见周期函数形式的掌握与应用;例4为函数的奇偶性、单调性、周期性及函数的零点等综合性问题,涉及性质多,难度大,需要结合函数性质及数形结合求解*.*

例1[配合例1使用] **[**2019·邯郸九校联考**]** 设函数*f*(*x*),*g*(*x*)的定义域都为R,且*f*(*x*)是奇函数,*g*(*x*)是偶函数,则下列结论中正确的是 ()

A*.f*(*x*)*g*(*x*)是偶函数

B*.|f*(*x*)*|g*(*x*)是奇函数

C*.f*(*x*)*|g*(*x*)*|*是奇函数

D*.|f*(*x*)*g*(*x*)*|*是奇函数

[解析] C因为*f*(*-x*)*g*(*-x*)*=-f*(*x*)*g*(*x*),所以*f*(*x*)*g*(*x*)是奇函数;

因为*|f*(*-x*)*|g*(*-x*)*=|f*(*x*)*|g*(*x*),所以*|f*(*x*)*|g*(*x*)是偶函数;

因为*f*(*-x*)*|g*(*-x*)*|=-f*(*x*)*|g*(*x*)*|*,所以*f*(*x*)*|g*(*x*)*|*是奇函数;

因为*|f*(*-x*)*g*(*-x*)*|=|f*(*x*)*g*(*x*)*|*,所以*|f*(*x*)*g*(*x*)*|*是偶函数*.*

故选C*.*

例2[配合例3使用] 已知函数*y=f*(*x+*1)的图像关于直线*x=-*1对称,且当*x*≤0时,*f*(*x*)*=-x*3*+*ln(1*-x*),设*a=f*(log36),*b=f*(log48),*c=f*(log510),则*a*,*b*,*c*的大小关系为 ()

A*.a>b>c* B*.c>b>a*

C*.b>c>a* D*.b>a>c*

[解析] A函数*y=f*(*x+*1)的图像关于直线*x=-*1对称,将*y=f*(*x+*1)的图像向右平移1个单位长度,得到*y=f*(*x*)的图像,则*f*(*x*)的图像关于直线*x=*0,即*y*轴对称,则函数*f*(*x*)是偶函数*.*

当*x*≤0时,*f*(*x*)*=-x*3*+*ln(1*-x*),为减函数,

*∴*当*x*≥0时,*f*(*x*)为增函数*.*易知log36*=*1*+*log32,log48*=*1*+*log42,log510*=*1*+*log52,

*∵*log32*=*,log42*=*,log52*=*,

且0*<*log23*<*log24*<*log25,*∴>>>*0,

即log32*>*log42*>*log52*>*0,

则1*+*log32*>*1*+*log42*>*1*+*log52*>*1,

即log36*>*log48*>*log510*>*1,

*∴f*(log36)*>f*(log48)*>f*(log510),

即*a>b>c.*

例3[配合例4使用] 已知定义在R上的函数*f*(*x*)满足*f*(4)*=*2*-*,且对任意的*x*都有*f*(*x+*2)*=*,则*f*(2018)*=* ()

A*.-*2*-* B*.-*2*+*

C*.*2*-* D*.*2*+*

[解析] A由*f*(*x+*2)*=*,得*f*(*x+*4)*==f*(*x*),所以函数*f*(*x*)的周期为4,所以*f*(2018)*=f*(2),又*f*(2*+*2)*=*,所以*f*(2)*=-=-=-*2*-*,即*f*(2018)*=-*2*-.*

例4[配合例7使用] **[**2018·河南林州一中调研**]** 已知函数*y=f*(*x*)是R上的偶函数,满足*f*(*x+*2)*=f*(*x-*2)*+f*(2),且当*x*∈[0,2]时,*f*(*x*)*=*2*x-*4*.*令函数*g*(*x*)*=f*(*x*)*-m*,若*g*(*x*)在区间[*-*10,2]上有6个零点,分别记为*x*1,*x*2,*x*3,*x*4,*x*5,*x*6,则*x*1*+x*2*+x*3*+x*4*+x*5*+x*6*=　　　　.*

[答案] *-*24

[解析] 不妨设*x*1*>x*2*>x*3*>x*4*>x*5*>x*6*.*因为函数*y=f*(*x*)是R上的偶函数,所以*f*(*-*2)*=f*(2)*.*因为*f*(*x+*2)*=f*(*x-*2)*+f*(2),所以令*x=*0,可得*f*(2)*=*0,因此*f*(*x+*2)*=f*(*x-*2),即*f*(*x+*4)*=f*(*x*),所以*f*(4*-x*)*=f*(*-x*)*=f*(*x*),所以直线*x=*2是函数*f*(*x*)图像的对称轴,周期*T=*4,又函数*f*(*x*)是偶函数,其图像关于*y*轴对称,因此直线*x=*4也是其图像的对称轴*.*因为当*x*∈[0,2]时,*f*(*x*)单调递增,所以*g*(*x*)*=f*(*x*)*-m*在区间[0,2]上单调递增,所以当*x*∈[0,2]时,只有一个零点*x*1,同理在区间[*-*2,0)上只有一个零点*x*2,则*x*1*+x*2*=*0*.*同理*x*3*+x*4*=-*8,*x*5*+x*6*=-*16,所以*x*1*+x*2*+x*3*+x*4*+x*5*+x*6*=-*24,故答案为*-*24*.*