**课时作业(十五)第15讲导数与函数的极值、最值**

时间 */* 45分钟分值 */* 100分

id:2147498231;FounderCES基础热身

1*.*函数*f*(*x*)*=*sin *x-x*在区间[0,1]上的最小值为()

A*.*0

B*.*sin 1

C*.*1

D*.*sin 1*-*1

2*.***[**2018·河南中原名校模拟**]** 已知函数*f*(*x*)*=*2*f'*(1)ln *x-x*,则*f*(*x*)的极大值为 ()

A*.*2

B*.*2ln 2*-*2

C*.*e

D*.*2*-*e

3*.*若函数*f*(*x*)*=x*(*x-c*)2在*x=*2处有极大值,则常数*c*为 ()

A*.*2或6

B*.*2

C*.*6

D*.-*2或*-*6

4*.***[**2018·鄂伦春二模**]** 若函数*f*(*x*)*=*在(*-*2,*a*)上有最小值,则*a*的取值范围为 ()

A*.*(*-*1,*+∞*)

B*.*[*-*1,*+∞*)

C*.*(0,*+∞*)

D*.*[0,*+∞*)

5*.*从长为16 cm,宽为10 cm的矩形纸板的四角截去四个相同的小正方形,制作成一个无盖的盒子,则盒子容积的最大值为cm3*.*

id:2147498238;FounderCES能力提升

6*.***[**2018·丹东期末**]** 已知*x*0是函数*f*(*x*)*=*e*x-*ln *x*的极值点,若*a*∈(0,*x*0),*b*∈(*x*0,*+∞*),则 ()

A*.f'*(*a*)*>*0,*f'*(*b*)*<*0

B*.f'*(*a*)*<*0,*f'*(*b*)*<*0

C*.f'*(*a*)*>*0,*f'*(*b*)*>*0

D*.f'*(*a*)*<*0,*f'*(*b*)*>*0

7*.***[**2018·齐齐哈尔一模**]** 若*x=*1是函数*f*(*x*)*=ax*2*+*ln *x*的一个极值点,则当*x*∈时,*f*(*x*)的最小值为()

A*.*1*-*

B*.-*e*+*

C*.--*1

D*.*e2*-*1

8*.***[**2018·绵阳南山中学二诊**]** 若*x=*3是函数*f*(*x*)*=*(*x*2*+ax+*1)e*x*的极值点,则*f*(*x*)的极大值等于()

A*.-*1

B*.*3

C*.-*2e3

D*.*6e*-*1

9*.***[**2018·昆明质检**]** 已知函数*f*(*x*)*=+k*(ln *x-x*),若*x=*1是函数*f*(*x*)的唯一极值点,则实数*k*的取值范围是 ()

A*.*(*-∞*,e]

B*.*(*-∞*,e)

C*.*(*-*e,*+∞*)

D*.*[*-*e,*+∞*)

10*.*已知函数*f*(*x*)*=ax+x*2*-x*ln *a*,对任意的*x*1,*x*2∈[0,1],不等式≤*a-*2恒成立,则*a*的取值范围为 ()

A*.*[e2,*+∞*)

B*.*[e,*+∞*)

C*.*[2,e]

D*.*[e,e2]

11*.***[**2018·衡水中学月考**]** 函数*f*(*x*)*=*的图像在点(e2,*f*(e2))处的切线与直线*y=-x*平行,则*f*(*x*)的极值点是*x=　　　　.*

12*.***[**2018·东莞模拟**]** 若*x=*0是函数*f*(*x*)*=a*2e*x+*2*x*3*+ax*的极值点,则实数*a=　　　　.*

13*.***[**2018·榆林模拟**]** 设实数*m>*0,若对任意的*x*≥e,不等式*x*2ln *x-m*≥0恒成立,则*m*的最大值是*.*

14*.*(12分)**[**2018·齐齐哈尔一模**]** 已知函数*f*(*x*)*=x*(e*x+*1)*.*

(1)求函数*f*(*x*)的图像在点(0,*f*(0))处的切线方程;

(2)若函数*g*(*x*)*=f*(*x*)*-a*e*x-x*,求函数*g*(*x*)在[1,2]上的最大值*.*

15*.*(13分)**[**2018·湖北黄冈八市联考**]** 已知函数*f*(*x*)*=*e*x*(*x-a*e*x*)*.*

(1)当*a=*0时,求*f*(*x*)的极值;

(2)若*f*(*x*)有两个不同的极值点*x*1,*x*2(*x*1*<x*2),求*a*的取值范围*.*

id:2147498245;FounderCES难点突破

16*.*(5分)**[**2018·濮阳一模**]** 已知*a>*0且*a*≠1,若当*x*≥1时,不等式*ax*≥*ax*恒成立,则*a*的最小值是()

A*.*e B*.*

C*.*2 D*.*ln 2

17*.*(5分)**[**2018·四川棠湖中学月考**]** 设函数*f*(*x*)*=x*2*-*2*ax*(*a>*0)的图像与*g*(*x*)*=a*2ln *x+b*的图像有公共点,且在公共点处的切线方程相同,则实数*b*的最大值为*.*

课时作业(十五)

1*.*D[解析] 由题得*f'*(*x*)*=*cos *x-*1,因为*x*∈[0,1],所以*f'*(*x*)≤0,所以函数*f*(*x*)在[0,1]上单调递减,所以*f*(*x*)min*=f*(1)*=*sin 1*-*1,故选D*.*

2*.*B[解析] *f*(*x*)*=*2*f'*(1)ln *x-x*,则*f'*(*x*)*=*2*f'*(1)*-*1*.*令*x=*1,得*f'*(1)*=*2*f'*(1)*-*1,所以*f'*(1)*=*1,则*f*(*x*)*=*2ln *x-x*,*f'*(*x*)*=-*1*=*,所以函数*f*(*x*)在(0,2)上单调递增,在(2,*+∞*)上单调递减,则*f*(*x*)的极大值为*f*(2)*=*2ln 2*-*2*.*

3*.*C[解析] *∵f*(*x*)*=x*(*x-c*)2*=x*3*-*2*cx*2*+c*2*x*,*∴f'*(*x*)*=*3*x*2*-*4*cx+c*2,

由题意知*f'*(2)*=*12*-*8*c+c*2*=*0,解得*c=*6或*c=*2*.*

当*c=*2时,*f'*(*x*)*=*3*x*2*-*8*x+*4*=*3(*x-*2),

*x=*2为*f*(*x*)的极小值,不满足题意*.*

当*c=*6时,*f'*(*x*)*=*3*x*2*-*24*x+*36*=*3(*x*2*-*8*x+*12)*=*3(*x-*2)(*x-*6),

*x=*2为*f*(*x*)的极大值,满足题意*.*故*c=*6*.*

4*.*A[解析] *∵f*(*x*)*=*,

*∴f'*(*x*)*==.*

*∴*当*-*2*<x<-*1时,*f'*(*x*)*<*0,*f*(*x*)在(*-*2,*-*1)上为减函数;当*x>-*1时,*f'*(*x*)*>*0,*f*(*x*)在(*-*1,*+∞*)上为增函数*.*

*∴f*(*x*)min*=f*(*-*1)*.*

*∵*函数*f*(*x*)*=*在(*-*2,*a*)上有最小值,

*∴a>-*1*.*

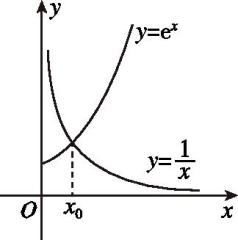
5*.*144[解析] 设小正方形的边长为*x* cm(0*<x<*5),

则盒子的容积*V=*(10*-*2*x*)(16*-*2*x*)*x=*4*x*3*-*52*x*2*+*160*x*(0*<x<*5),

*V'=*12*x*2*-*104*x+*160*=*4(3*x-*20)(*x-*2),

所以当0*<x<*2时,*V'>*0,当2*<x<*5时,*V'<*0,

所以当*x=*2时,*V*取得极大值,也为最大值,即为(10*-*4)*×*(16*-*4)*×*2*=*144*.*



6*.*D[解析] *f'*(*x*)*=*e*x-*(*x>*0),由*f'*(*x*)*=*e*x-=*0,得e*x=.*在平面直角坐标系中画出*y=*e*x*,*y=*在第一象限的大致图像,如图所示*.*

由图可知,当*x*∈(0,*x*0)时,*f'*(*x*)*<*0,当*x*∈(*x*0,*+∞*)时,*f'*(*x*)*>*0,所以*f'*(*a*)*<*0,*f'*(*b*)*>*0,故选D*.*

7*.*A[解析] 由题意得*f'*(1)*=*0,*∵f'*(*x*)*=*2*ax+*,*∴f'*(1)*=*2*a+*1*=*0,*∴a=-*,*∴f'*(*x*)*=-x+=.∴*当*x*∈时,*f'*(*x*)≥0,当*x*∈[1,e]时,*f'*(*x*)≤0,*∴f*(*x*)min*=*min*=-*e2*+*1,故选A*.*

8*.*D[解析] *∵*函数*f*(*x*)*=*(*x*2*+ax+*1)e*x*,*∴f'*(*x*)*=*[*x*2*+*(2*+a*)*x+a+*1]e*x*,*∵x=*3是函数*f*(*x*)*=*(*x*2*+ax+*1)e*x*的极值点,*∴f'*(3)*=*0,解得*a=-*4,故*f'*(*x*)*=*(*x*2*-*2*x-*3)e*x.*易知当*x=-*1时*f*(*x*)取得极大值,极大值为*f*(*-*1)*=*6e*-*1,故选D*.*

9*.*A[解析] 由函数*f*(*x*)*=+k*(ln *x-x*),可得*f'*(*x*)*=+k=.*令*g*(*x*)*=*e*x-kx*,*∵f*(*x*)有唯一极值点*x=*1,*∴g*(*x*)*=*e*x-kx*在(0,*+∞*)上无零点或无变号零点*.*

*g'*(*x*)*=*e*x-k*,当*k*≤0时,*g'*(*x*)*>*0在(0,*+∞*)上恒成立,*∴g*(*x*)在(0,*+∞*)上单调递增,*∴g*(*x*)*>g*(0)*=*1,即*g*(*x*)在(0,*+∞*)上无零点,符合题意*.*

当*k>*0时,*g'*(*x*)*=*0的解为*x=*ln *k.*易知当0*<x<*ln *k*时,*g'*(*x*)*<*0,*g*(*x*)单调递减;当*x>*ln *k*时,*g'*(*x*)*>*0,*g*(*x*)单调递增*.∴g*(*x*)min*=g*(ln *k*)*=k-k*ln *k.*由题意知需满足*k-k*ln *k*≥0,可得0*<k*≤e*.*综上可得,实数*k*的取值范围是(*-∞*,e],故选A*.*

10*.*A[解析] 由题意可得*=f*(*x*)max*-f*(*x*)min≤*a-*2,且*a>*2*.*

由于*f'*(*x*)*=ax*ln *a+*2*x-*ln *a=*(*ax-*1)ln *a+*2*x*,

所以当*x>*0时,*f'*(*x*)*>*0,所以函数*f*(*x*)在[0,1]上单调递增,

则*f*(*x*)max*=f*(1)*=a+*1*-*ln *a*,*f*(*x*)min*=f*(0)*=*1,

所以*f*(*x*)max*-f*(*x*)min*=a-*ln *a*,

故*a-*2≥*a-*ln *a*,即ln *a*≥2,解得*a*≥e2*.*

11*.*e[解析] *f'*(*x*)*=*,

故*f'*(e2)*=-=-*,解得*a=*1,

故*f*(*x*)*=*,*f'*(*x*)*=.*

令*f'*(*x*)*=*0,解得*x=*e,

因为当*x<*e时,*f'*(*x*)*>*0,当*x>*e时,*f'*(*x*)*<*0,

所以*x=*e是函数*f*(*x*)的极大值点*.*

12*.-*1[解析] 由*f*(*x*)*=a*2e*x+*2*x*3*+ax*,得*f'*(*x*)*=a*2e*x+*6*x*2*+a.*

由*x=*0为*f*(*x*)的极值点,得*f'*(0)*=*0,即*a*2*+a=*0,解得*a=-*1或*a=*0*.*

当*a=*0时,函数*f*(*x*)*=*2*x*3无极值点,故*a=-*1*.*

13*.*e[解析] 不等式*x*2ln *x-m*≥0⇔*x*2ln *x*≥*m*⇔*x*ln *x*≥⇔ln *x*eln *x*≥(*\**)*.*

设*f*(*x*)*=x*e*x*(*x>*0),则*f'*(*x*)*=*(*x+*1)e*x>*0,*∴f*(*x*)在(0,*+∞*)上是增函数*.*

*∵>*0,ln *x>*0,*∴*由(*\**)式可知≤ln *x*对任意的*x*≥e恒成立,即*m*≤*x*ln *x*对任意的*x*≥e恒成立,

*∴*只需*m*≤(*x*ln *x*)min*.*

设*g*(*x*)*=x*ln *x*(*x*≥e),则*g'*(*x*)*=*ln *x+*1*>*0(*x*≥e),

*∴g*(*x*)在[e,*+∞*)上为增函数,

*∴g*(*x*)min*=g*(e)*=*e,*∴m*≤e,即*m*的最大值为e*.*

14*.*解:(1)依题意得*f'*(*x*)*=*e*x+*1*+x*e*x*,故*f'*(0)*=*e0*+*1*=*2*.*

又*f*(0)*=*0,故所求切线方程为*y=*2*x.*

(2)依题意得*g'*(*x*)*=*(*x-a+*1)·e*x*,令*g'*(*x*)*=*0,得*x=a-*1*.*

当*a-*1≤1时,*g'*(*x*)≥0在[1,2]上恒成立,*g*(*x*)在[1,2]上单调递增,*g*(*x*)的最大值为*g*(2)*.*

当*a-*1≥2时,*g'*(*x*)≤0在[1,2]上恒成立,*g*(*x*)在[1,2]上单调递减,*g*(*x*)的最大值为*g*(1)*.*

当1*<a-*1*<*2时,*g'*(*x*)*<*0在[1,*a-*1)上恒成立,*g*(*x*)在[1,*a-*1)上单调递减;*g'*(*x*)*>*0在(*a-*1,2]上恒成立,*g*(*x*)在(*a-*1,2]上单调递增*.*

所以当*x*∈[1,2]时,*g*(*x*)的最大值为*g*(1)与*g*(2)中的较大者*.*

因为*g*(1)*=*(1*-a*)e,*g*(2)*=*(2*-a*)e2,

*g*(1)*-g*(2)*=*(1*-a*)e*-*(2*-a*)e2*=*(e2*-*e)*a-*(2e2*-*e),

所以当*a*≥*=*时,*g*(1)*-g*(2)≥0,*g*(*x*)max*=g*(1)*=*(1*-a*)e;

当*a<=*时,*g*(1)*-g*(2)*<*0,*g*(*x*)max*=g*(2)*=*(2*-a*)e2*.*

综上所述,当*a*≥时,*g*(*x*)max*=g*(1)*=*(1*-a*)e;当*a<*时,*g*(*x*)max*=g*(2)*=*(2*-a*)e2*.*

15*.*解:(1)当*a=*0时,*f*(*x*)*=x*e*x*,*f'*(*x*)*=*(*x+*1)e*x.*令*f'*(*x*)*>*0,可得*x>-*1,故*f*(*x*)在(*-*1,*+∞*)上单调递增*.*同理可得*f*(*x*)在(*-∞*,*-*1)上单调递减*.*

故*f*(*x*)在*x=-*1处有极小值,极小值为*f*(*-*1)*=-.*

(2)依题意可得*f'*(*x*)*=*(*x+*1*-*2*a*e*x*)e*x=*0有两个不同的实根*.*

设*g*(*x*)*=x+*1*-*2*a*e*x*,则*g*(*x*)*=*0有两个不同的实根*x*1,*x*2,*g'*(*x*)*=*1*-*2*a*e*x.*

若*a*≤0,则*g'*(*x*)≥1,此时*g*(*x*)为增函数,故*g*(*x*)*=*0至多有1个实根,不符合要求*.*

若*a>*0,则当*x<*ln时,*g'*(*x*)*>*0,当*x>*ln时,*g'*(*x*)*<*0,

故*g*(*x*)在上单调递增,在上单调递减,*g*(*x*)的最大值为*g=*ln*-*1*+*1*=*ln,

又当*x*→*-∞*时,*g*(*x*)→*-∞*,当*x*→*+∞*时,*g*(*x*)→*-∞*,故要使*g*(*x*)*=*0有两个实根,则*g=*ln*>*0,得0*<a<.*

因为*g*(*x*)*=*0的两个根分别为*x*1,*x*2(*x*1*<x*2),所以当*x<x*1时,*g*(*x*)*<*0,此时*f'*(*x*)*<*0;当*x*1*<x<x*2时,*g*(*x*)*>*0,此时*f'*(*x*)*>*0;当*x>x*2时,*g*(*x*)*<*0,此时*f'*(*x*)*<*0*.*

故*x*1为*f*(*x*)的极小值点,*x*2为*f*(*x*)的极大值点,0*<a<*符合要求*.*

综上所述,*a*的取值范围为0*<a<.*

16*.*A[解析] 原不等式等价于*ax-*1≥*x*,两边取自然对数得(*x-*1)ln *a*≥ln *x.*

令*p*(*x*)*=*ln *x-*(*x-*1)ln *a*,则当*x*≥1时,*p*(*x*)≤0恒成立*.*

*p'*(*x*)*=-*ln *a*,

当ln *a<*0,即*a*∈(0,1)时,*p'*(*x*)*>*0在[1,*+∞*)上恒成立,*p*(*x*)在[1,*+∞*)上单调递增,则当*x*≥1时,*p*(*x*)≥*p*(1)*=*0,与*p*(*x*)≤0恒成立矛盾*.*

当ln *a>*0,即*a*∈(1,*+∞*)时,令*p'*(*x*)*=*0,解得*x=.*

易知当*x*∈时,*p'*(*x*)*>*0,*p*(*x*)单调递增,当*x*∈时,*p'*(*x*)*<*0,*p*(*x*)单调递减*.*

若*>*1,即*a*∈(1,e),则当*x*∈时,*p*(*x*)单调递增,*p*(*x*)≥*p*(1)*=*0,与*p*(*x*)≤0恒成立矛盾;

若≤1,即*a*∈[e,*+∞*),则当*x*∈[1,*+∞*)时,*p*(*x*)单调递减,*p*(*x*)≤*p*(1)*=*0,符合题意*.*

综上,*a*∈[e,*+∞*),则*a*的最小值为e,故选A*.*

17*.*[解析] 由题意得*f'*(*x*)*=*3*x-*2*a*,*g'*(*x*)*=.*

设*f*(*x*)的图像与*g*(*x*)(*x>*0)的图像在公共点*P*(*x*0,*y*0)处的切线相同,

由题意得

即

由3*x*0*-*2*a=*可得*x*0*=a*或*x*0*=-*(舍去),

*∴b=--*ln *x*0*.*

设*h*(*t*)*=-t*2*-t*2ln *t*(*t>*0),则*h'*(*t*)*=-t-*(2*t*ln *t+t*)*=-*2*t*(1*+*ln *t*),

*∴*当0*<t<*时,*h'*(*t*)*>*0,*h*(*t*)单调递增,当*t>*时,*h'*(*t*)*<*0,*h*(*t*)单调递减,

*∴h*(*t*)max*=h=*,*∴*实数*b*的最大值为*.*