**高三数列专题训练二**

学校:\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_姓名：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_班级：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_考号：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**一、解答题**

1．在公差不为零的等差数列中，已知，且成等比数列．

（1）求数列的通项公式；

（2）设数列的前项和为，记，求数列的前项和．

2．已知等差数列的前项和为，公差成等比数列.

（Ⅰ）求数列的通项公式；

（Ⅱ）设是首项为1，公比为3的等比数列，求数列的前项和.



3．设等比数列的前项和为，，且，，成等差数列，数列满足．

（1）求数列的通项公式；

（2）设，若对任意，不等式恒成立，求的取值范围．

4．已知等差数列{}的公差，其前项和为，且等比数列{}满足，，．

（Ⅰ）求数列{}的通项公式和数列{}的前项和；

（Ⅱ）记数列{}的前项和为，求．

5．设数列的前项和为，且满足．

（1）求数列的通项公式；

（2）若数列满足，且，求数列的通项公式；

（3）设，求数列的前项和．

6．已知差数列等的前项和，且对于任意的正整数满足.

（1）求数列的通项公式；

（2）设, 求数列的前项和.

7．对于数列、，为数列的前项和，且，，，.

（1）求数列、的通项公式；

（2）令，求数列的前项和.

8．已知是各项均为正数的等比数列，且，

．

（1）求的通项公式；

（2）设，求数列的前项和．

9．已知数列的首项，前项和为，且（）.

（Ⅰ） 求证：数列为等比数列；

（Ⅱ） 令，求数列的前项和.

10．已知各项都为正数的等比数列满足是与的等差中项，且．



（Ⅰ）求数列的通项公式；



（Ⅱ）设，且为数列的前项和，求数列的前项和．



11．已知数列的前项和为,．



（1）求数列的通项公式；



（2）若,求．



12．设公差不为0的等差数列的首项为1，且构成等比数列．

（1）求数列的通项公式；

（2）若数列满足，求的前项和．

13．已知数列是等比数列，满足，数列满足，且是等差数列.

（I）求数列和的通项公式；

（II）求数列的前n项和。

14．设数列满足，.

（1）求数列的通项公式；

（2）设，求数列的前项和.

15．数列的前项和满足，且成等差数列．

（1）求数列的通项公式；

（2）设，求数列的前项和．

16．已知各项都为正数的等比数列满足是与的等差中项，且.

（Ⅰ）求数列的通项公式；

（Ⅱ）设，且为数列的前项和，求数列的的前项和.

17．已知数列和满足，，（），（）.

（1）求与；

（2）记数列的前项和为，求.

18．已知数列中，，，数列中，，其中.

（1）求证：数列是等差数列；

（2）设是数列的前项和，求

19．已知各项均为正数的数列的前项和为,满足恰为等比数列的前项.

（1）求数列 ,的通项公式；

（2）若,求数列的前项和为.

20．已知等比数列满足,,公比

（1）求数列的通项公式与前n项和；

（2）设，数列的前n项和为Tn，若对于任意的正整数，都有成立，求实

数m的取值范围．

21．已知等差数列 满足：,前项和.

（1）求数列的通项公式；

（2）若,求数列的前项和．

22．已知公差不为零的等差数列中，，且成等比数列。

（1）求数列的通项公式

（2）求数列的前项和。

23．（本小题满分14分）等比数列的前项和，数列满足



（）.



（1）求的值及的通项公式；



（2）求数列的前项和 ；



（3）求数列的最小项的值.



24．数列的通项是关于的不等式的解集中正整数的个数，．



（1）求数列的通项公式；

（2）若，求数列的前项和；

（3）求证：对且恒有．

25．已知各项均不为零的数列满足：，且,．

（1）求数列的通项公式；

（2）令，求数列的前项和．

26．已知是单调递增的等差数列，首项，前项和为，数列是等比数列，首项，且．

（1）求和通项公式；

（2）令，求的前项和．

27．在数列{an}中，a1=1，a4=7，an+2﹣2an+1+an=0（n∈N﹢）

（1）求数列an的通项公式；

（2）若bn=）（n∈N+），求数列{bn}的前n项和Sn．



28．已知数列的前项和为,且.

（1）求数列的通项公式；

（2）若数列满足,求数列的通项公式；

（3） 令,数列的前项和为.

29．已知数列的前项和.

（Ⅰ）求数列的通项公式；

（Ⅱ）设，求数列的前项和.

30．设数列满足：，．设为数列的前项和，已知，，．

（1）求数列，的通项公式；

（2）设，求数列的前项和．

**参考答案**

1．（1）（2）

【解析】

试题分析：（1）求等差数列通项公式，基本方法为待定系数法，即根据条件列两个关于首项与公差的方程：，注意公差不为零，解得，代入通项公式得（2）先根据等差数列求和公式得，因此代入化简数列通项公式 ，所以利用裂项相消法求和，即，

试题解析：①设的公差为，依题意得，．．．．．．．．．．．．．．．．．3分

解得，．．．．．．．．．．．．．．．．．．．．．．．．5分

∴．．．．．．．．．．．．．．．．．．．．．．．．．．．．．6分

②，

，．．．．．．．．．．．．．．．．．．．．．．．．．．．．．．9分

，故．．．．．．12分

考点：等差数列通项，裂项相消法求和

【方法点睛】裂项相消法是指将数列的通项分成两个式子的代数和的形式，然后通过累加抵消中间若干项的方法，裂项相消法适用于形如 (其中是各项均不为零的等差数列，c为常数)的数列. 裂项相消法求和，常见的有相邻两项的裂项求和(如本例)，还有一类隔一项的裂项求和，如或.

2．（Ⅰ）（Ⅱ）

【解析】

试题分析：（Ⅰ）将已知条件转化为首项和公差表示，解方程组可得到基本量，从而确定数列的通项公式；（Ⅱ）首先化简数列得到的通项公式，结合特点采用裂项相消法求和



试题解析：（Ⅰ）依题意得

 ………2分

解得， …………4分

. ………………………6分

(Ⅱ)， …………………7分



 ……………………9分



∴ ………………………………12分

考点：数列求通项公式及数列求和

3．（1）；（2）．

【解析】

试题分析：（1）设数列的公比为，由，，称等差数列，求解，即可求解数列的通项公式；（2）由（1）可知，利用乘公比错位相减法，求解数列的和，再根据不等式恒成立，利用关于单调性，即可求解的取值范围．

试题解析：（1）设数列的公比为，

∵，，称等差数列，∴，∴，

∵，∴，∴，

∴．

（2）设数列的前项和为，则，

又，

∴，

，

两式相减得w，

∴，

又，

对任意，不等式恒成立，

等价于恒成立，即恒成立，即恒成立，

令，，

∴关于单调递减，∴关于单调递增，∴，∴，

所以的取值范围为．

考点：数列的综合问题．

【方法点晴】本题主要考查了数列的综合问题，其中解答中涉及到等比数列的通项公式、等比数列的性质、数列的乘公比错位相减法求和、数列与函数的应用等知识点的综合考查，着重中考查了学生分析问题和解答问题的能力，以及学生转化与化归思想的应用，本题的解答中利用乘公比错位相减法求得数列的和，转化为利用函数的单调性是解答的关键，试题有一定的难度，属于中档试题．

4．（Ⅰ）；（Ⅱ）

【解析】

试题分析：（Ⅰ）因为等差数列{}的公差，所以有，解之得，得，设等比数列{}的公比为，则，由等比数列前n项和公式即可求出结果.（Ⅱ）由（Ⅰ）得，所以，采用裂项相消即可求出结果.

试题解析：解：（Ⅰ）因为等差数列{}的公差，

所以有，解之得

得，设等比数列{}的公比为，则，

于是

（Ⅱ）由（Ⅰ）得，所以

因此

.

考点：1.等差数列与等比数列；2.数列求和.

【方法点睛】裂项相消在使用过程中有一个很重要得特征，就是能把一个数列的每一项裂为两项的差，其本质就是两大类型类型一:型，通过拼凑法裂解成；类型二：通过有理化、对数的运算法则、阶乘和组合数公式直接裂项型；该类型的特点是需要熟悉无理型的特征，对数的运算法则和阶乘和组合数公式。无理型的特征是，分母为等差数列的连续两项的开方和，形如型，常见的有①；②对数运算本身可以裂解；③阶乘和组合数公式型要重点掌握和.

5．（1）；（2）；（3）.

【解析】

试题分析：（1）由已知数列递推式求出首项，得到当时，，与原递推式作差后可得数列是以为首项，以为公比的等比数列．再由等比数列的通项公式得答案；（2）由（1）可得，由累加法可求其通项公式；（3）由错位相减法求其前项和.

试题解析：（1）解：当时，，则，

当时，，

则，∴，所以，数列是以首相，公比为，而；

（2）∵，∴，

当时，

，

又满足，∴；

（3）∵，

①

而②

①---②得：，

．

考点：（1）数列递推式；（2）数列的通项公式；（3）数列求和.

【方法点晴】本题考查了数列的通项公式，考查了数列的求和，关键是会用累加法求通项公式和数列的错位相减法求和，难度适中；解题中，在利用这一常用等式以及时，用累加法求其通项公式；常见的数列求和的方法有公式法即等差等比数列求和公式，分组求和类似于，其中和分别为特殊数列，裂项相消法类似于，错位相减法类似于，其中为等差数列，为等比数列等.

6．（1）；（2）.

【解析】

试题分析：（1）当时，，时，利用求得通项公式为；（2）根据（1）化简，利用裂项求和法求得.

试题解析：

（1）对于任意的正整数 ① 恒成立，当时，，即,当时，有 ② , 得，即,,

数列是首项为公差为的等差数列..

（2）

.

考点：递推数列求通项，裂项求和法.

7．（1），；（2）.

【解析】

试题分析： （1）由

.由是等比数列，首项为，公比为；（2）

 .

试题解析： （1）因为，所以，所以



，所以的通项公式为.由，得，所以是等比数列，首项为，公比为，所以，所以的通项公式为.

（2），所以，①

则②

②-①得.

所以.

考点：1、等差数列及其性质；2、等比数列及其性质；3、数列的前项和.

【方法点晴】本题考查等差数列及其性质、等比数列及其性质、数列的前项和，涉及特殊与一般思想和转化化归思想，考查逻辑思维能力、等价转化能力、运算求解能力，综合性较强，属于较难题型.第一小题先由求得，再利用累加法求得.又由求得，可得是等比数列再求得.第二小题化简，再利用错位相减法求得.

8．（1）；（2）.

【解析】

试题分析：（1）根据已知列出关于首项和公比的方程组，解出首项和公比的值即可求得的通项公式；（2）由（1）可知，分三组分别求和即可.

试题解析：（1）设公比为，则，由已知有，

化简得

又，故，，

所以．

（2）由（1）可知，

因此．

考点：1、等比数列的通项及求和公式；2、“分组求和”的应用.

9．（Ⅰ）见解析；（Ⅱ）.

【解析】

试题分析：（Ⅰ）根据结合已知条件等式即可使问题得证；（Ⅱ）首先根据（Ⅰ）求得的通项公式，然后利用分组求和法与错位相减法求解即可.

试题解析：（Ⅰ） 由，

当时，，

两式相减，得，可得， 4分

又，则，满足，

即是一个首项为2，公比为2的等比数列.6分

（Ⅱ） 据（Ⅰ）得，

所以， 7分

则.

令，则，

所以.

则.10分

所以.

考点：1、等比数列的定义；2、数列求和.

【方法点睛】对于递推公式确定的数列的求解，通常可以通过递推公式的变换，转化为等差或等比数列问题，有时也用到一些特殊的转化方法与特殊数列，此法称为辅助数列法.常用转化方法：变换法、待定系数法、加减法、累加法、迭代法等.

10．（Ⅰ）；（Ⅱ）．



【解析】

试题分析：（Ⅰ）利用等差等比定义及性质组建方程组，求通项；（Ⅱ）利用第一问求出，再利用等差数列求和公式得，最后通过裂项相消法求和．



试题解析：（I）设等比数列的公比为，由题意知，且，



∴，解得，故．………………5分



（II）由（I）得，所以．………………6分



∴，………………8分



故数列的前项和为



．………………12分



考点：1、等差等比知识；2、裂项相消求和．

11．（1）；（2）．



【解析】

试题分析：（1）根据，令解得，进而得数列的通项公式为；（2）由（1），进而得是首项为,公比为的等比数列,再由等比数列前项和公式可得结果．



试题解析：（1），则，又，得，等差数列的公差，所以数列的通项公式为．



（2）,所以数列是首项为,公比为的等比数列,．



考点：1、等差数列的通项公式；2、等比数列前项和公式．



12．（1）；（2）．

【解析】

试题分析：（1）设等差数列的公差为，由构成等比数列得关于的方程，解出

后利用等差数列的通项公式可得；（2）由条件可知，时，，再由（1）可求得，注意验证的情形，利用错位相减法可求得．

试题解析：（1）设等差数列的公差为，由构成等比数列，有，即，解得（舍去），或，∴．

（2）由已知，当时，；

当时，有，相减得，

当时，上式也成立，所以，又由（1），知，∴，

由，

相减得，∴．

考点：（1）数列的求和；（2）等差数列与等比数列的综合．

【方法点晴】本题主要考查了等差数列，等比数列的概念，以及数列的求和，属于高考中常考知识点，难度不大；常见的数列求和的方法有公式法即等差等比数列求和公式，分组求和类似于，其中和分别为特殊数列，裂项相消法类似于，错位相减法类似于，其中为等差数列，为等比数列等．

13．(Ⅰ)；（Ⅱ）.

【解析】

试题分析：（Ⅰ）数列是等比数列,所以根据公式，求公比，根据首项和公比求通项公式，因为数列是等差数列，所以根据数列的首项和数列的第四项，求数列的公差，即求得数列的通项公式，最后再求得数列的通项公式；（Ⅱ），所以根据分组转化法：等差数列加等比数列求和.

试题解析：（I）设等比数列的公比为q，由题意得，解得.

所以.

设等差数列的公差为d，

所以.即.解得.

所以.

从而

（II）由（I）知.

数列的前n项和为，数列的前n项和为

.

所以，数列的前n项和为.

考点：1.等差，等比数列求和；2.分组转化法求和.

14．（1）；（2）.

【解析】

试题分析：（1）利用递推关系即可得出；（2）结合（1）可得，利用裂项相消求和.

试题解析：（1）因为，， ①

所以当时，.

当时，，②

①-②得，．

所以.

因为，适合上式，所以.

（2）由（1）得，所以

.

所以



.

考点：（1）数列递推式；（2）数列求和.

15．（1）（2）

【解析】

试题分析：（1）由通项与和项关系求数列通项公式，需注意分类讨论，即，而由得数列成等比是不充分的，需强调每一项不为零，这就必须求出首项（2）因为，所以一般利用裂项求和：，即

试题解析：解：（1）由已知，有，即，即数列是以2为公比的等比数列，又成等差数列，即：，

∴

（2）由（1）知，∴，

∴



考点：由通项与和项关系求数列通项公式，裂项相消法求和

【方法点睛】给出Sn与an的递推关系求an，常用思路是：一是利用Sn－Sn－1＝an（n≥2）转化为an的递推关系，再求其通项公式；二是转化为Sn的递推关系，先求出Sn与n之间的关系，再求an. 应用关系式an＝时，一定要注意分n＝1，n≥2两种情况，在求出结果后，看看这两种情况能否整合在一起.

16．（I）；（II）

【解析】

试题分析：（I）根据“是与的等差中项”，“”这两个已知条件，化为的形式，联立方程组，解得，故.（II）由（Ⅰ），得，所以，代入所求，得，利用裂项求和法，求得.

试题解析：

（Ⅰ）设等比数列的公比为，由题意知，且，

∴，解得，故.

（Ⅱ）由（Ⅰ），得，所以.

∴，

故数列的前项和为

.

考点：数列基本概念，数列求和．

17．（1）；（2）

【解析】

试题分析：（1）利用公式直接计算可知数列的通项公式，通过作差可知，进而可得；（2）通过（1）可知，即可利用错位相加法计算数列的和.

试题解析：（1）由，，得：.

当时，，故.

当时，，整理得，

∴.

（2）由（1）知，，

∴，



∴，

∴.

考点：数列的递推关系式；数列的求和.

18．（1）证明见解析；（2）

【解析】

试题分析：（1）化简，，证得数列是以为首项，以为公差的等差数列；（2）由，得到，即可利用裂项求和，求得数列的和.

试题解析：（1）证明：，

而，∴数列是以1为首项，以1为公差的等差数列.

（2）解：，，，

∴.

考点：等差数列的概念；数列求和.

19．（1） ,；（2）.

【解析】

试题分析：（1）借助题设条件运用等差数列等比数列的通项公式求解；（2）借助题设条件运用分类整合思想和裂项相消法求解.

试题解析：

（1）,两式相减得,是各项均为正数的数列, 所以,又,解得,所以是以为首项,为公差的等差数列,所以.由题意知.

（2）由（1）得,

故

设,则当为偶数时,,

当为奇数时,, 设,

则,所以.

考点：等差数列等比数列的通项公式及分类整合思想和裂项相消法等有关知识的综合运用．

20．（１）；（２）或．

【解析】

试题分析：（1）由等比数列的通项公式和性质可求得，由此可求得数列的通项公式和前项和公式；

（2）化简得，可求得，由裂项相消可求得，题中不等式可转化为，由此可解得的取值范围．

试题解析：（1）由题设知，，又因为，,解得：，故an＝3＝

前n项和Sn＝－.

（2）因为bn＝＝＝，

所以＝，

所以

＝＝<，

故要使恒成立，只需，解得或m≥1.

考点：等比数列的性质；裂项相消数列求和．

21．（1）；（2）．

【解析】

试题分析：（1）根据等差数列的通项公式和前项和公式得到方程组，求解即可；（2）可得，，即，所以．

试题解析：（1）由已知条件,解得,.

（2）由⑴可得.

考点：1.等差数列；2.观察法在数列中的应用．

22．（1）；（2）.

【解析】

试题分析：（1）由已知设等差数列的公差为，又，且成等比数列，根据等比数列的性质列方程，解得，代入等差数列的通项公式即可；（2）由已知得，根据等比数列的定义判断是以2为首项2为公比的等比数列，代入等比数列的前n项和公式即可.

试题解析：

解：（1）设公差为d,则有,

∴d=0（舍）或,

∴

（2）令

∵为定常数

∴是以2为首项2为公比的等比数列

∴

考点：等差数列的通项公式；等比数列的定义和性质；等比数列的前n项和公式.

23．（1），a=64；（2）前项和；（3） .

【解析】

试题分析：（1）根据等差数列前n项和公式求出，带入即可求出a的值；（2）由题意求出的通项公式，再用类推法求出前n项和；（3）方法一：求出，的值，再判断的符号，进而判断的单调性，求出最小项的值；方法二：求出，的值，再用比值法判断、的大小，进而判断的单调性，求出最小项的值.

试题解析：（1）

 （)

 

经检验时也成立

 

=



（2）

其前项和

=

（3）解：方法一：



=









在其定义域上单调递增



方法二、

=





即＞1

又

在其定义域上单调递增



考点：等差数列前n项和，类推法求一般数列前n项和，做差法、比值法判断数列单调性.

24．（1） （2） （3）见解析

【解析】

试题分析：（1）由条件已知的解集中正整数的个数，可先求出不等式的解集，则可得数列的通项公式；



（2）由（1）已知的通项公式，由条件可先求出，观察的通项公式为等差与等比数列的积，需运用错位相减法来求和；

（3）为证明不等关系，可先分析的表达式，先定界出上限，再讨论它函数的单调性来先定界出下限，即可证出。

试题解析：（1）等价于，解得

其中有正整数个，于是

（2） 



两式相减得

故

（3）





由

知

于是

故当且时为增函数

综上可知

【考点】（1）数列通项公式的求法。 （2）错位相减法求数列的和

（3）函数的单调性与不等关系的证明。

25．（1） （2）

【解析】

试题分析：（1）由题已知可运用等比数列的定义判定为等比数列（后一项比前一项的比为常数），再结合题中条件可得列的通项公式；

（2）由（1）已知等比数列的通项公式，可利用，求出的通项公式，观察可运用列项法求和。

试题解析：（1），所以数列是等比数列，

设公比为，又,， 所以，

（2）由（1），，，

数列的前项和

．

【考点】（1）等比数列的定义。（2）列项法求数列的和。

26．（1）；（2）.

【解析】

试题分析：（1）可设公差为，公比为，根据，列出关于、的方程组，解出、的值，进而可得（和通项公式；（2）对于分奇数、偶数两种情况讨论，为偶数时，为奇数时，可求解.

试题解析：（1）设公差为，公比为，则，

，

，



是单调递增的等差数列，，

则．

（2），

当是偶数，

为奇数时，

综上可得．

考点：1、等差数列、等比数列的通项公式；2、等差数列前项和公式.

27．（1）an=2n﹣1；（2）Sn=（1﹣）．



【解析】

试题分析：（1）通过an+2﹣2an+1+an=0（n∈N﹢）可知数列{an}为等差数列，进而可得结论；

（2）通过an=2n﹣1，裂项可得bn=（﹣），并项相加即可．



解：（1）∵an+2﹣2an+1+an=0（n∈N﹢），

∴an+2﹣an+1=an+1﹣an（n∈N﹢），

即数列{an}为等差数列，

∵a1=1，a4=7，

∴公差d===2，



∴an=1+2（n﹣1）=2n﹣1；

（2）∵an=2n﹣1，

∴bn===•=（﹣），



∴Sn=（1﹣+﹣+…+﹣）=（1﹣）．



28．（1）（2） （3） 

【解析】

试题分析：（1）当时，由，再验证满足该式（2）同（1）方法，由， 两式相减得 （3） ，求和用先分组求和，再用错位相减法求和

试题解析：解：（1）当时，,当时，,

知 满足该式，∴数列的通项公式为．

（2））①

②

②-①得：,故.

（3）,

,

令,①

则②

①-②得：

.

∴数列的前项和

考点：由和项求通项，错位相减法求和

【方法点睛】给出Sn与an的递推关系求an，常用思路是：一是利用Sn－Sn－1＝an（n≥2）转化为an的递推关系，再求其通项公式；二是转化为Sn的递推关系，先求出Sn与n之间的关系，再求an. 应用关系式an＝时，一定要注意分n＝1，n≥2两种情况，在求出结果后，看看这两种情况能否整合在一起.

29．（Ⅰ）；（Ⅱ）.

【解析】

试题分析：（Ⅰ）由数列的前项和公式再结合对的讨论，即可求数列的通项公式；（Ⅱ）根据（Ⅰ）的结论，先求出数列的通项公式，再利用分组求和法并结合错位相减法以及裂项相消法，即可求得数列的前项和.

试题解析：（Ⅰ）当时，；

当时，.

又也满足上式，所以.

（Ⅱ）.

设数列的前项和为，数列的前项和为，

则，

，

所以，

，

所以.

又

.

所以

.

（说明：也可写成同样给分）

考点：1、通项公式及前项和公式；2、错位相减法及裂项相消法.

30．（1），；（2）．

【解析】

试题分析：（1）本题求数列通项公式，由已知数列是等比数列，通项公式即得，对数列，已知条件是，出现前项和，处理方法是先让，求得首项，然后当时，利用得出的递推式，本题中正好确定也是等比数列；（2）由（1）可得，可以看作是一个等比数列与一个等差数列的乘积，其前项和的求法是错位相减法，即写出，此式两乘等比数列的公比，得，两式相减得，此式右边中间是一个等比数列的和，由此可得．

试题解析：（1）∵，∴是公比为3，首项的等比数列，

∴通项公式为．

∵，∴当时，，

∵，，∴．

∴当时，，∴，

∴是公比为2，首项的等比数列，

∴通项公式为．

（2），

①，

 ②，

①－②得：

，

∴．

考点：等比数列的通项公式，错位相减法求和．