**第14讲导数与函数的单调性**





函数的单调性与导数

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 导数到  单调性 | 单调递增 | 在区间(*a*,*b*)上,若*f'*(*x*)*>*0,则*f*(*x*)在这个区间上单调 |
| 单调递减 | 在区间(*a*,*b*)上,若*f'*(*x*)*<*0,则*f*(*x*)在这个区间上单调 |
| 单调性  到导数 | 单调递增 | 若函数*y=f*(*x*)在区间(*a*,*b*)上单调递增,则*f'*(*x*) |
| 单调递减 | 若函数*y=f*(*x*)在区间(*a*,*b*)上单调递减,则*f'*(*x*) |
| “函数*y=f*(*x*)在区间(*a*,*b*)上的导数大(小)于0”是“其单调递增(减)”的条件 | | |



题组一常识题

1*.***[**教材改编**]** 函数*f*(*x*)*=*e*x-x*的单调递增区间是*.*

2*.***[**教材改编**]** 比较大小:*x*ln *x*(*x*∈(1,*+∞*))*.*

3*.***[**教材改编**]** 函数*y=ax*3*-*1在(*-∞*,*+∞*)上是减函数,则实数*a*的取值范围为*.*

4*.***[**教材改编**]** 已知*f*(*x*)是定义在R上的可导函数,函数*y=*e*f'*(*x*)的图像如图2*-*14*-*1所示,则*f*(*x*)的单调递减区间是*.*

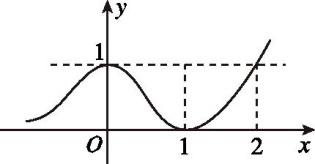


图2*-*14*-*1

题组二常错题

◆索引:可导函数在某区间上单调时导数满足的条件;利用单调性求解不等式时不能忽视原函数的定义域;求单调区间时忽略定义域;讨论函数单调性时分类标准有误*.*

5*.*若函数*f*(*x*)*=kx-*ln *x*在区间(1,*+∞*)上为增函数,则*k*的取值范围是*.*

6*.*若函数*f*(*x*)*=*ln *x-*,则不等式*f*(1*-x*)*>f*(2*x-*1)的解集为*.*

7*.*函数*f*(*x*)*=x+*ln(2*-x*)的单调递增区间为*.*

8*.*讨论函数*y=ax*3*-x*在R上的单调性时,*a*应分、、三种情况讨论*.*



id:2147499053;FounderCES探究点一函数单调性的判断或证明

例1 **[**2018·商丘二模**]** 已知函数*f*(*x*)*=*(*x-*1)e*x+*1*+mx*2,其中*m*为常数,且*m>-.*讨论函数*f*(*x*)的单调性*.*

[总结反思] 用导数法判断和证明函数*f*(*x*)在区间(*a*,*b*)内的单调性的一般步骤:

(1)求*f'*(*x*)*.*

(2)确认*f'*(*x*)在区间(*a*,*b*)内的符号(如果含有参数,则依据参数的取值讨论符号)*.*

(3)得出结论:*f'*(*x*)*>*0时,函数*f*(*x*)为增函数;*f'*(*x*)*<*0时,函数*f*(*x*)为减函数*.*

变式题 已知函数*f*(*x*)*=*e*x*,*a*∈R*.*

(1)求*f*(*x*)的零点;

(2)当*a*≥*-*5时,求证:*f*(*x*)在区间(1,*+∞*)上为增函数*.*

id:2147499060;FounderCES探究点二求函数的单调区间

例2 **[**2018·北京朝阳区一模**]** 已知函数*f*(*x*)*=-ax*(*a*∈R)*.*

(1)若*a=*0,求曲线*y=f*(*x*)在点(1,*f*(1))处的切线方程;

(2)若*a<-*1,求函数*f*(*x*)的单调区间*.*

[总结反思] (1)利用导数求函数单调区间的关键是确定导数的符号*.*不含参数的问题直接解导数大于(或小于)零的不等式,其解集即为函数的单调区间;含参数的问题,应就参数范围讨论导数大于(或小于)零的不等式的解,其解集即为函数的单调区间*.*

(2)所有求解和讨论都必须在函数的定义域内,不要超出定义域的范围*.*

变式题 (1)函数*f*(*x*)*=*3ln *x-*4*x+x*2的单调递增区间为()

A*.*(0,1),(3,*+∞*)

B*.*(1,3)

C*.*(*-∞*,1),(3,*+∞*)

D*.*(3,*+∞*)

(2)函数*f*(*x*)*=x++*2ln *x*的单调递减区间是*.*

id:2147499067;FounderCES探究点三已知函数单调性确定参数的取值范围

例3 已知函数*f*(*x*)*=x*2*+*ln *x-ax.*

(1)当*a=*3时,求*f*(*x*)的单调递增区间;

(2)若*f*(*x*)在(0,1)上是增函数,求*a*的取值范围*.*

[总结反思] (1)*f*(*x*)在*D*上单调递增(减),只要满足*f'*(*x*)≥0(≤0)在*D*上恒成立即可*.*如果能够分离参数,则可分离参数后转化为参数值与函数最值之间的关系*.*

(2)二次函数在区间*D*上大于零恒成立,讨论的标准是二次函数的图像的对称轴与区间*D*的相对位置,一般分对称轴在区间左侧、内部、右侧进行讨论*.*

变式题 (1)**[**2018·哈尔滨师大附中三模**]** 若函数*f*(*x*)*=*2*x+*sin *x*·cos *x+a*cos *x*在(*-∞*,*+∞*)上单调递增,则*a*的取值范围是 ()

A*.*[*-*1,1]

B*.*[*-*1,3]

C*.*[*-*3,3]

D*.*[*-*3,*-*1]

(2)若函数*f*(*x*)*=x+a*ln *x*不是单调函数,则实数*a*的取值范围是 ()

A*.*[0,*+∞*)

B*.*(*-∞*,0]

C*.*(*-∞*,0)

D*.*(0,*+∞*)

id:2147499088;FounderCES探究点四函数单调性的简单应用

例4 (1)定义域为R的可导函数*f*(*x*)的导函数为*f'*(*x*),且满足*f*(*x*)*<f'*(*x*),*f*(0)*=*2,则不等式*f*(*x*)*<*2e*x*的解集为 ()

A*.*(*-∞*,0)

B*.*(*-∞*,2)

C*.*(0,*+∞*)

D*.*(2,*+∞*)

(2)已知函数*g*(*x*)是偶函数,*f*(*x*)*=g*(*x-*2),且当*x*≠2时,导函数*f'*(*x*)满足(*x-*2)*f'*(*x*)*>*0,若1*<a<*3,则()

A*.f*(4*a*)*<f*(3)*<f*(log3*a*)

B*.f*(3)*<f*(log3*a*)*<f*(4*a*)

C*.f*(log3*a*)*<f*(3)*<f*(4*a*)

D*.f*(log3*a*)*<f*(4*a*)*<f*(3)

[总结反思] 用导数比较大小或解不等式,常常要构造新函数,把比较大小或求解不等式的问题转化为利用导数研究函数单调性的问题,再由单调性比较大小或解不等式*.*常见构造的辅助函数有:*g*(*x*)*=xf*(*x*),*g*(*x*)*=*,*g*(*x*)*=*e*xf*(*x*),*g*(*x*)*=*,*g*(*x*)*=f*(*x*)ln *x*,*g*(*x*)*=*等*.*

变式题 (1)已知*a=*2*.*12*.*2,*b=*2*.*22*.*1,*c=*log2*.*22*.*1,则 ()

A*.c<b<a*

B*.c<a<b*

C*.a<b<c*

D*.a<c<b*

(2)已知定义在实数集R上的函数*f*(*x*)满足*f*(2)*=*7,且*f*(*x*)的导函数*f'*(*x*)*<*3,则不等式*f*(ln *x*)*>*3ln *x+*1的解集为*.*

第14讲导数与函数的单调性

考试说明 1*.*了解函数单调性和导数的关系;

2*.*能利用导数研究函数的单调性;

3*.*会求函数的单调区间(其中多项式函数一般不超过三次)*.*

【课前双基巩固】

知识聚焦

递增递减≥0≤0充分

对点演练

1*.*(0,*+∞*)[解析] 由*f'*(*x*)*=*e*x-*1*>*0,解得*x>*0,故其单调递增区间是(0,*+∞*)*.*

2*.>*[解析] 设*f*(*x*)*=x-*ln *x*,*x*∈(1,*+∞*),则*f'*(*x*)*=*1*->*0,所以函数*f*(*x*)在(1,*+∞*)上是增函数,所以*f*(*x*)*=x-*ln *x>*1*>*0,所以*x>*ln *x.*

3*.*(*-∞*,0)[解析] *∵y'=*3*ax*2,函数在区间(*-∞*,*+∞*)上是减函数,

*∴y'*≤0在(*-∞*,*+∞*)上恒成立,即3*ax*2≤0恒成立,

*∴a*≤0*.∵*当*a=*0时,*y=-*1,不是减函数,

*∴a<*0,即*a*∈(*-∞*,0)*.*

4*.*(*-∞*,2][解析] 因为当*x*≤2时,e*f'*(*x*)≤1,所以当*x*≤2时,*f'*(*x*)≤0,所以*f*(*x*)的单调递减区间是(*-∞*,2]*.*

5*.*[1,*+∞*)[解析] 因为函数*f*(*x*)*=kx-*ln *x*在区间(1,*+∞*)上为增函数,所以*f'*(*x*)*=k-*≥0在(1,*+∞*)上恒成立,即*k*≥在(1,*+∞*)上恒成立,可得*k*≥1*.*

6*.*[解析] 因为*x*∈(0,*+∞*),*f'*(*x*)*=+>*0,所以函数*f*(*x*)*=*ln *x-*在(0,*+∞*)上为增函数,所以只需满足1*-x>*2*x-*1*>*0,解得*<x<.*

7*.*(*-∞*,1)[解析] 由2*-x>*0,得*x<*2,即函数*f*(*x*)的定义域为(*-∞*,2)*.*

易知*f'*(*x*)*=*1*-*,令*f'*(*x*)*>*0,可得*<*1,

结合2*-x>*0,得2*-x>*1,解得*x<*1,

即函数*f*(*x*)*=x+*ln(2*-x*)的单调递增区间为(*-∞*,1)*.*

8*.a>*0*a=*0*a<*0[解析] *y'=*3*ax*2*-*1,所以对*a*分*a>*0,*a=*0,*a<*0三种情况讨论比较合理*.*

【课堂考点探究】

例1[思路点拨] 先对*m*进行分类讨论,再结合*f'*(*x*)的符号讨论函数*f*(*x*)的单调性*.*

解:易知*x*∈(*-∞*,*+∞*),*f'*(*x*)*=*e*x+*1*+*(*x-*1)e*x+*1*+*2*mx=x*(e*x+*1*+*2*m*)*.*

*①*当*m*≥0时,*∵*e*x+*1*>*0,*∴*e*x+*1*+*2*m>*0*.*

*∴*当*x>*0时,*f'*(*x*)*>*0;当*x<*0时,*f'*(*x*)*<*0*.*

故*f*(*x*)在区间(*-∞*,0)上单调递减,在区间(0,*+∞*)上单调递增*.*

*②*当*-<m<*0时,*f'*(*x*)*=*0有两个实数根,即*x*1*=*0,*x*2*=*ln(*-*2*m*)*-*1,且*x*1*>x*2*.*

则当*x>*0时,*f'*(*x*)*>*0;

当ln(*-*2*m*)*-*1*<x<*0时,*f'*(*x*)*<*0;

当*x<*ln(*-*2*m*)*-*1时,*f'*(*x*)*>*0*.*

故*f*(*x*)在区间(*-∞*,ln(*-*2*m*)*-*1),(0,*+∞*)上单调递增,在区间(ln(*-*2*m*)*-*1,0)上单调递减*.*

综上所述,当*m*≥0时,*f*(*x*)在(*-∞*,0)上单调递减,在(0,*+∞*)上单调递增;

当*-<m<*0时,*f*(*x*)在(*-∞*,ln(*-*2*m*)*-*1),(0,*+∞*)上单调递增,在(ln(*-*2*m*)*-*1,0)上单调递减*.*

变式题解:(1)*f*(*x*)的定义域为(*-∞*,0)∪(0,*+∞*)*.*

令*f*(*x*)*=*0,得*x*2*+a=*0,即*x*2*=-a.*

当*a*≥0时,方程无解,*f*(*x*)没有零点;

当*a<*0时,得*x=±.*

综上,当*a*≥0时,*f*(*x*)无零点;当*a<*0时,*f*(*x*)的零点为*±.*

(2)证明:*f'*(*x*)*=*e*x+*e*x=.*

令*g*(*x*)*=x*3*+x*2*+ax-a*(*x>*1),

则*g'*(*x*)*=*3*x*2*+*2*x+a*,其图像的对称轴为直线*x=-*,

所以*g'*(*x*)在(1,*+∞*)上单调递增,

所以*g'*(*x*)*>*3*×*12*+*2*×*1*+a=*5*+a.*

因为*a*≥*-*5,所以*g'*(*x*)*>*0在(1,*+∞*)上恒成立,

所以*g*(*x*)在(1,*+∞*)上为增函数,

可得*g*(*x*)*>g*(1)*=*2*>*0,即*f'*(*x*)*>*0,

所以*f*(*x*)在区间(1,*+∞*)上为增函数*.*

例2[思路点拨] (1)求出*f*(1)及*f'*(1)的值,利用点斜式可得曲线的切线方程*.*(2)在定义域内,令*f'*(*x*)*>*0,求得*x*的取值范围,可得函数*f*(*x*)的单调递增区间;令*f'*(*x*)*<*0,求得*x*的取值范围,可得函数*f*(*x*)的单调递减区间*.*

解:(1)若*a=*0,则*f*(1)*=-*1,*f'*(*x*)*=*,所以*f'*(1)*=*2,

所以曲线*y=f*(*x*)在点(1,*-*1)处的切线方程为2*x-y-*3*=*0*.*

(2)易知*x*∈(0,*+∞*),*f'*(*x*)*=.*

令*g*(*x*)*=*2*-ax*2*-*ln *x*,则*g'*(*x*)*=.*

令*g'*(*x*)*=*0,得*x=*或*x=-*(舍去)*.*

由*g'*(*x*)*>*0,得*x>*;由*g'*(*x*)*<*0,得0*<x<.*

所以*g*(*x*)在区间上单调递减,在区间上单调递增,所以*g*(*x*)min*=g=-*ln*.*

因为*a<-*1,所以0*<-<*,所以ln*<*0,

所以*g*(*x*)*>*0,即*f'*(*x*)*>*0,

所以函数*f*(*x*)的单调递增区间为(0,*+∞*)*.*

变式题(1)A(2)(0,1)[解析] (1)*f'*(*x*)*=-*4*+x=*,由*f'*(*x*)*>*0,得0*<x<*1或*x>*3,*∴f*(*x*)的单调递增区间为(0,1),(3,*+∞*)*.*

(2)函数*f*(*x*)的定义域是(0,*+∞*),

*f'*(*x*)*=*1*-+=.*

令*f'*(*x*)*<*0,可得0*<x<*1,

故函数*f*(*x*)的单调递减区间为(0,1)*.*

例3[思路点拨] (1)当*a=*3时,求出函数*f*(*x*)的导函数,然后由*f'*(*x*)*>*0可得单调递增区间;(2)将原问题转化为导函数在区间(0,1)上大于等于零恒成立问题求解即可*.*

解:(1)*f*(*x*)的定义域为(0,*+∞*),当*a=*3时,*f*(*x*)*=x*2*+*ln *x-*3*x*,

*∴f'*(*x*)*=*2*x+-*3*=*,

由*f'*(*x*)*>*0,得0*<x<*或*x>*1,

*∴*函数*f*(*x*)的单调递增区间为,(1,*+∞*)*.*

(2)由题意得*f'*(*x*)*=*2*x+-a.*

*∵f*(*x*)在(0,1)上是增函数,

*∴f'*(*x*)*=*2*x+-a*≥0在(0,1)上恒成立,

即*a*≤2*x+*在(0,1)上恒成立*.*

*∵*2*x+*≥2,当且仅当2*x=*,即*x=*时,等号成立,

*∴a*≤2,

故实数*a*的取值范围为(*-∞*,2]*.*

变式题(1)A(2)C[解析] (1)*∵f*(*x*)*=*2*x+*sin *x*·cos *x+a*cos *x*,

*∴f'*(*x*)*=*2*+*cos 2*x-a*sin *x=-*2sin2*x-a*sin *x+*3*.*

设*t=*sin *x*,*-*1≤*t*≤1,

则*g*(*t*)*=-*2*t*2*-at+*3,

*∵f*(*x*)在(*-∞*,*+∞*)上单调递增,

*∴g*(*t*)≥0在[*-*1,1]上恒成立*.*

*∵*二次函数*g*(*t*)的图像开口向下,

*∴*可得*-*1≤*a*≤1,即*a*的取值范围是[*-*1,1],故选A*.*

(2)函数*f*(*x*)*=x+a*ln *x*的定义域为(0,*+∞*),*f'*(*x*)*=*1*+.*当*a*≥0时,*f'*(*x*)*>*0,函数*f*(*x*)*=x+a*ln *x*是增函数*.*当*a<*0时,由*f'*(*x*)*<*0,得0*<x<-a*,由*f'*(*x*)*>*0,得*x>-a*,所以函数*f*(*x*)*=x+a*ln *x*在(0,*-a*)上单调递减,在(*-a*,*+∞*)上单调递增*.*因为*f*(*x*)*=x+a*ln *x*不是单调函数,所以实数*a*的取值范围是(*-∞*,0),故选C*.*

例4[思路点拨] (1)构造函数*g*(*x*)*=*,通过*g'*(*x*)的符号判断函数*g*(*x*)的单调性,利用单调性得出*x*的取值范围;(2)先根据函数图像的平移得到函数*f*(*x*)的图像关于直线*x=*2对称,再通过讨论导数的符号得到函数*f*(*x*)的单调性,最后将4*a*,log3*a*,3转化到同一个单调区间上比较其对应函数值的大小*.*

(1)A(2)B[解析] (1)设*g*(*x*)*=*,则*g'*(*x*)*=*,*∵f*(*x*)*<f'*(*x*),*∴g'*(*x*)*>*0,

即函数*g*(*x*)在R上单调递增*.∵f*(0)*=*2,*∴g*(0)*=f*(0)*=*2,

则不等式*f*(*x*)*<*2e*x*等价于*g*(*x*)*<g*(0)*.*

*∵*函数*g*(*x*)在R上单调递增,*∴x<*0,

即不等式的解集为(*-∞*,0)*.*

(2)*∵g*(*x*)是偶函数,*∴*其图像关于*y*轴对称,

*∴f*(*x*)*=g*(*x-*2)的图像关于直线*x=*2对称*.*

*∵*(*x-*2)*f'*(*x*)*>*0,

*∴*当*x>*2时,*f'*(*x*)*>*0,

即函数*f*(*x*)在(2,*+∞*)上为增函数*.*

*∵*1*<a<*3,*∴*4*<*4*a<*64,0*<*log3*a<*1,

又*f*(log3*a*)*=f*(4*-*log3*a*),3*<*4*-*log3*a<*4,

*∴*3*<*4*-*log3*a<*4*a*,*∴f*(3)*<f*(4*-*log3*a*)*<f*(4*a*),

即*f*(3)*<f*(log3*a*)*<f*(4*a*)*.*

变式题(1)B(2)(0,e2)[解析] (1)设*f*(*x*)*=*(*x>*0),则*f'*(*x*)*=*,

可得函数*f*(*x*)在(0,e)上单调递增,所以*f*(2*.*1)*<f*(2*.*2),即*<*,

可化为2*.*12*.*2*<*2*.*22*.*1,即1*<a<b*,又*c=*log2*.*22*.*1*<*1,

所以*c<a<b*,故选B*.*

(2)设*t=*ln *x*,则不等式*f*(ln *x*)*>*3ln *x+*1等价于*f*(*t*)*>*3*t+*1*.*

设*g*(*x*)*=f*(*x*)*-*3*x-*1,则*g'*(*x*)*=f'*(*x*)*-*3,

*∵f*(*x*)的导函数*f'*(*x*)*<*3,

*∴g'*(*x*)*=f'*(*x*)*-*3*<*0,

*∴*函数*g*(*x*)*=f*(*x*)*-*3*x-*1在R上单调递减*.*

*∵f*(2)*=*7,*∴g*(2)*=f*(2)*-*3*×*2*-*1*=*0,

则由*g*(*t*)*=f*(*t*)*-*3*t-*1*>*0*=g*(2),解得*t<*2,

*∴*ln *x<*2,解得0*<x<*e2,

即不等式*f*(ln *x*)*>*3ln *x+*1的解集为(0,e2)*.*



【备选理由】 例1讨论函数的单调性;例2可以进一步明确不等式*f'*(*x*)*>*0的解集对应的区间是函数*f*(*x*)的单调递增区间,不等式*f'*(*x*)*<*0的解集对应的区间是*f*(*x*)的单调递减区间;例3为含参函数单调性的讨论及利用单调性求参的综合问题,旨在使学生加深对导数与单调性关系的理解,并强化处理参数问题的原则和方法*.*

例1[配合例1使用] 已知函数*f*(*x*)*=*(*x-a*)e*x-ax*2*+a*(*a-*1)*x*(*x*∈R)*.*

(1)若曲线*y=f*(*x*)在点(0,*f*(0))处的切线为*l*,*l*与*x*轴的交点坐标为(2,0),求*a*的值;

(2)讨论*f*(*x*)的单调性*.*

解:(1)*∵f'*(*x*)*=*(*x-a*)e*x+*e*x-ax+a*(*a-*1),

*∴f'*(0)*=*(*a-*1)2,

又*∵f*(0)*=-a*,

*∴*切线方程为*y+a=*(*a-*1)2(*x-*0)*.*

令*y=*0,得*x==*2,

*∴*2*a*2*-*5*a+*2*=*0,*∴a=*2或*a=.*

(2)*f'*(*x*)*=*(*x-a*)e*x+*e*x-ax+a*(*a-*1)*=*[*x-*(*a-*1)](e*x-a*)*.*

当*a*≤0时,e*x-a>*0,若*x*∈(*-∞*,*a-*1),则*f'*(*x*)*<*0,*f*(*x*)为减函数;若*x*∈(*a-*1,*+∞*),则*f'*(*x*)*>*0,*f*(*x*)为增函数*.*

当*a>*0时,令*f'*(*x*)*=*0,得*x*1*=a-*1,*x*2*=*ln *a.*

令*g*(*a*)*=a-*1*-*ln *a*,则*g'*(*a*)*=*1*-=*,

当*a*∈(0,1)时,*g'*(*a*)*<*0,*g*(*a*)为减函数,当*a*∈(1,*+∞*)时,*g'*(*a*)*>*0,*g*(*a*)为增函数,

*∴g*(*a*)min*=g*(1)*=*0,

*∴a-*1≥ln *a*(当且仅当*a=*1时取“*=*”)*.*

*∴*当0*<a<*1或*a>*1时,若*x*∈(*-∞*,ln *a*),则*f'*(*x*)*>*0,*f*(*x*)为增函数;若*x*∈(ln *a*,*a-*1),则*f'*(*x*)*<*0,*f*(*x*)为减函数;若*x*∈(*a-*1,*+∞*),则*f'*(*x*)*>*0,*f*(*x*)为增函数*.*

当*a=*1时,*f'*(*x*)*=x*(e*x-*1)≥0,*f*(*x*)在(*-∞*,*+∞*)上为增函数*.*

综上所述:当*a*≤0时,*f*(*x*)在(*-∞*,*a-*1)上为减函数,在(*a-*1,*+∞*)上为增函数;当0*<a<*1或*a>*1时,*f*(*x*)在(ln *a*,*a-*1)上为减函数,在(*-∞*,ln *a*)和(*a-*1,*+∞*)上为增函数;当*a=*1时,*f*(*x*)在(*-∞*,*+∞*)上为增函数*.*

例2[配合例2使用] **[**2018·东莞模拟**]** 已知函数*f*(*x*)*=ax*2e*-x*(*a*≠0),求函数*f*(*x*)的单调区间*.*

解:对*f*(*x*)求导,得*f'*(*x*)*=a·=a·.*

*①*若*a>*0,则当*x*∈(0,2)时,*f'*(*x*)*>*0,当*x*∈(*-∞*,0)或*x*∈(2,*+∞*)时,*f'*(*x*)*<*0,

所以*f*(*x*)在(0,2)上单调递增,在(*-∞*,0),(2,*+∞*)上单调递减*.*

*②*若*a<*0,则当*x*∈(0,2)时,*f'*(*x*)*<*0,当*x*∈(*-∞*,0)或*x*∈(2,*+∞*)时,*f'*(*x*)*>*0,

所以*f*(*x*)在(0,2)上单调递减,在(*-∞*,0),(2,*+∞*)上单调递增*.*

例3[配合例3使用] **[**2018·重庆七校期末**]** 已知函数*f*(*x*)*=x*2*+*(*m+*2)*x+n*(*m*,*n*为常数)*.*

(1)当*n=*1时,讨论函数*g*(*x*)*=*e*xf*(*x*)的单调性;

(2)当*n=*2时,若函数*h*(*x*)*=x+*在[0,*+∞*)上单调递增,求*m*的取值范围*.*

解:(1)当*n=*1时,*g*(*x*)*=*e*x*[*x*2*+*(*m+*2)*x+*1],

*g'*(*x*)*=*e*x*[*x*2*+*(*m+*4)*x+*(*m+*3)]*=*e*x*(*x+*1)[*x+*(*m+*3)]*.*

令*g'*(*x*)*=*0,解得*x=-*1或*x=-*(*m+*3)*.*

*∴*当*-*1*<-*(*m+*3),即*m<-*2时,函数*g*(*x*)的单调递增区间为(*-∞*,*-*1),(*-m-*3,*+∞*),单调递减区间为(*-*1,*-m-*3);

当*-*1*=-*(*m+*3),即*m=-*2时,函数*g*(*x*)的单调递增区间为(*-∞*,*+∞*),无单调递减区间;

当*-*1*>-*(*m+*3),即*m>-*2时,函数*g*(*x*)的单调递增区间为(*-∞*,*-m-*3),(*-*1,*+∞*),单调递减区间为(*-m-*3,*-*1)*.*

(2)当*n=*2时,*h*(*x*)*=x+*,

*h'*(*x*)*=*1*+.*

由题意知,*h'*(*x*)≥0在[0,*+∞*)上恒成立,

即e*x-x*2≥*m*(*x-*1)在[0,*+∞*)上恒成立*.*

当*x=*1时,不等式成立*.*

当*x*≠1时,令*k*(*x*)*=*,则*k'*(*x*)*=.*

当*x>*1时,只需*k*(*x*)≥*m*恒成立*.*

*∵*e*x-x>*0恒成立(可求导证明),

*∴*当1*<x<*2时,*k'*(*x*)*<*0,*k*(*x*)单调递减;

当*x>*2时,*k'*(*x*)*>*0,*k*(*x*)单调递增*.*

*∴k*(*x*)≥*k*(2)*=*e2*-*4,*∴m*≤e2*-*4*.*

当0≤*x<*1时,只需*k*(*x*)≤*m*恒成立*.*

*∵*0≤*x<*1,*∴k'*(*x*)*<*0,*∴k*(*x*)单调递减,

*∴k*(*x*)≤*k*(0)*=-*1,*∴m*≥*-*1*.*

综上所述,*-*1≤*m*≤e2*-*4*.*