**第1讲集合**





1*.*元素与集合

(1)集合元素的性质:、、无序性*.*

(2)集合与元素的关系:*①*属于,记为;*②*不属于,记为*.*

(3)集合的表示方法:列举法、和*.*

(4)常见数集及记法

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 数集 | 自然数集 | 正整数集 | 整数集 | 有理数集 | 实数集 |
| 符号 |  |  |  |  |  |

2*.*集合间的基本关系

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | 文字语言 | 符号语言 | 记法 |
| 基本  关系 | 子集 | 集合*A*中的都是集合*B*中的元素 | *x*∈*A*⇒*x*∈*B* | *A*⊆*B*或 |
|  | 集合*A*是集合*B*的子集,但集合*B*中有一个元素不属于*A* | *A*⊆*B*,∃*x*0∈  *B*,*x*0∉*A* | *A*  *B*或  *B*⫌ *A* |
| 相等 | 集合*A*,*B*的元素完全 | *A*⊆*B*,*B*⊆*A* |  |
| 空集 | | 任何元素的集合,空集是任何集合的子集 | ∀*x*,*x*∉⌀,  ⌀⊆*A* | ⌀ |

3*.*集合的基本运算

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 表示  运算 | 文字语言 | 符号语言 | 图形语言 | 记法 |
| 交集 | 属于*A*属于*B*的元素组成的集合 | {*x|x*∈*A*,  *x*∈*B*} |  |  |
| 并集 | 属于*A*  属于*B*的元素组成的集合 | {*x|x*∈*A*,  *x*∈*B*} |  |  |
| 补集 | 全集*U*中属于*A*的元素组成的集合 | {*x|x*∈*U*,  *x* *A*} |  |  |

4*.*集合的运算性质

(1)并集的性质:*A*∪⌀*=A*;*A*∪*A=A*;*A*∪*B=*;*A*∪*B=*⇔*B*⊆*A.*

(2)交集的性质:*A*∩⌀*=*⌀;*A*∩*A=A*;*A*∩*B=B*∩*A*;*A*∩*B=A*⇔*A　　　　B.*

(3)补集的性质:*A*∪(∁*UA*)*=U*;*A*∩(∁*UA*)*=*;

∁*U*(∁*UA*)*=*;∁*U*(*A*∪*B*)*=*(∁*UA*)(∁*UB*);∁*U*(*A*∩*B*)*=*∪*.*

常用结论

(1)非常规性表示常用数集:如{*x|x=*2(*n-*1),*n*∈Z}为偶数集,{*x|x=*4*n±*1,*n*∈Z}为奇数集等*.*

(2)*①*一个集合的真子集必是其子集,一个集合的子集不一定是其真子集;

*②*任何一个集合是它本身的子集;

*③*对于集合*A*,*B*,*C*,若*A*⊆*B*,*B*⊆*C*,则*A*⊆*C*(真子集也满足);

*④*若*A*⊆*B*,则有*A=*⌀和*A*≠⌀两种可能*.*

(3)集合子集的个数:集合*A*中有*n*个元素,则集合*A*有2*n*个子集、2*n-*1个真子集、2*n-*1个非空子集、2*n-*2个非空真子集*.*集合元素个数:card(*A*∪*B*)*=*card(*A*)*+*card(*B*)*-*card(*A*∩*B*)(常用在实际问题中)*.*



题组一常识题

1*.***[**教材改编**]** 已知集合*A=*{0,1,*x*2*-*5*x*},若*-*4∈*A*,则实数*x*的值为*.*

2*.***[**教材改编**]** 已知集合*A=*{*a*,*b*},若*A*∪*B=*{*a*,*b*,*c*},则满足条件的集合*B*有个*.*

3*.***[**教材改编**]** 设全集*U=*R,集合*A=*{*x|*0≤*x*≤2},*B=*{*y|*1≤*y*≤3},则(∁*UA*)∪*B=　　　　　　　.*

4*.***[**教材改编**]** 已知集合*A=*{*-*1,1},*B=*{*a*,*a*2*+*2}*.*若*A*∩*B=*{1},则实数*a*的值为*.*

题组二常错题

◆索引:忽视集合元素的性质致错;对集合的表示方法理解不到位致错;忘记空集的情况导致出错;忽视集合运算中端点取值致错*.*

5*.*已知集合*A=*{1,3,},*B=*{1,*m*},若*B*⊆*A*,则*m=　　　　.*

6*.*已知*x*∈N,*y*∈N,*M=*{(*x*,*y*)*|x+y*≤2},*N=*{(*x*,*y*)*|x-y*≥0},则*M*∩*N*中元素的个数是*.*

7*.*已知集合*M=*{*x|x-a=*0},*N=*{*x|ax-*1*=*0},若*M*∩*N=N*,则实数*a*的值是*.*

8*.*设集合*A=*{*x||x-a|<*1,*x*∈R},*B=*{*x|*1*<x<*5,*x*∈R},若*A*⫋*B*,则*a*的取值范围为*.*



id:2147497589;FounderCES探究点一集合的含义与表示

例1 (1)**[**2018·全国卷*Ⅱ***]** 已知集合*A=*{(*x*,*y*)*|x*2*+y*2≤3,*x*∈Z,*y*∈Z},则*A*中元素的个数为 ()

A*.*9 B*.*8

C*.*5 D*.*4

(2)设集合*A=*{*-*4,2*a-*1,*a*2},*B=*{9,*a-*5,1*-a*},且集合*A*,*B*中有唯一的公共元素9,则实数*a*的值为*.*

[总结反思] 解决集合含义问题的关键有三点:一是确定构成集合的元素;二是确定元素的限制条件;三是根据元素的特征(满足的条件)构造关系式解决相应问题*.*特别提醒:含字母的集合问题,在求出字母的值后,需要验证集合的元素是否满足互异性*.*

变式题 (1)已知集合*A=*{*x|x=*3*k-*1,*k*∈Z},则下列表示正确的是 ()

A*.-*1∉*A* B*.-*11∈*A*

C*.*3*k*2*-*1∈*A* D*.-*34∉*A*

(2)**[**2018·上海黄浦区二模**]** 已知集合*A=*{1,2,3},*B=*{1,*m*},若3*-m*∈*A*,则非零实数*m*的值是*.*

id:2147497596;FounderCES探究点二集合间的基本关系

例2 (1)**[**2018·武汉4月调研**]** 已知集合*M=*{*x|x*2*=*1},*N=*{*x|ax=*1},若*N*⊆*M*,则实数*a*的取值集合为 ()

A*.*{1} B*.*{*-*1,1}

C*.*{1,0} D*.*{1,*-*1,0}

(2)设集合*M=*{*x|x=*5*-*4*a+a*2,*a*∈R},*N=*{*y|y=*4*b*2*+*4*b+*2,*b*∈R},则下列关系中正确的是 ()

A*.M=N* B*.M*⫋*N*

C*.N*⫋*M* D*.M*∈*N*

[总结反思] (1)一般利用数轴法、Venn图法以及结构法判断两集合间的关系,如果集合中含有参数,需要对式子进行变形,有时需要进一步对参数分类讨论*.*

(2)确定非空集合*A*的子集的个数,需先确定集合*A*中的元素的个数*.*特别提醒:不能忽略任何非空集合是它自身的子集*.*

(3)根据集合间的关系求参数值(或取值范围)的关键是将条件转化为元素满足的式子或区间端点间的关系,常用数轴法、Venn图法*.*

变式题 (1)设*x*,*y*∈R,集合*A=*{(*x*,*y*)*|y=x*},*B=*(*x*,*y*)*=*1,则集合*A*,*B*间的关系为 ()

A*.A*⫋*B* B*.B*⫋*A*

C*.A=B* D*.A*∩*B=*⌀

(2)已知集合*M=*{*x|x*≤1},*N=*{*x|a*≤*x*≤3*a+*1},若*M*∩*N=*⌀,则*a*的取值范围是*.*

id:2147497603;FounderCES探究点三集合的基本运算

角度1集合的运算

例3 (1)**[**2018·长沙周南中学月考**]** 已知集合*A=*{*x|x<*1},*B=*{*x|*e*x<*1},则 ()

A*.A*∩*B=*{*x|x<*1}

B*.A*∪*B=*{*x|x<*e}

C*.A*∪(∁R*B*)*=*R

D*.*(∁R*A*)∩*B=*{*x|*0*<x<*1}

(2)**[**2018·山西大学附中5月调研**]** 已知集合*A=*{*x|*2*x*≤1},*B=*{*x|*ln *x<*1},则*A*∪*B=* ()

A*.*{*x|x<*e} B*.*{*x|*0≤*x*≤e}

C*.*{*x|x*≤e} D*.*{*x|x>*e}

[总结反思] 对于已知集合的运算,可根据集合的交集和并集的定义直接求解,必要时可结合数轴以及Venn图求解*.*

角度2利用集合运算求参数

例4 (1)已知集合*A=*{*x*∈Z*|x*2*-*4*x-*5*<*0},*B=*{*x|*4*x>*2*m*},若*A*∩*B*中有三个元素,则实数*m*的取值范围是()

A*.*[3,6) B*.*[1,2)

C*.*[2,4) D*.*(2,4]

(2)设全集*U=*R,集合*A=*{*x|x>*1},集合*B=*{*x|x>p*},若(∁*UA*)∩*B=*⌀,则*p*应该满足的条件是 ()

A*.p>*1 B*.p*≥1

C*.p<*1 D*.p*≤1

[总结反思] 根据集合运算求参数,要把集合语言转换为方程或不等式,然后解方程或不等式,再利用数形结合法求解*.*

角度3集合语言的运用

例5 (1)已知集合*S=*{0,1,2,3,4,5},*A*是*S*的一个子集,当*x*∈*A*时,若有*x-*1∉*A*且*x+*1∉*A*,则称*x*为*A*的一个“孤立元素”,那么*S*的无“孤立元素”的非空子集的个数为 ()

A*.*16 B*.*17 C*.*18 D*.*20

(2)对于*a*,*b*∈N,规定*a\*b=*集合*M=*{(*a*,*b*)*|a\*b=*36,*a*,*b*∈N*\**},则*M*中的元素个数为*.*

[总结反思] 解决集合新定义问题的关键是:

(1)准确转化:解决新定义问题时,一定要读懂新定义的本质含义,紧扣题目所给定义,结合题目的要求进行恰当转化,切忌同已有概念或定义相混淆*.*

(2)方法选取:对于新定义问题,可恰当选用特例法、筛选法、一般逻辑推理等方法,并结合集合的相关性质求解*.*

第1讲集合

考试说明 1*.*集合的含义与表示:

(1)了解集合的含义、元素与集合的属于关系;

(2)能用自然语言、图形语言、集合语言(列举法或描述法)描述不同的具体问题*.*

2*.*集合间的基本关系:

(1)理解集合之间包含与相等的含义,能识别给定集合的子集;

(2)在具体情境中,了解全集与空集的含义*.*

3*.*集合的基本运算:

(1)理解两个集合的并集与交集的含义,会求两个简单集合的并集与交集;

(2)理解在给定集合中一个子集的补集的含义,会求给定子集的补集;

(3)能使用韦恩(Venn)图表达集合间的关系及运算*.*

【课前双基巩固】

知识聚焦

1*.*(1)确定性互异性(2)∈∉(3)描述法图示法(4)NN*\**或N*+*ZQR

2*.*任意一个元素*B*⊇*A*至少⫋相同*A=B*不含

3*.*且且*A*∩*B*或或*A*∪*B*不∉∁*UA*

4*.*(1)*B*∪*A　A*(2)⊆(3)⌀*A*∩(∁*UA*)(∁*UB*)

对点演练

1*.*4或1[解析] 因为*-*4∈*A*,所以*x*2*-*5*x=-*4,解得*x=*1或*x=*4*.*

2*.*4[解析] 因为(*A*∪*B*)⊇*B*,*A=*{*a*,*b*},所以满足条件的集合*B*可以是{*c*},{*a*,*c*},{*b*,*c*},{*a*,*b*,*c*},所以满足条件的集合*B*有4个*.*

3*.*(*-∞*,0)∪[1,*+∞*)[解析] 因为∁*UA=*{*x|x>*2或*x<*0},*B=*{*y|*1≤*y*≤3},所以(∁*UA*)∪*B=*(*-∞*,0)∪[1,*+∞*)*.*

4*.*1[解析] 由题意可得1∈*B*,又*a*2*+*2≥2,故*a=*1,此时*B=*{1,3},符合题意*.*

5*.*0或3[解析] 因为*B*⊆*A*,所以*m=*3或*m=*,即*m=*3或*m=*0或*m=*1,根据集合元素的互异性可知,*m*≠1,所以*m=*0或3*.*

6*.*4[解析] 依题意得*M=*{(0,2),(0,1),(1,1),(0,0),(1,0),(2,0)},所以*M*∩*N=*{(1,1),(0,0),(1,0),(2,0)},所以*M*∩*N*中有4个元素*.*

7*.*0或1或*-*1[解析] 易得*M=*{*a*}*.∵M*∩*N=N*,*∴N*⊆*M*,*∴N=*⌀或*N=M*,*∴a=*0或*a=±*1*.*

8*.*2≤*a*≤4[解析] 由*|x-a|<*1得*-*1*<x-a<*1,*∴a-*1*<x<a+*1,由*A*⫋*B*得或*∴*2≤*a*≤4*.*

【课堂考点探究】

例1[思路点拨] (1)根据列举法,确定圆及其内部整数点的个数;(2)因为9∈*A*,所以依据2*a-*1*=*9或*a*2*=*9分类求解,但要注意集合元素的互异性*.*

(1)A(2)*-*3[解析] (1)当*x=-*1时,*y=-*1,0,1;当*x=*0时,*y=-*1,0,1;当*x=*1时,*y=-*1,0,1*.*所以集合*A=*{(*-*1,*-*1),(*-*1,0),(*-*1,1),(0,*-*1),(0,0),(0,1),(1,*-*1),(1,0),(1,1)},共有9个元素*.*

(2)*∵*集合*A*,*B*中有唯一的公共元素9,*∴*9∈*A.*

若2*a-*1*=*9,即*a=*5,此时*A=*{*-*4,9,25},*B=*{9,0,*-*4},则集合*A*,*B*中有两个公共元素*-*4,9,与已知矛盾,舍去*.*

若*a*2*=*9,则*a=±*3,当*a=*3时,*A=*{*-*4,9,5},*B=*{*-*2,*-*2,9},*B*中有两个元素均为*-*2,与集合中元素的互异性矛盾,应舍去;

当*a=-*3时,*A=*{*-*4,*-*7,9},*B=*{9,*-*8,4},符合题意*.*

综上所述,*a=-*3*.*

变式题(1)C(2)2[解析] (1)当*k=*0时,*x=-*1,所以*-*1∈*A*,所以A错误;令*-*11*=*3*k-*1,得*k=-*∉Z,所以*-*11∉*A*,所以B错误;令*-*34*=*3*k-*1,得*k=-*11,所以*-*34∈*A*,所以D错误;因为*k*∈Z,所以*k*2∈Z,则3*k*2*-*1∈*A*,所以C正确*.*

(2)由题知,若3*-m=*2,则*m=*1,此时集合*B*不符合元素的互异性,故*m*≠1;

若3*-m=*1,则*m=*2,符合题意;

若3*-m=*3,则*m=*0,不符合题意*.*故答案为2*.*

例2[思路点拨] (1)先求出集合*M=*{*x|x*2*=*1}*=*{*-*1,1},当*a=*0和*a*≠0时,分析集合*N*,再根据集合*M*,*N*的关系求*a*;(2)把集合对应的函数化简,求出集合*M*,*N*,即可得*M*,*N*的关系*.*

(1)D(2)A[解析] (1)*∵*集合*M=*{*x|x*2*=*1}*=*{*-*1,1},*N=*{*x|ax=*1},*N*⊆*M*,

*∴*当*a=*0时,*N=*⌀,成立;

当*a*≠0时,*N=*,则*=-*1或*=*1,

解得*a=-*1或*a=*1*.*

综上,实数*a*的取值集合为{1,*-*1,0}*.*故选D*.*

(2)集合*M=*{*x|x=*5*-*4*a+a*2,*a*∈R}*=*{*x|x=*(*a-*2)2*+*1,*a*∈R}*=*{*x|x*≥1},

*N=*{*y|y=*4*b*2*+*4*b+*2,*b*∈R}*=*{*y|y=*(2*b+*1)2*+*1,*b*∈R}*=*{*y|y*≥1},*∴M=N.*

变式题(1)B(2)*a<-*或*a>*1[解析] (1)由题意得,集合*A=*{(*x*,*y*)*|y=x*}表示直线*y=x*上的所有点,集合*B=*(*x*,*y*)*=*1表示直线*y=x*上除点(0,0)外的所有点,所以*B*⫋*A.*故选B*.*

(2)当*N=*⌀时,由*a>*3*a+*1得*a<-*,满足*M*∩*N=*⌀;当*N*≠⌀时,由*M*∩*N=*⌀得解得*a>*1*.*所以*a*的取值范围是*a<-*或*a>*1*.*

例3[思路点拨] (1)先求出∁R*A*,∁R*B*,再判断各选项是否正确;(2)先求出*A*,*B*中不等式的解集,确定出集合*A*,*B*,再求出两集合的并集即可*.*

(1)C(2)A[解析] (1)*∵*集合*A=*{*x|x<*1},*B=*{*x|*e*x<*1}*=*{*x|x<*0},

*∴*∁R*B=*{*x|x*≥0},∁R*A=*{*x|x*≥1}*.*易知*A*∩*B=*{*x|x<*0},故A错误;

*A*∪*B=*{*x|x<*1},故B错误;*A*∪(∁R*B*)*=*R,故C正确;(∁R*A*)∩*B=*⌀,故D错误*.*故选C*.*

(2)集合*A=*{*x|*2*x*≤1}*=*{*x|x*≤0},*B=*{*x|*ln *x<*1}*=*{*x|*0*<x<*e},*∴A*∪*B=*{*x|x<*e},故选A*.*

例4[思路点拨] (1)分别求出集合*A*和*B*,根据*A*∩*B*中有三个元素,求出实数*m*的取值范围;(2)根据补集、交集和空集的定义即可得出*p*满足的条件*.*

(1)C(2)B[解析] (1)集合*A=*{*x*∈Z*|x*2*-*4*x-*5*<*0}*=*{0,1,2,3,4},*B=*{*x|*4*x>*2*m*}*=*,*∵A*∩*B*中有三个元素,*∴*1≤*<*2,解得2≤*m<*4,*∴*实数*m*的取值范围是[2,4)*.*

(2)*∵*全集*U=*R,集合*A=*{*x|x>*1},集合*B=*{*x|x>p*},

*∴*∁*UA=*{*x|x*≤1},又(∁*UA*)∩*B=*⌀,*∴p*≥1*.*

例5[思路点拨] (1)按照*S*的无“孤立元素”的非空子集所含元素个数的多少分类讨论,可得出结果;(2)根据定义分情况讨论满足条件的点(*a*,*b*)的个数,从而得出*M*中的元素个数*.*

(1)D(2)41[解析] (1)根据“孤立元素”的定义知,单元素集合都含“孤立元素”*.S*的无“孤立元素”且含2个元素的子集为{0,1},{1,2},{2,3},{3,4},{4,5},共5个;*S*的无“孤立元素”且含3个元素的子集为{0,1,2},{1,2,3},{2,3,4},{3,4,5},共4个;*S*的无“孤立元素”且含4个元素的子集为{0,1,2,3},{0,1,3,4},{0,1,4,5},{1,2,3,4},{1,2,4,5},{2,3,4,5},共6个;*S*的无“孤立元素”且含5个元素的子集为{0,1,2,3,4},{1,2,3,4,5},{0,1,2,4,5},{0,1,3,4,5},共4个;*S*的无“孤立元素”且含6个元素的子集为{0,1,2,3,4,5},共1个*.*故*S*的无“孤立元素”的非空子集有5*+*4*+*6*+*4*+*1*=*20(个)*.*

(2)由*a\*b=*36,*a*,*b*∈N*\**知,

若*a*和*b*一奇一偶,则*a×b=*36,满足此条件的有1*×*36*=*3*×*12*=*4*×*9,故点(*a*,*b*)有6个;

若*a*和*b*同奇同偶,则*a+b=*36,满足此条件的有1*+*35*=*2*+*34*=*3*+*33*=*4*+*32*=*…*=*18*+*18,共18组,

故点(*a*,*b*)有35个*.*

所以*M*中的元素个数为41*.*



【备选理由】 例1考查对两集合之间关系以及元素与集合之间关系的理解;例2考查集合的运算及集合子集个数的计算;例3考查集合的运算;例4为根据集合运算求参数问题,重点关注区间端点的取值情况*.*

例1[配合例2使用] **[**2018·陕西黄陵中学三模**]** 已知集合*M=*{*x|y=*(*-x*2*+*2*x+*3,*x*∈N},*Q=*{*z|z=x+y*,*x*∈*M*,*y*∈*M*},则下列运算正确的是 ()

A*.M*∩*Q=*⌀ B*.M*∪*Q=*Z

C*.M*∪*Q=Q* D*.M*∩*Q=Q*

[解析] C由*-x*2*+*2*x+*3*>*0,得*-*1*<x<*3,*∵x*∈N,*∴x=*0,1,2,*∴M=*{0,1,2}*.*

*∵Q=*{*z|z=x+y*,*x*∈*M*,*y*∈*M*},*∴Q=*{0,1,2,3,4},

*∴M*∩*Q=M*,*M*∪*Q=Q*,故选C*.*

例2[配合例3使用] **[**2018·佛山南海中学模拟**]** 已知集合*A=*{*x*∈N*|x*2*-*2*x*≤0},*B=*{*x|-*1≤*x*≤2},则*A*∩*B*的子集的个数为 ()

A*.*3 B*.*4

C*.*7 D*.*8

[解析] D*∵A=*{*x*∈N*|x*2*-*2*x*≤0}*=*{0,1,2},

*B=*{*x|-*1≤*x*≤2},*∴A*∩*B=*{0,1,2},*∴A*∩*B*的子集的个数为23*=*8,故选D*.*

例3[配合例3使用] 设集合*A=*{*x||x-*1*|*≥2},*B=*{*x|y=*lg(*-x-*3)},则*A*∩*B=* ()

A*.*(*-*4,*+∞*) B*.*[*-*4,*+∞*)

C*.*(*-∞*,*-*3) D*.*(*-∞*,*-*3)∪[3,*+∞*)

[解析] C由*|x-*1*|*≥2,得*x-*1≥2或*x-*1≤*-*2,即*x*≥3或*x*≤*-*1*.*

由*-x-*3*>*0,得*x<-*3,

所以*A*∩*B=*{*x|x*≥3或*x*≤*-*1}∩{*x|x<-*3}*=*{*x|x<-*3},故选C*.*

例4[配合例4使用] 已知集合*A=*{*x|y=*},*B=*{*x|a*≤*x*≤*a+*1},若*A*∪*B=A*,则实数*a*的取值范围为 ()

A*.*(*-∞*,*-*3]∪[2,*+∞*)

B*.*[*-*1,2]

C*.*[*-*2,1]

D*.*[2,*+∞*)

[解析] C要使函数*y=*有意义,则4*-x*2≥0,据此可得*A=*{*x|-*2≤*x*≤2}*.*

若*A*∪*B=A*,则集合*B*是集合*A*的子集,据此有求解不等式组可得,实数*a*的取值范围为[*-*2,1]*.*