**第5讲函数的单调性与最值**





1*.*单调函数的定义

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 增函数 | 减函数 |
| 定义 | 一般地,设函数*f*(*x*)的定义域为*I*,如果对于定义域*I*内某个区间*D*上的任意两个自变量的值*x*1,*x*2 | |
| 当*x*1*<x*2时,都有,那么就说函数*f*(*x*)在区间*D*上是增函数 | 当*x*1*<x*2时,都有,那么就说函数*f*(*x*)在区间*D*上是减函数 |
| 图像  描述 | 自左向右看图像是 | 自左向右看图像是 |

2*.*单调区间的定义

如果函数*y=f*(*x*)在区间*D*上是,那么就说函数*y=f*(*x*)在这一区间具有(严格的)单调性,叫作函数*y=f*(*x*)的单调区间*.*

3*.*函数的最值

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 前提 | 设函数*y=f*(*x*)的定义域为*I*,如果存在实数*M*满足 | |
| 条件 | (1)对于任意*x*∈*I*,都有*f*(*x*)≤*M*;  (2)存在*x*0∈*I*,使得*f*(*x*0)*=M* | (1)对于任意*x*∈*I*,都有;  (2)存在*x*0∈*I*,使得 |
| 结论 | *M*为最大值 | *M*为最小值 |

常用结论

1*.*函数的单调性

(1)若*f*(*x*),*g*(*x*)均为区间*A*上的增(减)函数,则*f*(*x*)*+g*(*x*)也是区间*A*上的增(减)函数*.*

(2)若*k>*0,则*kf*(*x*)与*f*(*x*)单调性相同;若*k<*0,则*kf*(*x*)与*f*(*x*)单调性相反*.*

(3)函数*y=f*(*x*)(*f*(*x*)*>*0)在公共定义域内与*y=-f*(*x*),*y=*的单调性相反*.*

(4)函数*y=f*(*x*)(*f*(*x*)≥0)在公共定义域内与*y=*的单调性相同*.*

(5)复合函数单调性的确定方法:若两个简单函数的单调性相同,则这两个函数的复合函数为增函数;若两个简单函数的单调性相反,则这两个函数的复合函数为减函数*.*简称“同增异减”*.*

2*.*单调性定义的等价形式:设*x*1,*x*2∈[*a*,*b*],*x*1≠*x*2*.*

(1)若有(*x*1*-x*2)[*f*(*x*1)*-f*(*x*2)]*>*0或*>*0,则*f*(*x*)在闭区间[*a*,*b*]上是增函数;

(2)若有(*x*1*-x*2)[*f*(*x*1)*-f*(*x*2)]*<*0或*<*0,则*f*(*x*)在闭区间[*a*,*b*]上是减函数*.*

3*.*函数最值的两条结论:

(1)闭区间上的连续函数一定存在最大值和最小值,当函数在闭区间上单调时最值一定在端点处取得*.*

(2)开区间上的“单峰”函数一定存在最大值或最小值*.*



题组一常识题

1*.***[**教材改编**]** 函数*f*(*x*)*=*(2*a-*1)*x-*3是R上的减函数,则*a*的取值范围是*.*

2*.***[**教材改编**]** 函数*f*(*x*)*=*(*x-*2)2*+*5(*x*∈[*-*3,3])的单调递增区间是;单调递减区间是*.*

3*.***[**教材改编**]** 函数*f*(*x*)*=*(*x*∈[2,5])的最大值与最小值之和等于*.*

4*.***[**教材改编**]** 函数*f*(*x*)*=|x-a|+*1在[2,*+∞*)上是增函数,则实数*a*的取值范围是*.*

题组二常错题

◆索引:求单调区间忘记定义域导致出错;对于分段函数,一般不能整体单调,只能分段单调;利用单调性解不等式忘记在单调区间内求解;混淆“单调区间”与“在区间上单调”两个概念*.*

5*.*函数*f*(*x*)*=*ln(4*+*3*x-x*2)的单调递减区间是*.*

6*.*已知函数*f*(*x*)*=*是定义在R上的减函数,则实数*a*的取值范围为*.*

7*.*函数*y=f*(*x*)是定义在[*-*2,2]上的减函数,且*f*(*a+*1)*<f*(2*a*),则实数*a*的取值范围是*.*

8*.*(1)若函数*f*(*x*)*=x*2*+*2(*a-*1)*x+*2在区间(*-∞*,4]上是减函数,则实数*a*的取值范围是*.*

(2)若函数*f*(*x*)*=x*2*+*2(*a-*1)*x+*2的单调递减区间为(*-∞*,4],则*a*的值为*.*

id:2147497944;FounderCES探究点一函数单调性的判断与证明

例1 判断函数*f*(*x*)*=ax+*(*a>*1),*x*∈(*-*2,*+∞*)的单调性,并用单调性的定义证明你的结论*.*

[总结反思] (1)定义法证明函数单调性的一般步骤:*①*任取*x*1,*x*2∈*D*,且*x*1*<x*2;*②*作差*f*(*x*1)*-f*(*x*2);*③*变形(通常是因式分解和配方);*④*定号(即判断*f*(*x*1)*-f*(*x*2)的正负);*⑤*下结论(即指出函数*f*(*x*)在给定的区间*D*上的单调性)*.*

变式题 (1)下列函数中,在(0,*+∞*)上单调递增的函数是 ()

A*.y=-x*2*+*1 B*.y=|x-*1*|*

C*.y=*1*-* D*.y=*ln *x+x*

(2)**[**2018·茂名二联**]** 设函数*f*(*x*)在R上为增函数,则下列结论一定正确的是 ()

A*.y=*[*f*(*x*)]2在R上为增函数

B*.y=|f*(*x*)*|*在R上为增函数

C*.y=*2*-f*(*x*)在R上为减函数

D*.y=-*[*f*(*x*)]3在R上为增函数

id:2147497951;FounderCES探究点二求函数的单调区间

例2 (1)**[**2018·石嘴山一模**]** 函数*y=*ln(*-x*2*+*2*x+*3)的单调递增区间是 ()

A*.*(*-*1,1] B*.*[1,3)

C*.*(*-∞*,1] D*.*[1,*+∞*)

(2)设函数*f*(*x*)*=g*(*x*)*=x*2*f*(*x-*1),则函数*g*(*x*)的单调递减区间是*.*

[总结反思] (1)求函数单调区间的常见方法:*①*定义法;*②*图像法;*③*导数法*.*

(2)求复合函数单调区间的一般步骤为:*①*确定函数的定义域;*②*求简单函数的单调区间;*③*求复合函数的单调区间,其依据是“同增异减”*.*

(3)单调区间只能用区间表示,不能用集合或不等式表示,有多个单调区间应分开写,不能用并集符号“∪”连接*.*

变式题 (1)**[**2019·成都七中一诊**]** 函数*f*(*x*)*=*的单调递增区间是 ()

A*.*(*-∞*,*-*2] B*.*(*-∞*,1]

C*.*[1,*+∞*) D*.*[4,*+∞*)

(2)已知函数*f*(*x*)*=-x|x|+*2*x*,则下列结论正确的是()

A*.f*(*x*)的单调递增区间是(0,*+∞*)

B*.f*(*x*)的单调递减区间是(*-∞*,0)

C*.f*(*x*)的单调递增区间是(*-∞*,*-*1)

D*.f*(*x*)的单调递增区间是(*-*1,1)

id:2147497965;FounderCES探究点三利用函数单调性解决问题 id:2147497972;FounderCES

微点1利用函数的单调性比较大小

例3 已知*f*(*x*)是定义在(0,*+∞*)上的函数,对任意两个不相等的正数*x*1,*x*2,都有*>*0*.*记*a=*,*b=*,*c=*,则 ()

A*.a<b<c* B*.b<a<c*

C*.c<a<b* D*.c<b<a*

[总结反思] 比较函数值的大小时,应先将自变量转化到同一个单调区间内,再利用函数的单调性去比较大小*.*

微点2利用函数的单调性解决不等式问题

例4 (1)**[**2018·广州模拟**]** 已知函数*f*(*x*)*=*log2(4*x+*1)*+x*,则不等式*f*(log3*x*)*<*1的解集为 ()

A*.*(0,1) B*.*(0,2)

C*.*(*-*1,0) D*.*(*-*1,1)

(2)已知函数*f*(*x*)的定义域为R,对任意*x*1*<x*2,都有*f*(*x*1)*-f*(*x*2)*<x*1*-x*2,且*f*(2)*=*3,则不等式*f*(3*x-*1)*>*3*x*的解集为 ()

A*.*(2,*+∞*)

B*.*(*-∞*,2)

C*.*(1,*+∞*)

D*.*(*-∞*,1)

[总结反思] 解函数不等式的理论依据是函数单调性的定义,具体步骤是:(1)将函数不等式转化成*f*(*x*1)*>f*(*x*2)的形式;(2)考查函数*f*(*x*)的单调性;(3)据函数*f*(*x*)的单调性去掉法则“*f*”,转化为形如“*x*1*>x*2”或“*x*1*<x*2”的常规不等式,从而得解*.*

微点3利用函数的单调性求最值问题

例5 (1)已知*a>*0,设函数*f*(*x*)*=+*2018*x*3(*x*∈[*-a*,*a*])的最大值为*M*,最小值为*N*,则*M+N*的值为 ()

A*.*2018 B*.*2019

C*.*4035 D*.*4036

(2)**[**2018·龙岩质检**]** 函数*f*(*x*)*=-*log2(*x+*4)在区间[*-*2,2]上的最大值为*.*

[总结反思] 若函数*f*(*x*)在区间[*a*,*b*]上单调,则必在区间的端点处取得最值;若函数*f*(*x*)在区间[*a*,*b*]上不单调,则最小值为函数*f*(*x*)在该区间内的极小值和区间端点值中最小的值,最大值为函数*f*(*x*)在该区间内的极大值和区间端点值中最大的值*.*

微点4利用函数的单调性求参数的范围(或值)

例6 (1)**[**2018·南充三模**]** 已知*f*(*x*)*=*是R上的增函数,那么实数*a*的取值范围是 ()

A*.*(0,3)

B*.*(1,3)

C*.*(1,*+∞*)

D*.*

(2)已知函数*f*(*x*)*=*e*|x-a|*(*a*为常数),若*f*(*x*)在区间[1,*+∞*)上是增函数,则*a*的取值范围是*.*

[总结反思] (1)根据函数的单调性,将题设条件转化为含参数的不等式(组),即可求出参数的值或范围;(2)若分段函数是单调函数,则不仅要保证在各区间上单调性一致,还要确保在整个定义域内是单调的*.*

应用演练

1*.*【微点1】**[**2018·南阳第一中学模拟**]** 已知*a*,*b*∈R,0*<a<b<*1,则下列不等式错误的是 ()

A*.a*3*<b*3

B*.*2*a<*2*b*

C*.*log2*a<*log3*b*

D*.*log*a*2*<*log*b*2

2*.*【微点3】设函数*f*(*x*)*=*在区间[3,4]上的最大值和最小值分别为*M*,*m*,则*=* ()

A*.* B*.*

C*.* D*.*

3*.*【微点4】已知函数*f*(*x*)*=*对任意两个不相等的实数*x*1,*x*2∈[2,*+∞*),都有不等式*>*0成立,则实数*a*的取值范围是 ()

A*.*(0,*+∞*) B*.*

C*.* D*.*

4*.*【微点2】**[**2018·昆明检测**]** 已知函数*f*(*x*)*=*若*f*(*a-*1)≥*f*(*-a*),则实数*a*的取值范围是 ()

A*.* B*.*

C*.* D*.*

5*.*【微点3】**[**2018·河南六市联考**]** 若函数*f*(*x*)*=*,1≤*|x|*≤9的最大值为*M*,最小值为*m*,则*M-m=* ()

A*.* B*.*

C*.* D*.*

第5讲函数的单调性与最值

考试说明 1*.*理解函数的单调性、最大值、最小值及其几何意义*.*

2*.*会运用基本初等函数图像分析函数的性质*.*

【课前双基巩固】

知识聚焦

1*.f*(*x*1)*<f*(*x*2)*f*(*x*1)*>f*(*x*2)上升的下降的

2*.*增函数或减函数区间*D*

3*.f*(*x*)≥*M　f*(*x*0)*=M*

对点演练

1*.a<*[解析] 当2*a-*1*<*0,即*a<*时,*f*(*x*)是R上的减函数*.*

2*.*(2,3][*-*3,2][解析] 由函数*f*(*x*)*=*(*x-*2)2*+*5(*x*∈[*-*3,3])的图像(图略)即可得到单调区间*.*

3*.*[解析] 函数*f*(*x*)*=*在[2,5]上是减函数,所以最大值为*f*(2)*=*1,最小值为*f*(5)*=*,所以最大值与最小值之和为1*+=.*

4*.a*≤2[解析] 因为函数*f*(*x*)*=|x-a|+*1的单调递增区间是[*a*,*+∞*),当*f*(*x*)在[2,*+∞*)上单调递增时,满足[2,*+∞*)⊆[*a*,*+∞*),所以*a*≤2*.*

5*.*[解析] 函数*f*(*x*)的定义域是(*-*1,4),*u*(*x*)*=-x*2*+*3*x+*4*=-+*,*x*∈(*-*1,4)的单调递减区间为,*∴*函数*f*(*x*)的单调递减区间为*.*

6*.*[解析] 由题知解得*a*≤,即实数*a*的取值范围是*.*

7*.*[*-*1,1)[解析] 由条件知解得*-*1≤*a<*1*.*

8*.*(1)*a*≤*-*3(2)*-*3[解析] (1)函数图像的对称轴为直线*x=*1*-a*,由1*-a*≥4,得*a*≤*-*3*.*

(2)函数图像的对称轴为直线*x=*1*-a*,由1*-a=*4,得*a=-*3*.*

【课堂考点探究】

例1[思路点拨] 直接判断单调性即可,再按照单调性的定义证明单调性*.*

解:该函数在(*-*2,*+∞*)上单调递增*.*证明如下:

任取*x*1,*x*2∈(*-*2,*+∞*),不妨设*x*1*<x*2,则*x*2*-x*1*>*0,*x*1*+*2*>*0,*x*2*+*2*>*0,

又*a>*1,

所以*>*,即有*->*0,

所以*f*(*x*2)*-f*(*x*1)*=+--*

*=*(*-*)*+*

*=*(*-*)*+>*0,

故函数*f*(*x*)在(*-*2,*+∞*)上单调递增*.*

变式题(1)D(2)C[解析] (1)对于选项A,函数*y=-x*2*+*1在(0,*+∞*)上单调递减,故A错;

对于选项B,函数*y=|x-*1*|*在(0,*+∞*)上先减后增,故B错;

对于选项C,函数*y=*1*-*在(0,1)和(1,*+∞*)上均单调递增,但在(0,*+∞*)上不单调递增,故C错;

对于选项D,函数*y=*ln *x+x*在(0,*+∞*)上单调递增,所以D正确*.*

(2)A错,比如*f*(*x*)*=x*在R上为增函数,但*y=*[*f*(*x*)]2在R上不具有单调性;

B错,比如*f*(*x*)*=x*在R上为增函数,但*y=|f*(*x*)*|=|x|*在(0,*+∞*)上为增函数,在(*-∞*,0)上为减函数;

C对,*f*(*x*)在R上为增函数,所以*-f*(*x*)在R上单调递减,所以*y=*2*-f*(*x*)在R上为减函数;

D错,比如*f*(*x*)*=x*在R上为增函数,但*y=-*[*f*(*x*)]3*=-x*3在R上为减函数*.*

故选C*.*

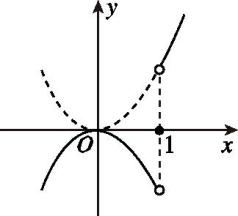
例2[思路点拨] (1)先令*t=-x*2*+*2*x+*3*>*0求得函数的定义域,再根据复合函数的单调性的性质判定函数的单调递增区间;(2)作出函数*g*(*x*)的图像,由图像可得单调递减区间*.*

(1)A(2)[0,1)[解析] (1)令*t=-x*2*+*2*x+*3*>*0,求得*-*1*<x<*3,故函数的定义域为(*-*1,3)*.*

由二次函数的性质可知,*t=-*(*x-*1)2*+*4,*x*∈(*-*1,3)的单调递增区间为(*-*1,1],

故函数*y=*ln(*-x*2*+*2*x+*3)的单调递增区间是(*-*1,1]*.*

(2)由题意知*g*(*x*)*=*该函数的图像如图所示,其单调递减区间是[0,1)*.*



变式题(1)D(2)D[解析] (1)由*x*2*-*2*x-*8≥0得*x*≥4或*x*≤*-*2*.*

令*t=x*2*-*2*x-*8,则*y=*为增函数,

又*t=x*2*-*2*x-*8在[4,*+∞*)上单调递增,

*∴*原函数的单调递增区间为[4,*+∞*),故选D*.*

(2)由题意可得函数的定义域为R*.*

*∵*函数*f*(*x*)*=-x|x|+*2*x*,*∴f*(*-x*)*=x|-x|-*2*x=-f*(*x*),*∴f*(*x*)为奇函数*.*

当*x*≥0时,*f*(*x*)*=-x*2*+*2*x=-*(*x-*1)2*+*1,

由二次函数的性质可知,函数在(0,1)上单调递增,在(1,*+∞*)上单调递减;

由奇函数的性质可得,函数在(*-*1,0)上单调递增,在(*-∞*,*-*1)上单调递减*.*

综上可得,函数的单调递增区间为(*-*1,1)*.*

故选D*.*

例3[思路点拨] 先根据已知条件判定*y=*的单调性,再比较大小*.*

B[解析] *∵f*(*x*)是定义在(0,*+∞*)上的函数,对任意两个不相等的正数*x*1,*x*2,都有*>*0,*∴*函数*y=*是(0,*+∞*)上的增函数*.∵*1*<*30*.*2*<*30*.*5*=<*2,0*<*0*.*32*<*1,log25*>*2,*∴*0*<*0*.*32*<*30*.*2*<*log25,*∴b<a<c.*故选B*.*

例4[思路点拨] (1)分析函数的单调性,将不等式转化为*f*(log3*x*)*<f*(0),进一步转化为求解log3*x<*0即可;(2)构造函数,利用单调性把所求不等式中的函数符号去掉,得出一般的不等式,解该不等式即可*.*

(1)A(2)C[解析] (1)易知函数*f*(*x*)*=*log2(4*x+*1)*+x*是R上的增函数,且*f*(0)*=*log2(1*+*1)*=*1,所以*f*(log3*x*)*<*1可以转化为*f*(log3*x*)*<f*(0),结合函数的单调性可以将不等式转化为log3*x<*0,解得0*<x<*1,从而得原不等式的解集为(0,1)*.*

(2)由已知条件知*f*(*x*1)*-x*1*<f*(*x*2)*-x*2对任意*x*1*<x*2恒成立,故函数*g*(*x*)*=f*(*x*)*-x*为R上的增函数,且*g*(2)*=f*(2)*-*2*=*1*.*不等式*f*(3*x-*1)*>*3*x*,即*f*(3*x-*1)*-*(3*x-*1)*>*1,即*g*(3*x-*1)*>*1*=g*(2),所以3*x-*1*>*2,得3*x>*3,解得*x>*1,故所求不等式的解集为(1,*+∞*)*.*

例5[思路点拨] (1)对原函数解析式化简变形,利用常见函数的单调性确定*f*(*x*)的单调性,从而得到函数的最大值和最小值;(2)函数*f*(*x*)可看成是由函数*y=*和函数*y=-*log2(*x+*4)组合而成的,分别考查这两个函数的单调性可得函数*f*(*x*)在区间[*-*2,2]上的最大值*.*

(1)C(2)8[解析] (1)*f*(*x*)*=+*2018*x*3*=+*2018*x*3

*=*2018*-+*2018*x*3*.*

因为*y=-*,*y=*2018*x*3均为增函数,所以*f*(*x*)在[*-a*,*a*]上单调递增,

故最大值为*f*(*a*),最小值为*f*(*-a*),

所以*M+N=f*(*a*)*+f*(*-a*)*=*2018*-+*2018*a*3*+*2018*-+*2018(*-a*)3*=*4036*-*1*=*4035*.*

(2)因为函数*y=*和函数*y=-*log2(*x+*4)是定义域内的减函数,所以函数*f*(*x*)*=-*log2(*x+*4)在区间[*-*2,2]上单调递减,则所求函数的最大值为*f*(*-*2)*=-*log2(*-*2*+*4)*=*9*-*1*=*8*.*

例6[思路点拨] (1)根据一次函数以及指数函数的性质,结合函数的单调性得到不等式组,解出即可*.*(2)根据解析式求出所给函数的单调递增区间,利用[1,*+∞*)是所得单调递增区间的子集,求得*a*的取值范围*.*

(1)D(2)(*-∞*,1][解析] (1)由题意得解得≤*a<*3,故选D*.*

(2)*∵f*(*x*)*=*e*|x-a|=∴f*(*x*)在[*a*,*+∞*)上为增函数,则由题意得[1,*+∞*)⊆[*a*,*+∞*),*∴a*≤1*.*

应用演练

1*.*D[解析] 因为函数*y=x*3与函数*y=*2*x*在定义域内单调递增,所以A,B正确;

由log2*a<*log3*a<*log3*b*可得C正确;

函数*y=*log2*x*单调递增,所以log2*a<*log2*b<*0,所以*>*,即log*a*2*>*log*b*2,所以D错误*.*故选D*.*

2*.*D[解析] 由题意得*f*(*x*)*==*2*+*,所以函数*f*(*x*)在区间[3,4]上单调递减,所以*M=f*(3)*=*2*+=*6,*m=f*(4)*=*2*+=*4,所以*==.*故选D*.*

3*.*D[解析] 因为函数*f*(*x*)*=*对任意两个不相等的实数*x*1,*x*2∈[2,*+∞*),都有不等式*>*0成立,所以函数*f*(*x*)*=*在[2,*+∞*)上单调递增*.*易知*a=*0时不合题意,所以只需解得≤*a*≤2,即实数*a*的取值范围是,故选D*.*

4*.*A[解析] 函数*f*(*x*)*=*e*-x=*在(*-∞*,0]上为减函数,

函数*f*(*x*)*=-x*2*-*2*x+*1在(0,*+∞*)上为减函数,

且e*-*0*=-*02*-*2*×*0*+*1,

所以函数*f*(*x*)在(*-∞*,*+∞*)上为减函数*.*

由*f*(*a-*1)≥*f*(*-a*)得*a-*1≤*-a*,解得*a*≤*.*

故选A*.*

5*.*B[解析] 令*t=|x|*,1≤*t*≤9,则*f*(*x*)*=g*(*t*)*=-*,

由*y=*,*y=-*在[1,9]上单调递增,可得*g*(*t*)*=-*在[1,9]上单调递增,

所以*f*(*x*)的最小值*m=g*(1)*=-=*0,

*f*(*x*)的最大值*M=g*(9)*=-=*,

所以*M-m=*,故选B*.*



【备选理由】 例1考查抽象函数单调性的证明以及函数不等式的求解,考查转化思想和计算能力;例2考查的是有关函数值比较大小的问题,在求解的过程中,需要抓住题中的条件*f*(1*+x*)*=f*(1*-x*),得到函数图像的对称性,再结合单调性比较大小;例3需要构造函数,利用函数单调性求解,考查学生的观察能力和运用条件的能力,有一定的难度;例4涉及绝对值函数的最值问题,一般利用绝对值定义去掉绝对值,将函数转化为分段函数,再根据函数单调性确定函数的最值*.*

例1[配合例1使用] 函数*f*(*x*)对任意的*m*,*n*∈R都有*f*(*m+n*)*=f*(*m*)*+f*(*n*)*-*1,并且当*x>*0时,恒有*f*(*x*)*>*1*.*

(1)求证:*f*(*x*)在R上是增函数;

(2)若*f*(3)*=*4,解不等式*f*(*a*2*+a-*5)*<*2*.*

解:(1)证明:设*x*1,*x*2∈R,且*x*1*<x*2,则*x*2*-x*1*>*0,所以*f*(*x*2*-x*1)*>*1,

所以*f*(*x*2)*-f*(*x*1)*=f*[(*x*2*-x*1)*+x*1]*-f*(*x*1)*=f*(*x*2*-x*1)*+f*(*x*1)*-*1*-f*(*x*1)*>*0,

即*f*(*x*2)*>f*(*x*1),所以*f*(*x*)是R上的增函数*.*

(2)因为*m*,*n*∈R,不妨设*m=n=*1,所以*f*(1*+*1)*=f*(1)*+f*(1)*-*1,即*f*(2)*=*2*f*(1)*-*1,所以*f*(3)*=f*(2*+*1)*=f*(2)*+f*(1)*-*1*=*2*f*(1)*-*1*+f*(1)*-*1*=*3*f*(1)*-*2*=*4,所以*f*(1)*=*2,

所以*f*(*a*2*+a-*5)*<*2等价于*f*(*a*2*+a-*5)*<f*(1)*.*

因为*f*(*x*)在R上为增函数,所以*a*2*+a-*5*<*1,得*-*3*<a<*2,即*a*∈(*-*3,2)*.*

例2[配合例3使用] **[**2018·莆田质检**]** 设函数*f*(*x*)满足*f*(1*+x*)*=f*(1*-x*),且*f*(*x*)是[1,*+∞*)上的增函数,则*a=f*(0*.*),*b=f*(0*.*),*c=f*(0*.*)的大小关系是 ()

A*.a>b>c* B*.b>a>c*

C*.a>c>b* D*.c>b>a*

[解析] A根据*f*(1*+x*)*=f*(1*-x*),可得函数*f*(*x*)的图像关于直线*x=*1对称,结合*f*(*x*)是[1,*+∞*)上的增函数,可得函数*f*(*x*)是(*-∞*,1]上的减函数*.*利用幂函数和指数函数的单调性,可以确定0*.<*0*.<*0*.<*1,所以*f*(0*.*)*>f*(0*.*)*>f*(0*.*),即*a>b>c*,故选A*.*

例3[配合例4使用]**[**2018·石家庄三模**]** 已知函数*f*(*x*)*=*e*x-*1*+*e1*-x*,则满足*f*(*x-*1)*<*e*+*e*-*1的*x*的取值范围是 ()

A*.*1*<x<*3 B*.*0*<x<*2

C*.*0*<x<*e D*.*1*<x<*e

[解析] A令*u=*e*x-*1,*u*∈(0,*+∞*),其为单调递增函数,

则*f*(*x*)*=g*(*u*)*=u+*,*u*∈(0,*+∞*),易知*g*(*u*)在(0,1)上单调递减,在(1,*+∞*)上单调递增,

且当*x=*1时,*u=*e1*-*1*=*1*.*

*∵*复合函数的单调性符合同增异减,

*∴x*∈(*-∞*,1)时,函数*f*(*x*)单调递减;*x*∈(1,*+∞*)时,函数*f*(*x*)单调递增*.*

*∴*函数*f*(*x*)的最小值*f*(*x*)min*=f*(1),

又*∵*当*x=*0或*x=*2时,*f*(*x*)*=*e*+*e*-*1,

*∴f*(*x-*1)*<*e*+*e*-*1即为0*<x-*1*<*2,

解得1*<x<*3*.*

例4[配合例5使用] 若函数*f*(*x*)*=|x+a|+b*在区间[*-*1,2]上的最大值为*M*,最小值为*m*,则*M-m*的值 ()

A*.*与*a*有关,与*b*有关 B*.*与*a*有关,与*b*无关

C*.*与*a*无关,与*b*无关 D*.*与*a*无关,与*b*有关

[解析] B当*-a*≥2时,*f*(*x*)*=-x-a+b*,*∴M=f*(*-*1)*=*1*-a+b*,*m=f*(2)*=-*2*-a+b*,*∴M-m=*3;

当*-a*≤*-*1时,*f*(*x*)*=x+a+b*,*∴m=f*(*-*1)*=-*1*+a+b*,*M=f*(2)*=*2*+a+b*,*∴M-m=*3;

当*-*1*<-a<*2时,*M=*max{*f*(*-*1),*f*(2)}*=*max{*|-*1*+a|+b*,*|*2*+a|+b*},*m=f*(*-a*)*=b*,

*∴M-m=*max{*|-*1*+a|*,*|*2*+a|*}*.*

综上,*M-m*的值与*a*有关,与*b*无关,故选B*.*